

DOI 10.30898/1684-1719.2020.4.10

УДК 537.876.23

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОХОЖДЕНИЯ СВИСТОВОЙ ВОЛНЫ ПРИ ПАДЕНИИ СВЕРХУ ДЛЯ МОДЕЛИ ИОНОСФЕРЫ С РЕЗКОЙ ГРАНИЦЕЙ

А. В. Мошков

Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН
125009, Москва, ул. Моховая 11-7

Статья поступила в редакцию 5 апреля 2020 г.

Аннотация. Для оценки величины наземной напряженности низкочастотного поля, генерируемого в приполярной нижней ионосфере демодулятором станции HAARP, или бортовым передатчиком средней мощности, необходимо знать величину коэффициента прохождения в нижней ионосфере. Строго рассчитать этот параметр можно только с использованием численного интегрирования системы волновых уравнений для модели анизотропной сильно неоднородной плоскостростной плазмы. В данной работе показано, что реалистичные оценки коэффициента прохождения при падении свистовой волны сверху можно получить, используя простую модель однородной ионосферы с резкой границей. Проведено сравнение с соответствующими численными данными и показано вполне удовлетворительное совпадение результатов в интервале частот модуляции передатчика станции HAARP.

Ключевые слова: нижняя ионосфера, модель с резкой границей, коэффициент прохождения свистовой моды.

Abstract. It is well known that in order to carry out active low-frequency wave experiments in the ionosphere, it is necessary to have an effective powerful source of such waves. It may be a subpolar ground-based modulated powerful short-wave transmitter as HAARP station (Alaska), or an onboard low-frequency transmitter etc. Now we can make relatively simple realistic estimations of a field strength of such low-frequency waves in the ionosphere. However, in order to obtain the same simple estimates of the magnitude of the field at the earth surface, we must calculate a value

of the coefficient of passage of the low-frequency wave through the lower ionosphere. Typically, such calculations require a numerical full-wave method. This article shows that using of a simple model of the homogeneous ionosphere with sharp boundary allows us to obtain simple analytical estimates of the field strength of whistler mode waves that pass through the lower ionosphere from above. This allows a wave power transmission coefficient value to be obtained. These results are compared with the corresponding results of numerical integration of wave equations. A satisfactory match for the modulation frequency interval of HAARP was found.

Key words: lower ionosphere, sharp boundary model, whistler wave, transmission coefficients.

1. Введение

Изучение характеристик распространения низкочастотных (НЧ) электромагнитных волн в ионосфере и условий их взаимодействия с потоками энергичных заряженных частиц радиационных поясов традиционно входит составной частью в научные программы станций активного воздействия на ионосферу. Создание мощных наземных излучающих вверх НЧ-антенн затруднено из-за их относительно больших размеров и высокой проводимости земли на низких частотах. Это обстоятельство постоянно стимулирует поиски физических механизмов, позволяющих обойти эту трудность. В настоящее время предпочтение отдают технологии создания НЧ-источников на основе демодуляции мощного модулированного коротковолнового излучения наземных передатчиков, расположенных в северных приполярных районах [1]. Возможно также использование бортовых НЧ-передатчиков средней мощности [2]. На примере работы американской станции HAARP было показано, что оба способа генерации НЧ-поля в нижней ионосфере дают сходные значения напряженности поля [2]. Были также проведены оценки величины напряженности поля таких источников на поверхности земли как с помощью численных процедур [3], так и приближенных формул [4], основанных на простой оценке расходимости лучей в рамках модели ионосферы с резкой границей. Пусть h_n – эффективная высота нижней границы ионосферы над

поверхностью земли, n_0 – величина показателя преломления НЧ волны у источника в ионосфере. Тогда получаем следующую оценку для максимума напряженности магнитного поля H волны на поверхности земли [4,5]:

$$H \sim 1 / n_0 h_{\text{н}}. \quad (1)$$

Для нахождения величины H в единицах А/м достаточно умножить правую часть (1) на величину $(D\Gamma/60\pi)^{1/2}$, где D – коэффициент прохождения по мощности через нижнюю ионосферу, Γ – излучаемая мощность в единицу телесного угла у источника в направлении вертикально вниз. Для станции HAARP величина Γ уже была оценена ранее в интервале частот 1...10 кГц [3]. Однако определение коэффициента D требует, вообще говоря, решения дифференциальных волновых уравнений для модели сильно неоднородной нижней ионосферы. Это обстоятельство усложняет применение формулы (1), которая дает не только качественную, но и вполне удовлетворительную количественную оценку напряженности поля.

