DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.4.15

УДК: 621.396.67

МНОГОЛУЧЕВАЯ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВАЯ АПЛАНАТИЧЕСКАЯ АНТЕННА

А.С. Венецкий[1], В.А.Калошин[1], Чинь Ван Туан[2]

**[1]Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
125009, Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7**

**[2]Московский физико-технический институт
(Национальный исследовательский университет),
141700, Моск. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9**

Статья поступила в редакцию 18 апреля 2025 г.

Аннотация. Найдено приближенное аналитическое решение задачи синтеза образующих интегральной осесимметричной апланатической зеркально-линзовой системы в виде рядов по степеням радиуса. Для частного случая системы с расположением источника на поверхности линзы решение задачи синтеза сведено к дифференциальному уравнению, с использованием которого также получено приближенное аналитическое решение. Найдена формула для основной аберрации – астигматизма системы. На основе полученной формулы проведена оптимизация системы и найдены оптимальные значения параметров, обеспечивающих минимальную среднеквадратическую аберрацию. С использованием численного моделирования проведен анализ характеристик антенны на основе оптимизированной осесимметричной апланатической зеркально-линзовой системы.

Ключевые слова: апланатическая система, среднеквадратическая аберрация, оптимизация, зеркально-линзовая антенна, многолучевая антенна.

Финансирование: Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

Автор для переписки: Калошин Вадим Анатольевич, vak@cplire.ru

Введение

Широко известные оптические апланатические зеркально-линзовые системы Шмидта и Максутова [1-3] удовлетворяют условиям апланатизма (условиям синусов Аббе) только приближенно (в параксиальном приближении), а анализ аберраций в них проводился в узком секторе углов наблюдения и, как правило, для малых угловых размеров апертуры. При этом линза и зеркало в этих системах имеют отдельные конструкции.

Планарная зеркально-линзовая антенна с интегральной конструкцией (одна из поверхностей линзы является отражающей), точно удовлетворяющая условиям синусов Аббе, синтезирована в [4].

В работе [5] развиты две численно-аналитические методики синтеза осесимметричной зеркально-линзовой системы интегральной конструкции, точно удовлетворяющей условиям синусов Аббе и получена приближенная формула для распределения эйконала на выходной поверхности линзы. Проведено исследование точности формулы и численная оптимизация параметров, обеспечивающая минимум среднеквадратической аберрации эйконала. При этом в процессе решения задачи оптимизации параметров предварительно решалась задача синтеза.

Целью данной работы является нахождение приближенного аналитического решения задачи синтеза образующих интегральной осесимметричной зеркально-линзовой системы в виде рядов по степеням радиуса, с использованием полученного решения вывод формулы для астигматизма системы, оптимизации параметров с использованием полученной формулы, а также анализ многолучевой антенны на основе оптимизированной системы с использованием численного моделирования.

1. Синтез зеркально-линзовой системы

Рассмотрим задачу синтеза апланатической зеркально-линзовой системы (рис. 1), содержащую осесимметричную диэлектрическую линзу, первая из поверхностей которой – преломляющая, а вторая – отражающая, и источник, расположенный в фокусе (точке O). Введем следующие обозначения: f_0 – фокальное расстояние (от фокуса до поверхности линзы), d_0 – толщина линзы (расстояние между от первой до второй поверхности вдоль оси Z), n – показатель преломления материала линзы.

