

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦАХ РЕЛЯТИВИСТСКИ ДВИЖУЩЕГОСЯ СЛОЯ ПЛАЗМЫ

С. Н. Марышев<sup>1</sup>, Н. С. Шевяхов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт, <sup>2</sup>Ульяновский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН

Получена 4 февраля 2010 г.

**Аннотация.** Обсуждаются релятивистские эффекты распространения поверхностной электромагнитной ТМ-волны вдоль слоя изотропной бесстолкновительной плазмы, поперечно движущегося в вакууме. Показано, что в лабораторной системе отсчета поверхностная волна вместе с доплеровским повышением частоты претерпевает поворот волновой нормали в сторону движения слоя. Установлено, что в результате линейных релятивистских вкладов электрического и магнитного полей в поляризуемость плазмы вдоль слоя в спектре мод лабораторной системы отсчета к частотной отсечке добавляется снизу отсечка спектра по волновому числу, интерпретируемые вместе как проявление релятивистской неразрывности пространственно-временного континуума.

**Ключевые слова:** электромагнитная поверхностная волна, движущаяся плазма, релятивистские эффекты, дисперсия.

### Введение

Интерес к электромагнитным волнам в нестационарной плазме ограничивается обычно потоковыми эффектами, когда течение плазмы вдоль границ происходит без изменения их геометрии и местоположения [1]. В работах [2-4] на примере бегущих фронтов фотоионизации разреженной среды рассматривался обратный случай поперечного перемещения границ электронной плазмы, сохраняющей состояние покоя. Из-за кинетических эффектов в плазме структура границ в этих условиях существенно зависит от скорости движения. Именно, при около световых скоростях фронты

фотоионизации сильно "размазываются" в силу сравнительно большого времени жизни фотоэлектронов в разреженной среде. Рассмотрение релятивистских эффектов теряло, поэтому, смысл.

Возможность релятивистского подхода к изучению влияния поперечного движения плазмы на распространение поверхностных волн предоставляет, однако, перемещение плазмы как целого. Для полубесконечной плазмы соответствующая релятивистская задача рассматривалась недавно в [5]. На практике приходится иметь дело с плазменными сгустками конечной толщины. Лабораторный способ получения релятивистских сгустков с хорошо выраженными границами испарением металлических пленок под воздействием мощного лазерного излучения известен давно [6]. В настоящей статье результаты работы [5] обобщаются на случай плазменного сгустка конечной толщины, движущегося с релятивистской скоростью  $V < c$ ,  $c$  – скорость света. Другая причина, побуждающая вернуться к проблеме, затронутой в [5], состоит в недостаточной ясности отдельных ее аспектов по причине ограниченности цитируемой работы рамками краткого сообщения.

### **Формулировка задачи и исходные уравнения**

В волновых задачах с движущимися границами [7] почти всегда процессы и состояние сред приходится описывать в двух системах отсчета: лабораторной системе  $x_0y_0z_0$  с фиксированным положением регистрирующего прибора, и попутной  $\tilde{x}_0\tilde{y}_0\tilde{z}_0$  – с фиксированным положением границ. Поперечное движение плазмы как целого отличается от рассмотренного в задачах [2-4] тем, что позволяет выделить в качестве системы покоя, общей для плазмы и ее границ, попутную систему отсчета. Очевидно, что с позиции наблюдателя в этой системе отсчета мы имеем дело с граничной задачей для неподвижного слоя плазмы, решение которой для поверхностных ТМ-волн хорошо известно [8]. Предпринятое исследование состоит, фактически, в пересчете волновых полей указанного решения в лабораторную систему отсчета.

В попутной системе отсчета полевые и, где это необходимо, – параметры плазмы, условимся помечать тильдой сверху. Соответственно, имеем в качестве исходных систему уравнений Максвелла для электромагнитного поля плазмы [7-9]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial \tilde{t}}, & \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial \tilde{t}} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \\ \operatorname{div} \vec{E} &= -4\pi e \tilde{n}, & \operatorname{div} \vec{H} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

В гидродинамическом бесстолкновительном приближении к ней добавим линеаризованные уравнение движения плазмы [8]

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \tilde{t}} = -\frac{e}{m_e} \vec{E} \quad (2)$$

и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial \tilde{t}} + n_0 \operatorname{div} \vec{v} = 0. \quad (3)$$

В уравнениях (1)-(3)  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  – напряженности электрического и магнитного полей,  $\vec{v}$  – скорость смещения электронов плазмы,  $n$  – малое ( $n \ll n_0$ ) отклонение концентрации электронов от равновесного значения  $n_0$ ,  $m_e$  – масса, а  $e$  – элементарный заряд. Дополнительно учтем выражение для плотности тока

$$\vec{j} \approx -en_0 \vec{v}. \quad (4)$$

Уравнения (2)-(4) соответствуют элементарной модели, в которой плазма рассматривается как идеальная и изотропная электронная жидкость. Грубость избранного подхода, оправданного для слабых возмущений при низких температурах и отсутствии внешних магнитных полей, искупается простотой модели. Вместе с тем, как будет показано ниже, она вынуждает особенно тщательно отнестись к релятивистским преобразованиям величин при переходе из попутной в лабораторную систему отсчета.