Цель данной работы состоит в попытке получить для величины D простую аналитическую оценку на основе модели однородной ионосферы с резкой границей. Полученные данные сравниваются с результатами численных волновых расчетов.

2. Постановка задачи

Модель ионосферы с резкой границей используется в ионосферной радиофизике с момента становления последней. Число публикаций, прямо или косвенно использующих эту модель, превышает возможности даже выборочного их цитирования в данной работе. Но в этом, на наш взгляд, нет необходимости, поскольку основные термины и методы расчетов, в том числе связанные с указанной моделью, исчерпывающе изложены в классической монографии [6]. В частности, в этой работе подробно описано решение задачи о падении плоской волны на ионосферу снизу.

Бурное развитие космических исследований ионосферы и магнитосферы совпало с не менее бурным развитием вычислительной техники и методов численного моделирования распространения радиоволн, позволивших

использовать максимально реалистические модели ионосферной плазмы. Модель с резкой границей вошла как составная часть в обширный класс численных методов, основанных на разделении среды распространения волн на ряд однородных слоев. Однако эта модель остается вполне пригодной для получения простых оценок, имеющих ясный физический смысл.

Особенно это касается НЧ волн, имеющих в пустом пространстве длину волны десятки и сотни километров. В гиротропной ионосфере существуют, как известно, две характеристические волны, одна из которых («обыкновенная») является практически не распространяющейся из-за сильного затухания. «Необыкновенная» волна уже на высотах 100...200 км имеет относительно большой показатель преломления и часто называется «свистовой», поскольку именно она из-за слабого затухания ответственна за распространение свистящих атмосфериков в ионосфере и магнитосфере Земли.

Рассмотрим модель приполярной однородной ионосферы с резкой границей и будем считать, что локальный вектор геомагнитного поля направлен вертикально вниз, а его величина определяется известной дипольной моделью. Такое допущение не является слишком сильным. Станция HAARP расположена на L-оболочке $\sim 4,0$ и угол отклонения вектора геомагнитного поля от вертикали составляет $\sim 16^\circ$. Это отклонение приводит, главным образом, к сдвигу наземного максимума напряженности поля к северу на величину [4]

$$(h_0 - h_N) / 4 \operatorname{tg} \Phi_0,$$

где h_0 и Φ_0 – высота и геомагнитная широта расположения источника. На высоких широтах ошибка данной формулы не превышает $\sim 5\%$ для дипольной модели.

Пусть начало прямоугольной декартовой системы координат расположено на поверхности земли, ось x направлена на геомагнитный север, ось z – вертикально вверх, а ось y дополняет тройку осей до правой. Пусть сверху на резкую границу ионосферы, расположенную на высоте z_0 , падает свистовая плоская волна под углом θ к вертикали. На частоте 1 кГц величина

показателя преломления n волны составляет (в зависимости от модели ионосферы) несколько десятков единиц. По закону Снеллиуса до поверхности земли дойдут только те волны, волновая нормаль которых находится в узком конусе с углом образующей $\sim 1/n$ с вертикалью.

В качестве основы для расчетов мы используем известную систему волновых уравнений [6]

$$d\vec{e}(z)/dz = -ik_0\hat{T}\vec{e}(z), \quad (2)$$

где \vec{e} – вектор-столбец вида $\{E_x, -E_y, Z_0H_x, Z_0H_y\}$, искусственно образованный из компонентов E_x, E_y электрического, и компонентов H_x, H_y магнитного поля волны, причем компоненты магнитного поля для уравнивания размерностей умножены на импеданс вакуума $Z_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2} = 120\pi$; ϵ_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума соответственно; k_0 – волновое число.