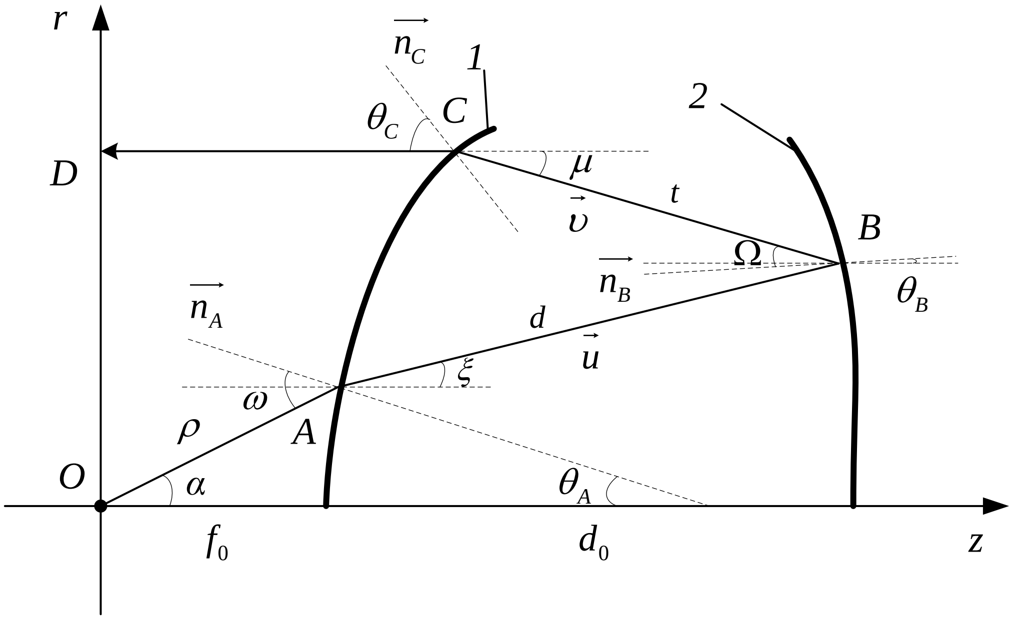

Рис. 1. Зеркально-линзовая система:
$z = f(r)$ – кривая *1*, $Z = F(R)$ – кривая *2*.

Зеркально-линзовая система преобразует сферический фронт из источника в фокусе в плоский фронт, при условии выполнения условия апланатизма:

$$r_C = \gamma \sin\alpha\,, \tag{1}$$

где $\alpha = \mathrm{arctg}(r_A / z_A(r_A))$ – угол между осью Z и выходящим лучом $\overrightarrow{OA}$, $\gamma = f_0 + kd_0$ – апланатический радиус, k – параметр, $0 \le k \le 2$.

Будем искать образующие преломляющей и отражающей поверхностей в виде рядов:

$$z = f_0 + f_2 r^2 + f_4 r^4 + \ldots\,, \tag{2}$$

$$Z = f_0 + d_0 + F_2 R^2 + F_4 R^4 + \ldots\,. \tag{3}$$

Опишем алгоритм нахождения коэффициентов рядов в формулах (1, 2).

Из условия апланатизма (3) следует:

$$\arcsin\frac{r_C}{\gamma} = \operatorname{arctg}\frac{r_A}{f(r_A)}. \tag{4}$$

Из соотношения (4) можно получить разложение:

$$r_C = r_{C1}r_A + r_{C3}r_A^3 + \ldots, \tag{5}$$

где $r_{C1} = \gamma / f_0$, $r_{C3} = -\frac{\gamma}{f_0^3}\left(\frac{1}{2} + f_2 f_0\right)$.

Из закона преломления $\sin(\alpha + \theta_A) = n\sin(\xi + \theta_A)$ можно найти угол ξ:

$$\xi = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha + \theta_A)}{n}\right) - \theta_A,$$

где $\theta_A = \operatorname{arctg}\left(f'(x_A)\right)$. Выражение для ξ также можно представить в виде ряда:

$$\xi = k_1 r_A + k_3 r_A^3 + \ldots, \tag{6}$$

где коэффициенты k_1 и k_3 будут определены ниже.

