

DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.4.12 УДК: 621.396.96

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ФАКТОР ОДНОСПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ АБОНЕНТСКИХ ТЕРМИНАЛОВ ПО ОЦЕНКАМ ЧАСТОТЫ ДОПЛЕРОВСКИМ МЕТОДОМ

А.В. Передрий, С.С. Семенюк, А.Н. Абакумов, М.И. Андрейченко

Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского 197198, Санкт-Петербург, ул. Ждановская, д.13

Статья поступила в редакцию 20 марта 2024 г.

Аннотация. В статье представлено математическое описание доплеровского метода геолокации абонентских терминалов спутниковых систем связи по ретранслированному сигналу, а также аналитическое выражение геометрического фактора определения местоположения абонентских терминалов. Проведен анализ распределения геометрического фактора на поверхности Земли в зоне радиовидимости спутника-ретранслятора.

Ключевые слова: определение местоположения, геолокация, геометрический фактор, доплеровский метод, спутник-ретранслятор.

Автор для переписки: Андрейченко Максим Игоревич, maximst17@mail.ru

# Введение

Высокая плотность расположения космических аппаратов (КА), широкое распространение средств спутниковой связи в условиях ограниченного частотного ресурса спутниковых ретрансляторов приводит к тому, что все большую актуальность приобретает задача определения местоположения абонентских терминалов и земных станций спутниковых систем связи.

Современные достижения в области цифрового приёма и обработки радиосигналов составили теоретическую и практическую базу для развития определения местоположения (ОМП) абонентских терминалов методов спутниковых систем связи и нарушителей регламента радиосвязи по ретранслированным сигналам. Существенное отличие и особенность таких методов ОМП по сравнению с классическими состоит в том, что сигналы искомых терминалов принимаются наземной станцией наблюдения (НСН), при этом в качестве опорных точек системы ОМП используется положение КА в момент ретрансляции сигналов. Это достигается наличием точной информации о собственных координатах НСН и параметрах движения КА, позволяющих вычислить его координаты на момент ретрансляции сигнала и тем самым учесть протяженность радиолинии КА-НСН и доплеровский сдвиг частоты сигнала в ней, скомпенсировать задержку распространения и смещение несущей частоты и в дальнейшем проводить вычислительные операции относительно борта соответствующего КА.

Методы ОМП абонентских терминалов (АТ) по ретранслированному сигналу, реализуемые с использованием двух или трех КА, имеют существенные ограничения по применению в силу низкой вероятности наличия одного или двух вспомогательных КА, работающих в том же диапазоне частот, что и основной КА, ретранслирующий сигнал искомого АТ. Наиболее вероятны ситуации, когда необходимо определение координат АТ по одному КА [1, 2, 3].

Для определения местоположения АТ-нарушителя с позиции НСН с использованием одного движущегося относительно поверхности Земли КА могут использоваться интегрально-доплеровский или разностно-доплеровский

2

#### ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, eISSN 1684-1719, №4, 2024

методы [5, 6, 7]. Применение указанных методов основано на измерении частоты ретранслированного сигнала в НСН и дальнейшем синтезе пространственновременных баз ОМП, т.е. выборе опорных моментов времени на интервале наблюдения за КА, относительно которых производится расчет параметров местоположения, а именно: разность дальностей или разность радиальных скоростей (рис. 1). Выбор опорных моментов времени существенно влияет на точность оценивания координат АТ, которая наиболее наглядно может быть охарактеризована геометрическим фактором используемой пространственновременной конфигурации измерительной системы [8, 9, 10].



Рис. 1. Иллюстрация к методам ОМП АТ по сигналу, ретранслированному одним КА.

Вместе с тем в рамках прикладной задачи геолокации АТ по ретранслированному радиосигналу не нашел должного внимания доплеровский метод ОМП АТ с использованием только одного движущегося относительно спутника-ретранслятора, слабо поверхности Земли a также освещена характеристика качества его реализации для различных условий в виде геометрического фактора. Указанный метод успешно применяется В радионавигационных системах [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18] в условиях, когда сигнала АТ известны [11, 17], либо когда прием сигнала параметры осуществляется на борту движущегося летательного или космического аппарата [11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19]. Решение задачи ОМП АТ доплеровским методом по ретранслированному движущимся объектом сигналу в условиях априорной

неопределенности номинала несущей частоты передатчика рассмотрено [20], однако, полноценного анализа зависимости геометрического фактора от пространственно-временной конфигурации измерительной системы к настоящему времени не опубликовано.