Для дальнейшего упрощения задачи будем использовать низкочастотное приближение для показателя преломления и элементов матрицы \hat{T} . Пусть N_e – концентрация электронов ионосферной плазмы, а B_0 – локально значение индукции геомагнитного поля. Определим плазменную частоту электронов:

$$f_{pe} = (e^2N_e / 4\pi^2\epsilon_0m_e)^{1/2} \approx 8.97 N_e^{1/2} \text{ кГц}, \quad (3)$$

где N_e измеряется в см^{-3} ; e, m_e – заряд и масса электрона в системе СИ. Для gyro-частоты электронов запишем:

$$f_{He} = eB_0/2\pi m_e \approx 876.0 (1+h/R_0)^{-3} (1 + 3\sin^2\Phi_0)^{1/2} \text{ кГц}, \quad (4)$$

где R_0 – средний радиус Земли (~ 6370 км). Низкочастотное приближение для волны с частотой f требует выполнения неравенств:

$$X \gg Y \gg 1, \quad (5)$$

где введены обозначения $X \equiv (f_{pe}/f)^2$ и $Y \equiv f_{He}/f$. Учитывая, что волновая нормаль падающей волны может составлять лишь малый угол с вертикалью и, следовательно, с вектором геомагнитного поля, получим простое выражение для показателя преломления [6]:

$$n^2 \approx 1 - X/(1-Y) \approx X/Y,$$

$$n = f_{pe}/(f \cdot f_{He})^{1/2}. \quad (6)$$

Структура 4×4 матрицы \hat{T} также существенно упрощается:

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -ig & \alpha & 0 & 0 \\ \beta & ig & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где $\alpha \approx C^2 + X/Y^2$; $\beta \approx 1 + X/Y^2$; $g \approx X/Y$; $C^2 = 1 - n^2 \sin^2 \theta = \cos^2 \varphi$, где φ – угол выхода волны в атмосферу относительно направления (-z); эта величина положительна к северу. Собственные числа q матрицы \hat{T} определяются из уравнения

$$\det(\hat{T} - q\hat{I}) = 0, \quad (8)$$

где \hat{I} – единичная матрица. Биквадратное уравнение (8) называют кватриком Букера, а его корни $q_i, i = 1, \dots, 4$ определяют свойства 4-х характеристических волн плазмы – по две для каждого направления вдоль оси z:

$$\begin{aligned} \hat{T}\vec{e}_i &= q_i\vec{e}_i, \\ \vec{e}_i &= \vec{A} \exp[-ik_0(Sx + q_iz)], \end{aligned} \quad (9)$$

где компоненты вектора \vec{A} зависят только от ненулевых элементов матрицы (7); $S = 1 - C^2 = \sin \varphi$. Ниже для краткости мы будем опускать общий для всех волновых компонентов множитель $\exp(-ik_0 Sx)$.

3. Расчет параметров прошедшей волны

Падающая сверху плоская волна в стационарном режиме может быть только свистовой. Обозначим соответствующий ей корень кватрика Букера как q_2 , а корень непроникающей волны – как q_1 . Обозначим вектор \vec{e}_2 падающей волны как \vec{D}_2 , тогда из (7) и (9) получим компоненты этого вектора:

$$\vec{D}_2 = \{1; -ig/(\alpha - q_2^2); -igq_2/(\alpha - q_2^2); -q_2\} D_{2x} \exp(+ik_0q_2z), \quad (10)$$

где x -компонент D_{2x} вектора (10) считается известным; буква i здесь и ниже обозначает мнимую единицу. Волна (10) падает на границу и порождает две отраженные характеристические волны:

$$\vec{U}_1 = \{1; -ig/(\alpha - q_1^2); igq_1/(\alpha - q_1^2); q_1\} U_{1x} \exp(-ik_0q_1z), \quad (11)$$

$$\vec{U}_2 = \{1; -ig/(\alpha - q_2^2); igq_2/(\alpha - q_2^2); q_2\} U_{2x} \exp(-ik_0q_2z), \quad (12)$$