Найдем длину d вектора $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ из условия равенства эйконалов лучей на выходе системы:

$$\left|\overrightarrow{OA}\right| + nd + n\left|\overrightarrow{BC}\right| + z_C = L_0, \tag{7}$$

где L_0=2f_0+2nd_0 – эйконал центрального луча. Зная координаты точки B, уравнение (7) можно записать в виде:

$$\left|\overrightarrow{OA}\right| + nd + n\sqrt{P^2 + 2dQ + d^2} + z_C = L_0, \tag{8}$$

где $z_C = f(r_C)$, $P^2 = (r_C - r_A)^2 + (z_C - z_A)^2$, $Q = (z_A - z_C)\cos\xi + (r_A - r_C)\sin\xi$, $R_B = r_A + d\sin\xi$, $Z_B = z_A + d\cos\xi$.

Из уравнения (8) следует:

$$d = \frac{W^2 - P^2}{2(Q+W)},$$

где $W = (L_0 - \left|\overrightarrow{OA}\right| - z_C)/n$, $\left|\overrightarrow{BC}\right| = W - d$.

Компоненты единичного вектора луча:

$$\vec{\upsilon} = (\upsilon_1, \upsilon_2) = \frac{\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BC}\right|} = \left(\frac{r_C - r_A - d\sin\xi}{\left|\overrightarrow{BC}\right|}, \frac{z_C - z_A - d\cos\xi}{\left|\overrightarrow{BC}\right|} \right). \qquad (9)$$

Из закона преломления в точке C $n\sin(\theta_C - \mu) = \sin\theta_C$, где $\operatorname{tg}\theta_C = f^{/}(r_C)$, можно найти производную $f^{/}(r_C) = \dfrac{-\upsilon_1}{1/n + \upsilon_2}$, которую после разложения компонент вектора (9) по степеням x_A можно записать в виде:

$$f^{/}(r_C) = \frac{n\upsilon_{11}}{(n-1)d_0} r_A + \frac{n}{(n-1)d_0}\left[\upsilon_{13} + \frac{n\upsilon_{11}\upsilon_{22}}{(n-1)d_0} \right] r_A^3 + \ldots, \qquad (10)$$

где $\upsilon_{11} = \Delta r_1 - d_0 k_1$, $\Delta r_1 = \gamma / f_0 - 1$, $k_1 = \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{1}{f_0} + 2 f_2 (1-n) \right)$, а v_{13}, v_{22} будут приведены ниже.

Из разложения (1) следует:

$$f^{/}(r_C) = 2 f_2 r_C + 4 f_4 r_C^3 + \ldots, \qquad (11)$$

Подставляя в (11) разложение (5), получаем:

$$f^{/}(r_C) = \frac{2 f_2 \gamma}{f_0} r_A + \frac{\gamma[4 f_4 \gamma^2 - 2 f_2 (1/2 + f_2 f_0)]}{f_0^3} r_A^3. \qquad (12)$$

Приравнивая коэффициенты при r_A в (10) и (12), получаем линейное уравнение относительно f_2, из которого находим:

$$f_2 = \frac{n(\gamma - f_0) - d_0}{2d_0(\gamma - f_0)(n-1)}.$$

Приравнивая коэффициенты при r_A^3 в (10) и (12), находим:

$$f_4 = \frac{1}{4(\gamma^3 - f_0^3)}\left[\gamma f_2(1 + 2 f_2 f_0) + \frac{f_0^3 n}{d_0(n-1)}\left(\upsilon_{13} + \frac{n\upsilon_{11}\upsilon_{22}}{(n-1)d_0}\right)\right],$$

где $\upsilon_{13} = \Delta r_3 + D_2 k_1 - d_0 k_3 - \dfrac{\Delta r_1(D_2 - W_2)}{d_0}$, $\upsilon_{22} = \Delta z_2 + d_0 k_1^2 / 2 + 2D_2 - W_2$, $\upsilon_{11} = \Delta r_1 - d_0 k_1$,

$D_2 = \dfrac{1}{4d_0}(WP_2 + 2d_0(Q_2 - W_2))$, $WP_2 = 4d_0 W_2 + P_2$, $W_2 = (OA_2 + ZC_2)/n$, $ZC_2 = \dfrac{\gamma^2 f_2}{f_0^2}$,