Плазма занимает область  $|\tilde{y}| < d/2$  (рис.1,  $d$  – толщина слоя) и за ее пределами уравнения (1)-(4) заменим уравнениями для электромагнитного поля в вакууме. Они аналогичны уравнениям (1), где  $\tilde{j} = 0, \tilde{n} = 0$ , а полевые характеристики снабжены, для отличия, нижним индексом 0. Граничные условия выразим стандартным требованием непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей полей [8,9]. Для волн ТМ-поляризации это  $x$ -составляющая напряженности электрического и  $z$ -составляющая напряженности магнитного полей. Удобнее использовать импедансную форму граничных условий, основываясь на определении импеданса  $Z$  плазмы и  $Z_0$  вакуума равенствами

$$Z = -i \frac{\tilde{E}_x}{\tilde{H}_z}, \quad Z_0 = -i \frac{\tilde{E}_{0x}}{\tilde{H}_{0z}}. \quad (5)$$

В таком случае граничные условия задачи примут вид

$$Z \Big|_{\tilde{y}=\pm \frac{d}{2}} = Z_0 \Big|_{\tilde{y}=\pm \frac{d}{2}}. \quad (6)$$

Оговоримся, что при использовании равенств (5), (6) подразумевается представление гармонических колебаний экспонентой  $\exp(-i\omega\tilde{t})$ , где  $\omega$  – частота, а  $\tilde{t}$  – время, отсчитываемое наблюдателем в попутной системе отсчета.

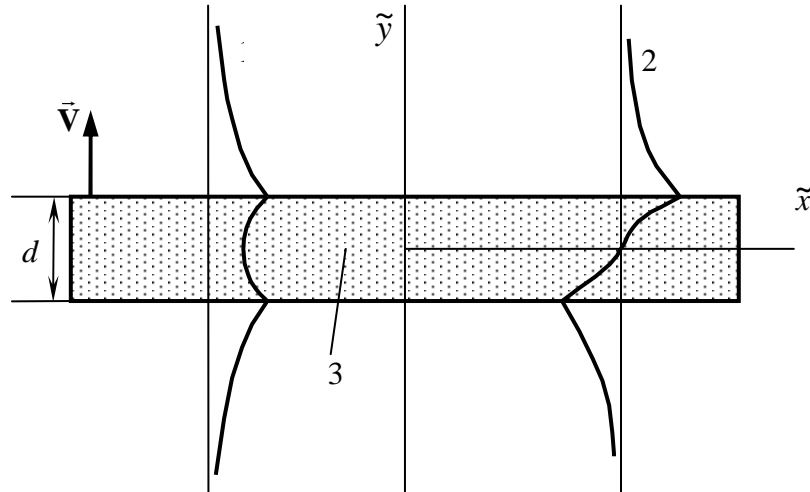


Рис. 1. Геометрия задачи и распределение продольной компоненты электрического поля поперек слоя плазмы 3 в поверхностной ТМ-волне: 1 – симметричная мода, 2 – антисимметричная мода.

Определение импедансов по формулам (5) требует знания связей  $z$ - и  $x$ -компонент соответственно магнитного и электрического полей. С этой целью обратимся к уравнениям Максвелла (1), из которых в результате исключения  $\tilde{n}$  и  $\tilde{v}$  имеем соотношение для плотности тока

$$\tilde{j} = \gamma \tilde{E}, \quad \gamma = i \frac{\Omega_e^2}{4\pi\omega}, \quad \Omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_e}, \quad (7)$$

где  $\Omega_e$  – плазменная частота. Благодаря (7) при определении полей в плазме можно ограничиться двумя первыми уравнениями (1). Замечая, что  $\tilde{E} = (\tilde{E}_x, \tilde{E}_y, 0)$ ,  $\tilde{H} = (0, 0, \tilde{H}_z)$ , напишем в составляющих

$$i \frac{\omega}{c} \tilde{H}_z = \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial \tilde{x}} - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial \tilde{y}}, \quad i \frac{\omega}{c} \tilde{E}_x = \frac{4\pi\gamma}{c} \tilde{E}_x - \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial \tilde{y}}, \quad (8)$$

$$i \frac{\omega}{c} \tilde{E}_y = \frac{4\pi\gamma}{c} \tilde{E}_y - \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial \tilde{x}}.$$

Аналогичные уравнения для полей в вакууме формально соответствуют равенствам (8), где компоненты напряженностей снабдим дополнительно

нижним индексом 0, а также примем  $\gamma=0$ . Уравнения (8) потребуются в дальнейшем для установления полей поверхностной ТМ-волны и определения импедансов по формулам (5).

### Поверхностная ТМ-волна в попутной системе отсчета

Единственность компонент полей  $\tilde{H}$  и  $\tilde{H}_0$  делает предпочтительным их использование для представления решения. Для поля в плазме, как следует из уравнений (1), (7), имеем

$$\frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 + i \frac{4\pi\gamma}{\omega} \right) \tilde{H} = \text{rot}(\text{rot}\tilde{H}),$$

или учитывая равенство  $\text{rot}(\text{rot}\tilde{H}) = -\nabla^2 \tilde{H}$ , получим

$$\nabla^2 \tilde{H}_z + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \tilde{H}_z = 0. \quad (9)$$

Здесь величина

$$\varepsilon = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} \quad (10)$$

представляет собой диэлектрическую проницаемость плазмы. Уравнение (9) является исходным для определения поля в слое плазмы. В вакууме – среде с единичной проницаемостью, в (9) следует принять  $\varepsilon=1$  и к индексу  $z$  добавить 0.

