DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.4.5
УДК: 523.34-83

О РАСЧЕТЕ РАДИОЯРКОСТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ГРУНТА ЛУНЫ

О.В. Юшкова

**Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Фрязинский филиал
141190, г. Фрязино, Московская обл., пл. Введенского, 1**

Статья поступила в редакцию 12 марта 2023 г.

Аннотация. СВЧ радиометры оказались полезными инструментами в изучении теплового режима атмосферы и подстилающей поверхности Земли, поэтому были рекомендованы для включения в состав научной радиоаппаратуры предназначенной для исследования других тел Солнечной системы, в частности Луны. Степенью понимания физических основ процесса исследования и адекватности его теоретического описания может служить совпадение результатов измерений и численного моделирования радиояркостной температуры. В работе обсуждается механизм расчета этой величины, выведена рекуррентная формула удобная для расчета радиояркостной температуры от верхнего покрова Луны. Предполагается, что грунт является плоскослоистым; распределения по глубине физической температуры и комплексной диэлектрической проницаемости для данной задачи известны из априорной информации.

Ключевые слова: СВЧ радиометрия, радиояркостная температура, диэлектрическая проницаемость, грунт, Луна.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН № 075-01133-22-00.

Автор для переписки: Юшкова Ольга Вячеславовна, o.v.y@mail.ru

Введение

Измерения радиометров в микроволновом диапазоне длин волн, выполненные со спутников дистанционного зондирования Земли, доказали чувствительность данных к изменениям физической температуры атмосферы и грунта, показали высокое пространственное разрешение и масштабность исследования поверхности планеты. Таким образом, эти приборы зарекомендовали себя как результативное средство за контролем теплового режима Земли.

Доказанные практические возможности СВЧ радиометрии обусловили включение панорамных СВЧ радиометров в состав научной радиоаппаратуры, рекомендованной для исследования верхнего покрова космических тел с борта орбитальных аппаратов. Волны СВЧ диапазона обладают большей проникающей способностью (до нескольких метров в сухих и вымороженных породах [1]), что позволяет надеяться на определение теплового режима не только на поверхности, но и внутри приповерхностного пласта лунного покрова (т. е. восстановления суточных изменений вертикального профиля температуры, который зависит от строения и минералогического состава грунта [2-4]). Исследование теплового режима космических тел посредством наблюдения за ними радиоприборами имеет длинную историю: в работе [5] дан обзор полученного отечественными и зарубежными исследователями до 1970 года огромного объема экспериментальных и теоретических материалов, посвященных собственному излучению и отражению радиоволн от поверхности. В этой работе приведены уравнение теплопроводности, его решение, начальные и граничные условия для описания теплового режима на поверхности Луны. Обзор теоретических основ и экспериментальных результатов, выполненных научным сообществом при исследовании Земли между 1970-1980 гг., полно представлен в работе [6], и далее, уже с упором на практическое применение, для мониторинга поверхности Земли орбитальным радиометром в миссии SMOS (Soil Moisture and Ocean Salinity, ЕКА) – в работе [7]. При отображении экспериментальных данных участок поверхности, доступный для единичного измерения радиометра, является пикселем, а измеряемой величиной – соответствующая пикселю яркостная температура. Степенью понимания физических основ процесса и адекватности его теоретического описания может служить минимальная разность между квадратами измеряемой и численно моделируемой радиояркостной температурой. В данной работе рассмотрен алгоритм расчета радиояркостной температуры, моделирование которой является ключевым фактором симулирования процесса изучения грунта Луны с помощью радиометров. В задаче считается, что грунт является плоскослоистым, а глубинное распределение температуры и комплексной диэлектрической проницаемости грунта – известны.