В соотношениях (10)-(12) и ниже будем предполагать, что есть только две характеристические волны $q_{1,2}$, а их направление распространения вдоль вертикали определяются знаками в соответствующих фазах. Это возможно, поскольку среда однородна, а корни q разных мод равны по модулю. Действительно, из уравнения (8) следует, что

$$q^2 = [\alpha + \beta \pm (S^4 + 4g^2)^{1/2}]/2 \approx \pm g, \quad (13)$$

причем знак '+' соответствует корню q_2 , а знак '-' – корню $q_1 = -iq_2$. К соотношениям (10)-(12) необходимо добавить z -компоненты напряженности поля, которые прямо вычисляются из уравнений Максвелла [6]:

$$E_z \approx SZ_0H_y/q_2^2; \quad Z_0H_z = SE_y. \quad (14)$$

Ниже границы могут существовать распространяющиеся вниз волны двух линейно-независимых поляризации, из которых можно составить следующую линейную комбинацию:

$$\begin{aligned} \vec{e}_t &= A\{0; -1; -C; 0\} \exp(+ik_0Cz) + B\{-C; 0; 0; 1\} \exp(+ik_0Cz) = \\ &= \{-CB; -A; -CA; B\} \exp(+ik_0Cz), \end{aligned} \quad (15)$$

где коэффициенты A и B , как и коэффициенты U_{1x} и U_{2x} , подлежат определению из граничных условий непрерывности горизонтальных компонентов напряженности поля из выражений (10)-(12) и (15). Опуская простые, но громоздкие вычисления, запишем результат.

$$A = 4ig^2q_2 \cdot (1+Cq_1) \cdot D_{2x} \exp[ik_0(q_2-C)z_0]/(q_2^2-\alpha)\Delta, \quad (16)$$

$$B = 4gq_2 \cdot (C+q_1) \cdot D_{2x} \exp[ik_0(q_2-C)z_0]/\Delta, \quad (17)$$

$$U_{1x} = 2S^2q_2(\alpha-q_1^2) \cdot D_{2x} \exp[ik_0(q_2+q_1)z_0]/\Delta, \quad (18)$$

$$U_{2x} = [(Cq_2-1)(C+q_1)(\alpha-q_2^2)-(1+Cq_1)(q_2-C)(\alpha-q_1^2)] \cdot D_{2x} \exp(2ik_0q_2z_0)/\Delta, \quad (19)$$

$$\Delta = (C+q_1)(Cq_2+1)(\alpha-q_2^2)-(C+q_2)(Cq_1+1)(\alpha-q_1^2). \quad (20)$$

Формально выражения (16)-(20) допускают дальнейшие радикальные упрощения с учетом низкочастотного приближения (5). Однако следует учесть, что эти выражения интересны не сами по себе, а в комбинации друг с другом для получения различных коэффициентов (прохождения, отражения, поляризации и тому подобное). В этом случае возможны алгебраические упрощения как следствие некоторой симметрии в структуре (16)-(20).

Для поляризации прошедшей волны получим:

$$P = E_{ty}/E_{tx} = A/(CB) \approx i - S^2/(Cq_2). \quad (21)$$

Из выражения (21) следует вполне ожидаемый результат: поляризация выходящей волны близка к круговой и искажается только при углах выхода φ , близких к $\pm 90^\circ$, когда C близко к 0.

Для коэффициента прохождения по мощности аналогично получим приближенное выражение:

$$D \approx C^2(|A|^2 + |B|^2)/2q_2D_{2x}^2. \quad (22)$$

Из выражений (16) и (17) видно, что амплитудный коэффициент D_{2x} падающей волны сокращается и на самом деле в (22) не входит.