Цель статьи состоит в исследовании характера распределения геометрического фактора односпутниковой системы определения местоположения АТ по ретранслированному сигналу в зоне радиовидимости спутника-ретранслятора.

Модификация доплеровского метода применительно к решаемой задаче состоит в том, что измерение частоты излученного АТ сигнала реализуется не на космическом аппарате, а в точке размещения НСН, расположенной на земной поверхности, с учетом возможной априорной неопределенности относительно номинала частоты излучения сигнала и частоты переноса сигнала на борту КА.

## 1. Исходные данные и постановка задачи.

Пусть АТ стационарен, а его положению соответствует вектор координат  $S^{(ири)} = [x^{(ири)}, y^{(ири)}, z^{(ири)}]^{T}$  в декартовой системе. Наземная станция наблюдения также стационарна и имеет координаты  $S^{(np)} = [x^{(np)}, y^{(np)}, z^{(np)}]^T$ . Сигнал AT излучается на частоте  $f^{({\rm ири})}$ , на борту КА сигнал переносится на частоту  $\Delta f^{({\rm прн})}$ и излучается по линии «вниз». В течение интервала времени T сигнал AT, ретранслируемый КА, принимается в НСН. В ходе приема производится оценивание частоты этого сигнала  $\tilde{f}^{(np)}(t), t \in [0;T]$ . При реализации измерений частоты цифровыми методами оценки частоты являются дискретными по удобства времени. Для И компактности аналитических выражений последовательность отсчетов оценок частоты сигнала представим в виде:

$$\tilde{f}_{i}^{(\mathrm{mp})} = \tilde{f}^{(\mathrm{mp})}(iT_{\mathrm{A}}), i = 0(1)N,$$
(1)

где  $T_{I}$  – интервал дискретизации отчетов оценки частоты;

Пусть также положению КА в *i*-й момент измерения частоты соответствует вектор координат  $S_i^{(cp)} = [x_i^{(cp)}, y_i^{(cp)}, z_i^{(cp)}]^T$ , а вектору скорости КА –  $V_i^{(cp)} = [v_i^{(x)}, v_i^{(y)}, v_i^{(z)}]^T$ .

АТ находится на поверхности Земли, в качестве модели которой будем использовать аппроксимацию в виде референц-эллипсоида, описываемого уравнением вида

$$R_z^2 = x^{2} + y^2 + (1 - e_z^2) \cdot z^2, \qquad (2)$$

где  $R_{z}$  – экваториальный радиус Земли;

*е*<sub>z</sub> – эксцентриситет земного эллипсоида.

Требуется по измерениям  $\tilde{f}_i^{(np)}$  определить вектор координат  $S^{(upu)} = [x^{(upu)}, y^{(upu)}, z^{(upu)}]^T$  в условиях неопределенности относительно частоты излучения  $f^{(upu)}$  АТ и частоты переноса  $\Delta f^{(npu)}$  на борту КА.

# 2. Математическая модель доплеровского метода ОМП АТ по сигналу, ретранслированному одним КА.

Рассмотрим последовательно процедуру ОМП по мере уменьшения априорных данных о сигнале АТ-нарушителя.

При известных частоте излучения и частоте переноса на борту КА решение задачи определения координат АТ может быть найдено следующим образом.

Оценка частоты ретранслированного сигнала АТ, полученная в точке приема в *i*-й момент измерения, может быть описана выражением вида

$$\tilde{f}_{i}^{(\mathrm{np})} = f^{(\mathrm{upu})} + \Delta f_{i}^{(\mathrm{BBepx})} + \Delta f_{i}^{(\mathrm{BHu3})} + f^{(\mathrm{nph})} + \Delta \hat{f}_{i}^{(\mathrm{oui})},$$
(3)

где  $\Delta f_i^{(\text{вверх})}$  – доплеровское смещение частот на линии «вверх»;

 $\Delta f_i^{(\text{вниз})}$  – доплеровское смещение частот на линии «вниз»;

 $f^{({\rm прн})}$  – частота переноса сигнала на борту КА;

 $\Delta \hat{f}_i^{(\text{ош})}$  – ошибка измерения частоты сигнала в точке приема.