$P_2 = (\dfrac{\gamma}{f_0} - 1)^2$, $OA_2 = \dfrac{1}{2 f_0}(1 + 2 f_0 f_2)$, $\Delta r_3 = -\dfrac{\gamma}{f_0^3}(1/2 + f_2 f_0)$, $\Delta z_2 = f_2\left(\dfrac{\gamma^2}{f_0^2} - 1\right)$,

$k_3 = 4 f_4(1/n - 1) + k_3$, $Q_2 = -\Delta z_2 - \Delta r_1 k_1$, $P_4 = f_2^2\left(\dfrac{\gamma^2}{f_0^2} - 1\right)^2 - \dfrac{\gamma}{f_0^3}(\dfrac{\gamma}{f_0} - 1)(1 + 2 f_2 f_0)$,

$$k_3 = \left[\frac{-8 f_2^3}{3} - \frac{1}{f_0^3}\left(\frac{1}{3} + f_2 f_0\right) - \frac{1}{6}\left(\frac{1}{f_0} + 2 f_2\right)^3\right]\frac{1}{n} + \frac{f_2 k_1}{n}\left(\frac{1}{f_0} + 2 f_2\right) + 4 f_2^3.$$

Используем аналогичную методику для нахождения F_2, F_4. Имеет место очевидное равенство:

$$\mathrm{tg}\,\theta_B = -F'(R_B) = -2F_2 R_B - 4F_4 R_B^3 - \ldots \tag{13}$$

С другой стороны, из закона отражения луча в точке B следует:

$$\frac{\overrightarrow{e_{CB}} + \vec{u}}{\left|\overrightarrow{e_{CB}} + \vec{u}\right|} = \left(\sin\theta_B, \cos\theta_B\right), \tag{14}$$

где $\overrightarrow{e_{CB}} = \dfrac{\overrightarrow{CB}}{\left|CB\right|}$, $\vec{u} = (\sin\xi, \cos\xi)$.

С помощью несложных преобразований можно получить:

$$\sin\theta_B = \frac{\operatorname{tg}\theta_B}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\theta_B}} = \frac{-2(F_2R_B + 2F_4R_B^3)}{\sqrt{1+4F_2^2R_B^2}} =$$

$$= -2(F_2R_B + 2F_4R_B^3)(1-2F_2^2R_B^2) = -2\left[F_2R_B + 2(F_4 - F_2^3)R_B^3\right].$$

После подстановки в это выражение $R_B = R_{B1}r_A + R_{B3}r_A^3$, находим:

$$\sin\theta_B = -2F_2R_{B1}r_A - 2\left[F_2R_{B3} + 2\left(F_4 - F_2^3\right)R_{B1}^3\right]r_A^3 \qquad (15)$$

Используя выражение для вектора $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$, разложение (6) и разложение (15), разложим члены в левой части (14) по степеням r_A и приравняем коэффициенты при r_A и $r_A{}^3$ в левой и правой части уравнения. В результате получаем:

$$F_2 = \frac{n(\gamma^2 - f_0^2) - 2d_0\gamma}{4d_0^2\gamma},\ F_4 = F_2^3 - \left(\frac{EW_3}{2} + F_2R_{B3}\right)\frac{1}{2R_{B1}^3},$$