1. Теоретические аспекты задачи

Согласно принципам термодинамики, все материалы при температурах выше нуля Кельвина поглощают и излучают электромагнитные волны за счет внутренней энергии. Мы будем рассматривать собственное радиоизлучение Луны, которая не является абсолютно черной для радиоволн. Интенсивность радиоизлучения любой элементарной площадки ее поверхности характеризуется яркостной (радиояркостной) температурой, под которой подразумевается температура абсолютно черного тела, дающего наблюдаемую интенсивность излучения. Радиояркостная температура неодинакова для всего диска Луны: она распределена по нему соответственно с распределением истинной температуры и свойствами грунта приповерхностного слоя. Таким образом, она является функцией, зависящей от местного времени суток (т. е. от физической температуры на поверхности и распределения ее вглубь грунта), диэлектрической проницаемостью пород и структуры внутренних слоев. Интенсивность электромагнитного излучения нагретых тел описывается законом Планка. В нашем случае закон Планка можно аппроксимировать формулой Рэлея–Джинса, из которой следует, что в радиодиапазоне интенсивность излучения прямо пропорциональна температуре тела.

В статье [5] для расчета эффективной температуры «достаточно однородного по тепловым и диэлектрическим свойствам» плоскослоистого грунта дано полуэмпирическое выражение, на которое, так или иначе, ссылаются практически все последующие работы, посвященные собственному излучению космических тел:

$$T_g(0,t,\varphi,\psi) = (1-R)\int_0^{\infty} T(z,t,\varphi,\psi)\chi exp(-\chi z sec\gamma)\, sec\gamma dz. \qquad (1)$$

В этой формуле $T_g(0,t,\varphi,\psi)$ – измеряемая температура верхнего покрова на поверхности $z=0$ в местное время равное t, а φ,ψ – координаты центра района поверхности Луны, в котором проводятся измерения, $T(z,t,\varphi,\psi)$ – величина физической температуры на глубине z, χ – коэффициент истинного поглощения в грунте, γ – угол, под которым излучение падает на слой грунта снизу. В качестве коэффициента пропорциональности в формуле (1) для границы $z=0$ используется выражение $(1-R)$, в [5] оно названо коэффициентом передачи излучения через поверхность $z=0$ при условии, что R – коэффициент отражения и, при относительно гладкой границе, он равен коэффициенту Френеля. В терминах работы [8] величина $(1-R)$ называется коэффициент прозрачности (в других работах – коэффициент прохождения). Для задач связанных с изучением собственного излучения Луны было бы логично использовать именно этот термин. Далее в статье [5] было отмечено, что если грунт неоднороден на масштабах длины радиоволны, на которой проводятся измерения, то коэффициент $(1-R)=v(z)$ является сложной функцией, которая на каждой условной границе, расположенной на глубине z имеет свое значение, поэтому ее тоже необходимо внести под знак интеграла. В этом случае функция $\chi=\chi(z)$ описывает поглощение на глубине z. Естественно полагать, что если грунт неоднороден, то аргумент у экспоненциальной функции в формуле (1), которая описывает потери во всем массиве грунта над внутренней границей z, следует заменить на выражение $\int_0^{z'} \chi(z)\, dz'$. В работах [2,3] отмечено, что семейство температурных профилей $T_g(z,t,\varphi,\psi)$ плавно переходит в постоянное значение на глубине D (что полностью описывает все возможные случаи). На

Луне суточные изменения температуры затрагивают тонкий слой грунта. Его толщина D составляет от 1 до 1.5 метра [9,10]. Глубина, доступная для изучения радиоволнами из рабочего диапазона радиометров, – тоже ограничена. Считается, что толщина слоя, доступного для радиоизучения, составляет 5–10 длин радиоволн. Поэтому можно полагать, что комплексная функция $\varepsilon(z)$ тоже плавно переходит в постоянное значение на некоторой глубине L. Пусть $Z = max(D, L)$, тогда для данной задачи грунт ниже глубины Z можно считать однородным, его температуру – постоянной. Угол γ примем равным 0, так как исследуется собственное излучение Луны, на глубинах больше Z оно равномерно и одинаково на всем участке измерения, направление теплового потока – от центра Луны к ее поверхности, кроме того, линейные размеры участка измерения значительно меньше радиуса Луны. При этих допущениях формула (1) будет иметь вид:

$$T_g(0, t, \varphi, \psi) = \int_0^\infty T(z, t, \varphi, \psi) v(z) \chi(z) exp\left(-\int_0^{z'} \chi(z) dz'\right) dz. \qquad (2)$$