Доплеровские смещения частоты на линиях «вверх» и «вниз» могут быть описаны следующими выражениями:

#### ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, eISSN 1684-1719, №4, 2024

$$\Delta f_{i}^{(\text{BBEPX})} = -f^{(\text{ири})} \cdot V_{i}^{(\text{BBEPX})}(S^{(\text{ири})}, S_{i}^{(\text{cp})}, V_{i}^{(\text{cp})}) / c;$$
(4)

$$\Delta f_{i}^{(\text{BHU3})} = -(f^{(\text{ири})} + \Delta f_{i}^{(\text{BBepx})} + f^{(\text{прн})}) \cdot V_{i}^{(\text{BHU3})}(S^{(\text{пр})}, S_{i}^{(\text{cp})}, V_{i}^{(\text{cp})}) / c,$$
(5)

где  $V_i^{(\text{вверх})}(S^{(\text{ири})}, S_i^{(\text{ср})}, V_i^{(\text{ср})})$  и  $V_i^{(\text{вниз})}(S^{(\text{пр})}, S_i^{(\text{ср})}, V_i^{(\text{ср})})$  – радиальные скорости движения КА как функции от координат и полного вектора скорости в *i*-й момент времени относительно АТ и точки приема соответственно;

с – скорость распространения электромагнитных волн.

В свою очередь радиальные скорости  $V_i^{(вверх)}$  и  $V_i^{(вверх)}$  могут быть определены через координаты и компоненты вектора скорости выражениями вида

$$V_{i}^{(\text{вверх})}(S^{(\text{при})}, S_{i}^{(\text{ср})}, V_{i}^{(\text{cp})}) = \frac{(x_{i}^{(\text{ср})} - x^{(\text{ири})}) \cdot v_{i}^{(x)} + (y_{i}^{(\text{ср})} - y^{(\text{ири})}) \cdot v_{i}^{(y)} + (z_{i}^{(\text{ср})} - z^{(\text{ири})}) \cdot v_{i}^{(z)}}{\sqrt{(x_{i}^{(\text{ср})} - x^{(\text{при})}) + (y_{i}^{(\text{ср})} - y^{(\text{ири})}) + (z_{i}^{(\text{ср})} - z^{(\text{ири})})}}; (6)$$

$$V_{i}^{(\text{вниз})}(S^{(\text{пр})}, S_{i}^{(\text{ср})}, V_{i}^{(\text{cp})}) = \frac{(x_{i}^{(\text{ср})} - x^{(\text{пр})}) \cdot v_{i}^{(x)} + (y_{i}^{(\text{ср})} - y^{(\text{пр})}) \cdot v_{i}^{(y)} + (z_{i}^{(\text{ср})} - z^{(\text{пр})}) \cdot v_{i}^{(z)}}{\sqrt{(x_{i}^{(\text{ср})} - x^{(\text{пр})}) + (y_{i}^{(\text{ср})} - y^{(\text{пр})}) + (z_{i}^{(\text{ср})} - z^{(\text{пр})})}}. (7)$$

Путем подстановки выражений (6) и (7) в выражения (4) и (5), а выражений (4) и (5)в выражение (3)может быть составлена система уравнений вида

$$\begin{cases} \tilde{f}_{1}^{(\text{np})} = f^{(\text{ири})} + \Delta f_{1}^{(\text{вверх})} + \Delta f_{1}^{(\text{вниз})} + f^{(\text{прн})} + \Delta \hat{f}_{1}^{(\text{ош})}; \\ \tilde{f}_{2}^{(\text{пp})} = f^{(\text{ири})} + \Delta f_{2}^{(\text{вверх})} + \Delta f_{2}^{(\text{вниз})} + f^{(\text{прн})} + \Delta \hat{f}_{2}^{(\text{ош})}; \\ \dots \\ \tilde{f}_{N}^{(\text{пp})} = f^{(\text{нри})} + \Delta f_{N}^{(\text{вверх})} + \Delta f_{N}^{(\text{вниз})} + f^{(\text{прн})} + \Delta \hat{f}_{N}^{(\text{ош})}; \\ R_{z}^{2} = (x^{(\text{ири})})^{2} + (y^{(\text{ири})})^{2} + (1 - e_{z}^{2}) \cdot (z^{(\text{ири})})^{2} + \Delta \hat{r}^{(\text{ош})}, \end{cases}$$
(8)

где  $\tilde{R}_{z}$  – оценка экваториального радиуса Земли;

 $\Delta \hat{r}^{\text{(ош)}}$  – ошибка оценивания экваториального радиуса Земли.