Принимая, что  $\tilde{H}_z, \tilde{H}_{0я} \sim \exp(i\phi), \phi = k\tilde{x} - \omega\tilde{t}$ , из требования ограниченности полей в областях определения получим на основании (9)

$$\tilde{H}_z = \exp[i(k\tilde{x} - \omega\tilde{t})][C \exp(-s\tilde{y}) + D \exp(s\tilde{y})], \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{0я} &= A \exp[i(k\tilde{x} - \omega\tilde{t})] \exp(-s_0\tilde{y}), & \tilde{y} > d/2 \\ \tilde{H}_{0я} &= B \exp[i(k\tilde{x} - \omega\tilde{t})] \exp(s_0\tilde{y}), & \tilde{y} < -d/2 \end{aligned} \quad (12)$$

Волновое число  $k$  и коэффициенты локализации полей  $s$  и  $s_0$  поверхностной ТМ-волны при спадаении полей от границ слоя в плазму и вакуум соответственно связаны при этом равенствами

$$\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon = k^2 - s^2, \quad \frac{\omega^2}{c^2} = k^2 - s_0^2. \quad (13)$$

Согласно (5) и вытекающим с учетом (11), (12) из (8) свяжем компонент электрических и магнитных полей напомним

$$Z = \frac{s D \exp(s\tilde{y}) - C \exp(-s\tilde{y}) c}{\varepsilon D \exp(s\tilde{y}) - C \exp(-s\tilde{y}) \omega}, \quad (14)$$

$$Z_0 = \mp \frac{s_0}{\omega} c. \quad (15)$$

В выражении (15) для верхней границы  $\tilde{y} = d/2$  выбирается верхний знак и, соответственно, – нижний знак, если  $\tilde{y} = -d/2$ . Подстановка (14), (15) в граничные условия (6) дает систему алгебраических уравнений, из которых исключением отношения амплитудных коэффициентов  $D/C$  приходим к равенству

$$\exp(-4\xi) \left(1 - \frac{s_0}{s} \varepsilon\right)^2 = \left(1 + \frac{s_0}{s} \varepsilon\right)^2. \quad (16)$$

Оно представляет искомое дисперсионное соотношение для поверхностной ТМ-волны слоя плазмы в попутной системе отсчета, где  $\xi = sd/2$ .

Ввиду (13)  $\varepsilon = (k^2 - s^2)/(k^2 - s_0^2)$  и замечая, что

$$s(k^2 - s_0^2) \pm s_0(k^2 - s^2) = (k^2 \mp ss_0)(s \pm s_0),$$

уравнению (16) можно придать вид

$$\exp(-sd)(k^2 + ss_0)(s - s_0) = \pm(k^2 - ss_0)(s + s_0). \quad (17)$$

Выражение (17) показывает, что существует два типа (моды) поверхностных электромагнитных волн, удерживаемых слоем. При знаке "плюс" поверхностная волна характеризуется симметричным распределением продольной компоненты электрического поля  $\tilde{E}_x$  поперек слоя [12] (профиль 1 на рис. 1), – симметричная мода. При знаке "минус" имеет место антисимметричное распределение поля  $\tilde{E}_x$  с профилем 2 и мода называется антисимметричной.

Спектр мод по формулам (17) можно рассчитать численно. Достаточно выразить  $s$  через  $s_0$ , используя равенство  $s^2 = s_0^2 + \Omega_e^2 / c^2$ , которое вытекает из соотношений (13). Тогда равенства (17) принимают форму трансцендентных уравнений, корни которых по заданному  $k$  позволяют найти соответствующее значение  $s_0$ . Дальнейшее очевидно: по формуле, связывающей  $s$  и  $s_0$ , пересчитывается величина  $s$ , а затем согласно любому из соотношений (13) рассчитывается частота, определяя, таким образом, дисперсионный спектр  $\omega = \omega(k)$  мод поверхностной электромагнитной волны. Вместе с представлением полей выражениями (11), (12) и связями компонент (8) определение дисперсионного спектра мод исчерпывает описание поверхностной ТМ-волны в попутной системе отсчета.

### **Поверхностная ТМ-волна в лабораторной системе отсчета**

Лабораторную систему отсчета  $x_0y_0z_0$ , в которой координаты, время и компоненты полей условимся писать без тильды сверху, свяжем с приемной антенной. Рассмотрение в ней полей и спектра мод поверхностной волны – необходимый элемент исследования, так как именно этой форме представления волны соответствуют характеристики, определяемые в эксперименте.

Учитывая, что движение плазмы происходит вдоль оси  $y$ , для перехода в лабораторную систему отсчета воспользуемся преобразованиями Лоренца [9,10]



$$\tilde{x} = x, \quad \tilde{y} = \frac{y - Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \tilde{z} = z, \quad \tilde{t} = \frac{t - y\beta/c}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{V}{c}. \quad (18)$$

Согласно (18) несложно установить вид фазы колебаний компонент полей волны в лабораторной системе отсчета. Однако с подстановкой величин  $\tilde{x}, \tilde{t}$  и  $\tilde{y}$  из (18) в выражения (11), (12) мы еще имеем дело с амплитудами полей попутной системы отсчета. Таким образом, в формулах (11), (12) и им соответствующим компонентам электрических полей нужно предварительно перейти к значениям  $H_z, H_{0y}$  и  $E_x, E_{0x}, E_y, E_{0y}$ , записанным в лабораторной системе отсчета.

Обратимся с этой целью к формулам релятивистского преобразования полей [9,10]:

$$\tilde{E}_{\parallel} = E_{\parallel}, \quad \tilde{B}_{\parallel} = B_{\parallel}, \quad \tilde{D}_{\parallel} = D_{\parallel}, \quad \tilde{H}_{\parallel} = H_{\parallel}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\perp} &= \frac{\left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{V} \vec{B}] \right)_{\perp}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, & \tilde{B}_{\perp} &= \frac{\left( \vec{B} - \frac{1}{c} [\vec{V} \vec{E}] \right)_{\perp}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ \tilde{D}_{\perp} &= \frac{\left( \vec{D} + \frac{1}{c} [\vec{V} \vec{H}] \right)_{\perp}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, & \tilde{H}_{\perp} &= \frac{\left( \vec{H} - \frac{1}{c} [\vec{V} \vec{D}] \right)_{\perp}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Индексы  $\parallel$  и  $\perp$  в них означают соответственно параллельность и перпендикулярность компонент движению плазмы. В случае вакуума компоненты полей в формулах (19), (20) нужно, конечно, снабдить индексом 0 снизу.