где $EW_3 = \frac{EU_3}{2} - \frac{EU_1}{16}\left(EU_1^2 + 4EU_2\right),\qquad R_{B3} = d_0k_3 - D_2k_1,\qquad R_{B1} = 1 + d_0k_1,$

$$EU_1 = \frac{\Delta R_{BC1}}{d_0} + k_1,\qquad EU_2 = \frac{\Delta Z_{BC2} - d_0BC_2}{d_0} - \frac{k_1^2}{2},\qquad EU_3 = \frac{\Delta R_{BC3} - BC_2\Delta R_{BC1}}{d_0} + k_3,$$

$$\Delta R_{BC1} = R_{B1} - r_{C1},\qquad \Delta Z_{BC2} = Z_{B2} - z_{C2},\qquad BC_2 = \frac{1}{2d_0^2}\left[(R_{B1} - r_{C1})^2 + 2d_0(Z_{B2} - z_{C2})\right],$$

$$\Delta R_{BC3} = R_{B3} - r_{C3},\ z_{C2} = \gamma^2 f_2 / f_0^2,\ Z_{B2} = F_2R_{B1}^2.$$

На рис. 2 приведены образующие зеркально-линзовой системы при разных значениях параметра f_0/d_0, вычисленные по полученным формулам.

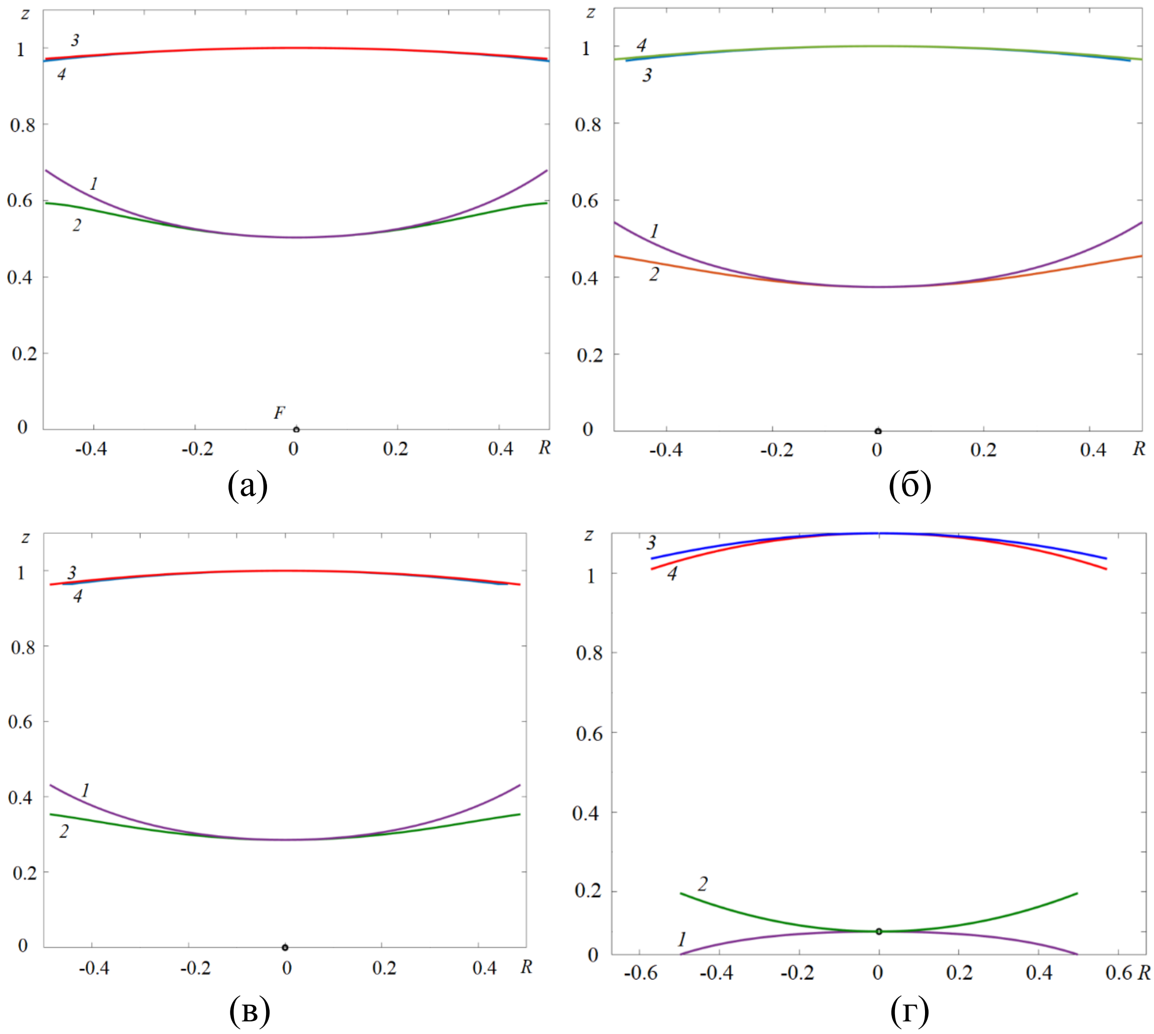

Рис. 2. Образующие зеркально-линзовых систем, найденные аналитическим (*1*, *3*) и численно-аналитическим методом (*2*, *4*): f_0/d_0 = 1 (а), 0.6 (б), 0.4 (в), 0 (г).