2. Вывод формулы для расчета радиояркостной температуры грунта

Вид формулы (2) диктуется теорией решения уравнения теплопроводности, а распространение радиоволн, которые фиксирует радиометр, описывается волновым уравнением. Далее попробуем связать формулу (2) и коэффициент прохождения, входящий в решение волнового уравнения. В формуле (2) выделим множитель $w(z) = v(z)\chi(z)exp\left(-\int_0^{z'} \chi(z) dz'\right)$. В работе [11] функция $w(z)$ называется весовой, но равной мощности коэффициента прохождения, и выражение для расчета радиояркостной температуры сведено к виду $T_g(0, t, \varphi, \psi) = \int_0^\infty T(z, t, \varphi, \psi) w(z) dz$. Далее упростим поставленную задачу: дано однородное полупространство, моделирующее грунт глубже границы Z, его диэлектрическая проницаемость для частоты радиоволны f равна $\varepsilon_g = \varepsilon_g{}' + i\varepsilon_g{}''$, $\mathrm{T}_g -$ физическая температура. Тепловой поток из недр постоянен, от местного времени – не зависит, он перпендикулярен внутренней границы грунта, расположенной на глубине Z. На полупространстве лежит слой неоднородных пород с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(z) = \varepsilon(z)' + i\varepsilon(z)''$, изменения его температуры $T(z, t, \varphi, \psi)$ зависят от времени суток. Верхнее полупространство однородное, его диэлектрическая проницаемость равна 1. Опираясь на аддитивность интеграла, разделим неоднородный слой грунта на систему из N однородных подслоев. Толщина подслоев разбиения зависит от длины радиоволны, так чтобы диэлектрическая проницаемость ε_l в пределах каждого подслоя была бы почти постоянна, и температура практически не менялась. Например, толщина может быть равна 0.1 длины радиоволны. Решение волнового уравнения в пределах каждого подслоя будет иметь вид:

$$Y_l = V_l e^{-\mathrm{ikz}\sqrt{\varepsilon_l}} + R_l e^{\mathrm{ikz}\sqrt{\varepsilon_l}}. \tag{3}$$

Выражение (3) задает две волны, распространяющиеся в противоположных направлениях, в формуле (3) k – волновое число, i – комплексная единица, R_l и V_l – коэффициенты отражения и прохождения соответственно.

В верхнем полупространстве выражение (3) будет иметь вид: $Y_0 = V_{0N}e^{-\mathrm{ikz}}$; в нижнем – $Y_g = e^{-\mathrm{ikz}\sqrt{\varepsilon_g}} + R_g e^{\mathrm{ikz}\sqrt{\varepsilon_g}}$. На всех границах z_l выполняются условия неразрывности для решения волнового уравнения Y_l и его производной Y_l', которые позволяют определить V_{0N} – коэффициент прохождения с учетом всех внутренних переотражений. Запишем условия неразрывности на границе $z_0 = 0$:

$$\begin{cases} V_{0N} = V_1 + R_1 \\ -V_{0N} = -V_1\sqrt{\varepsilon_1} + R_1\sqrt{\varepsilon_1} \end{cases}. \tag{4}$$

Из системы (4) следует, что

а) R_1 и V_1 связаны линейно $\frac{R_1}{V_1} = r_{10}$, где $r_{10} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}-1}{\sqrt{\varepsilon_1}+1}$,

б) $V_{0N} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_1}}V_1 = (r_{10} + 1)V_1$.

Дальше запишем условия неразрывности на границе z_1:

$$\begin{cases} V_1 e^{-\mathrm{ikz_1}\sqrt{\varepsilon_1}} + R_1 e^{\mathrm{ikz_1}\sqrt{\varepsilon_1}} = V_2 e^{-\mathrm{ikz_1}\sqrt{\varepsilon_2}} + R_2 e^{\mathrm{ikz_1}\sqrt{\varepsilon_2}} \\ \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}}\left(-V_1 e^{-\mathrm{ikz_1}\sqrt{\varepsilon_1}} + R_1 e^{\mathrm{ikz_1}\sqrt{\varepsilon_1}}\right) = -V_2 e^{-\mathrm{ikz_1}\sqrt{\varepsilon_2}} + R_2 e^{\mathrm{ikz_1}\sqrt{\varepsilon_2}} \end{cases}. \tag{5}$$