В соответствии с условиями решения задачи вектора  $S_i^{(cp)}, V_i^{(cp)}$  и  $S^{(np)}$ известны. Поэтому решение системы уравнений (8) относительно координат АТ  $S^{(ири)} = [x^{(ири)}, y^{(ири)}, z^{(ири)}]^T$  позволит определить его координаты при наличии данных о  $S_i^{(cp)} = [x_i^{(cp)}, y_i^{(cp)}, z_i^{(cp)}]^T$  и  $V_i^{(cp)} = [v_i^{(x)}, v_i^{(y)}, v_i^{(z)}]^T$ .

С учетом введенных обозначений система уравнений (8) при N > 2, известных  $f^{(ири)}$  и  $f^{(прн)}$  может быть решена итерационно методом

Ньютона-Гаусса [3, 8, 9]. В соответствии с данным методом оценка координат АТ  $\tilde{S}_{1}^{(ири)} = [\tilde{x}_{1}^{(ири)}, \tilde{y}_{1}^{(ири)}, \tilde{z}_{1}^{(ири)}]^{T}$  на первой итерации в случае равноточных измерений частоты в каждом из *N* измерений будет иметь вид

$$\tilde{S}_{1}^{(\mu\mu\mu)} = S_{0}^{(\mu\mu\mu)} - \left(G^{T}G\right)^{-1}G^{T}\left(\tilde{F}_{} - F_{}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})\right),$$
(9)

в случае неравноточных измерений частоты (например, вследствие изменения отношения сигнал/шум на интервале наблюдения) получим

$$\tilde{S}_{1}^{(\mu\mu\mu)} = S_{0}^{(\mu\mu\mu)} - \left(G^{T}K_{\eta}^{-1}G\right)^{-1}G^{T}K_{\eta}^{-1}\left(\tilde{F}_{} - F_{}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})\right),$$
(10)

где  $S_0^{(ирн)}$  – нулевое (начальное) приближение оценок координат AT, которое используется на первой итерации и может быть получено на основе априорных сведений о положении AT или грубых аналитических решений системы уравнений;

$$G = \left[\frac{dF_{\langle N+1\rangle}^{T}}{dS^{(\mu\mu\mu)}}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})\right]^{T} = \left[\frac{\frac{df_{i}^{(np)}}{dx}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})}{\frac{df_{i}^{(np)}}{dy}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})} \frac{\frac{df_{i}^{(np)}}{dz}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})}{\frac{df_{N}^{(np)}}{dx}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})} \frac{\frac{df_{N}^{(np)}}{dz}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})}{\frac{df_{N}^{(np)}}{dz}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})} \frac{\frac{df_{N}^{(np)}}{dz}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})}{\frac{dR_{z}^{2}}{dx}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})} \frac{\frac{dR_{z}^{2}}{dz}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})}{\frac{dZ}{dz}(S_{0}^{(\mu\mu\mu)})}\right]^{T}$$

– матрица Якоби размером  $(N + 1) \times 3$ , элементами которой являются все частные производные первого порядка функции  $F_{<N+1>}(S^{(ирн)})$  в точке  $S_0^{(ирн)}$ ;

 $K_{\eta}$  – ковариационная матрица оценок  $\tilde{F}_{_{<N+1>}}$ , определяемая статистическими параметрами ошибок  $\hat{\eta}_{_{<N+1>}}$ .

С использованием начального приближения  $S_0^{(ири)}$  по формулам (9) или (10) вычисляется первая оценка координат АТ  $\tilde{S}_1^{(ири)}$ , которая на следующей итерации используется в качестве приближения для вычисления второй оценки  $\tilde{S}_2^{(ири)}$  и т.д. Итерации повторяются до тех пор, пока не выполнится условие вида

$$\left|\tilde{S}_{k+1}^{(\text{ири})} - \tilde{S}_{k}^{(\text{ири})}\right| \leq \xi, \qquad (11)$$

где *ξ* – заданный вектор допустимых приращений координат;

*k* – порядковый номер итерации.