Для сравнения на рисунке приведены образующие, найденные численно-аналитическим методом [5].

Как видно на рис. 2, формула (2) хорошо аппроксимирует точное решение для образующей зеркала при разных соотношениях f_0/d_0, кроме случая f_0 = 0, а формула (1) для образующей линзы – только в параксиальной области и совершенно не работает при f_0 = 0. Поэтому рассмотрим этот важный частный случай, когда облучатель находится на поверхности линзы (рис. 6) и конструкция антенны становится полностью интегральной, отдельно.

Для луча, исходящего из фокуса в точке O и выходящего после преломления в точке C (рис. 3) можно записать:

$$\frac{dr}{d\alpha} = r\mathrm{tg}(\frac{\alpha}{2} + \frac{\mu}{2}), \tag{16}$$

где величины в правой части уравнения (16) связаны геометрическими соотношениями $r\sin\alpha + t\sin\mu = \gamma\sin\alpha$, $nr + nt + r\cos\alpha - t\cos\mu = 2nd_0$.

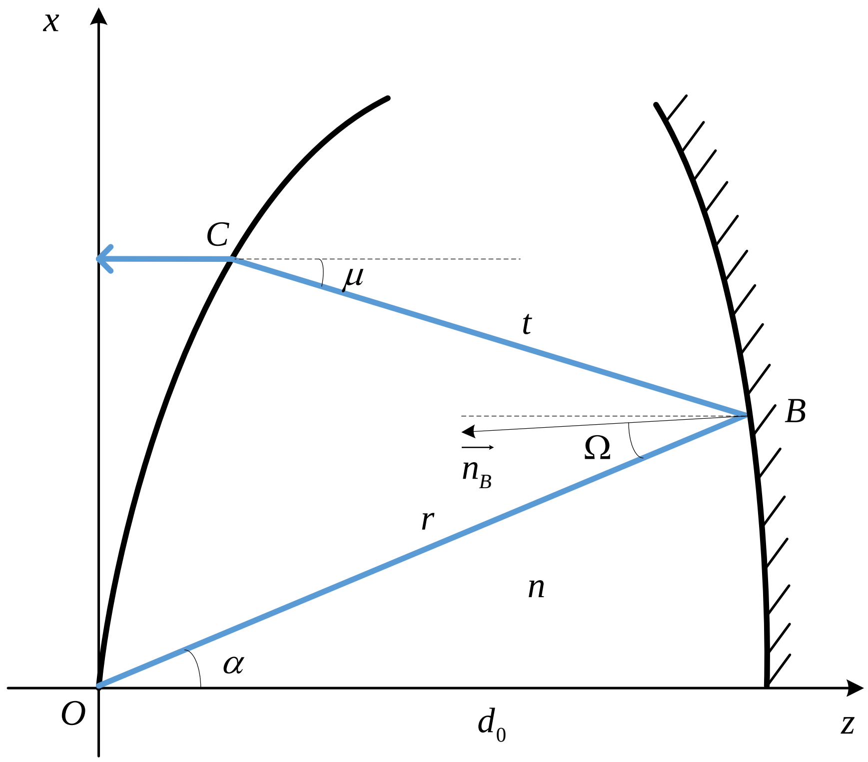

Рис. 3. К выводу дифференциального уравнения для зеркала.