4. Результаты расчетов

Для проведения расчетов по формуле (22) необходимо задать величину концентрации электронов N_e в слое. Кроме того, результаты этих расчетов сравним с соответствующими результатами расчетов по полному волновому алгоритму, изложенному в работе [7]. Для этого используем ту же, что и в [7],

ночную эмпирическую модель зависимости $N_e(z)$, соответствующую приполярным широтам в период равноденствия при высокой солнечной активности [8].

Выбор значения $N_e(z_0)$ для модели с резкой границей является в некоторой степени произвольным. В численном волновом алгоритме условно считается, что ночная ионосфера «заканчивается» на высоте 70 км. На этой высоте величина N_e пренебрежимо мала. По этой причине данная высота не может быть принята в качестве z_0 . Волна испытывает максимальные отражения от горизонтальных неоднородностей («частичные отражения») в области высот около 100 км. На высотах 150-200 км частичные отражения становятся относительно малы, и начинают выполняться критерии применимости геометрической оптики. Поэтому для ночной ионосферы наиболее приемлемы значения $z_0 \gtrsim 90$ км, даже если реальный источник НЧ сигнала расположен ниже этой высоты, как это имеет место в случае «демодулятора» HAARP. Выберем уровень $z_0 = 90$ км. Оставшуюся ниже часть профиля учтем в приблизительном равенстве полного содержания электронов в обеих моделях в интервале высот 70...150 км. Результат приведен на рис. 1. Сплошная кривая соответствует эмпирическому высотному профилю. Штриховой кривой обозначена модель с резкой границей и $N_e = 8,0 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$. Для геомагнитной широты $\Phi_0 = 60^\circ$ и $f = 1$ кГц имеем следующие значения основных параметров: $f_{pe} \approx 803.1$ кГц; $f_{He} \approx 1514.1$ кГц; $X \approx 6.45 \cdot 10^{+5}$; $Y \approx 1514.1$; $q_2 \approx 20.64$. Таким образом, для частот вблизи 1 кГц условия низкочастотного приближения (5) хорошо выполняются.

На рис. 2 приведена зависимость коэффициента прохождения (22) от величины угла выхода из ионосферы φ (сплошная кривая) для частоты 1 кГц. Штриховая кривая представляет аналогичные результаты, полученные методом интегрирования волновых уравнений в слое 70...150 км. Из рисунка видно хорошее качественное и вполне, на наш взгляд, удовлетворительное количественное совпадение результатов.

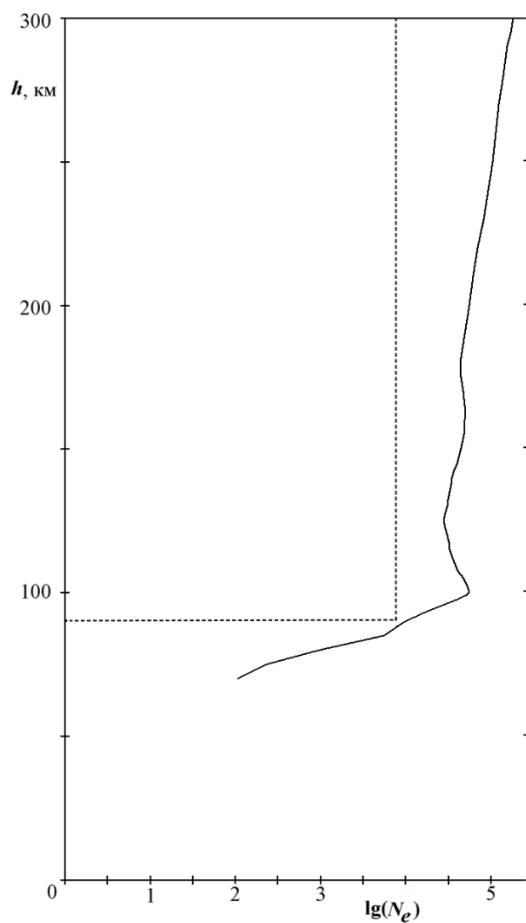


Рис. 1. Используемые высотные профили концентрации электронов.

