

УДК 537.874; 537.624

ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В КАСАТЕЛЬНО НАМАГНИЧЕННОЙ ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНЕ

Ю. И. Келлер¹, П. А. Макаров¹, В. Г. Шавров², В. И. Щеглов²

¹ Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина,
167001, Сыктывкар, Октябрьский пр-т, 55

² Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН,
125009, Москва, ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 18 апреля 2018 г.

Аннотация. В рамках полной электродинамики рассмотрены дисперсионные свойства электромагнитных волн, распространяющихся в касательно намагниченной ферритовой пластине, обладающей бигиротропными свойствами. В декартовой системе координат записаны выражения для тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей при условии совпадения осей гиротропии обоих тензоров. Приведены общие уравнения электродинамики для среды, обладающей гиромагнитными свойствами. Получена единая система, состоящая из двух связанных уравнений второго порядка волнового типа. В случае отсутствия зависимости полей от координаты, соответствующей оси гиротропии, получены два независимых уравнения, описывающие две волны, распространяющиеся перпендикулярно оси гиротропии. Волна, для которой нормальные к оси гиротропии компоненты электрического поля определяются параллельной оси гиротропии компонентой магнитного поля, названа giroэлектрической. Волна, для которой нормальные к оси гиротропии компоненты магнитного поля определяются параллельной оси гиротропии компонентой электрического поля, названа гиромагнитной. В силу важнейшей роли ферритов в технике сверхвысоких частот, где волна имеет преимущественно гиромагнитный характер, дальнейшее рассмотрение посвящено свойствам именно гиромагнитной волны. В геометрии касательно намагниченной ферритовой пластины рассмотрено общее волновое уравнение

и граничные условия для гиромангнитной волны. Путем подстановки решения волнового уравнения в граничные условия получено дисперсионное соотношение, выраженное через компоненты волнового вектора, перпендикулярные поверхностям пластины. Исходное дисперсионное соотношение приведено к виду, по структуре подобному соотношению Дэймона-Эшбаха, связывающему частоту волны с волновым числом в направлении ее распространения. Показано, что параметры полученного дисперсионного соотношения имеют специфический характер, отличающий их от соотношения Дэймона-Эшбаха наличием дополнительных слагаемых, отсутствующих в приближении магнитостатики. На основе полученного дисперсионного соотношения численным методом поиска нуля построены дисперсионные кривые для гиромангнитной волны во всем диапазоне ее частот от нуля до бесконечности. Показано, что приближение магнитостатики совпадает с рассмотрением в рамках полной электродинамики только в области достаточно больших волновых чисел, соответствующих длине магнитостатической волны значительно меньшей, чем длина электромагнитной волны той же частоты. Рассмотрены особенности дисперсии гиромангнитной волны в ферритовой пластине при малых значениях волнового числа. Показано, что в полном диапазоне частот от нуля до бесконечности имеется полоса, где гиромангнитная волна имеет поверхностный характер, а выше и ниже этой полосы – объемный характер. В пределах полосы поверхностного характера волны обнаружены две ветви – низкочастотная и высокочастотная, причем низкочастотная соответствует магнитостатической волне Дэймона-Эшбаха, а высокочастотная в магнитостатическом приближении отсутствует. Рассмотрена деформация дисперсионных кривых в случае отличного от единицы значения диэлектрической проницаемости среды. Отмечено, что при увеличении диэлектрической проницаемости имеет место появление дополнительных ветвей спектра объемных гиромангнитных волн, лежащих по частоте выше обеих ветвей поверхностных волн.

Ключевые слова: уравнения электродинамики, магнитостатическое приближение, бигиротропная среда, гиромагнитная волна.

Abstract. On the basis of whole electrodynamics it is investigated the dispersion properties of electromagnetic waves propagating on in-plane magnetized ferrite plate having bigyrotropic properties. In Cartesian coordinate system it is written the formulas for dielectric and magnetic permittivity tensors by the condition of coincidence of gyrotropy axis both tensors. It is found the whole electrodynamics equations for the medium having gyromagnetic properties. It is found the united system containing from two connected second order equations having wave type. In the case when the field correspondence from the coordinate along gyrotropy axis is absent it is found two independent equations which describe two waves propagating along the normal direction to gyrotropy axis. The wave which has the perpendicular to gyrotropy axis components of electrical field determined by the magnetic field component which is parallel to gyrotropy axis is named as gyroelectric wave. The wave which has the perpendicular to gyrotropy axis components of magnetic field determined by the electric field component which is parallel to gyrotropy axis is named as gyromagnetic wave. In connection with the most role of ferrites in microwave engineering where the wave in majority has gyromagnetic character the follows investigation is devoted to properties gyromagnetic wave in exclusively. In geometry of in-plane magnetized ferrite plate it is investigated the whole wave equation and boundary conditions for gyromagnetic wave. By substitution the decision of wave equation to boundary conditions it is found the dispersion relation described through the wave vector components which are perpendicular to surface of magnetic plate. The starting dispersion relation is transformed to the form which structure is similar to Damon-Eshbach relation which connects the frequency with the wave number in the direction of wave propagation. It is shown that the parameters of received dispersion relation have specific character which is distinguished from Damon-Eshbach relation by presence some addition items which in magnetostatic approaching are absent. On the basis of received dispersion relation by numerical method by zero search it is constructed the dispersion curves for gyromagnetic wave

in the whole frequency range from zero to infinity. It is shown that the magnetostatic approximation is coincided with the investigation in whole electrodynamics frames only in region of enough large wave numbers when the magnetostatic wave length is more less then the electromagnetic wave frequency on the same frequency. It is investigated the peculiarities of gyromagnetic wave dispersion in ferrite plate when wave number is small. It is shown that in the whole frequency region from zero to infinity there is the region where the character of gyromagnetic wave is surface and upper and lower of this region its character is volume. In the frame where the wave character is surface it is found two branches: low-frequency and high-frequency.

In this case the low-frequency branch coincides with Damon-Eshbach wave but the high-frequency branch in magnetostatic approximation is absent. It is investigated the deformation of dispersion curves in the case when dielectric permeability value is not equal to zero. It is found that by the dielectric permeability is increased there take place the appearing of some additional frequency branches of gyromagnetic waves having frequencies upper the both branches of surface waves.

Key words: equations of electrodynamics, magnetostatic approximation, bigyrotropic medium, gyromagnetic wave.

Введение

Для аналоговой обработки информации в СВЧ диапазоне широкое применение находят ферритовые устройства на магнитостатических волнах (МСВ), обладающие малыми габаритами, широким частотным диапазоном и легкостью управления путем перестройки магнитного поля [1-6]. В последнее время широко развиваются работы, посвященные исследованию воздействия на магнитные среды импульсов света фемтосекундной длительности, что открывает широкие перспективы применения магнитных явлений также для обработки цифровой информации на частотах, на несколько порядков превышающих частоту такта современных компьютеров [7-12]. В работе [13] показана возможность не только эффективного возбуждения МСВ с помощью

фемтосекундного лазера, но и исследования параметров анизотропии магнитоупругой среды.

В то же время, предметом рассмотрения большинства цитированных работ являются относительно короткие МСВ, длина которых на несколько порядков меньше длины электромагнитных волн той же частоты, для чего используется приближение магнитостатики без учета диэлектрических свойств среды [14,15]. Однако в работах [16-19] показана важность рассмотрения волн в магнитных средах на основе полных уравнений электродинамики, в том числе с учетом не только чисто магнитных, но и диэлектрических параметров. Такое рассмотрение становится особенно актуальным для оценки потоков энергии распространяющихся волн [20].

Сложность требуемого математического аппарата ограничивает подобное рассмотрение только гиромагнитными волнами, характер которых задается свойствами магнитной гиротропии среды. Такая гиромагнитная волна рассматривается в касательно намагниченной ферритовой пластине, причем направление распространения волны перпендикулярно направлению постоянного поля. При этом поперечные относительно направления намагничивания компоненты переменного поля волны определяются продольной компонентой электрического поля той же волны [21].

В работах [16-20] для гиромагнитной волны рассмотрен диапазон частот, характерный именно для магнитостатического приближения, причем волна предполагается преимущественно поверхностной.

Настоящая работа посвящена рассмотрению гиромагнитной волны во всем диапазоне частот от нуля до бесконечности с учетом как поверхностного, так и объемного характера распространения.

1. Общая геометрия задачи

Будем решать задачу в геометрии, схема которой показана на рис.1.

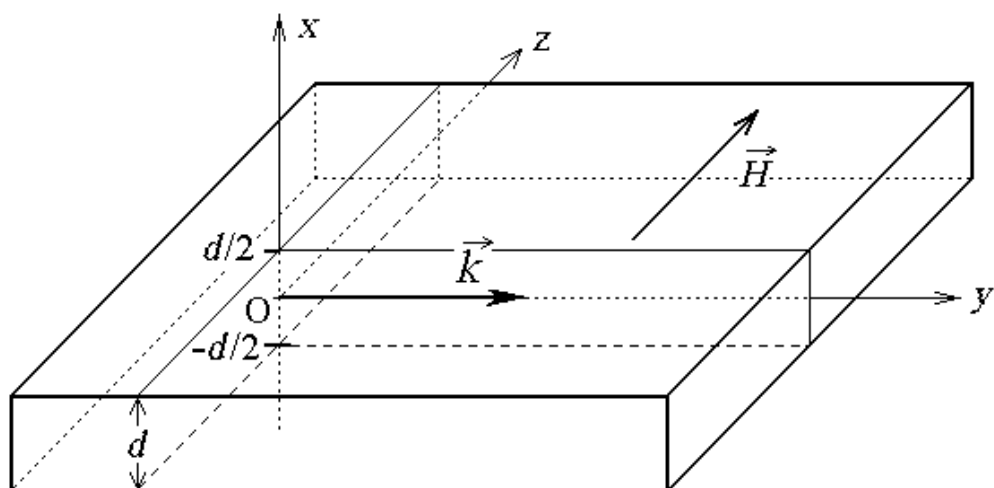


Рис.1. Общая геометрия задачи. Здесь \vec{k} – волновой вектор фазовой скорости волны.

Основу геометрии составляет пластина толщины d , намагниченная в плоскости полем \vec{H} . Введем декартову систему координат $Oxyz$, такую, что плоскость Oxy совпадает с плоскостью пластины, а ось Ox ей перпендикулярна. Поле направлено вдоль оси Oz , волна, имеющая волновой вектор \vec{k} , распространяется вдоль оси Oy . На первом этапе не будем связывать себя требованием ограниченности пластины по координате x , что в первую очередь свойственно классической задаче Дэймона-Эшбаха [14,15,21], геометрия которой будет рассмотрена далее. Сначала обратимся к более общему случаю распространения электромагнитной волны в бигиротропной среде, безграничной по всем направлениям.

2. Уравнения электродинамики для безграничной бигиротропной среды

Гиротропную среду можно считать частным случаем бигиротропной, в которой не только магнитная, но и диэлектрическая проницаемости имеют тензорный гиротропный характер. Более подробно вопрос о взаимном соотношении параметров бигиротропных сред обсуждается в [4-6]. Так в работе [6, стр.107] отмечено, что антисимметричные компоненты тензоров магнитной и диэлектрической проницаемостей могут иметь одинаковый порядок для

ферритов в инфракрасном диапазоне, а для сильно проводящих ферромагнитных полупроводников – и в диапазоне СВЧ. Здесь же ограничимся принятой в этих работах трактовкой тензорного характера бигиротропной среды.

Сначала рассмотрим общие уравнения, описывающие распространение электромагнитных волн в безграничной бигиротропной среде. Итак, согласно [4-6], электродинамические свойства бигиротропной среды можно описать двумя тензорами: диэлектрической и магнитной проницаемости, каждый из которых имеет гиротропный характер. В случае совпадения направлений осей гиротропии обоих тензоров, их можно записать в следующем виде:

$$\vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & i\varepsilon_a & 0 \\ -i\varepsilon_a & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{//} \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{//} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В общем случае в декартовой системе координат электрическое и магнитное поля имеют вид:

$$\vec{E} = \{E_x, E_y, E_z\}; \quad (3)$$

$$\vec{H} = \{H_x, H_y, H_z\}. \quad (4)$$

С помощью (1) и (2) найдем электрическую и магнитную индукции:

$$\vec{D} = \vec{\varepsilon} \cdot \vec{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon & i\varepsilon_a & 0 \\ -i\varepsilon_a & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{//} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \varepsilon E_x + i\varepsilon_a E_y \\ -i\varepsilon_a E_x + \varepsilon E_y \\ \varepsilon_{//} E_z \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$\vec{B} = \vec{\mu} \cdot \vec{H} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{//} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mu H_x + i\mu_a H_y \\ -i\mu_a H_x + \mu H_y \\ \mu_{//} H_z \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Далее будут необходимы составляющие индукции в записи по компонентам:

$$D_x = \varepsilon E_x + i\varepsilon_a E_y; \quad (7)$$

$$D_y = -i\varepsilon_a E_x + \varepsilon E_y; \quad (8)$$

$$D_z = \varepsilon_{||} E_z. \quad (9)$$

$$B_x = \mu H_x + i\mu_a H_y; \quad (10)$$

$$B_y = -i\mu_a H_x + \mu H_y; \quad (11)$$

$$B_z = \mu_{||} H_z. \quad (12)$$

Общие уравнения электродинамики в системе СГС (Гаусса) имеют вид:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (13)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (14)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0; \quad (15)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (16)$$

где c – скорость света в свободном пространстве.