С учетом (4) и (5) получим, что

а) R_2 и V_2 связаны линейно $\frac{R_2}{V_2} = \frac{r_{21}+\frac{R_1}{V_1}e^{2ikz_1\sqrt{\varepsilon_1}}}{1+r_{21}\frac{R_1}{V_1}e^{2ikz_1\sqrt{\varepsilon_1}}} e^{-2ikz_1\sqrt{\varepsilon_2}}$,

б) $V_1 = V_2 \frac{r_{21}+1}{1+r_{21}\frac{R_1}{V_1}e^{2ikz_1\sqrt{\varepsilon_1}}} e^{-ikz_1\sqrt{\varepsilon_2}+ikz_1\sqrt{\varepsilon_1}}$.

Условия неразрывности на границе z_2:

$$\begin{cases} V_2 e^{-\mathrm{ikz_2}\sqrt{\varepsilon_2}} + R_2 e^{\mathrm{ikz_2}\sqrt{\varepsilon_2}} = V_3 e^{-\mathrm{ikz_2}\sqrt{\varepsilon_3}} + R_3 e^{\mathrm{ikz_2}\sqrt{\varepsilon_3}} \\ \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_3}}\left(-V_2 e^{-\mathrm{ikz_2}\sqrt{\varepsilon_2}} + R_2 e^{\mathrm{ikz_2}\sqrt{\varepsilon_2}}\right) = -V_3 e^{-\mathrm{ikz_2}\sqrt{\varepsilon_3}} + R_3 e^{\mathrm{ikz_2}\sqrt{\varepsilon_3}} \end{cases}.$$

Так же, как и на границе z_1, выполняются соотношения:

а) R_3 и V_3 связаны линейно $\frac{R_3}{V_3} = \frac{r_{32}+\frac{R_2}{V_2}e^{2ikz_2\sqrt{\varepsilon_2}}}{1+r_{32}\frac{R_2}{V_2}e^{2ikz_2\sqrt{\varepsilon_2}}} e^{-2ikz_2\sqrt{\varepsilon_3}}$,

б) $V_2 = V_3 \frac{r_{32}+1}{1+r_{32}\frac{R_2}{V_2}e^{2ikz_2\sqrt{\varepsilon_2}}} e^{-ikz_2\sqrt{\varepsilon_3}+ikz_2\sqrt{\varepsilon_2}}$.

Аналогичные уравнения можно составить для всех границ разбиения, однако, во время написания кодов для расчета коэффициентов V_l, где $l = 0,...,N-1$ удобно ввести рекуррентную последовательность, номера членов которой зависят от номера среды:

$$W_0 = 0$$

$$W_1 = \frac{r_{10}+W_0}{1+r_{10}W_0} \cdot e^{2\mathrm{ik}\sqrt{\varepsilon_1}(z_1-z_0)}$$

$$W_2 = \frac{r_{21}+W_1}{1+r_{21}W_1} \cdot e^{2\mathrm{ik}\sqrt{\varepsilon_2}(z_2-z_1)}$$

$$W_N = \frac{r_{NN-1}+W_{N-1}}{1+r_{NN-1}W_{N-1}} \cdot e^{2\mathrm{ik}\sqrt{\varepsilon_N}(z_N-z_{N-1})}.$$

В этих обозначениях

$$V_{0N} = \left[\frac{1+r_{01}}{1+r_{01}W_0}\right] \cdot \left[\frac{1+r_{12}}{1+r_{12}W_1}\right] \cdot ..... \cdot V_N \cdot e^{\mathrm{ik}\sum_{l=1}^{N} z_l\left(\sqrt{\varepsilon_l}-\sqrt{\varepsilon_{l+1}}\right)}.$$