Таким образом, точность решения системы уравнений (8) зависит от величин элементов вектора  $\xi$ .

Представленный в выражениях (9)-(11) алгоритм позволяет находить координаты искомого АТ в условиях априорно известной частоты излучения. Далее рассмотрим процедуру определения координат АТ доплеровским методом в условиях неизвестной частоты излучения.

В реальных условиях контроля ЗС-нарушителей параметры радиосигналов априорно неизвестны. Номинал несущей частоты передатчика ЗС по результатам наблюдения сигнала движущегося ретранслятора не может быть определен. В этом случае в системе уравнений (8) имеет место четыре неизвестных, а именно: координаты АТ *x*, *y*, *z* и частота излучения  $f^{(ири)}$ . Поэтому для успешного решения системы уравнений необходимо иметь минимум три оценки частоты в точке приема. Искомый вектор обозначим как  $L^{(ири)} = [x^{(ири)}, y^{(ири)}, z^{(ири)}, f^{(ири)}]^T$ . Тогда, по аналогии с (9) и (10), решение системы в ходе первой итерации будет иметь вид

$$\tilde{L}_{1}^{(\text{ири})} = L_{0}^{(\text{ири})} - \left(G_{f}^{T}G_{f}\right)^{-1}G_{f}^{T}\left(\tilde{F}_{< N+1>} - F_{< N+1>}(L_{0}^{(\text{ири})})\right)$$
(12)

- в случае равноточных измерений и

$$\tilde{L}_{1}^{(\mu\mu\mu)} = L_{0}^{(\mu\mu\mu)} - \left(G_{f}^{T}K_{\eta}^{-1}G_{f}\right)^{-1}G_{f}^{T}K_{\eta}^{-1}\left(\tilde{F}_{} - F_{}(L_{0}^{(\mu\mu\mu)})\right)$$
(13)

- в случае неравноточных измерений частоты, где

$$G_{f} = \begin{bmatrix} \frac{dF_{i}^{(\mathrm{np})}}{dL^{(\mathrm{npn})}} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \frac{df_{i}^{(\mathrm{np})}}{dx} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{np})}}{dy} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{npn})}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{npn})}}{df^{(\mathrm{npn})}} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \frac{df_{N}^{(\mathrm{npn})}}{dx} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{N}^{(\mathrm{npn})}}{dy} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{N}^{(\mathrm{npn})}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{dR_{z}^{2}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{dR_{z}^{2}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{dR_{z}^{2}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{dR_{z}^{2}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{dR_{z}^{2}}{dy} (L_{0}^{(\mathrm{npn})})$$

– матрица Якоби размером  $(N + 1) \times 4$ , элементами которой являются все частные производные первого порядка функции  $F_{<N+1>}(L^{(ири)})$  в точке  $L_0^{(ири)}$ .

В качестве начального приближения  $f_0^{(ири)}$  может быть использовано среднее значение оценок частоты ретранслированного сигнала в точке приема с учетом частоты переноса на КА, а именно:

$$f_{0}^{(\mu p \mu)} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \tilde{f}_{i}^{(np)} - \Delta f^{(nph)} .$$
 (14)

Следует отметить, что возможны ситуации, когда нет сведений о частоте переноса  $\Delta f^{(прн)}$  сигнала АТ на борту КА. В этом случае вектор  $L^{(ири)}$  можно представить в виде:

$$L^{(\text{ири})} = [x^{(\text{ири})}, y^{(\text{ири})}, z^{(\text{ири})}, f^{(\text{прн})}, f^{(\text{прн})}]^{T}.$$
(15)

Тогда матрица Якоби примет вид

$$G_{f} = \begin{bmatrix} \frac{dF_{i}^{(\mathrm{np})}}{dL^{(\mathrm{npn})}} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \frac{df_{i}^{(\mathrm{np})}}{dx} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{np})}}{dy} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{np})}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{npn})}}{df^{(\mathrm{npn})}} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{npn})}}{df^{(\mathrm{npn})}} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \frac{df_{i}^{(\mathrm{npn})}}{dx} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{npn})}}{dy} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{npn})}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{npn})}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npnn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{npnn})}}{dz} (L_{0}^{(\mathrm{npnn})}) & \frac{df_{i}^{(\mathrm{n$$