Для поверхностной ТМ-волны в попутной системе отсчета имеет место ортогональность электрического и магнитного полей. Комбинация величин  $\vec{B}\vec{E}$  ( $\vec{B}\vec{E}$  в попутной системе отсчета) образуют релятивистский инвариант. Поэтому данное качество волны сохранится и в лабораторной системе отсчета. С учетом того, что индукции полей в попутной системе отсчета равны  $\vec{D} = \epsilon\vec{E}, \vec{B} = \vec{H}, \vec{D}_0 = \vec{E}_0, \vec{B}_0 = \vec{H}_0$  на основании (19) заключаем:

$$E_y \equiv \tilde{E}_y, \quad D_y \equiv \tilde{D}_y = \varepsilon \tilde{E}_y, \quad E_{0y} \equiv \tilde{E}_{0y}, \quad D_{0y} \equiv \tilde{E}_{0y}, \quad (21)$$

тогда как  $y$ -составляющие магнитных полей отсутствуют. Из условия  $\vec{\tilde{E}} \perp \vec{\tilde{H}}$  ( $\vec{\tilde{E}}_0 \perp \vec{\tilde{H}}_0$ ) также следует

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z = 0, \quad \tilde{D}_z = \varepsilon \tilde{E}_z \equiv 0, \quad \tilde{B}_x = \tilde{H}_x \equiv 0, \\ \tilde{E}_{0z} = 0, \quad \tilde{D}_{0z} = 0, \quad \tilde{B}_{0x} = \tilde{H}_{0x} \equiv 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Формулы (20) позволяют написать далее

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(E_x + \beta B_z), \quad \tilde{D}_x = \varepsilon \tilde{E}_x = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(D_x + \beta H_z), \\ \tilde{B}_z = \tilde{H}_z = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(B_z + \beta E_x), \quad \tilde{H}_z = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(H_z + \beta D_x). \end{aligned} \quad (23)$$

Аналогичные соотношения при замене в (23)  $\varepsilon$  на единицу получаются для компонент поля в вакууме.

Наряду с равенствами (23) из выражений (20) следует с учетом (22), что

$$E_z = \beta B_x, \quad D_z = \beta H_x, \quad B_x = \beta E_z, \quad H_x = \beta D_z. \quad (24)$$

В уравнениях (24) компоненты  $E_z, B_x$  и  $D_z, H_x$  попарно связываются между собой и, как нетрудно видеть, удовлетворяются при  $\beta \neq 1$  ( $\beta < 1$ ) только при наложении условий  $E_z=0, B_x=0, D_z=0, H_x=0$ . Это означает, что в лабораторной системе отсчета ортогональность электрического и магнитного полей волны выполняется при сохранении параллельности магнитного поля оси  $z$  и компланарности векторов  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  плоскости движения слоя. Аналогичная особенность из-за необходимости соблюдения соотношений типа (24) при  $\beta < 1$  имеет силу и за пределами слоя. Таким образом, переход в лабораторную систему отсчета не меняет поляризацию ТМ-волны.

Если из уравнений (23) для  $\tilde{E}_x$  и  $\tilde{B}_z$  исключить  $B_z$ , то получим продольную компоненту электрического поля

$$E_x = \frac{\tilde{E}_x}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \tilde{H}_z . \quad (25)$$

Аналогичным образом, исключая из оставшихся выражений (23)  $D_x$ , найдем

$$H_z = \frac{\tilde{H}_z}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \varepsilon \tilde{E}_x . \quad (26)$$

Для выражения величин  $D_x$  и  $B_z$  следует воспользоваться вытекающими из системы (23) равенствами  $\varepsilon(E_x + \beta B_z) = D_x + \beta H_z$ ,  $B_z + \beta E_x = H_z + \beta D_x$ .

Исключая вначале  $B_z$ , получим

$$D_x = \frac{\beta(\varepsilon-1)}{1-\varepsilon\beta^2} H_z + \varepsilon \frac{1-\beta^2}{1-\varepsilon\beta^2} E_x , \quad (27)$$

а затем найдем

$$B_z = \frac{1-\beta^2}{1-\varepsilon\beta^2} H_z + \frac{\beta(\varepsilon-1)}{1-\varepsilon\beta^2} E_x . \quad (28)$$

Соответствующие представления компонент поля в вакууме получаются из выражений (25)-(28), если положить  $\varepsilon = 1$ .

Формулы (25)-(28) вместе с равенствами (21) позволяют выразить компоненты полей лабораторной системы через компоненты попутной системы отсчета, которые заданы равенствами (11), (12) и согласно (8) определяют компоненты электрических полей. Имеем в итоге следующие выражения для ненулевых компонент полей плазмы в лабораторной системе отсчета

$$\begin{aligned} H_z &= \frac{\exp(i\phi)}{\sqrt{1-\beta^2}} [C \exp(-s\tilde{y})W_+ + D \exp(s\tilde{y})W_-], \\ E_x &= \frac{\exp(i\phi)}{\sqrt{1-\beta^2}} [D \exp(s\tilde{y})Q_- - C \exp(-s\tilde{y})Q_+], \\ E_y &= -\frac{kc}{\omega\varepsilon} \exp(i\phi) [C \exp(-s\tilde{y}) + D \exp(s\tilde{y})]. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь обозначено

$$W_{\pm} = 1 \pm i\beta \frac{cs}{\omega}, \quad Q_{\pm} = i \frac{cs}{\varepsilon\omega} \pm \beta. \quad (30)$$