Исключая из последних соотношений *t* получаем

$$\frac{\sin\mu}{n-\cos\mu} = \frac{(\gamma - r)\sin\alpha}{2nd_0 - r(n+\cos\alpha)}. \tag{17}$$

Уравнение (17) можно записать в виде:

$$P(n+1)q^2 - 2q + P(n-1) = 0,$$

где $P = \dfrac{(\gamma - r)\sin\alpha}{2nd_0 - r(n+\cos\alpha)}$, $q = \mathrm{tg}\dfrac{\mu}{2}$.

Из этого уравнения находим:

$$\mu = 2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{1-\sqrt{1-P^2(n^2-1)}}{P(n+1)}\right).$$

Подставляя μ в дифференциальное уравнение (16) и решая его численным методом, находим $r(\alpha)$. Зная $r(\alpha)$, находим координаты точки C на поверхности линзы:

$$x_C = \gamma \sin\alpha\,,\; z_C = r\cos\alpha - t\cos\mu\,,$$

где $t = \dfrac{2nd_0 - r(n+\cos\alpha)}{n-\cos\mu}$.

Найдем приближенное выражение для образующей зеркала $r(\alpha)$ в виде трех членов разложения по степеням α:

$$r = d_0 + R_2\alpha^2 + R_4\alpha^4\,.$$

Неизвестные коэффициенты R_2, R_4 находим, разлагая левую и правую части дифференциального уравнения (16) в ряд по степеням α и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях. В результате, получаем:

$$R_2 = (1/2 + C_3)d_0/2\,,\; R_4 = \frac{1}{4}\left[d_0\left(Q_3 + \frac{1}{24} + \frac{C_3}{4} + \frac{C_3^2}{2}\right) + R_2(1/2 + C_3)\right],$$

где $Q_3 = \dfrac{(n-1)Q_2}{2} + \dfrac{(n-1)^2(n+1)C_2^3}{8}$, $\quad C_3 = \dfrac{(n-1)C_2}{2}$, $\quad C_2 = \dfrac{\gamma - d_0}{C_1}$, $\quad C_1 = d_0(n-1)$,

$Q_2 = \dfrac{d_0 - \gamma - 6R_2}{6C_1} - \dfrac{Q_1(\gamma - d_0)}{C_1^2}$, $Q_1 = d_0/2 - R_2(n+1)$.

Образующая линзы определяется из алгебраических соотношений:

$$x_C = r\sin\alpha + t\sin\mu\,,\; z_C = r\cos\alpha - t\cos\mu\,,\; r = d_0 + R_2\alpha^2 + R_4\alpha^4\,,$$

где $t = \dfrac{2nd_0 - r(n+\cos\alpha)}{n-\cos\mu}$, $\mu = 2\Omega - \alpha$, $\Omega = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{2R_2\alpha + 4R_4\alpha^3}{d_0 + R_2\alpha^2 + R_4\alpha^4}\right)$.

2. Оптимизация апланатической зеркально-линзовой системы

Задача оптимизации зеркально-линзовой системы состоит в нахождении значений ее параметров и фокальной кривой, которые обеспечивают минимальную величину среднеквадратической аберрации (СКА) эйконала на выходе системы при смещении источника из фокуса, которую будем определять по формуле:

$$\sigma = \frac{1}{D}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(L_i - L_0)^2}\ , \tag{18}$$

где L_i – эйконал луча с номером i, N – количество учтенных лучей, D – диаметр апертуры системы, L_0 – эйконал луча, относительно которого СКА имеет минимальное значение.