Решение системы осуществляется в соответствии с формулами (12) и (13). В качестве начального приближения частоты переноса  $\Delta f_0^{(прн)}$  может быть использована разница между средними частотами диапазонов рабочих частот по линиям «вниз» и «вверх», а именно:

$$\Delta f_0^{(\text{прн})} = (f_\pi^{(\text{вниз})} + f_\pi^{(\text{вниз})}) / 2 - (f_\pi^{(\text{вверх})} + f_\pi^{(\text{вверх})}) / 2, \tag{16}$$

где  $f_{\pi}^{(\text{вниз})}$  и  $f_{\pi}^{(\text{вниз})}$  – левая и правая граница диапазона рабочих частот КА по линии «вниз»;

 $f_{\pi}^{_{({\rm BBepx})}}$  и  $f_{\pi}^{_{({\rm BBepx})}}$  – левая и правая граница диапазона рабочих частот КА по линии «вверх».

Тогда начальное приближение частоты излучения  $f_0^{(upu)}$ , по аналогии с (14), может быть определено по формуле:

$$f_0^{(\text{ири})} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{f}_i^{(\text{пр})} - \Delta f_0^{(\text{прн})} \,. \tag{17}$$

Таким образом, величина (17) может быть включена в состав вектора  $L_0^{(ири)}$  начального приближения позиции АТ в пространстве при выполнении первой итерации решения системы уравнений (8).

# 3. Геометрический фактор односпутниковой системы ОМП АТ доплеровским методом.

В качестве параметра, характеризующего зависимость точности ОМП взаимного положения элементов системы ОМП и АТ в пространстве, широкое распространение получил геометрический фактор ( $k_{\rm r}$ ), представляющий собой числовой коэффициент снижения точности, определяющий во сколько раз ошибка ОМП превышает ошибку определения параметра местоположения и вычисляемый в соответствии с выражением [8, 9,10]:

$$k_{\Gamma} = \frac{\sqrt{tr\left(\left(G^{T}G\right)^{-1}\right)}}{\sigma_{v}},$$
(18)

где  $\sigma_{\nu}$  – среднеквадратическая ошибка оценки радиальной скорости (рассчитывается в зависимости от применяемого метода ОМП);

*G*<sub>*f*</sub> – матрица Якоби (матрицу частных производных уравнений в уравнениях (12) и (15));

*tr*(.) – след матрицы.

Для наглядного представления качества ОМП на основании процедур, описываемых выражениями (9), (10), (12), (13) и (18), разработана программная модель на ЭВМ, предназначенная для расчета геометрического фактора односпутниковой системы ОМП АТ доплеровским методом. Моделирование проведено для низкой круговой орбиты (НКО). Исходные данные для моделирования представлены в таблице 1.

Результаты расчета геометрического фактора односпутниковой системы ОМП АТ в зоне радиовидимости спутника-ретранслятора представлены на рис. 2. Приведенные графики свидетельствуют о том, что основное влияние на величину геометрического фактора оказывает пространственная конфигурация и высота орбиты КА. При этом в связи с тем, что физическая природа

воздействия каждого из указанных факторов различна, то и их вклад неравноценен и зависит от конкретных условий. Анализ приведенных на рис. 2 рабочих зон для различной пространственной конфигурации опорных точек системы ОМП и их числа свидетельствует о том, что увеличение числа опорных точек в ограниченном пространстве ведет к повышению точности ОМП АТ, но повышение точности реализуется не пропорционально увеличению числа опорных точек. Наилучшая точность ОМП достигается в боковых направлениях относительно трассы полета КА, а вдоль трассы полета точность наихудшая, при этом могут формироваться области, для которых ОМП нецелесообразно. Линии постоянной точности ОМП имеют замкнутый характер концентрических овалов в близи трассы полета КА, и расходящихся пучков по бокам от нее.