Векторные функции, входящие в эти уравнения, имеют вид:

$$\operatorname{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \cdot \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \cdot \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right); \quad (17)$$

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}. \quad (18)$$

Предполагаем зависимость от времени в виде $e^{i\omega t}$, то есть оператор дифференцирования по времени имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega. \quad (19)$$

Введем также вспомогательное обозначение:

$$k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad (20)$$

где k_0 – волновое число электромагнитной волны частоты ω в свободном пространстве.

Подставляя поля (3)-(4) и индукции (7)-(12) в уравнения электродинамики (13)-(16) с учетом (19)-(20), после чего выделяя компоненты векторных функций (17) и (18), получаем систему уравнений:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} + ik_0\mu H_x - k_0\mu_a H_y = 0; \quad (21)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} + k_0\mu_a H_x + ik_0\mu H_y = 0; \quad (22)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} + ik_0\mu_{||} H_z = 0; \quad (23)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - ik_0\varepsilon E_x + k_0\varepsilon_a E_y = 0; \quad (24)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - k_0\varepsilon_a E_x - ik_0\varepsilon E_y = 0; \quad (25)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - ik_0\varepsilon_{||} E_z = 0; \quad (26)$$

$$\mu \left(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) + i\mu_a \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \mu_{||} \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0; \quad (27)$$

$$\varepsilon \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) + i\varepsilon_a \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) + \varepsilon_{//} \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \quad (28)$$

Замечание. Это – система из восьми уравнений для шести компонент полей и для трех производных от каждой компоненты по трем координатам, то есть всего для восемнадцати производных. То есть решение должно представлять собой шесть значений пространственных частот (по одной для каждой компоненты поля) и восемнадцать произвольных постоянных (по одной для каждой производной). Эти постоянные должны определяться из каких-то граничных условий. Поскольку на одной поверхности могут быть заданы шесть граничных условий – для двух касательных компонент (для поля) и одной нормальной (для индукции) при том и другом сочетании полей, а пространство содержит три взаимно перпендикулярных плоскости, то эти три плоскости могут дать восемнадцать условий для определения восемнадцати произвольных постоянных. То есть в общем случае система может быть полностью определенной.

Исключим из системы (21)-(28) все поля, кроме E_z и H_z . Для этого проделаем следующий ряд вспомогательных преобразований.

Дифференцируем (21) по y :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial y \partial z} + ik_0\mu \frac{\partial H_x}{\partial y} - k_0\mu_a \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0. \quad (29)$$

Дифференцируем (22) по x :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k_0\mu_a \frac{\partial H_x}{\partial x} + ik_0\mu \frac{\partial H_y}{\partial y} x = 0. \quad (30)$$

Вычитаем (30) из (29):

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) +$$

$$+ ik_0\mu \left(\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) - k_0\mu_a \left(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) = 0. \quad (31)$$

Исключим из этого уравнения все круглые скобки с помощью (23), (26)-(28).

Так из (28) получаем:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = -i \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) - \frac{\varepsilon_{||}}{\varepsilon} \frac{\partial E_z}{\partial z}. \quad (32)$$

Входящую в это выражение круглую скобку находим из (23)

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -ik_0\mu_{||} H_z. \quad (33)$$

Подставляя (33) в (32), находим первую круглую скобку выражения (31):

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = -\frac{k_0\varepsilon_a\mu_{||}}{\varepsilon} H_z - \frac{\varepsilon_{||}}{\varepsilon} \frac{\partial E_z}{\partial z}. \quad (34)$$

Вторую круглую скобку выражения (31) находим из (26):

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = ik_0\varepsilon_{||} E_z; \quad (35)$$

Третью круглую скобку выражения (31) находим из (27):

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = -i \frac{\mu_a}{\mu} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \frac{\mu_{||}}{\mu} \frac{\partial H_z}{\partial z}. \quad (36)$$

Круглую скобку в этом выражении находим из (26). Это выражение уже получено – (35). Подставляя (35) в (36), получаем:

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = \frac{k_0\varepsilon_{||}\mu_a}{\mu} E_z - \frac{\mu_{||}}{\mu} \frac{\partial H_z}{\partial z}. \quad (37)$$

Теперь все три круглые скобки в выражении (31) найдены. Это – выражения (34), (35) и (37). Подставляя их в выражение (31), получаем:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \frac{\varepsilon_{||}}{\varepsilon} \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k_0^2 \varepsilon_{||} \left(\mu - \frac{\mu_a^2}{\mu} \right) E_z +$$

$$+ k_0 \mu_{//} \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon} + \frac{\mu_a}{\mu} \right) \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \quad (38)$$

Это – основное уравнение, которое требовалось получить. В него входят только компоненты полей E_z и H_z .

Аналогичное уравнение можно получить из тех же уравнений (21)-(28), беря за исходные не (21) и (22), а (26) и (27). При этом получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\mu_{//}}{\mu} \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} + k_0^2 \mu_{//} \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon} \right) H_z - \\ - k_0 \varepsilon_{//} \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon} + \frac{\mu_a}{\mu} \right) \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (39)$$

Уравнения (38) и (39) составляют систему двух уравнений для E_z и H_z . Их можно удобно записать с помощью обозначений, подобных принятым в работе [4, стр.146-148]:

$$a_e = \frac{\varepsilon_{//}}{\varepsilon}; \quad (40)$$

$$b_e = k_0^2 \varepsilon_{//} \cdot \frac{\mu^2 - \mu_a^2}{\mu}; \quad (41)$$

$$c_e = k_0 \mu_{//} \cdot \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon} + \frac{\mu_a}{\mu} \right); \quad (42)$$

$$a_m = \frac{\mu_{//}}{\mu}; \quad (43)$$

$$b_m = k_0^2 \mu_{//} \cdot \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}{\varepsilon}; \quad (44)$$

$$c_m = k_0 \varepsilon_{//} \cdot \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon} + \frac{\mu_a}{\mu} \right). \quad (45)$$

С этими обозначениями уравнения (38), (39) принимают вид:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_e \frac{\partial^2}{\partial z^2} + b_e \right) E_z + c_e \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0; \quad (46)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_m \frac{\partial^2}{\partial z^2} + b_m \right) H_z - c_m \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \quad (47)$$

Можно видеть, что полученные здесь уравнения (46) и (47), каждое, как то, так и другое, являются полевыми аналогами используемых в задаче Дэймона-Эшбаха [14,15,21] уравнений Лапласа и Уокера для потенциалов. Так уравнение типа Лапласа получается, если положить $\varepsilon_a = \mu_a = 0$ и $\varepsilon = \varepsilon_{||} = \mu = \mu_{||} = 1$. Уравнение типа Уокера получается, если учесть отличие от нуля μ_a или ε_a . Полная аналогия получается, если дополнительно положить $k_0 \rightarrow 0$, как того требует приближение магнитостатики. Так что далее уравнения (46) и (47) в случае решения для полной электродинамики играют ту же роль, что в магнитостатике играют уравнения Лапласа и Уокера.

Замечание. Вообще говоря, из двух уравнений (46) и (47) можно исключить одно из полей E_z или H_z , в результате чего получится одно уравнение четвертого порядка для одного из полей. Аналогичным образом можно получить подобное уравнение четвертого порядка для другого из полей. Однако предварительная проверка показывает, что получающиеся уравнения являются чрезвычайно громоздкими и содержат перекрестные (смешанные) производные по различным координатным переменным. Поэтому здесь пока этого делать не будем, а ограничимся далее случаем отсутствия зависимости полей от координаты z , что позволит выделить по отдельности гиромагнитную и гирозлектрическую волны, а также перейти к полемому аналогу задачи типа Дэймона-Эшбаха для волны, распространяющейся вдоль оси Oy .

3. Гиромагнитная и гиروهлектрическая волны

Итак, имеется система связанных уравнений (46)-(47). Предположим, что распределение полей от координаты z не зависит. То есть в уравнениях (46), (47) положим:

$$\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow 0. \quad (48)$$

При этом получаем:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b_e \right) E_z = 0; \quad (49)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b_m \right) H_z = 0, \quad (50)$$

где b_e и b_m определяются формулами (41) и (44).

Эти уравнения не связаны, каждое из них описывает отдельную волну, то есть эти волны могут распространяться независимо. Назовем волну, описываемую первым уравнением – «гиромагнитной», а вторым – «гиروهлектрической»

Для решения задачи типа Дэймона-Эшбаха надо найти решения этих уравнений и поля, которые затем подставляются в граничные условия.

Общий вид решения следующий:

$$e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} = e^{i\omega t} \cdot e^{-ik_x x} \cdot e^{-ik_y y}. \quad (51)$$

В уравнениях (49) и (50) зависимость от времени уже учтена: она входит в b_e и b_m через посредство $k_0 = \omega/c$.

Подставим (51) (без $e^{i\omega t}$) в (49) и (50). Так, из (49), получаем:

$$-k_x^2 - k_y^2 + b_e = 0, \quad (52)$$

откуда, вводя обозначение $k_y \rightarrow k_m$, получаем:

$$(k_x)_m = \sqrt{-k_m^2 + b_e}. \quad (53)$$

Аналогично из (50), получаем:

$$-k_x^2 - k_y^2 + b_m = 0, \quad (54)$$

откуда, вводя обозначение $k_y \rightarrow k_e$, получаем:

$$(k_x)_e = \sqrt{-k_e^2 + b_m}. \quad (55)$$

Для задачи типа Дэймона-Эшбаха, кроме решения, надо найти поля, которые затем подставляются в граничные условия.

Поля можно найти из уравнений для ротора (13) и (14). При этом из них получаются уравнения (21)-(26). При отсутствии зависимости от координаты z , то есть при выполнении условия (48), из (21)-(26) получаются две независимые системы уравнений. Из (49) видно, что решение для гиромагнитной волны сводится к нахождению поля E_z . Аналогично из (50) видно, что решение для гирозлектрической волны определяются заданием поля H_z . Рассмотрим эти системы по отдельности.

Первая система – ГИРОМАГНИТНАЯ. Задано E_z , определяются H_x и H_y . Из (21), (22) и (26) получаем систему:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -ik_0(\mu H_x + i\mu_a H_y); \quad (56)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = -ik_0(i\mu_a H_x - \mu H_y); \quad (57)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = ik_0 \varepsilon_{||} E_z. \quad (58)$$

Запишем (56) и (57) в виде:

$$-ik_0 \mu H_x + k_0 \mu_a H_y = \frac{\partial E_z}{\partial y}; \quad (59)$$

$$k_0 \mu_a H_x + i k_0 \mu H_y = \frac{\partial E_z}{\partial x}. \quad (60)$$

Это – система двух алгебраических уравнений для двух неизвестных H_x и H_y . Решая ее, находим:

$$H_x = -\frac{\mu_a}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{i \mu}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial y}; \quad (61)$$

$$H_y = -\frac{i \mu}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\mu_a}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial y}. \quad (62)$$

При этом третье уравнение (58) удовлетворяется тождественно, в чем можно убедиться непосредственной подстановкой в него выражений (61) и (62).

Вторая система – ГИРОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ. Задано H_z , определяются E_x и E_y . Из (23), (24) и (25) получаем систему:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i k_0 \mu_{||} H_z; \quad (63)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = i k_0 (\varepsilon E_x + i \varepsilon_a E_y); \quad (64)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = i k_0 (i \varepsilon_a E_x - \varepsilon E_y). \quad (65)$$

Запишем (64) и (65) в виде:

$$i k_0 \varepsilon E_x - k_0 \varepsilon_a E_y = \frac{\partial H_z}{\partial y}; \quad (66)$$

$$-k_0 \varepsilon_a E_x - i \varepsilon E_y = \frac{\partial H_z}{\partial x}. \quad (67)$$

Это – система двух алгебраических уравнений для двух неизвестных E_x и E_y .