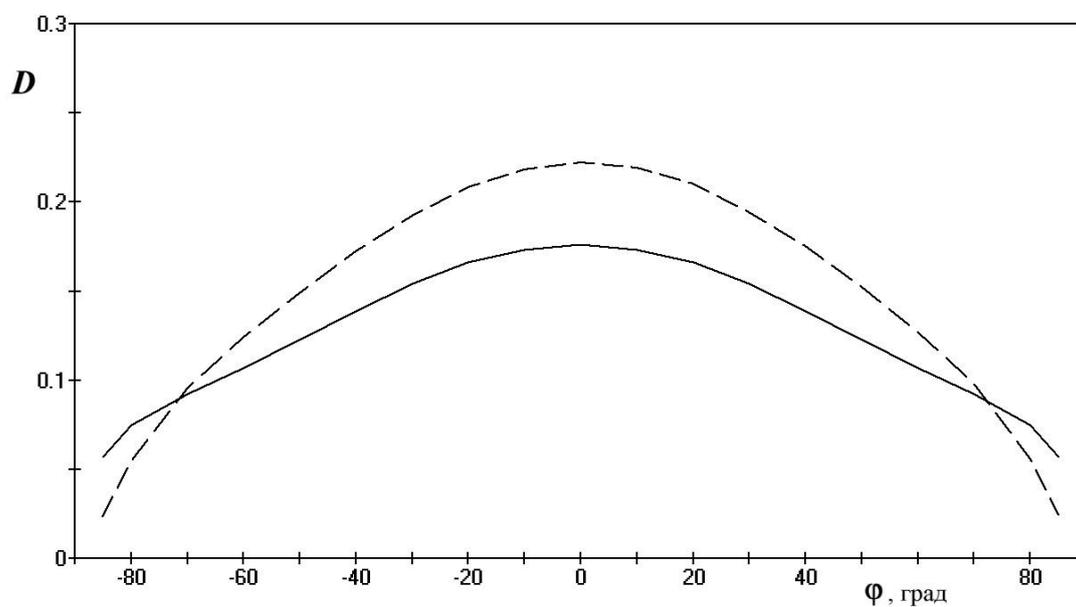


Рис. 2. Зависимость коэффициента прохождения D от угла выхода ϕ .

На рис. 3 приведена зависимость величины коэффициента D от частоты падающей волны в случае вертикального падения на ионосферный слой (сплошная кривая). Штриховая кривая представляет результаты «точных» численных расчетов.