Для полей в вакууме (вне слоя) в силу равенств (25)-(28) при  $\varepsilon=1$ , согласно (12) и следующим из уравнений (8) для вакуума связям компонент полей имеем в лабораторной системе отсчета представления

$$E_{0x} = -\left(\frac{ics_0}{\omega} + \beta\right) \frac{A \exp(i\phi - s_0 \tilde{y})}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad E_y^{(0)} = -\frac{kc}{\omega} A \exp(i\phi - s_0 \tilde{y}),$$

$$H_z^{(0)} = \left(1 + i\beta \frac{cs_0}{\omega}\right) \frac{A \exp(i\phi - s_0 \tilde{y})}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (\tilde{y} > d/2). \quad (31)$$

$$E_{0x} = \left(\frac{ics_0}{\omega} - \beta\right) \frac{B \exp(i\phi + s_0 \tilde{y})}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad E_{0y} = -\frac{kc}{\omega} B \exp(i\phi + s_0 \tilde{y}),$$

$$H_{0z} = \left(1 - i\beta \frac{cs_0}{\omega}\right) \frac{B \exp(i\phi + s_0 \tilde{y})}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (\tilde{y} < -d/2). \quad (32)$$

Для окончательной записи полей в лабораторной системе отсчета в выражениях (29), (31), (32) остается преобразовать фазу колебаний  $\phi = k\tilde{x} - \omega\tilde{t}$  и заменить  $\tilde{y}$  согласно (18). Видно, что в преобразованной форме колебания всех компонент полей описываются в лабораторной системе отсчета экспонентой  $\exp(i\phi) = \exp[i(kx - \Omega t + py)]$ , где

$$\Omega = \frac{\omega}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad p = \Omega \frac{\beta}{c}. \quad (33)$$

Равенства (33) показывают, что в лабораторной системе отсчета имеет место доплеровское приращение частоты регистрируемых колебаний. Наряду с этим образуется поперечная составляющая  $p$  волнового вектора  $\vec{K} = \vec{k} + \vec{p}$  ( $\vec{p} \parallel y$ ) поверхностной волны, характеризующая поворот волновой нормали в сторону движения слоя. Таким образом, поверхностная волна оказывается неколлинеарной поверхностной волной. Существенно, впрочем, что в отличие

от неколлинеарных поверхностных волн на нерелятивистских границах [2-4] она неколлинеарна только с позиции наблюдателя в лабораторной системе отсчета. Иначе говоря, ее неколлинеарность – в чистом виде абберационный эффект, обязанный сносу волны движущимся слоем.

Спадание полей в стороны от границ слоя движущейся плазмы выразится множителями  $\exp(\pm s\tilde{y})$  и  $\exp(\pm s_0\tilde{y})$ . Здесь, конечно,  $\tilde{y}$  должно быть заменено согласно (18). Соответственно получим

$$\exp(\pm s\tilde{y}) = \exp[\pm \Gamma(y - Vt)], \quad \exp(\pm s_0\tilde{y}) = \exp[\pm \Gamma_0(y - Vt)],$$

где в областях определения полей лабораторной системы отсчета разности  $y - Vt$  всегда положительны. Величины

$$\Gamma = s / \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \Gamma_0 = s_0 / \sqrt{1 - \beta^2} \quad (34)$$

есть коэффициенты граничной локализации полей в плазме и в вакууме с позиции наблюдателя лабораторной системы отсчета. Из (34) видно, что движение слоя способствует повышению локализации полей на его границах, – результат, представляющий следствие релятивистского сокращения размеров по направлению движения слоя.

### Спектры мод в лабораторной системе отсчета

Для завершения описания свойств поверхностной ТМ-волны, удерживаемой релятивистски движущимся слоем плазмы, необходимо рассмотреть особенности спектрального поведения мод с точки зрения наблюдателя лабораторной системы отсчета. Представление в ней дисперсионных спектров естественно получить, подвергнув релятивистскому преобразованию дисперсионное соотношение (16) или (17). Релятивистская инвариантность  $k$  и формулы (34) обеспечивают переход к спектрам лабораторной системы отсчета заменой:  $k \rightarrow k$ ,  $s \rightarrow \Gamma(1 - \beta^2)^{1/2}$ ,  $s_0 \rightarrow \Gamma_0(1 - \beta^2)^{1/2}$ . Остается определиться с преобразованием диэлектрической проницаемости плазмы.

Согласно общеизвестному факту релятивистского превращения движущейся среды с частотной дисперсией в среду, демонстрирующую еще и пространственную дисперсию [9] следует ожидать, что диэлектрическая проницаемость будет преобразовываться при переходе в лабораторную систему отсчета по схеме

$$\varepsilon = \varepsilon(\omega) \rightarrow \varepsilon' = \varepsilon(\Omega, \vec{K}). \quad (36)$$

Ввиду (36) дисперсионное соотношение (16) примет в лабораторной системе отсчета вид

$$\exp\left(-2\Gamma d\sqrt{1-\beta^2}\right)\left(1-\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\varepsilon'\right)^2 = \left(1+\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\varepsilon'\right)^2. \quad (37)$$

Важно подчеркнуть, что если даже в (36) фиксировать  $\vec{K}$ , зависимость  $\varepsilon(\Omega, \vec{K})$  вовсе не обязана воспроизводить зависимость  $\varepsilon(\omega)$  в формате связи частот равенством (33). По этой причине, чтобы установить преобразование (36), обратимся к исходному определению величин  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$  как показателей поляризационного отклика среды, связующих электрические индукции и напряженности полей. Предварительно заметим, что в рамках элементарного подхода к описанию плазмы индуцированную ее движением пространственную дисперсию уместнее трактовать как специфическую разновидность оптической анизотропии.