Решая ее, находим:

$$E_x = \frac{\varepsilon_a}{k_0(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{i\varepsilon}{k_0(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial y}; \quad (68)$$

$$E_y = \frac{i\varepsilon}{k_0(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\varepsilon_a}{k_0(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial y}. \quad (69)$$

При этом первое уравнение (63) удовлетворяется тождественно, в чем можно убедиться непосредственной подстановкой в него выражений (68) и (69).

Введем обозначения:

$$g_m = \frac{1}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)}; \quad (70)$$

$$g_e = \frac{1}{k_0(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)}. \quad (71)$$

В этих обозначениях поля (61), (62) и (68), (69) для обоих типов волн принимают следующий вид.

Поля гиромагнитной волны при заданном поле E_z :

$$H_x = g_m \left(-\mu_a \frac{\partial E_z}{\partial x} + i\mu \frac{\partial E_z}{\partial y} \right); \quad (72)$$

$$H_y = g_m \left(-i\mu \frac{\partial E_z}{\partial x} - \mu_a \frac{\partial E_z}{\partial y} \right). \quad (73)$$

При этом $E_x = E_y = H_z = 0$.

Поля гирозлектрической волны при заданном поле H_z :

$$E_x = g_e \left(\varepsilon_a \frac{\partial H_z}{\partial x} - i\varepsilon \frac{\partial H_z}{\partial y} \right); \quad (74)$$

$$E_y = g_e \left(i\varepsilon \frac{\partial H_z}{\partial x} + \varepsilon_a \frac{\partial H_z}{\partial y} \right). \quad (75)$$

При этом $H_x = H_y = E_z = 0$.

Замечание. До этого места настоящей работы гиромагнитная и гироэлектрическая волны рассматривались наравне друг с другом, так что не отдавалось предпочтения той или другой. Однако следует отметить, что в технике сверхвысоких частот [1-6] в качестве волноведущей среды для устройств обработки информации главную роль в первую очередь играют ферриты, где волна имеет преимущественно гиромагнитный характер. Поэтому дальнейшее рассмотрение посвящено свойствам именно гиромагнитной волны.

4. Общий вид решения для гиромагнитной волны

Определим полный набор полей для гиромагнитной волны. Так полное решение волнового уравнения (49) имеет вид:

$$E_z = (A \cdot e^{-ik_x x} + B \cdot e^{ik_x x}) \cdot e^{-ik_y y}. \quad (76)$$

Находим производные $\partial E_z / \partial x$ и $\partial E_z / \partial y$. Подставляя (76) в (72), (73), с учетом равенства нулю остальных полей, получаем полный набор полей гиромагнитной волны в виде:

$$E_x = 0; \quad (77)$$

$$E_y = 0; \quad (78)$$

$$E_z = (A \cdot e^{-ik_x x} + B \cdot e^{ik_x x}) \cdot e^{-ik_y y}; \quad (79)$$

$$H_x = (A \cdot \nu_a e^{-ik_x x} + B \cdot \nu_b e^{ik_x x}) \cdot e^{-ik_y y}; \quad (80)$$

$$H_y = (A \cdot \eta_a e^{-ik_x x} + B \cdot \eta_b e^{ik_x x}) \cdot e^{-ik_y y}; \quad (81)$$

$$H_z = 0, \quad (82)$$

где введены обозначения:

$$\nu_a = g_m (ik_x \mu_a + k_y \mu); \quad (83)$$

$$\nu_b = g_m (-ik_x \mu_a + k_y \mu); \quad (84)$$

$$\eta_a = g_m (-k_x \mu + ik_y \mu_a); \quad (85)$$

$$\eta_b = g_m(k_x\mu + ik_y\mu_a), \quad (86)$$

а g_m определяется формулой (70).

5. Поля в геометрии задачи Дэймона-Эшбаха

Рассмотрим теперь поля электромагнитной волны в геометрии, принятой в задаче Дэймона-Эшбаха [14,15,21]. Общая геометрия этой задачи показано на рис.2. Из сравнения с рис.1 можно видеть, что здесь все пространство разграничено плоскостями, совпадающими с верхней и нижней поверхностями магнитной пластины. Для определения получившихся трех областей введена их нумерация: №№1, 2, 3.

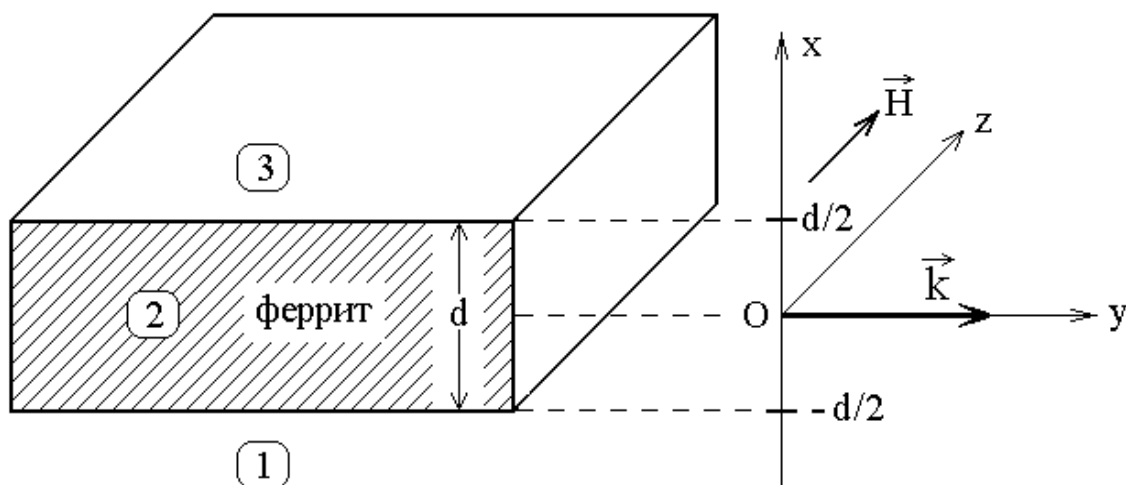


Рис.2. Геометрия задачи Дэймона-Эшбаха [15,16,22].

В соответствии с формулой (76), определяющей поля по координате x , исходя из условия их ограниченности на бесконечности, а также полагая $k_x > 0$, получаем, что в области 1 следует зависимость от координаты x брать в виде $e^{-ik_x x}$, а в области 3 – в виде $e^{ik_x x}$.

С учетом этого обстоятельства запишем поля во всех трех областях.

ОБЛАСТЬ №1 – интервал изменения координаты x : $-\infty \leq x \leq -\frac{d}{2}$.

Поля имеют вид:

$$E_x^{(1)} = 0; \quad (87)$$

$$E_y^{(1)} = 0; \quad (88)$$

$$E_z^{(1)} = A \cdot e^{-ik_x^e x} \cdot e^{-ik_y y}; \quad (89)$$

$$H_x^{(1)} = A \cdot \nu_a^{(1)} e^{-ik_x^e x} \cdot e^{-ik_y y}; \quad (90)$$

$$H_y^{(1)} = A \cdot \eta_a^{(1)} e^{-ik_x^e x} \cdot e^{-ik_y y}; \quad (91)$$

$$H_z^{(1)} = 0. \quad (92)$$

При этом:

$$g_m^{(1)} = \frac{1}{k_0}; \quad (93)$$

$$\nu_a^{(1)} = \frac{k_y}{k_0}; \quad (94)$$

$$\nu_b^{(1)} = \frac{k_y}{k_0}; \quad (95)$$

$$\eta_a^{(1)} = -\frac{k_x^e}{k_0}; \quad (96)$$

$$\eta_b^{(1)} = \frac{k_x^e}{k_0}. \quad (97)$$

ОБЛАСТЬ №2 – интервал изменения координаты x : $-\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2}$.

Поля имеют вид:

$$E_x^{(2)} = 0; \quad (98)$$

$$E_y^{(2)} = 0; \quad (99)$$

$$E_z^{(2)} = (A_2 \cdot e^{-ik_x^i x} + B_2 \cdot e^{ik_x^i x}) \cdot e^{-ik_y y}; \quad (100)$$

$$H_x^{(2)} = (A_2 \cdot v_a^{(2)} e^{-ik_x^i x} + B_2 \cdot v_b^{(2)} e^{ik_x^i x}) \cdot e^{-ik_y y}; \quad (101)$$

$$H_y^{(2)} = (A_2 \cdot \eta_a^{(2)} e^{-ik_x^i x} + B_2 \cdot \eta_b^{(2)} e^{ik_x^i x}) \cdot e^{-ik_y y}; \quad (102)$$

$$H_z^{(2)} = 0. \quad (103)$$

При этом:

$$g_m^{(2)} = \frac{1}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)}; \quad (104)$$

$$v_a^{(2)} = g_m^{(2)}(ik_x^i \mu_a + k_y \mu); \quad (105)$$

$$v_b^{(2)} = g_m^{(2)}(-ik_x^i \mu_a + k_y \mu); \quad (106)$$

$$\eta_a^{(2)} = g_m^{(2)}(-k_x^i \mu + ik_y \mu_a); \quad (107)$$

$$\eta_b^{(2)} = g_m^{(2)}(k_x^i \mu + ik_y \mu_a). \quad (108)$$

ОБЛАСТЬ №3 – интервал изменения координаты x : $\frac{d}{2} \leq x \leq +\infty$.

Поля имеют вид:

$$E_x^{(3)} = 0; \quad (109)$$

$$E_y^{(3)} = 0; \quad (110)$$

$$E_z^{(3)} = B \cdot e^{ik_x^e x} \cdot e^{-ik_y y}; \quad (111)$$

$$H_x^{(3)} = B \cdot v_b^{(3)} e^{ik_x^e x} \cdot e^{-ik_y y}; \quad (112)$$

$$H_y^{(3)} = B \cdot \eta_b^{(3)} e^{ik_x^e x} \cdot e^{-ik_y y}; \quad (113)$$

$$H_z^{(3)} = 0. \quad (114)$$

При этом:

$$g_m^{(3)} = \frac{I}{k_0}; \quad (115)$$

$$v_a^{(3)} = \frac{k_y}{k_0}; \quad (116)$$

$$v_b^{(3)} = \frac{k_y}{k_0}; \quad (117)$$

$$\eta_a^{(3)} = -\frac{k_x^e}{k_0}; \quad (118)$$

$$\eta_b^{(3)} = \frac{k_x^e}{k_0}. \quad (119)$$

6. Граничные условия в геометрии задачи Дэймона-Эшбаха

Граничные условия требуют непрерывности при $x = \pm d/2$ касательных составляющих полей E_z и H_y , в соответствии с (87)-(119), а также нормальной составляющей индукции B_x , определяемой формулой (10):

$$B_x = \mu H_x + i \mu_a H_y. \quad (120)$$

Исходя из таких требований, получаем граничные условия на поверхностях раздела областей 1 и 2, а также 2 и 3, в следующем виде:

$$E_z^{(1)} \Big|_{x=-d/2} = E_z^{(2)} \Big|_{x=-d/2}; \quad (121)$$

$$H_x^{(1)} \Big|_{x=-d/2} = \mu H_x^{(2)} + i \mu_a H_y^{(2)} \Big|_{x=-d/2}; \quad (122)$$

$$H_y^{(1)} \Big|_{x=-d/2} = H_y^{(2)} \Big|_{x=-d/2}; \quad (123)$$

$$E_z^{(2)}|_{x=d/2} = E_z^{(3)}|_{x=d/2}; \quad (124)$$

$$\mu H_x^{(2)} + i\mu_a H_y^{(2)}|_{x=d/2} = H_x^{(3)}|_{x=d/2}; \quad (125)$$

$$H_y^{(2)}|_{x=-d/2} = H_y^{(3)}|_{x=d/2}. \quad (126)$$

7. Дисперсионное соотношение в общем виде

Так как рассматривается гиромагнитная волна, то в граничные условия надо подставлять только те компоненты полей, которые отличны от нуля.