Параметры	Значение
Тип орбиты	НКО
Закон распределения $\Delta \hat{f}_i^{(\text{ош})}$	нормальный
Математическое ожидание ошибки $\Delta \hat{f}_i^{(\text{ош})}$ , Гц	0
Среднеквадратическое отклонение (СКО) $\Delta \hat{f}_i^{(\text{ош})}$ , Гц	10
Частота излучения АТ $f^{(\mu\mu\mu)}$ , ГГц	1,61
Частота переноса ретранслятора $\Delta f^{(прн)}$ , ГГц	5,265
Высота орбиты КА, км	1415
Наклонение орбиты КА, град.	59,9
Интервал наблюдения Т, мин.	10
Интервал дискретизации $T_{_{\scriptscriptstyle \mathcal{I}}}$ , мин.	1
СКО ошибки оценок координат КА, м	200
СКО ошибки оценок координат вектора скорости КА, м/с	10

Таблица 1. Исходные данные для моделирования.

Особенностью однопозиционной системы ОМП на базе КА является тот факт, что нельзя произвольно формировать пространственную конфигурацию системы, а возможно использовать только пространственное положение КА на его траектории движения по орбите в различные моменты времени.

Очевидно, что при возрастании высоты орбиты КА уменьшается его линейная и угловая скорость, а, следовательно, и радиальная скорость относительно Земли при аналогичных углах наблюдения КА из наземных точек.



Рис.2. Геометрический фактор односпутниковой доплеровской системы ОМП по КА на НКО:

- а) интервал наблюдения 15 мин, количество опорных точек 3;
- б) интервал наблюдения 20 мин, количество опорных точек 5;
- в) интервал наблюдения 20 мин, количество опорных точек 10;
- г) интервал наблюдения 20 мин, количество опорных точек 20.

При достижении КА высоты геостационарной орбиты (ГСО) при нулевых наклонении и эксцентриситете, его радиальная скорость относительно всех точек земной поверхности становится нулевой. Как следствие, геометрический фактор при использовании таких КА бесконечно возрастает и данные КА непригодны для ОМП АТ. Большинство современных связных КА, функционирующих на ГСО, имеют значения указанных параметров орбит, близких к нулевым [20]. Следовательно, реализация односпутникового доплеровского метода с их использованием представляется нецелесообразной.

### Заключение

Методы определения координат АТ по ретранслированному сигналу, реализуемые с использованием двух или трех КА, имеют существенные ограничения по применению в силу низкой вероятности наличия одного или двух вспомогательных КА, работающих в том же диапазоне частот, что и основной КА, ретранслирующий сигнал абонентского терминала - нарушителя. Наиболее вероятны ситуации, когда необходима локализация АТ по одному КА. Для определения местоположения АТ с позиции НСН с использованием одного КА предложен доплеровский метод ОМП АТ, модифицированный для решения задач поиска несанкционированных пользователей частотного ресурса КА.

Результаты моделирования свидетельствуют, что основное влияние на величину геометрического фактора оказывает пространственная конфигурация и высота орбиты КА. При этом, в связи с тем, что физическая природа воздействия каждого из указанных факторов различна, то и их вклад неравноценен и зависит от конкретных условий.

Космические аппараты, функционирующие на ГСО, не могут быть использованы для ОМП АТ. Следовательно, реализация односпутникового доплеровского метода с их использованием представляется нецелесообразной. С другой стороны существует множество КА, величина наклонения и эксцентриситета орбиты которых существенно отличается от идеальных. В некоторых связных системах КА придается наклонение с целью обеспечения

13

связи в приполярных областях. Все указанные типы КА позволяют производить ОМП односпутниковым методом с использованием доплеровского метода. Анализ характеристик точности для данных типов орбит в зависимости от их параметров может служить предметом дальнейших исследований.

# Литература

- Рембовский А.М., Ашихмин А.В., Козьмин В.А. Автоматизированные системы радиоконтроля и их компоненты. Под редакцией А.М. Рембовского. – М: Горячая линия – Телеком, 2018. – 424 с: ил.
- Нормы Государственной комиссии по радиочастотам 17-13.
   Радиопередатчики всех категорий гражданского применения. Требования на допустимые отклонения частоты с изменениями от 07.2015.
- Семенюк С.С., Абакумов А.Н. Исследование влияния геометрической конфигурации разностно-дальномерной системы на точность определения местоположения абонентских терминалов спутниковых систем связи // Труды Военно-космической академии имени А.Ф, Можайского. - СПб.: ВКА имени А.Ф. Можайского. - Вып. 644. -2014. - С. 40 -50.
- Агиевич С.Н., Галл Р.Д., Кельян А.Х., Коновалов В.Е., Потапов С.Г. Анализ возможностей использования геостационарных спутников-ретрансляторов для решения задач радиомониторинга // Труды Военно-космической академии имени А.Ф, Можайского.- СПб.: ВКА имени А.Ф. Можайского. -Вып. 672. -2020. -С. 48-60.
- 5. Севидов В.В. Варианты реализации разностно-дальномерного метода определения координат земных станций по сигналам спутниковретрансляторов // Сборник докладов III Международной научно-технической конференции «Радиотехника, электроника и связь». Омск: Издательский дом «Наука», 2015. С. 303-308.