В лабораторной системе отсчета, как видно из соотношений (21), величина  $\varepsilon$  продолжает выступать в своем качестве только по отношению к составляющим электрического поля  $E_y$  и  $D_y$ . Напротив, это качество она теряет с переходом в лабораторную систему отсчета по отношению к компонентам электрических полей, направленным поперек движения плазмы. Чтобы удостовериться в этом факте достаточно сравнить выражение для величины  $\tilde{D}_x$  из (23) с формулой (27).

На основании изложенного для составляющих индукции электрического поля напишем  $D_x = \varepsilon' E_x$ ,  $D_y = \varepsilon E_y$ . Несовпадение  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$  в этих равенствах, по сути вытекающее из различного характера релятивистского преобразования продольных и поперечных компонент полей (см. формулы (19), (20)), служит типичным признаком оптической анизотропии среды в лабораторной системе отсчета. Выражение для  $D_x$  не противоречит (27), если принять пропорциональность величин  $H_z$  и  $E_x$ . Первое слагаемое в (27) представляет, таким образом, релятивистский вклад магнитного поля в поперечную поляризуемость плазмы. В области существования поверхностной ТМ-волны  $\varepsilon < 1$  и чтобы указанный вклад в поляризуемость был положительным, примем

$$H_z = -\beta E_x. \quad (38)$$

Подстановка  $H_z$  из (38) в (27) сразу приводит к равенству

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon\beta^2} + \beta^2 \frac{1 - 2\varepsilon}{1 - \varepsilon\beta^2}, \quad (39)$$

устанавливающему вид преобразования (36). Аналогичный результат был получен в [5] для полубесконечной плазмы непосредственно из решения граничной задачи с импедансными граничными условиями, подразумевающими непрерывность тангенциальных составляющих напряженностей полей. Как указывалось Островским [11], если скорость границы не является в точности световой ( $\beta \neq 1$ ), именно непрерывность полей, как следствие инерционного отклика движущейся среды на скачкообразное изменение ее характеристик в точках резкой границы, выступает общим правилом поведения. Фактически, это не противоречит стандартным релятивистским граничным условиям [9], из которых данная непрерывность компонент полей вытекает как более жесткое условие на отбор решения вследствие принятой геометричности границы. Итак, в лабораторной системе отсчета дисперсионные спектры мод поверхностной ТМ-волны, удерживаемой границами релятивистски движущегося слоя плазмы, можно получить как

совместное решение уравнений (37), (39) с учетом равенств (13) и следующей из них связи величин  $s$  и  $s_0$ .

Если ввести безразмерные спектральные переменные  $\sigma = \Gamma d$ ,  $\sigma_0 = \Gamma_0 d$ , уравнению (37) можно придать вид

$$\left[ \exp\left(-\sigma\sqrt{1-\beta^2}\right)\left(1-\frac{\sigma_0}{\sigma}\varepsilon'\right) + \left(1+\frac{\sigma_0}{\sigma}\varepsilon'\right) \right] \times \\ \times \left[ \exp\left(-\sigma\sqrt{1-\beta^2}\right)\left(1-\frac{\sigma_0}{\sigma}\varepsilon'\right) - \left(1+\frac{\sigma_0}{\sigma}\varepsilon'\right) \right] = 0. \quad (40)$$

Как и в попутной системе отсчета, дисперсионные спектры поверхностной ТМ-волны представлены двумя модами. Каждой из них соответствует дисперсионное соотношение в виде независимого равенства нулю сомножителей, содержащихся в (40) в квадратных скобках. Из них можно выразить  $\varepsilon'$ , а затем, используя (39), определить в явном виде частоту. В результате указанных преобразований получим

$$\frac{\Omega}{\Omega_e} = \frac{1}{1-\beta^2} \sqrt{\frac{(1-2\beta^2)f_{\pm}(\sigma, \sigma_0) + \beta^2}{1-f_{\pm}(\sigma, \sigma_0)}}, \quad (41)$$

где с учетом (34) обозначено

$$f_{\pm}(\sigma, \sigma_0) = \frac{\sigma_0 \exp(-\sigma\sqrt{1-\beta^2}) \pm 1}{\sigma \exp(-\sigma\sqrt{1-\beta^2}) \mp 1}, \quad \sigma = \sqrt{\sigma_0^2 + \left(\frac{\Omega_e}{c}d\right)^2 \frac{1}{1-\beta^2}}. \quad (42)$$

Формула (41) может, поэтому, рассматриваться как явная функциональная зависимость частоты спектра моды  $\Omega$  от приведенного коэффициента граничной локализации ее полей при спадании в плазму  $\sigma$  или вакуум  $\sigma_0$ . Остальные спектральные показатели мод легко пересчитываются по избранному, например, значению  $\sigma_0$  и найденным по формулам (41), (42) значениям  $\Omega$  и  $\sigma$ . Так, приведенное волновое число  $\chi = kd$  можно рассчитать далее по второму из соотношений (13). Ввиду связи частот (33) оно дает:



$$\chi = \sqrt{1 - \beta^2} \sqrt{\sigma_0^2 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_e}\right)^2 \left(\frac{\Omega_e}{c} d\right)^2}. \quad (43)$$

Выражения (41)-(43), ко всему прочему, показывают, что варьируемыми параметрами спектров выступает релятивистский фактор  $\beta$  и комбинированный показатель плазменного слоя  $\alpha = \Omega_e d / c$ .