Подставляя решение (87)-(119) в граничные условия (121)-(126) и разделяя на общий множитель $e^{-ik_y y}$, получаем:

из (121):

$$A \cdot e^{i\delta} = A_2 \cdot e^{i\beta} + B_2 \cdot e^{-i\beta}; \quad (127)$$

из (122):

$$A \cdot e^{i\delta} = A_2 \cdot e^{i\beta} + B_2 \cdot e^{-i\beta}; \quad (128)$$

из (123):

$$-A \cdot \frac{k_x^e}{k_0} \cdot e^{i\delta} = -A_2 \cdot i g_m \varepsilon_2 \cdot e^{i\beta} - B_2 \cdot i g_m \varepsilon_1 \cdot e^{-i\beta}; \quad (129)$$

из (124):

$$A_2 \cdot e^{-i\beta} + B_2 \cdot e^{i\beta} = B \cdot e^{i\delta}; \quad (130)$$

из (125):

$$A_2 \cdot e^{-i\beta} + B_2 \cdot e^{i\beta} = B \cdot e^{i\delta}; \quad (131)$$

из (126):

$$-A_2 \cdot i g_m \varepsilon_2 \cdot e^{-i\beta} - B_2 \cdot i g_m \varepsilon_1 \cdot e^{i\beta} = B \cdot \frac{k_x^e}{k_0} \cdot e^{i\delta}, \quad (132)$$

где введены обозначения:

$$\beta = \frac{k_x^i d}{2}; \quad (133)$$

$$\delta = \frac{k_x^e d}{2}. \quad (134)$$

При получении уравнений (127)-(132) использовались значения $V_{a,b}$ и $\eta_{a,b}$ в раскрытом виде (94)-(97), (105)-(108), (116)-(119).

Для $\varepsilon_{1,2}$ введены обозначения:

$$\varepsilon_1 = i k_x^i \mu - k_y \mu_a; \quad (135)$$

$$\varepsilon_2 = -i k_x^i \mu - k_y \mu_a; \quad (136)$$

Также у параметра $g_m^{(2)}$ опущен верхний индекс «2», так что величина g_m в этих уравнениях определяется формулой (104):

$$g_m = \frac{1}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)}. \quad (137)$$

Введем новые обозначения:

$$\eta_1 = \frac{-k_x^i \mu - i k_y \mu_a}{\mu^2 - \mu_a^2}; \quad (138)$$

$$\eta_2 = \frac{k_x^i \mu - i k_y \mu_a}{\mu^2 - \mu_a^2}. \quad (139)$$

С использованием этих обозначений получаем:

$$i g_m \varepsilon_1 = \frac{\eta_1}{k_0}; \quad (140)$$

$$i g_m \varepsilon_2 = \frac{\eta_2}{k_0}. \quad (141)$$

Введение этих обозначений позволяет освободиться от записи дробей в формулах (129) и (132).

Уравнения (127) и (128) совпадают, уравнения (130) и (131) также совпадают, поэтому из шести уравнений (127)-(132) остаются только четыре. В результате система (127)-(132) сводится к следующей:

$$B_2 \cdot \eta_1 e^{-i\beta} + A_2 \cdot \eta_2 e^{i\beta} - A \cdot k_x^e e^{i\delta} = 0; \quad (142)$$

$$B_2 \cdot \eta_1 e^{i\beta} + A_2 \cdot \eta_2 e^{-i\beta} + B \cdot k_x^e e^{i\delta} = 0; \quad (143)$$

$$B_2 \cdot e^{-i\beta} + A_2 \cdot e^{i\beta} - A \cdot e^{i\delta} = 0; \quad (144)$$

$$B_2 \cdot e^{i\beta} + A_2 \cdot e^{-i\beta} - B \cdot e^{i\delta} = 0. \quad (145)$$

Эта система уравнений по структуре совпадает с подобной системой, получаемой при решении классической задачи Дэймона-Эшбаха в приближении магнитостатики, имеющей вид [15, формулы (2.271)-(2.274)]:

$$A_2 \cdot \varepsilon_1 e^{-i\rho} + B_2 \cdot \varepsilon_2 e^{i\rho} - A \cdot k_x^e e^{-\delta} = 0; \quad (146)$$

$$A_2 \cdot \varepsilon_1 e^{i\rho} + B_2 \cdot \varepsilon_2 e^{-i\rho} + B \cdot k_x^e e^{-\delta} = 0; \quad (147)$$

$$A_2 \cdot e^{-i\rho} + B_2 \cdot e^{i\rho} - A \cdot e^{-\delta} = 0; \quad (148)$$

$$A_2 \cdot e^{i\rho} + B_2 \cdot e^{-i\rho} - B \cdot e^{-\delta} = 0. \quad (149)$$

По сравнению с классической системой здесь присутствуют замены $\varepsilon_{1,2}$ на $\eta_{1,2}$, а также $-\delta$ на $i\delta$. Замены ρ на β , а также A_2 на B_2 и B_2 на A_2 принципиальной важности не имеют, так как сводятся к обозначениям. Замена $-\delta$ на $i\delta$ дисперсионного соотношения не меняет, так как это – общий множитель 3 и 4 столбцов определителя системы, который выносится за знак определителя, то есть при приравнении определителя к нулю, пропадает.

Таким образом, определитель системы (142)-(145) имеет вид:

$$D_0 = e^{2i\delta} \cdot \begin{vmatrix} \eta_1 e^{-i\beta} & \eta_2 e^{i\beta} & -k_x^e & 0 \\ \eta_1 e^{i\beta} & \eta_2 e^{-i\beta} & 0 & k_x^e \\ e^{-i\beta} & e^{i\beta} & -1 & 0 \\ e^{i\beta} & e^{-i\beta} & 0 & -1 \end{vmatrix}. \quad (150)$$

Равенство нулю этого определителя дает дисперсионное соотношение:

$$\frac{e^{2i\beta} - e^{-2i\beta}}{e^{2i\beta} + e^{-2i\beta}} = \frac{k_x^e(\eta_2 - \eta_1)}{(k_x^e)^2 - \eta_1\eta_2}. \quad (151)$$

Можно видеть, что по структуре это дисперсионное соотношение аналогично подобному соотношению в классической задаче Дэймона-Эшбаха [16, формула (2.279)].

Замечание. Следует заметить, что здесь k_x^e , несмотря на сходство обозначений, имеет не тот физический смысл, что в классической задаче Дэймона-Эшбаха [15], а отличается на i , так как зависимость от x в классической задаче Дэймона-Эшбаха имеет вид $e^{k_x^e x}$, а здесь: $e^{-ik_x^e x}$. Поэтому k_x^e здесь соответствует ik_x^e задачи Дэймона-Эшбаха. По той же причине A_2 и B_2 меняются местами. Соотношения между этими параметрами можно более подробно проследить из сравнения приведенной здесь формулы (76) с формулами (2.223)-(2.225) в работе [15].

8. Дисперсионное соотношение, выраженное через волновое число вдоль направления распространения волны

В предыдущем разделе получено дисперсионное соотношение (151), по форме подобное таковому в задаче Дэймона-Эшбаха. Однако входящие в него промежуточные выражения зависят от волнового числа k , определяющего

распространение волны вдоль оси Oy , неявным образом – через посредство волновых чисел k_x^e и k_x^i , входящих в параметры β , η_1 , η_2 . Поэтому главная задача настоящего раздела – освободить дисперсионное соотношение от вспомогательных волновых чисел k_x^e и k_x^i , так чтобы оно определялось только единственным волновым числом k , соответствующим распространению волны вдоль оси Oy .

Будем исходить из дисперсионного соотношения (151), имеющего вид:

$$\frac{e^{2i\beta} - e^{-2i\beta}}{e^{2i\beta} + e^{-2i\beta}} = \frac{k_x^e(\eta_2 - \eta_1)}{(k_x^e)^2 - \eta_1\eta_2}, \quad (152)$$

где согласно (133), (138), (139):

$$\beta = \frac{k_x^i d}{2}; \quad (153)$$

$$\eta_1 = \frac{-k_x^i \mu - i k_y \mu_a}{\mu^2 - \mu_a^2}; \quad (154)$$

$$\eta_2 = \frac{k_x^i \mu - i k_y \mu_a}{\mu^2 - \mu_a^2}. \quad (155)$$

Рассмотрим входящие в эти выражение волновые числа k_y , k_x^e и k_x^i , а именно: выразим их через волновое число k вдоль направления распространения волны. Поскольку далее рассматриваются волны, распространяющиеся только вдоль оси Oy , то сразу заменяем обозначение волнового числа по этой оси k_y на k :

$$k_y = k. \quad (156)$$

Далее, в соответствии с (53), получаем:

$$(k_x)_m = \sqrt{-k_m^2 + b_e}, \quad (157)$$

где индекс « m » означает, что рассматривается волновое число с учетом магнитных свойств среды.

В этой формуле, согласно (41), используется выражение:

$$b_e = k_0^2 \varepsilon_{//} \cdot \frac{\mu^2 - \mu_a^2}{\mu}. \quad (158)$$

Вне магнитной пластины $\mu = 1$, $\mu_a = 0$, так что $b_e \rightarrow k_0^2 \varepsilon_{//}$.

С учетом этого, из (157) получаем:

вне магнитной пластины:

$$k_x^e = i \sqrt{k^2 - k_0^2 \varepsilon_{//}}; \quad (159)$$

внутри магнитной пластины:

$$k_x^i = i \sqrt{k^2 - b_e} = ik \cdot \sqrt{1 - \frac{b_e}{k^2}}. \quad (160)$$

Введем обозначение:

$$\alpha_0 = \sqrt{1 - \frac{b_e}{k^2}}. \quad (161)$$

С учетом (158) это выражение принимает вид:

$$\alpha_0 = \sqrt{1 - \frac{k_0^2}{k^2} \cdot \frac{\varepsilon_{//} (\mu^2 - \mu_a^2)}{\mu}}. \quad (162)$$

С этим обозначением, из (160) получаем:

$$k_x^i = ik \alpha_0. \quad (163)$$

С учетом (153) и (163) показатель экспоненты в (152) принимает вид:

$$2i\beta = -kd\alpha_0. \quad (164)$$

Подставляя в левую часть соотношения (152) и меняя порядок слагаемых в числителе, получаем:

$$\frac{e^{2i\beta} - e^{-2i\beta}}{e^{2i\beta} + e^{-2i\beta}} = - \frac{e^{kd\alpha_0} - e^{-kd\alpha_0}}{e^{kd\alpha_0} + e^{-kd\alpha_0}}. \quad (165)$$

Рассмотрим теперь правую часть соотношения (152), для чего условно обозначим ее через A :

$$A = \frac{k_x^e(\eta_2 - \eta_1)}{(k_x^e)^2 - \eta_1\eta_2}. \quad (166)$$

Исходя из (154), (155), с учетом (156), (163), найдем входящие в это выражение комбинации параметров η_1 и η_2 :

$$\eta_2 - \eta_1 = \frac{2k_x^i\mu}{\mu^2 - \mu_a^2}; \quad (167)$$

$$\eta_1\eta_2 = \frac{k^2(\alpha_0^2\mu^2 - \mu_a^2)}{(\mu^2 - \mu_a^2)^2}. \quad (168)$$

Числитель выражения (152), с учетом (159) и (167), принимает вид:

$$k_x^e(\eta_2 - \eta_1) = - \frac{2k\mu\alpha_0\sqrt{k^2 - k_0^2\varepsilon_{||}}}{\mu^2 - \mu_a^2}. \quad (169)$$

Знаменатель выражения (152), с учетом (159) и (168), принимает вид:

$$(k_x^e)^2 - \eta_1\eta_2 = - \frac{(k^2 - k_0^2\varepsilon_{||}) + k^2(\alpha_0^2\mu^2 - \mu_a^2)}{(\mu^2 - \mu_a^2)^2}. \quad (170)$$

Подставляя (169), (170) в (166), разделяя числитель и знаменатель получающейся дроби на $(\mu^2 - \mu_a^2)$, вынося в знаменателе за скобку корень

$\sqrt{k^2 - k_0^2\varepsilon_{||}}$, после чего, вынося минус в знаменателе, получаем:

$$A = - \frac{2\mu\alpha_0k}{\sqrt{k^2 - k_0^2\varepsilon_{||}} \cdot \left\{ \mu^2 - \mu_a^2 + \frac{k^2}{k^2 - k_0^2\varepsilon_{||}} \cdot \frac{\alpha_0^2\mu^2 - \mu_a^2}{\mu^2 - \mu_a^2} \right\}}. \quad (171)$$

Введем обозначение:

$$\beta_0 = \frac{\sqrt{k^2 - k_0^2 \varepsilon_{//}}}{k} \cdot \left\{ \mu_a^2 - \mu^2 - \frac{k^2}{k^2 - k_0^2 \varepsilon_{//}} \cdot \frac{\alpha_0^2 \mu^2 - \mu_a^2}{\mu^2 - \mu_a^2} \right\}. \quad (172)$$

С этим обозначением (171) принимает вид:

$$A = -\frac{2\mu\alpha_0}{\beta_0}. \quad (173)$$

Подставляя это выражение в (152), учитывая (165) и умножая обе части на минус единицу, получаем:

$$\frac{e^{kd\alpha_0} - e^{-kd\alpha_0}}{e^{kd\alpha_0} + e^{-kd\alpha_0}} = \frac{2\mu\alpha_0}{\beta_0}, \quad (174)$$

где α_0 и β_0 определяются выражениями (162) и (172).