Рассмотрим условия неразрывности на границе z_N:

$$\begin{cases} V_N e^{-\mathrm{ikz_N}\sqrt{\varepsilon_N}} + R_N e^{\mathrm{ikz_N}\sqrt{\varepsilon_N}} = e^{-\mathrm{ikz_N}\sqrt{\varepsilon_g}} + R_g e^{\mathrm{ikz_N}\sqrt{\varepsilon_g}} \\ \frac{\sqrt{\varepsilon_N}}{\sqrt{\varepsilon_g}}\left(-V_N e^{-\mathrm{ikz_N}\sqrt{\varepsilon_N}} + R_N e^{\mathrm{ikz_N}\sqrt{\varepsilon_N}}\right) = -e^{-\mathrm{ikz_N}\sqrt{\varepsilon_g}} + R_g e^{\mathrm{ikz_N}\sqrt{\varepsilon_g}} \end{cases}.$$

Из этой системы получим, что $V_N = \frac{r_{gN}+1}{1+r_{gN}W_N} e^{ikz_N\sqrt{\varepsilon_N}-ikz_N\sqrt{\varepsilon_g}}$.

Таким образом, формула для расчета коэффициента прохождения через слой от границы z_N до z_0 будет иметь N+2 множителя – на каждой N+1 границе и экспоненциальную интегральную функцию, если считать $\varepsilon_g = \varepsilon_{N+1}$:

$$V_{0N} = \left[\frac{1+r_{01}}{1+r_{01}W_0}\right] \cdot \left[\frac{1+r_{12}}{1+r_{12}W_1}\right] \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{r_{gN}+1}{1+r_{gN}W_N} \cdot e^{\mathrm{ik}\sum_{j=1}^{N} z_l\left(\sqrt{\varepsilon_l}-\sqrt{\varepsilon_{l+1}}\right)}. \qquad (6)$$

Формула для расчета радиояркостной температуры будет иметь вид:

$$T_g(0,t,\varphi,\psi) = \sum_0^N T_l(z,t,\varphi,\psi)|V_{0l}(z)|^2 dz, \qquad (7)$$

в этой формуле $T_l(z,t,\varphi,\psi)$ – физическая температура l подслоя, $V_{0l}(z)$ – весовая функция.

Похожий подход применен в работе [13], в ней рассмотрен слой толщиной 500 см, разделенный на 500 подслоев толщиной по 1 см каждый. В каждом слое предполагалось наличие восходящего и нисходящего излучения, коэффициенты, связывающие частные решения волнового уравнения, были записаны в виде матрицы и найдены численно при решении матричного уравнения. В работе [14] тоже приведено моделирование яркостной температуры от приповерхностного слоя грунта, состоящего из трех сред: однородных слоев пыли и реголита, лежащих на коренных породах. В данной работе для расчетов предложена рекуррентная формула, позволяющая рассчитать радиояркостную температуру для произвольных глубинных профилей физической температуры $T(z,t,\varphi,\psi)$ и комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon(z)$.

Заметим, что экспоненциальная функция, входящая в формулу (2), может быть получена при анализе ряда, входящего в формулу (6) если учесть, что

$$\sqrt{\varepsilon(z)} = \sqrt{\varepsilon(z)'/2}\left(\sqrt{\sqrt{tg\sigma(z)+1}+1} + i\sqrt{\sqrt{tg\sigma(z)+1}-1}\right),$$

где $tg\sigma(z) = \frac{\varepsilon\prime\prime(z)}{\varepsilon\prime(z)}$- тангенс потерь:

$$\left|e^{\mathrm{ik}\sum_{j=1}^{l} z_l\left(\sqrt{\varepsilon_l}-\sqrt{\varepsilon_{l+1}}\right)}\right|^2 = \left|e^{\mathrm{ik}\left(\int_0^{z_l}\sqrt{\varepsilon(z)}dz-\sqrt{\varepsilon_g}z_l\right)}\right|^2 \sim e^{-2\,\mathrm{k}\left(\int_0^{z_l}\sqrt{\varepsilon\prime(z)/2}\sqrt{\sqrt{tg^2(z)+1}-1}dz\right)}.$$

Так как поглощение радиоволн $tg\sigma(z)$ в лунном грунте мало [15], то с точностью до $tg^4\delta(z)$ $\sqrt{\varepsilon'(z)/2}\sqrt{\sqrt{tg^2\delta(z)+1}-1} \approx \sqrt{\varepsilon'(z)}tg\delta(z)/2$. Для расчетов радиояркостной температуры именно такая функция используется в качестве $\chi(z)$ во многих работах [2-5, 13, 14].