Расчет дисперсионных спектров по формулам (41)-(43) не вызывает трудностей. Основными спектральными зависимостями условимся рассматривать зависимости  $\sigma_0 = \sigma_0(\Omega)$  и  $\Omega = \Omega(\chi)$ . Наибольший интерес представляет случай, когда  $\Omega_e c / d < 0.73$  и антисимметричная мода является обратной волной [8]. На рис. 2 показаны спектры мод, отвечающие этому условию. Штриховые кривые соответствуют неподвижному ( $\beta = 0$ ) слою, а сплошные – движущемуся слою и пронумерованы в порядке возрастания его скорости.

При малых скоростях слоя ( $\beta \ll 1$ ) изменения дисперсионных спектров выражены чрезвычайно слабо. В этой связи расчет спектров мод выполнен, начиная с умеренных значений  $\beta < 1$ . Аналогично статичному слою, спектр мод движущегося слоя образуется двумя ветвями, которые сливаются в горизонтальную прямую (продолжение ее показано для кривых 2 стрелкой), представляющую коротковолновую асимптоту спектра. Та из ветвей, что лежит ниже этой асимптоты, представляет симметричную моду поверхностной ТМ-волны. Ветвь антисимметричной моды вначале круто поднимается над асимптотой, а затем, пройдя максимум, опускается к ней.

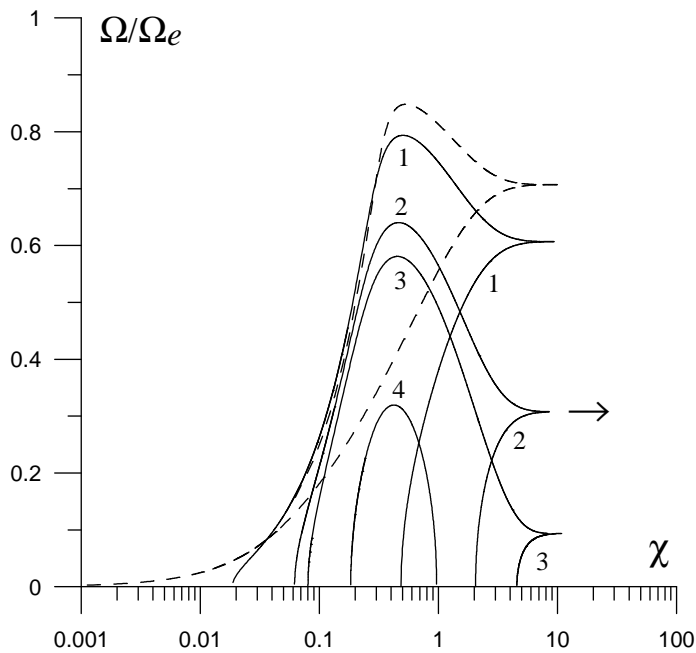


Рис. 2. Дисперсионные спектры поверхностной ТМ-волны в лабораторной системе отсчета:  $\Omega_e d/c=0.4$ , 1 –  $\beta=0.4$ , 2 –  $\beta=0.55$ , 3 –  $\beta=0.575$ , 4 –  $\beta=0.63$ .

Выходу на асимптотический уровень спектра мод в условиях релятивистского движения слоя соответствует переход к пределу  $d \rightarrow \infty$  в дисперсионном соотношении (37). Именно этот случай полубесконечной плазмы рассматривался в работе [5]. Наряду с понижением уровня асимптот по мере роста  $\beta$ , что наглядно демонстрируют кривые рис. 2, в [5] отмечалось также обрезание ветвей спектра со стороны длинноволновой его части. Этот результат объяснялся следствием неразрывной связи пространства-времени в условиях релятивистского движения плазмы: частотная отсечка спектра (ограничение спектра по временному фактору, выраженное образованием коротковолновой асимптоты) влечет в релятивистских условиях отсечку спектра со стороны длинных волн (вступает в действие ограничение спектра и по пространственному фактору).

Для полубесконечной плазмы, как и в коротковолновом пределе, различие между симметричной и антисимметричной модами слоя пропадает. Поэтому спектры работы [5] получатся из спектров рис.2, если отбросить

“дублирующие” ветви антисимметричной моды<sup>1</sup>. Кривая 4, относящаяся целиком к антисимметричной моде, будет отсутствовать, а сохранившиеся ветви 1-3 симметричной моды дадут в итоге картину, которая представлена в [5] на втором рисунке.

Наличие нижней, релятивистской границы спектра по волновому числу  $\chi$ , как видно из рис. 2, сохраняется и при конечной толщине слоя плазмы. Качественное отличие от случая полубесконечной плазмы состоит в том, что существует режим релятивистского движения слоя, при котором симметричная мода отсекается полностью и не воспринимается наблюдателем в лабораторной системе отсчета, тогда как антисимметричная мода (см. кривую 4) сохраняется в спектре своей вершинной частью. В точках релятивистской границы спектра  $\chi=\chi^*$  имеем  $\Omega=0$ . Поэтому, в соответствии с (41) для определения  $\chi^*$  требуется численно решить трансцендентные уравнения

$$(1 - 2\beta^2)f_{\pm}(\sigma, \sigma_0) + \beta^2 = 0, \quad (44)$$

где предварительно следует выразить  $\sigma$  через  $\sigma_0$ . Найденные так с учетом формулы (43) значения  $\chi^*=(1-\beta^2)^{1/2} \sigma_0$ , будут неодинаковыми для симметричной и антисимметричной мод из-за неравенства  $f_+(\sigma, \sigma_0) \neq f_-(\sigma, \sigma_0)$ . Типичные зависимости  $\chi^*$  от  $\beta$  представлены на рис. 3, где штриховыми кривыми показаны изменения релятивистской границы спектра для симметричной моды. Сплошные кривые, лежащие всегда ниже штриховых кривых, представляют здесь зависимости  $\chi^*(\beta)$  для антисимметричной моды. Сравнение кривых позволяет заключить, что для плотной плазмы слоя (кривые 2) различие в релятивистских границах спектра симметричных и антисимметричных мод выражено заметно слабее, чем в случае “рыхлой” плазмы (кривые 1).