Это выражение и является искомым дисперсионным соотношением, содержащим волновое число k , которое определяет распространение волны вдоль оси Oy .

Можно видеть, что оно по форме совпадает с аналогичным соотношением в задаче Дэймона-Эшбаха [15, формулы (2.296), (2.297)], так что его можно выразить через котангенс.

При α_0 действительном, волновое число внутри пластины, согласно (163), будет мнимым, так что, с учетом того, что в соответствии с (76) зависимость поля волны от координаты x имеет вид $\exp(\pm ik_x x)$, показатель экспоненты будет действительным, так что поле волны будет спадать внутрь пластины от поверхности по экспоненциальному закону.

Заметим, что вне магнитной пластины, согласно (159), поле волны спадает при любом значении волнового числа k , достаточно лишь, чтобы скорость волны была меньше скорости света в среде, что соответствует спаду поля волны к нулю на бесконечности.

Итак, при действительном значении α_0 волна будет поверхностной и котангенс будет гиперболическим. В этом случае дисперсионное соотношение принимает вид:

$$\beta_0 - 2\mu\alpha_0 \operatorname{cth}(kd\alpha_0) = 0. \quad (175)$$

Аналогично можно видеть, что при мнимом значении α_0 волна будет объемной, а котангенс – тригонометрическим, так что дисперсионное соотношение принимает вид:

$$\beta_0 - 2\mu|\alpha_0| \operatorname{ctg}(kd|\alpha_0|) = 0. \quad (176)$$

Заметим, однако, что в отличие от классической задачи Дэймона-Эшбаха, соотношение (175), (176) нельзя аналитически разрешить относительно волнового числа k , как это сделано в работе [15, формула (2.306)]. Причиной такой неразрешимости является тот факт, что волновое число k , кроме котангенса, входит также в выражения для α_0 и β_0 , определяемые формулами (162) и (172).

В этом случае для построения дисперсионной кривой, то есть зависимости частоты от волнового числа, где частота, в соответствии с (20), входит в параметр k_0 , можно воспользоваться численным решением уравнения (174), с помощью алгоритма поиска нуля с определенным шагом.

При этом, поскольку при заданном волновом числе дисперсионная кривая может иметь несколько ветвей, расположенных друг над другом, то во избежание неоднозначности, удобнее задавать по шагам не волновое число, а частоту, после чего при каждом таком значении частоты путем поиска нуля определять волновое число.

9. Дисперсия гиромагнитной волны

Будем рассматривать распространение гиромагнитной волны в геометрии, показанной на рис.1, в основе которой лежит магнитная пластина, намагниченная в плоскости. Система координат – $Oxyz$, плоскость Oxy совпадает с плоскостью пластины, ось Ox ей перпендикулярна. Поле направлено вдоль оси Oz , волна распространяется вдоль оси Oy .

Будем исходить из дисперсионного соотношения (174), имеющего вид:

$$\frac{e^{kd\alpha_0} - e^{-kd\alpha_0}}{e^{kd\alpha_0} + e^{-kd\alpha_0}} = \frac{2\mu\alpha_0}{\beta_0}, \quad (177)$$

где α_0 и β_0 определяются выражениями (162) и (172):

$$\alpha_0 = \sqrt{1 - \frac{k_0^2}{k^2} \cdot \frac{\varepsilon_{||}(\mu^2 - \mu_a^2)}{\mu}}; \quad (178)$$

$$\beta_0 = \frac{\sqrt{k^2 - k_0^2 \varepsilon_{||}}}{k} \cdot \left\{ \mu_a^2 - \mu^2 - \frac{k^2}{k^2 - k_0^2 \varepsilon_{||}} \cdot \frac{\alpha_0^2 \mu^2 - \mu_a^2}{\mu^2 - \mu_a^2} \right\}. \quad (179)$$

Это дисперсионное соотношение решается методом поиска нуля.

Рассмотрим процедуру поиска нуля, сначала на примере поверхностной волны. В соответствии с (175), введем вспомогательную функцию, нуль которой будем искать:

$$y_I = th(kd\alpha_0) - \frac{2\mu\alpha_0}{\beta_0}. \quad (180)$$

Далее с этой функцией выполняются следующие действия. Задается какое-то значение частоты. При этом изменяется волновое число с определенным шагом в пределах требуемого диапазона. На каждом шаге вычисляется функция y_I . При этом знаки двух следующих друг за другом значений y_I сравниваются между собой. Если знак y_I на шаге не меняется, то осуществляется переход к следующему шагу. Если знак меняется, то это является сигналом, что между

этими шагами функция y_1 проходит через нуль. Полученное таким образом значение волнового числа и принимается за искомое, соответствующее решению дисперсионного соотношения. В случае необходимости повышения точности решения, после первой регистрации изменения знака осуществляется возвращение на шаг назад, после чего шаг уменьшается в несколько раз (обычно в десять) и интервал между двумя шагами проходится снова. Эта процедура повторяется до тех пор, пока требуемая точность не будет достигнута.

После того, как значение волнового числа, удовлетворяющего уравнению (177), будет найдено, выполняется шаг по частоте и для нового значения частоты вся процедура нахождения волнового числа повторяется снова. Прохождение частоты по шагам во всем требуемом диапазоне позволяет найти зависимость волнового числа от частоты, которая и представляет собой искомую дисперсионную кривую.

В предыдущих разделах показано, что в зависимости от заданного значения частоты параметр α_0 может быть как действительным, так и мнимым (то есть знак выражения под корнем может быть как положительным, так и отрицательным). При этом действительному значению α_0 соответствует поверхностная волна, а мнимому – объемная. В случае объемных волн для поиска нуля вместо (180) должна использоваться следующая вспомогательная функция:

$$y_2 = \operatorname{tg}(k d |\alpha_0|) - \frac{2 \mu |\alpha_0|}{\beta_0}. \quad (181)$$

В остальном процедура построения дисперсионной зависимости для объемных волн полностью совпадает с таковой для поверхностных волн.

Приведем некоторые рисунки, полученные из решения дисперсионного соотношения (177) методом поиска нуля.

На рис.3 приведены дисперсионные кривые в большом интервале волновых чисел. Кривая 1 построена по классической формуле Дэймона-Эшбаха [15, с точностью до обозначения β , формула (2.370)]:

$$\beta - 2\mu\alpha \operatorname{cth}(kd\alpha) = 0. \quad (182)$$

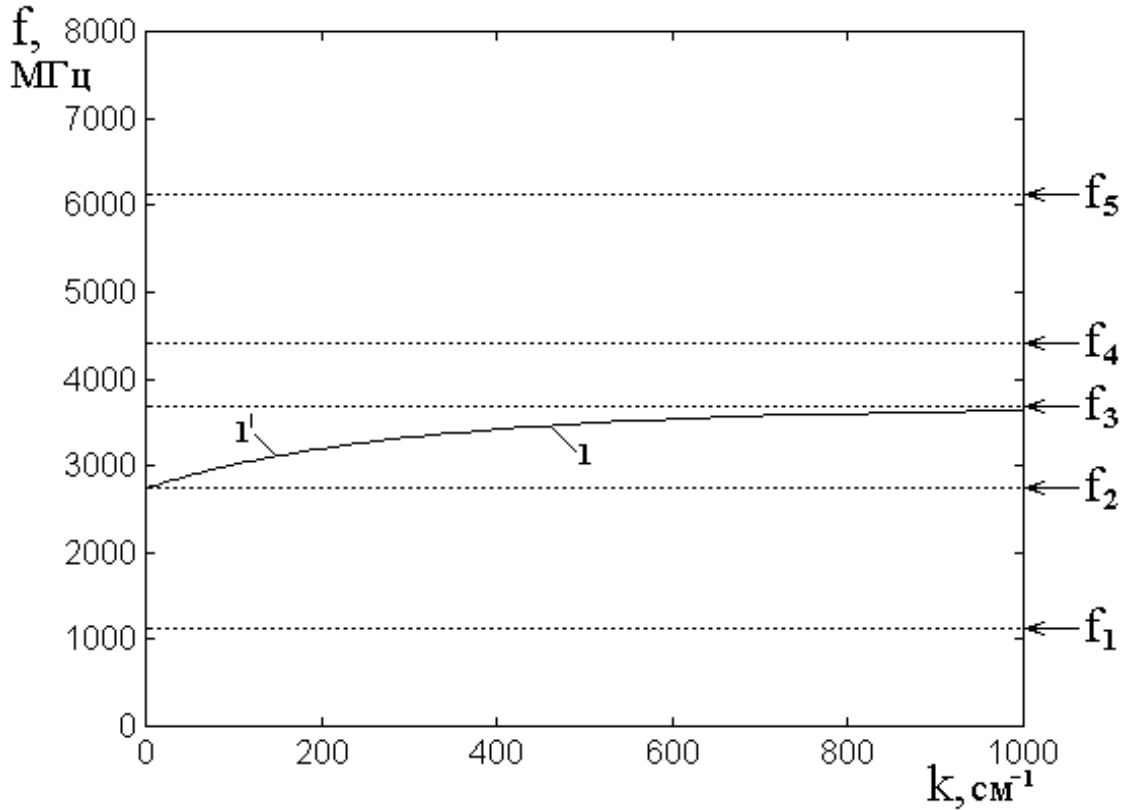


Рис.3. Дисперсионная кривая для поверхностной волны Дэймона-Эшбаха 1 и для гиромагнитной волны 1' (при $\varepsilon = 1$).

Общие параметры построения: $4\pi M_0 = 1750$ Гс; $d = 15$ мкм; $H = 437,5$ Э.

Кривая 1' построена по приведенному выше дисперсионному соотношению для гиромагнитной волны, где полагается, что параметр α_0 – действительный, то есть с помощью функции y_1 . При этом в обоих случаях волна является поверхностной.

Характерные частоты (показаны горизонтальными точечными линиями) получаются из анализа расходимостей выражений для магнитной восприимчивости. Пример такого анализа можно найти в работах [15,21]. Эти частоты следующие:

$$f_1 = \gamma \cdot H = 1125 \text{ Э}; \quad (183)$$

$$f_2 = \gamma \cdot \sqrt{H(H + 4\pi M_0)} = 2739 \text{ Э}; \quad (184)$$

$$f_3 = \gamma \cdot (H + 2\pi M_0) = 3675 \text{ Э}; \quad (185)$$

$$f_4 = \gamma \cdot \sqrt{(H + 2\pi M_0)^2 + (2\pi M_0)^2} = 4417 \text{ Э}; \quad (186)$$

$$f_5 = \gamma \cdot (H + 4\pi M_0) = 6125 \text{ Э}. \quad (187)$$

Интервал существования классической поверхностной волны Дэймона-Эшбаха, получаемой в магнитостатическом приближении, заключен между частотами f_2 и f_3 . В области между частотами f_3 и f_4 магнитостатическое приближение дает существование обратной поверхностной волны диссипативного типа, то есть существующее только в среде с затуханием [22-25]. Другие решения магнитостатическое приближение получить не позволяет.

Из рисунка можно видеть, что обе дисперсионные кривые 1 и 1' полностью совпадают. Это происходит потому, что полная электродинамика начинает работать отлично от магнитостатики только при малых значениях волнового числа, то есть когда длина магнитостатической волны на заданной частоте становится сравнимой с длиной электромагнитной волны на той же частоте.

Волновое число электромагнитной волны в свободном пространстве, определяется по формуле [26,27] (подобной (20)):

$$k = \frac{2\pi f}{c}, \quad (188)$$

где c – скорость света.