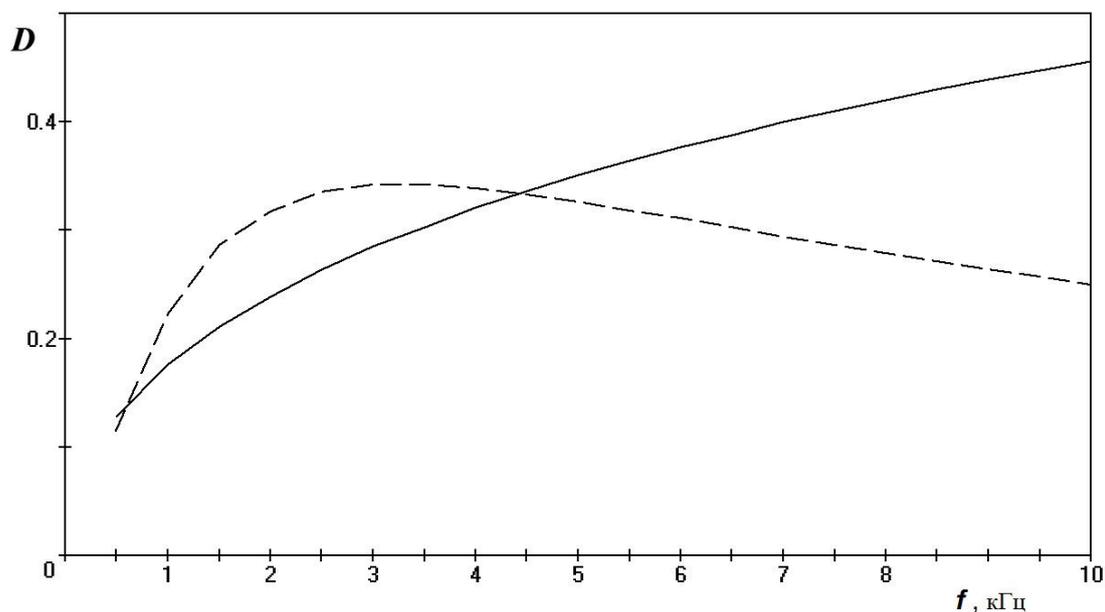


Рис. 3. Зависимость коэффициента прохождения D от частоты f для вертикального угла выхода $\varphi = 0$.

Из рисунка видно, что на частотах менее 5...6 кГц результаты демонстрируют такое же удовлетворительное соответствие, как и на рис. 2. Однако при дальнейшем увеличении частоты кривые расходятся, что объясняется не столько «грубостью» модели с резкой границей, сколько радикальностью строгого низкочастотного приближения (5).

5. Заключение

В работе проведено сравнение результатов расчета коэффициента прохождения по мощности, полученных с использованием двух независимых методов. С одной стороны, использовалась максимально простая модель однородной приполярной ионосферы с резкой границей и вертикальным геомагнитным полем. С другой стороны, соответствующие данные были получены при помощи численного алгоритма интегрирования волновых

уравнений [7], учитывающего не только «реальный» эмпирический высотный профиль концентрации электронов, но и ионный состав ионосферной плазмы.

Показано, что, несмотря на свою относительную простоту, модель с резкой границей позволяет получить адекватные качественные оценки для всего интервала частот модуляции станции HAARP и ей подобных.

Литература

1. Гуревич А.В. Нелинейные явления в ионосфере. УФН. 2007. Т. 177. № 11. С. 1145-1177. DOI: [10.1070/PU2007v050n11ABEH006212](https://doi.org/10.1070/PU2007v050n11ABEH006212).
2. Мошков А.В., Пожидаев В.Н. Численное моделирование распределения низкочастотного поля, создаваемого передающей рамочной антенной, установленной на борту космического аппарата. Радиотехника и Электр. 2019. Т. 64. № 9. С. 866-873. DOI: [10.1134/S1064226919080126](https://doi.org/10.1134/S1064226919080126).
3. Мошков А.В., Пожидаев В.Н. Распределение на поверхности земли напряженности поля низкой частоты, демодулированного в возмущенной нижней ионосфере. Радиотехника и Электр. 2018. Т. 63. № 5. С. 409-414. DOI: [10.1134/S1064226918050091](https://doi.org/10.1134/S1064226918050091).
4. Мошков А.В. Оценка величины напряженности поля низкочастотного ионосферного источника вблизи главного максимума распределения на поверхности земли. Радиотехника и Электр. 2009. Т. 54, № 12, С. 1436-1442. DOI [10.1134/S1064226909120043](https://doi.org/10.1134/S1064226909120043)
5. Kelly F.J., Baker D.J., Chayt A.G. Radio wave propagation in plasmas. Radio Sci. 1976. V. 11, No. 2. PP. 93-101.
6. Budden K.G. Radio Waves in the Ionosphere. Cambridge: University Press. 1961. 542 p.
7. Мошков А.В., Пожидаев В.Н. Численное моделирование прохождения волн очень низкой частоты через магнитоактивную плоскоструктурную плазму нижней ионосферы Земли. Радиотехника и Электр. 2020. Т. 65. № 5. С. 434-441. DOI: [10.1134/S1064226920050101](https://doi.org/10.1134/S1064226920050101)

8. Фаткуллин М.Н., Зеленова Т.И., Козлов В.К., Легенька А.Д., Соболева Т.Н.
Эмпирические модели среднеширотной ионосферы. М.: Наука. 1981. 256 с.

Для цитирования:

Мошков А.В. Приближенные вычисления характеристик прохождения свистовой волны при падении сверху для модели ионосферы с резкой границей. Журнал радиоэлектроники. 2020. № 4. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/apr20/10/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2020.4.10