<sup>1</sup> Полагая предельный переход  $d \rightarrow \infty$  уже свершившимся и ветви антисимметричной моды сколь угодно приблизившимися к соответствующим ветвям симметричной моды, под спектральной переменной  $\chi$  следует теперь понимать волновое число  $k$ , нормированное на какое-либо характерное его значение, например, на  $\Omega_e/c$ .

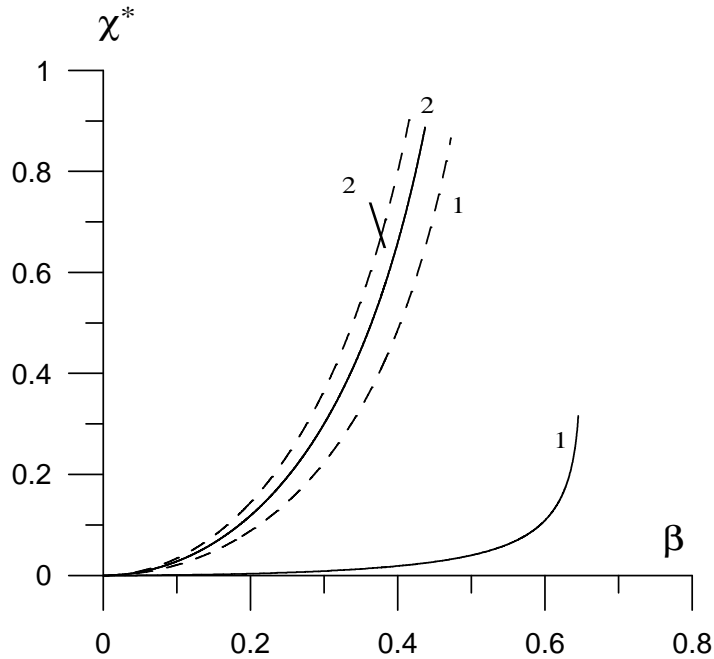


Рис.3. Зависимости волновых чисел релятивистской отсечки спектра мод поверхностных ТМ-волн от  $\beta$ : 1 –  $\Omega_e d/c=0.4$ , 2 –  $\Omega_e d/c=3$ .

Для полноты описания мод в лабораторной системе отсчета кривым дисперсии рис.2 полезно сопоставить частотные зависимости коэффициента  $\sigma_0$ . Они получаются непосредственно численным обращением уравнений (41), демонстрируя качественное сходство с кривыми дисперсии рис. 2. Соответствующую картину можно представить, если на рис. 2 поменять местами горизонтальную и вертикальную оси, а затем заменить  $\chi$  на  $\sigma_0$ . Из нее следует, что при отсутствии движения слоя ( $\beta=0$ , штриховые кривые) в пределе  $\Omega \rightarrow 0$  происходит полная делокализация колебаний вне слоя. Для движущегося слоя плазмы (сплошные кривые 1-4) этому препятствует релятивистская отсечка спектра по волновому числу. В коротковолновом асимптотическом пределе спектров имеет место неограниченный рост локализуемости колебаний обеих мод, а на частотах ниже частоты коротковолнового асимптотического предела, где возможно сосуществование симметричной и антисимметричной мод, локализуемость полей антисимметричной моды в вакууме всегда ниже, чем у симметричной моды.

## Выводы

В работе исследовано поведение мод поверхностных ТМ-волн на границах релятивистски движущегося слоя плазмы. Показано, что при переходе в лабораторную систему отсчета поверхностная ТМ-волна вместе с доплеровским повышением частоты претерпевает поворот волновой нормали в сторону движения слоя и становится неколлинеарной поверхностной волной. Установлено, что линейные релятивистские вклады электрического и магнитного полей в поляризуемость плазмы вдоль слоя добавляют в спектре мод к частотной отсечке релятивистскую отсечку по волновому числу. Последнее интерпретируется как проявление релятивистской неразрывности пространства-времени.

Отмечается, что из-за релятивистского сокращения размеров по направлению движения слоя граничная локализация полей мод повышается. Показано, что существуют такие режимы релятивистского движения плазмы, когда наблюдатель в лабораторной системе отсчета воспринимает колебания только антисимметричной моды с частотами выше частоты отсечки спектра.

## Литература

1. *Ерохин Н.С., Кузелев М.В., Моисеев С.С. и др.* Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике. М.: Наука, 1982.
2. *Шевяхов Н.С.* // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. № 12. С. 40.
3. *Гуляев Ю.В., Колчина Г.А., Шавров В.Г., Шевяхов Н.С.* // РЭ. 2003. Т. 48. № 4. С. 459.
4. *Колчина Г.А., Неганов В.А., Шевяхов Н.С.* // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2004. Т. 7. № 2. С. 19.
5. *Марышев С.Н., Шевяхов Н.С.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. № 23. С. 40.
6. *Аскаръян Г.А., Манзон Б.М.* // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31. № 5. С. 283.
7. *Красильников В.Н.* Параметрические волновые явления в классической электродинамике. С.-Пб: Изд-во СПб Университета, 1996.
8. *Кондратенко А.Н.* Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. М.: Энергоатомиздат, 1985.
9. *Бредов М.М., Румянцев В.В., Топтыгин И.Н.* Классическая электродинамика. М.: Наука, 1985.
10. *Паули В.* Теория относительности. М.: Наука, 1983.
11. *Островский Л.А.* // УФН. 1975. Т. 116. № 2. С. 313.