Для частоты 3000 МГц волновое число равно $0,628 \text{ см}^{-1}$. То есть, в соответствии с масштабом, принятым на рис.3, различие между той и другой дисперсионными кривыми может наблюдаться только вблизи левой вертикальной границы рисунка в пределах интервала, сравнимого с шириной линии чертежа. Очевидно, такое различие на рисунке представлено быть не

может, что и находит свое выражение в совпадении кривых 1 и 1'. Более подробно вопрос о корректности и условиях применимости магнитостатического приближения можно найти в [21, стр.63-68].

Перейдем теперь к рассмотрению дисперсии гиромагнитной волны в области малых значений волнового числа.

Предварительный анализ показывает, что параметр α_0 является действительным в интервале между частотами f_2 и f_4 , так что в этом интервале гиромагнитная волна является поверхностной. Вне этого интервала, то есть ниже f_2 и выше f_4 , параметр α_0 (по крайней мере, при $k \geq k_0$, то есть при фазовой скорости волны не больше скорости света), является мнимым, так что здесь волны являются объемными. В первом случае для поиска нуля следует пользоваться функцией y_1 , а во втором – функцией y_2 . Рассмотрим сначала первый случай.

На рис.4 приведены дисперсионные кривые в малом интервале волновых чисел вблизи нуля. Обе кривые построены по дисперсионному соотношению (177) для гиромагнитной волны методом поиска нуля при задании шага по частоте.

Кривая 1 соответствует начальному участку кривой 1' на рис.3. В принятом на рис.2 интервале изменения волнового числа этот начальный участок с высокой точностью представляет собой прямую горизонтальную линию на частоте f_2 . Кривая 2 на рис.3 не нанесена, так как там ее изогнутый участок, заметно отличающийся от горизонтальной прямой на частоте f_4 , совпадает с вертикальной осью на левой стороне рисунка.

Из рисунка можно видеть, что в полной электродинамике, кроме основной ветви поверхностной волны 1, существует также другая поверхностная ветвь 2, расположенная выше по частоте.

При учете диссипации в этой области существует диссипативная ветвь, имеющая обратный характер [22-25].

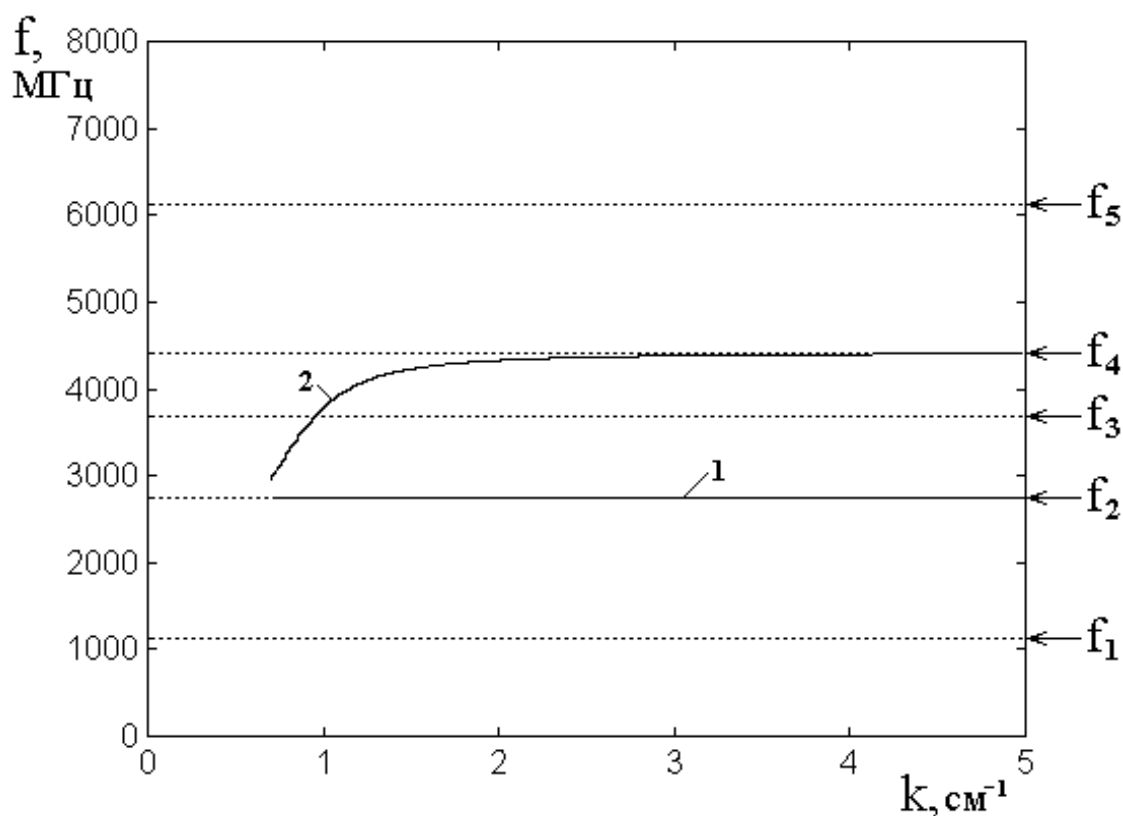


Рис.4. Дисперсионные кривые для гиромагнитной волны при малых значениях волнового числа.

- 1 – основная ветвь, совпадающая с получаемой в рамках магнитостатики;
- 2 – дополнительная ветвь, в рамках магнитостатики отсутствующая.

Параметры те же, что приняты при построении рис.3.

Больше никаких ветвей поверхностных волн соотношение (177) не дает, так как при выходе за пределы интервала частот между f_2 и f_4 выражение (178) для α_0 становится мнимым. Это означает, что вне интервала между f_2 и f_4 гиромагнитная волна является объемной. При этом надо пользоваться вспомогательной функцией y_2 (181).

В этом случае решение методом поиска нуля приводит к картине, показанной на рис.5. Кривые на рисунке построены путем задания частоты с определенным шагом и изменении волнового числа от нуля до 5 см^{-1} . При этом регистрировался знак функции y_2 , задаваемой формулой (181). Таким образом, зачерненные и светлые области соответствуют различным знакам левой части

соотношения (177). То есть в пределах областей того или другого цвета знак левой части сохраняется, а на границах – меняется на противоположный.

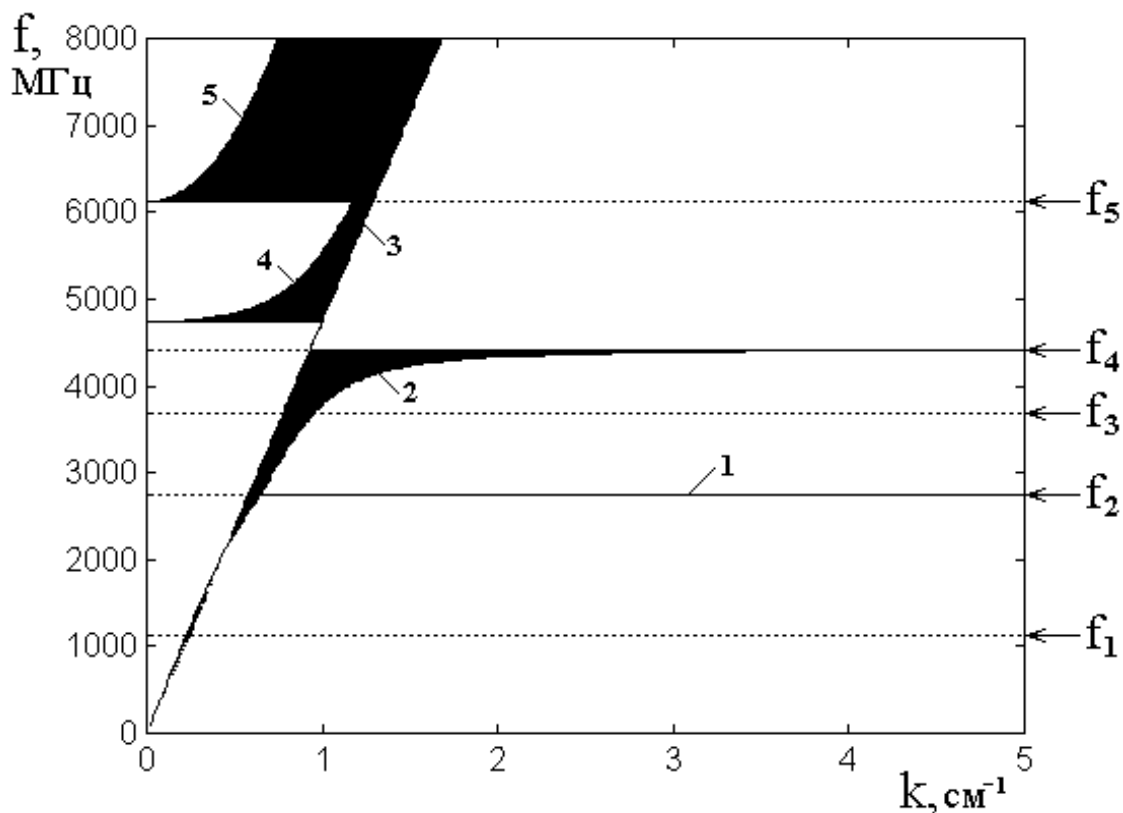


Рис.5. Области различных знаков параметров y_1 и y_2 , получаемые при учете мнимого значения α_0 . Нумерация кривых пояснена в тексте. Параметры те же, что приняты при построении рис.3 и рис.4.

Из рисунка можно видеть, что кривая 1, соответствующая классическому соотношению Дэймона-Эшбаха, полностью сохраняется (совпадает с таковой на рис.2). Кривая 2, представляющая собой правую границу зачерненной области между частотами f_2 и f_4 , также полностью соответствует кривой 2 на рис.4.

Однако на левой границе той же области левая часть дисперсионного соотношения также меняет знак. В области частот выше f_4 , кроме того еще и на правой границе зачерненных областей знак функции y_2 также изменяется.

В окрестности частоты f_1 , по-видимому, также имеет место изменение знака, связанное с особенностями μ и μ_a вблизи частоты ферромагнитного резонанса. Однако оно происходит здесь дважды в очень узком интервале изменения волнового числа, вследствие чего зачерненная область сливается в единую линию. Ввиду незначительности своего проявления, здесь тонкая структура этой линии более подробно не исследовалась.

Из всего представленного на рис.5 интервала частот можно видеть, что вариации знака в ту или иную сторону имеют место на прямой линии 3, проходящей через нуль частоты и волнового числа. Такой закон дисперсии соответствует распространению волны в свободном пространстве со скоростью света.

Следует отметить, что слева от этой прямой также имеются линии 4 и 5, на которых u_2 также меняет знак. Эти линии соответствуют случаю, когда фазовая скорость волны превышает скорость света. Можно полагать, что с физической стороны эти линии являются нереализуемыми, так как согласно специальной теории относительности [28,29], в свободном пространстве групповая скорость распространения волны, совпадающая в этом случае с ее фазовой скоростью, значения скорости света превышать не может. Несколько слов по этому вопросу будет сказано далее.

Здесь же вернемся к рассмотрению рис.5 и выделим на нем те линии, которые соответствуют изменению знака параметров u_1 и u_2 . Полученные линии представлены на рис.6. Эти линии как раз и представляют собой дисперсионные кривые, определяемые соотношением (177). Нумерация кривых сохранена той же, что на рис.5.

Здесь кривые 1 и 2, как и ранее, соответствуют поверхностным волнам, а остальные – объемным. При этом кривая 3 (представляющая собой прямую линию) – соответствует дисперсии электромагнитной волны в свободном пространстве. Кривые 4 и 5 – нереализуемым ветвям объемных волн.

Примечательно отметить, что в области выше f_5 прямая 3 имеет прямолинейное же продолжение 6, отмеченное пунктиром. На этой линии происходит изменение знака y_2 , однако несколько левее проходит другая линия изменения знака, являющаяся продолжением кривой 4 (отмечена сплошной линией). На этой линии также происходит изменение знака y_2 , то есть можно полагать, что между ней и линией 6 имеет место еще одно изменение знака, возвращающее его к тому, значению, которое было левее этой линии. Можно видеть, что область между кривой 6 и продолжением кривой 4 является довольно узкой и по мере увеличения частоты сужается. Ввиду узости этой области, а также ее расположения левее линии 3, соответствующей скорости света, более подробно ее структура в настоящей работе не исследовалась.