- 6. Агиевич С.Н., Ивашина А.В.,Севидов В.В., Матюхин А.С., Карузский А.В., Плужник Е.Г. Способ определения местоположения абонентского терминала с помощью спутника-ретранслятора на низкой околоземной орбите // Патент РФ № 2679890. 2019.Бюл. № 5.
- Дубровин А. В. Оценивание координат излучателя подвижной пассивной системой, использующей эффект Доплера // журнал «Вестник МАИ».
   Москва: Московский авиационный институт. -2005, Т. 12, № 3. С.93-97.
- 8. Семенюк С.С., Уткин В.В., Бердинских Л.Н. Геометрический фактор разностно-дальномерной сети датчиков в пространстве // Наукоемкие технологии. 2012. №8. С.66-73.
- Лопатин Е.А., Семенюк С.С. Метод разбиения множества распределенных в пространстве датчиков на разностно-дальномерные группы определения местоположения при оперативном мониторинге радиообстановки. // Журнал «Доклады ТУСУР». – Томск: ТГУСУРЭ. - 2011. №2(24). Ч.1. С.25-33.
- 10. Семенюк С.С., Христичан Е.В., Саниев Р.Р. Обоснование подхода к снижению вариативности геометрического фактора системы определения координат воздушных объектов по технологии MLAT. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2021. №4. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.4.14
- Комаровский Ю.А. Точность доплеровской навигационной системы при малых углах кульминации спутников // Вестник морского государственного университета. – Владивосток: Морской государственный университет им. Адм. Г.И. Невельского. - №65. – 2014. - С. 27-35.
- Бакулев П. А., Сосновский А. А. Б19 Радионавигационные системы. Учебник для вузов. - М.: Радиотехника, 2005. - 224 с.
- Радиотехнические системы: учебник для студ. высш. Учеб. заведений /Ю.М.Казаринов [и др.]; под ред. Ю. М.Казаринова. М.: Издательский центр «Академия», 2008. 592 с.

- 14. Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы. / [Под ред. В. В. Цветнова]. - М.: Радиоисвязь, 1986. - 264 с.
- Shiomi T., Takaxashi K. Auto-Correlative Derivation of Doppler and Doppler Rate Observables from Satellite - Observed Interference Radio Signals. - Journ. of Radio Res. Lab., 1985, v. 32, № 136, p. 89-98.
- Guier W.H., Weiffenbach G.C. A Satellite Doppler Navigation System. Proc. Lns. Radio Eng. № 48. – 1960. - p. 507-516.
- 17. Ellis P. and Dowla F. A Single Satellite Geolocation Solution of an RF Emitter Using a Constrained Unscented Kalman Filter, 2018 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP), 2018, pp. 643-647.
- Liu, Qingcheng, Samuel Picton Drake and Brian D. O. Anderson. Mapping Target Location from Doppler Data. arXiv: Signal Processing - 2019.
- Nguyen N.H. and DoğançayK. Algebraic solution for stationary emitter geolocation by a LEO satellite using Doppler frequency measurements. 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2016, pp. 3341-3345.
- 20. Еремеев И. Ю., Семенюк С. С., Саниев Р. Р., Передрий А.В. Геолокация земных станций спутниковой связи доплеровским методом по излучениям спутника-ретронслятора в условиях неопределенности номинала несущей частоты // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействию терроризму. 2022 №5-6 (167-168). С. 3-12.

# Для цитирования:

Передрий А.В., Семенюк С.С., Абакумов А.Н., Андрейченко М.И. Геометрический фактор односпутниковой системы определения местоположения абонентских терминалов по оценкам частоты доплеровским методом. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 4. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.4.12