Заключение

В работе обсуждается механизм расчета радиояркостной температуры неоднородного грунта Луны. Приведена рекуррентная формула удобная для численного моделирования экспериментов, связанных с исследованием собственного излучения Луны, теплового режима на ее поверхности и внутри верхнего слоя грунта с помощью радиометра. Показана связь выведенной формулы расчета этой величины с формулами, приведенными в статьях, посвященных моделированию яркостной температуры в проектах Chang-E и ESMO (European Student Moon Orbiter).

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН № 075-01133-22-00.

Литература

1. Шутко А.М. *СВЧ радиометрия водной поверхности и почвогрунтов.* Москва, Наука. 1986. 190 с.
2. Кондратьев К.Я., Шульгина Е.М. Определение некоторых характеристик почвы по данным измерений ее микроволнового излучения. *ДАН СССР*. 1971. Т.200. №1. С.88-90.
3. Кондратьев К.Я., Тимофеев Ю.М., Шульгина Е.М. О возможности определения характеристик поверхностного слоя почвы по ее тепловому радиоизлучению. *ДАН СССР*. 1970. Т.194. №6. С.1313-1315.
4. Гайкович К.П., Резник А.Н., Троицкий Р.В. Радиометрический метод определения подповерхностного профиля температуры и глубины промерзания грунта. *Известия вузов. Радиофизика.* 1989. Т.32. №12. С.1467-1474. https://radiophysics.unn.ru/sites/default/files/papers/1989_12_1467.pdf

5. Троицкий В.С., Тихонова Т.В. Тепловое излучение Луны и физические свойства ее верхнего покрова. *Известия вузов. Радиофизика.* 1970. Т.XIII. №9. С.1274-1311.
6. Ulaby F.T., Moore R.K., Fung A.K. *Microwave Remote Sensing: Active and Passive.* New York, Addison-Wesley Publishing Company. 1982. 456 p.
7. Wigneron J.P., Kerr Y.H., Waldteufel P., et al. L-band Microwave Emission of the Biosphere (L-MEB) Model: Description and calibration against experimental data sets over crop fields. *Remote Sensing of Environment.* 2007. V.107. №4. P.639-655. https://doi.org/10.1016/j.rse.2006.10.014
8. Бреховских Л.М. *Волны в слоистых средах.* Москва, Наука. 1973. 343 с.
9. Минчин С.Н., Улубеков А.Т. *Земля-Космос-Луна*. Москва, Машиностроение. 1972. 244 с.
10. Шевченко В.В. *Луна*. Москва, Советская энциклопедия. 1990. Т.2. С.613-615.
11. Keihm S.J., Langseth M.G. Lunar microwave brightness temperature observations reevaluated in the light of Apollo program findings. *Icarus*. 1975. №24. P.211-230. https://doi.org/10.1016/0019-1035(75)90100-1
12. Muhleman D.O. *Microwave emissions from the Moon. In Thermal Characteristics of the Moon.* ed. Lucas J.W. Cambridge, MIT Press. 1972. V.28. P.51-81.
13. Montopoli M., Di Carlofelice A., et al. Remote sensing of the Moon's subsurface with multifrequency microwave radiometers: A numerical study. *Radio Science.* 2011. №46. P.3350-3359. https://doi.org/10.1029/2009RS004311
14. Fa W., Jin Y. Simulation of brightness temperature from lunar surface and inversion of regolith-layer thickness. *Journal Geophysical research.* 2007. V.112. E05003. https://doi.org/10.1029/2006JE002751
15. Юшкова О.В., Кибардина И.Н., Дымова Т.Н. Электрофизическая модель лунного грунта. *Астрономический вестник.* 2020. Т.54. №6. С.520-528. https://doi.org/10.31857/S0320930X20060067

Для цитирования:

Юшкова О.В. О расчете радиояркостной температуры грунта Луны. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2023. №4. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.4.5