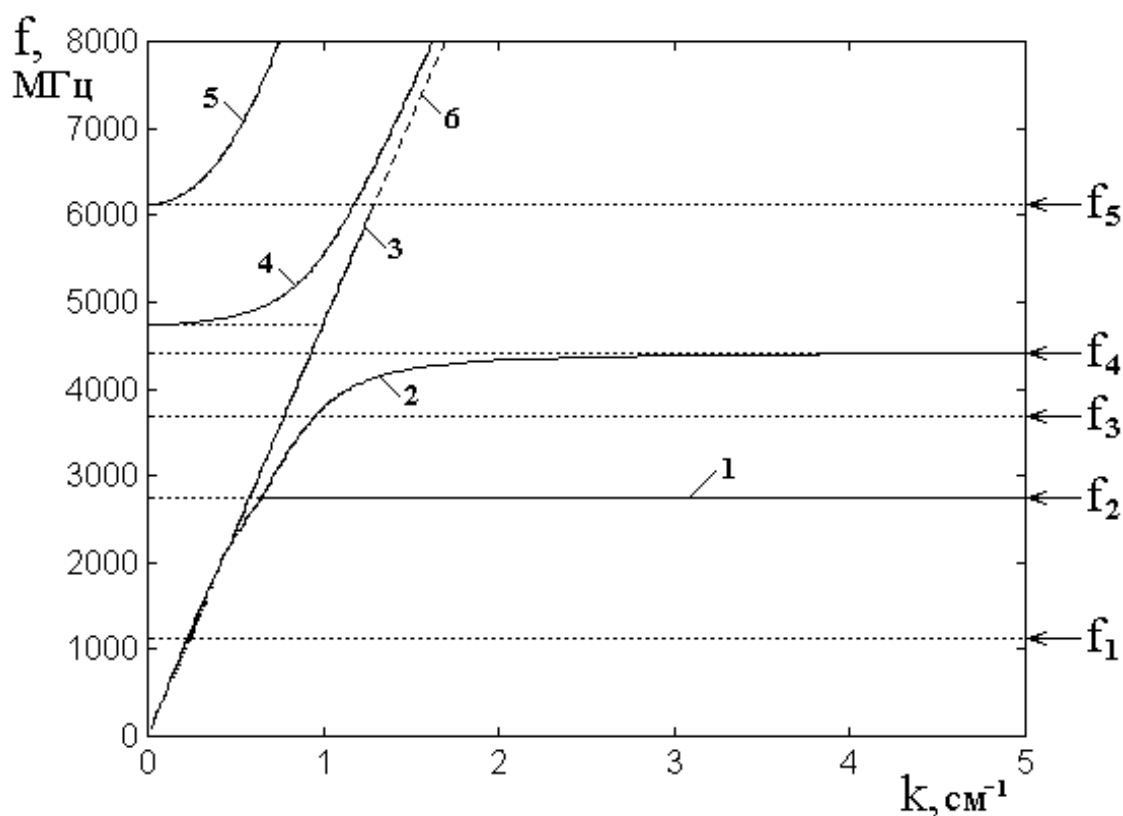


Рис.6. Дисперсионные кривые для гиромагнитной волны, получаемые при учете мнимого значения α_0 . Нумерация кривых и параметры построения – те же, что приняты при построении рис.5.

Следует отметить еще две особенности полученных кривых.

Первая состоит в том, что дисперсионная кривая 2 на частоте f_2 начинается не на кривой 3, а отстоит от нее на промежуток, приблизительно равный $0,03 \text{ см}^{-1}$. Ниже этой частоты кривые 2 и 3 также несколько расходятся, однако по мере снижения частоты промежуток между ними уменьшается, стремясь к нулю. Выше частоты f_2 волна, соответствующая кривой 2, является поверхностной, а ниже – объемной. Можно полагать, что наблюдаемый характер соотношения кривых 2 и 3 обусловлен особенностями конкретного вида зависимости компонент проницаемости μ и μ_a от частоты. Более подробно с характером такой зависимости μ и μ_a , в том числе с учетом затухания, можно познакомиться по работе [21, стр.56-63].

Вторая особенность состоит в наличии участка на кривой 3, начинающегося на частоте f_4 и заканчивающегося несколько выше в точке, соответствующей горизонтальной касательной к кривой 4 на линии начала координат. В этой области частот, шириной около 400 МГц, изменение знака u_2 хотя и происходит, но он очень быстро возвращается обратно, так что точки изменения знака туда и обратно по волновому числу сливаются с одну сплошную линию. То есть в этом интервале частот гироманнитная волна, будучи объемной, практически ничем не отличается от простой электромагнитной волны в среде, где магнитные свойства отсутствуют. Заметим, что и выше по частоте, благодаря нереализуемости левых ветвей кривых 4 и 5, волна имеет также чисто электромагнитный характер, соответствующий свободному пространству. Не так однако обстоит дело в случае отличной от единицы диэлектрической проницаемости среды, к рассмотрению чего и перейдем далее.

На рис.7 показаны те же зависимости, что и на рис.5, с тем отличием, что здесь диэлектрическая проницаемость среды отлична от единицы и в данном случае равна пяти.

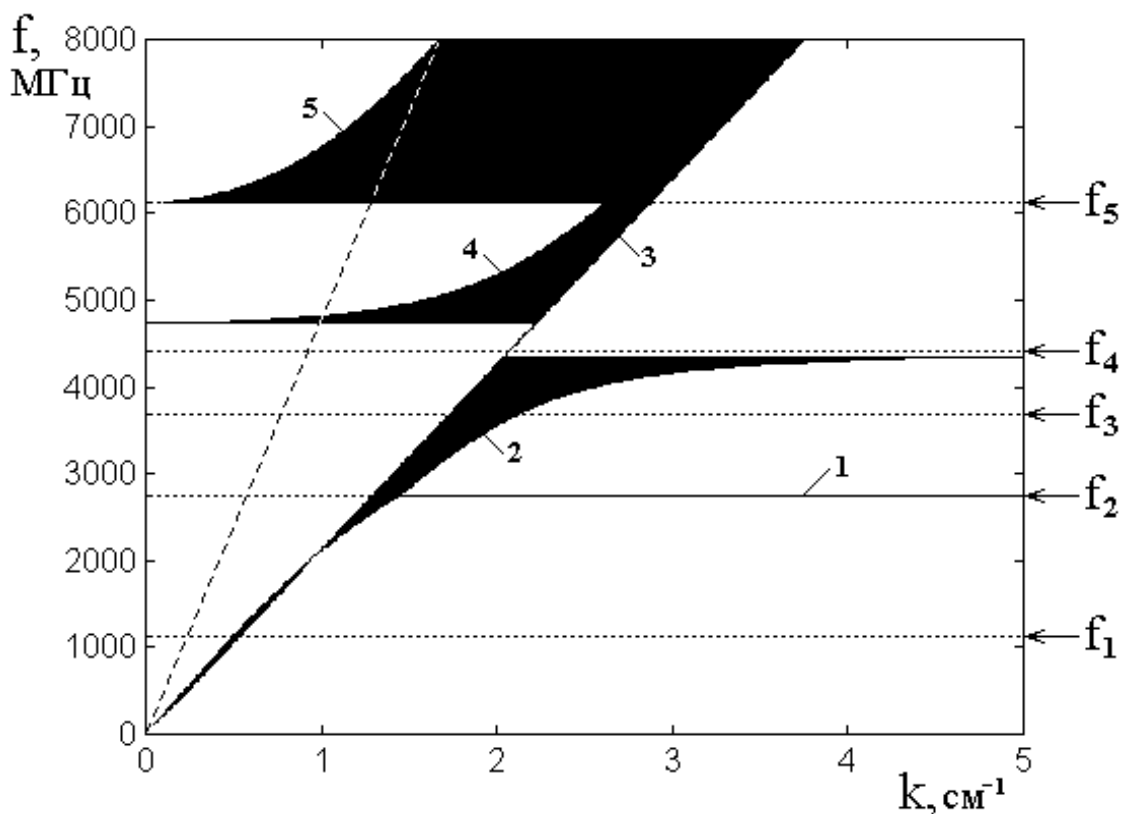


Рис.7. Области различных знаков параметров y_1 и y_2 , получаемые при учете мнимого значения α_0 при диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{//} = 5$. Остальные параметры и нумерация кривых – те же, что на рис.5.

Из рисунка можно видеть, что вся картина, представленная на рис.5, здесь подобным образом наклонена в направлении увеличения волнового числа (направо по рисунку). Такой наклон является строго пропорциональным параллельным переносом всех кривых направо с числовым коэффициентом равным $\sqrt{\varepsilon_{//}} \approx 2,236$, что соответствует известному закону умножения волнового числа в среде, на коэффициент, равный $\sqrt{\varepsilon\mu}$ [26,27]. Частотные особенности всех кривых, отмеченные применительно к рис.5, полностью сохраняются. Однако следует отметить, что здесь линия 3 проходит заметно правее аналогичной кривой на рис.5 (линия, соответствующая 3 на рис.5, здесь показана пунктиром), так что, по крайней мере, какие-то части кривых 4 и 5 располагаются правее кривой 3 рис.5. То есть для таких кривых запрет

превышения скорости света над таковой в свободном пространстве снимается, так что реализация объемных волн, соответствующих допустимым частям кривых 4 и 5, становится возможной, что соответствует появлению новых ветвей в спектре объемных гиромагнитных волн.

Заметим однако, что такая реализация может сопровождаться явлениями релятивистского характера, подобными эффекту Черенкова-Вавилова [28,29], так что этот вопрос требует отдельного рассмотрения.

Вернемся еще раз к рассмотрению поверхностных гиромагнитных волн и в первую очередь установим, как сказывается на них влияние отличной от единицы диэлектрической проницаемости.

Выше отмечено, что отличие магнитостатического приближения от решения в рамках полной электродинамики существенно может сказываться только в области малых волновых чисел, где длина магнитостатической волны становится того же порядка, что и длина электромагнитной. Однако на рис.4 такое различие проявляется лишь в появлении новой ветви поверхностных волн (кривая 2), в магнитостатическом приближении отсутствующей.

С другой стороны, длина электромагнитной волны сильно зависит от диэлектрической проницаемости среды, в которой эта волна распространяется. Чтобы более наглядно выявить роль диэлектрической проницаемости, воспользуемся логарифмическим масштабом, что позволит как растянуть начальный участок, так и охватить значительный диапазон изменения волнового числа.

Соответствующие зависимости для двух случаев $\varepsilon_{//} = 1$ (кривая (2) и $\varepsilon_{//} = 5$ (кривая 3) показаны на рис.8. Обе эти кривые соответствуют высокочастотной ветви поверхностной гиромагнитной волны. Здесь кривая 2 соответствует кривой 2 на рис.4 (или кривой 2 на рис.6), а кривая 3 – кривой 2 (нижнему краю зачерненной области) на рис.7.

При построении кривой 1, соответствующей нижней ветви дисперсионной зависимости, использовались оба значения диэлектрической

проницаемости. Подобное же построение было предпринято в магнитостатическом приближении (где учет диэлектрической проницаемости отсутствует). Однако во всех трех случаях какого-либо различия кривых, во всяком случае, в пределах ширины линии чертежа, обнаружено не было.

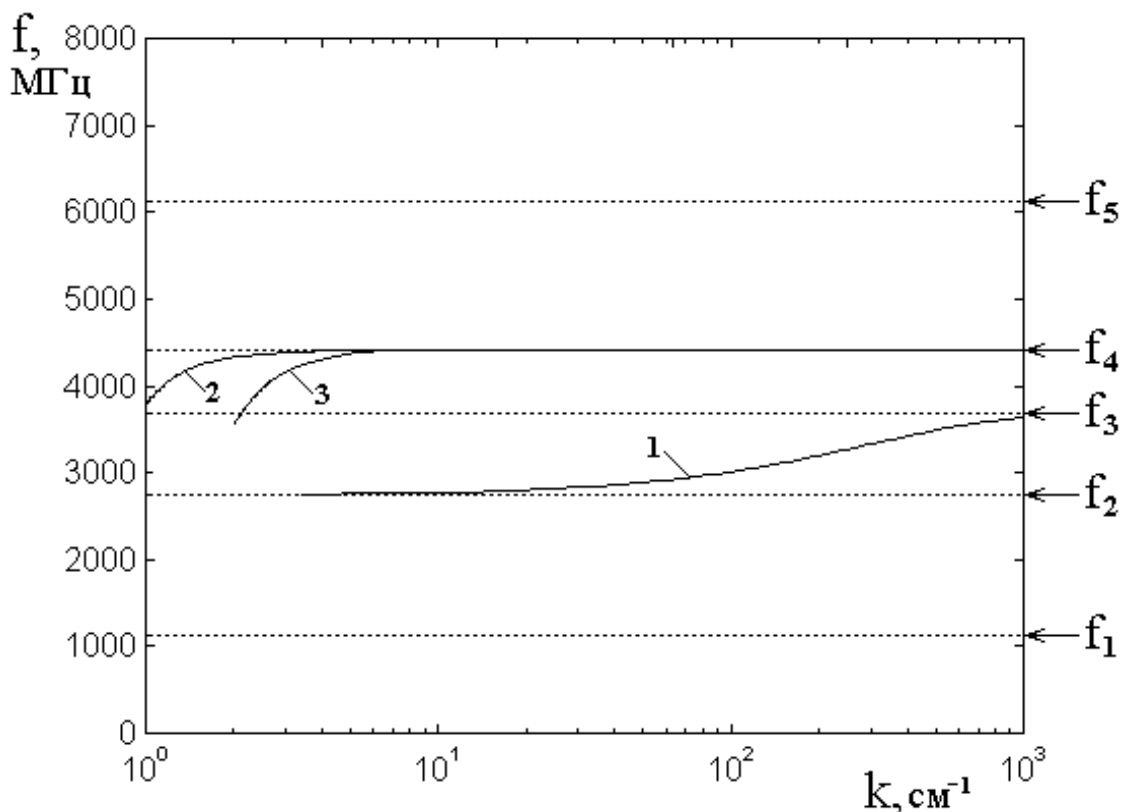


Рис.8. Дисперсионные кривые для гиромагнитной волны при малых значениях волнового числа. Кривая 1 от значения диэлектрической проницаемости не зависит, кривая 2 соответствует $\epsilon_{//} = 1$, кривая 3 – $\epsilon_{//} = 5$. Остальные параметры те же, что приняты при построении рис.4.

Из рисунка видно, что в области больших волновых чисел (при $k \geq 10$ см^{-1}) низкочастотная ветвь дисперсионной зависимости поверхностных волн (кривая 1), во-первых, от значения диэлектрической проницаемости не зависит и, во-вторых, полностью соответствует подобной кривой, полученной в магнитостатическом приближении. В области малых волновых чисел (при $k \leq 10$ см^{-1}) увеличение диэлектрической проницаемости приводит к

смещению дисперсионной кривой (кривая 3) в область увеличения волнового числа с коэффициентом пропорциональности, равным $\sqrt{\varepsilon_{//}}$.

Заключение

В рамках полной электродинамики рассмотрены дисперсионные свойства электромагнитных волн, распространяющихся в касательно намагниченной ферритовой пластине, обладающей бигиротропными свойствами. В декартовой системе координат записаны выражения для тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей в бигиротропной среде при условии совпадения осей гиротропии обоих тензоров. Приведены общие уравнения электродинамики для среды, обладающей гиромангнитными свойствами. Показано, что гиротропный характер тензоров проницаемостей позволяет сформировать из общих уравнений электродинамики единую систему, состоящую из двух связанных уравнений второго порядка волнового типа, содержащих компоненты электрического и магнитного полей, направленные вдоль оси гиротропии. Отмечено, что путем исключения одной из компонент того или другого поля полученную систему можно свести к одному уравнению четвертого порядка, содержащему смешанные производные по координатам, перпендикулярным оси гиротропии.

С целью упрощения задачи рассмотрен частный случай отсутствия зависимости полей от координаты, соответствующей оси гиротропии. Показано, что в этом случае полная система уравнений распадается на два независимых уравнения, каждое из которых содержит лишь одно из полей, параллельных оси гиротропии. Показано, что каждое из этих уравнений описывает волну, распространяющуюся перпендикулярно оси гиротропии, причем нормальные к оси гиротропии компоненты полей каждой из таких волн полностью определяются той из них, которая параллельна оси гиротропии.

Волна, для которой нормальные к оси гиротропии компоненты электрического поля определяются параллельной оси гиротропии компонентой магнитного поля, названа гироэлектрической.

Волна, для которой нормальные к оси гиротропии компоненты магнитного поля определяются параллельной оси гиротропии компонентой электрического поля, названа гиромагнитной.

В силу важнейшей роли ферритов в технике сверхвысоких частот, где волна имеет преимущественно гиромагнитный характер, дальнейшее рассмотрение посвящено свойствам именно гиромагнитной волны. В геометрии задачи Дэймона-Эшбаха для касательно намагниченной ферритовой пластины рассмотрено общее волновое уравнение для гиромагнитной волны. Отмечено, что в такой геометрии ось гиротропии совпадает с направлением постоянного поля и также лежит в плоскости пластины. Получено полное решение волнового уравнения как внутри ферритовой пластины, так и в окружающих ее двух свободных полупространствах. Записаны граничные условия на поверхностях пластины, состоящие в равенстве касательных компонент полей и нормальных компонент индукции. Путем подстановки полученного решения в граничные условия получена система уравнений для амплитуд компонент полей волны во всех трех областях пространства. Из условия нетривиальности решения полученной системы найдено дисперсионное соотношение для гиромагнитной волны, выраженное через компоненты волнового вектора, перпендикулярные к поверхностям пластины. На основе единства компонент волны внутри и вне ферритовой пластины, получены соотношения, связывающие эти компоненты волнового вектора с волновым числом волны, распространяющейся вдоль плоскости пластины перпендикулярно оси гиротропии. С помощью этих соотношений исходное дисперсионное соотношение приведено к виду, по структуре подобному соотношению Дэймона-Эшбаха, связывающему частоту магнитостатической волны с волновым числом в направлении ее распространения. Показано, что параметры полученного дисперсионного соотношения имеют специфический характер, отличающий их от соотношения Дэймона-Эшбаха наличием дополнительных слагаемых, отсутствующих в приближении магнитостатики.

На основе полученного дисперсионного соотношения численным методом поиска нуля построены дисперсионные кривые для гиромагнитной волны во всем диапазоне ее частот от нуля до бесконечности. Путем сравнения с классическим соотношением Дэймона-Эшбаха показано, что приближение магнитостатики совпадает с рассмотрением в рамках полной электродинамики только в области достаточно больших волновых чисел, соответствующих длине магнитостатической волны значительно меньшей, чем длина электромагнитной волны той же частоты.

Рассмотрены особенности дисперсии гиромагнитной волны в ферритовой пластине при малых значениях волнового числа, когда длина гиромагнитной волны имеет тот же порядок, что и длина электромагнитной волны в свободном пространстве. Показано, что в полном диапазоне частот от нуля до бесконечности имеется полоса, где гиромагнитная волна имеет поверхностный характер, а выше и ниже этой полосы – объемный характер. В пределах полосы поверхностного характера волны обнаружены две ветви – низкочастотная и высокочастотная, причем низкочастотная соответствует магнитостатической волне Дэймона-Эшбаха, а высокочастотная в магнитостатическом приближении отсутствует. В области объемных волн по волновому числу отмечен их предельный характер, ограниченный скоростью света в свободном пространстве.

Рассмотрена деформация дисперсионных кривых в случае отличного от единицы значения диэлектрической проницаемости среды. Показано, что дисперсионные кривые, сохраняя полосовой частотный характер, по волновому числу сдвигаются в сторону его увеличения с коэффициентом, пропорциональным квадратному корню из значения диэлектрической проницаемости. Отмечено, что при увеличении диэлектрической проницаемости ограничение волнового числа пределом скорости света частично преодолевается, что приводит к появлению дополнительных ветвей спектра объемных гиромагнитных волн, лежащих по частоте выше обеих ветвей поверхностных волн.

Работа выполнена при финансовой поддержке за счет гранта Российского Научного Фонда (проект № 14-22-00279).

Численный расчет дисперсионных кривых выполнен за счет грантов РФФИ (проекты №17-02-01138-а, №17-57-150001-а).

Литература

1. Адам Дж.Д. Аналоговая обработка сигналов с помощью СВЧ-ферритов. // ТИИЭР, 1988, т.76, №2, с.73-86.
2. Исхак В.С. Применение магнитостатических волн: обзор. // ТИИЭР, 1988, т.76, №2, с.86-104.
3. Adam J.D., Davis L.E., Dionne G.F., Schloemann E.F., Stitzer S.N. Ferrite devices and materials. // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 2002, v.50, №3, p.721-737.
4. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Гос.Изд.физ.-мат.лит. 1960.
5. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука. 1973.
6. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны – М.: Физматлит. 1994.
7. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // Rev. Mod. Phys. 2010. V.82. №3. P.2731-2784.
8. Walowski J., Münzenberg M. Perspective: Ultrafast magnetism and THz spintronics. // Journ. Appl. Phys. 2016. V.120. №14. P.140901(16).
9. Janusonis J., Chang C.L., Jansma T., Gatilova A., Vlasov V.S., Lomonosov A.M., Temnov V.V., Tobey R.I. Ultrafast magnetoelastic probing of surface acoustic transients. // Phys. Rev. B. 2016. V.94. №2. P.024415(7).
10. Janusonis J., Jansma T., Chang C.L., Liu Q., Gatilova A., Lomonosov A.M., halagatskyi V., Pezeril T., Temnov V.V., Tobey R.I. Transient grating spectroscopy in magnetic thin films: simultaneous detection of elastic and magnetic dynamics. // Scientific reports. 2016. 6:29143. DOI: [10.1038/serp29143](https://doi.org/10.1038/serp29143). Available at: www.nature.com/scientificreports. P.1-10.

11. Chang C.L., Lomonosov A.M., Janusonis J., Vlasov V.S., Temnov V.V., Tobey R.I. Parametric frequency mixing in a magnetoelastically driven linear ferromagnetic oscillator. // *Phys. Rev. B*. 2017. V.95. №6. P.060409(5).
12. Власов В.С., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ориентационные характеристики возбуждения магнитоупругих волн фемтосекундным импульсом света. // *Электронный «Журнал радиоэлектроники»*. 2017. №6. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jun17/5/text.pdf>.
13. Чернов А.И., Кожаев М.А., Ветошко П.М., Додонов Д.В., Прокопов А.Р., Шумилов А.Г., Шапошников А.Н., Бержанский В.Н., Звездин А.К., Белотелов В.И. Локальное зондирование магнитных пленок с помощью оптического возбуждения магнитостатических волн. // *ФТТ*, 2016, т.58, №6, с.1093.
14. Damon R.W., Eshbach J.R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab // *J. Phys. Chem. Solids*. 1961. V.19. №3/4. P.308.
15. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях – М.: Физматлит. 2016.
16. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Характеристики поверхностной магнитостатической волны в структуре феррит-диэлектрик, помещенной в медленно меняющееся неоднородное магнитное поле. // *РЭ*. 2001. Т.46. №10. С.1257.
17. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик, окруженной полупространствами с отрицательной диэлектрической проницаемостью // *РЭ*. 2002. Т.47. №1. С.97.
18. Локк Э.Г. Магнитостатические волны в ферритовых пленках и структурах на их основе – Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. М. ИРЭ РАН. 2007.
19. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О механизме преобразования поверхностной магнитостатической волны в электромагнитную. // *РЭ*. 2009. Т.54. №4. С.476.
20. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О взаимосвязи энергетических и дисперсионных характеристик магнитостатических волн в ферритовых структурах // *УФН*. 2011. Т.181. №3. С.293.
21. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. – М.: Физматлит. 2017.

22. Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние диссипации на свойства поверхностных магнитостатических волн в касательно намагниченной пластине феррита. // Электронный "Журнал радиоэлектроники". 2014. №7. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jul14/8/text.pdf>.
23. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Часть 1. Дисперсионные соотношения. // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2016. №2. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb16/2/text.pdf>.
24. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Часть 2. Распространение волны перпендикулярно направлению поля. // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2016. №3. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/mar16/1/text.pdf>.
25. Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Поверхностные магнитостатические волны в пластине феррита с диссипацией. Часть 3. Распространение волны в произвольном направлении относительно поля. // Электронный «Журнал радиоэлектроники». 2016. №3. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/mar16/2/text.pdf>.
26. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука. 1964.
27. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.3. Электричество. М.: Наука. 1977.
28. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля (Теоретическая физика, т.II). М.: Наука. 1967.
29. Левич В.Г. Курс теоретической физики. Т.1. М.: Наука. 1969.

Для цитирования:

Ю. И. Келлер, П.А.Макаров, В.Г.Шавров, В.И.Щеглов. Дисперсионные свойства электромагнитных волн в касательно намагниченной ферритовой пластине. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 4. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/apr18/7/text.pdf>
DOI 10.30898/1684-1719.2018.4.7