Формула для эйконала в произвольной точке А на выходной поверхности зеркально-линзовой системы при смещении источника из фокуса в точку O_1 (рис. 4) с координатами ($-\delta_R\cos\varphi$, $-\delta_R\sin\varphi$, δ_Z) имеет вид [5]:

$$L = \sqrt{A} + A_{1X}\Delta x + A_{1Y}\Delta y + A_{2X}\Delta x^2 + A_{2Y}\Delta y^2 +$$
$$+nM_{X2}\Delta X^2 + nM_{Y2}\Delta Y^2 + nN_X\Delta x\Delta X + nN_Y\Delta y\Delta Y\ ,$$

где $\sqrt{A} = \rho + \sin\alpha\delta_R\cos\varphi + \cos\alpha\delta_Z + \frac{1}{2\rho}(\delta_R^2\cos^2\alpha\cos^2\varphi + \delta_R^2\sin^2\alpha + \delta_Z^2\sin^2\alpha - \delta_R\delta_Z\cos\varphi\sin 2\alpha)$,

$$A_{1X} = W\delta_R\cos\varphi\cos\alpha - W\delta_Z\sin\alpha, \quad \Delta x = \frac{-2M_{X2}A_{1X}}{4A_{2X}M_{X2} - nN_X^2}, \quad \Delta y = \frac{-2M_{Y2}Q_{Y1}}{4A_{2Y}M_{Y2} - nN_Y^2},$$

$$A_{2X} = \frac{1}{2\cos^2(\omega-\alpha)}\left(\frac{\cos^2\omega}{\rho} + \frac{n^2 - \sin^2\omega}{nd}\right) + \frac{(\cos\alpha - n\cos\xi)}{2}f_P^{//}, \quad A_{2Y} = \frac{nR_B}{2d\rho\sin\alpha},$$

$$\Delta X = \frac{-N_X\Delta x}{2M_{X2}}, \quad \Delta Y = \frac{-N_y\Delta y}{2M_{Y2}}, \quad M_{X2} = \frac{\cos^2\Omega}{2\cos^2(\Omega-\xi)}\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{d}\right) + F_B^{//}\cos\Omega\cos(\Omega-\xi),$$

$$M_{Y2} = \frac{1}{2d} + \frac{1}{2t} + \frac{\sin(\Omega-\xi)\cos(\Omega)}{R_B}, \quad N_X = \frac{-\cos\Omega\sqrt{n^2 - \sin^2\omega}}{nd\cos(\omega-\alpha)\cos(\Omega-\xi)}, \quad N_Y = -\frac{1}{d},$$

$$W = \frac{\cos\omega}{\rho\cos(\omega-\alpha)},\ Q_{Y1} = \frac{\delta_R\sin\varphi}{\rho},\ R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}.$$

В полярных координатах эта формула принимает вид:

$$L(r,\varphi) = L_0 + \delta_R \cos\varphi \sin\alpha + \\ +\delta_Z \cos\alpha + \delta_R^2 [L_X(r)\cos^2\varphi + L_Y(r)\sin^2\varphi] + \ldots , \tag{19}$$

где $\alpha = \arcsin(r/\gamma)$, $L_X(r) = \dfrac{\cos^2\alpha}{2\rho} - \dfrac{M_{X2}\tilde{A}_{1X}^2}{ZN_X}$, $L_Y(r) = \dfrac{1}{2\rho} - \dfrac{\tilde{M}_{Y2}\tilde{Q}_{Y1}^2}{ZN_Y}$, $\rho = \sqrt{r_A^2 + z_A^2}$,

$t = d_0 + (D_2 - W_2) r_A^2$, $r_A = \dfrac{r}{r_{C1}} - \dfrac{r_{C3}}{r_{C1}^3} r$, $d = d_0 - D_2 r_A^2$.

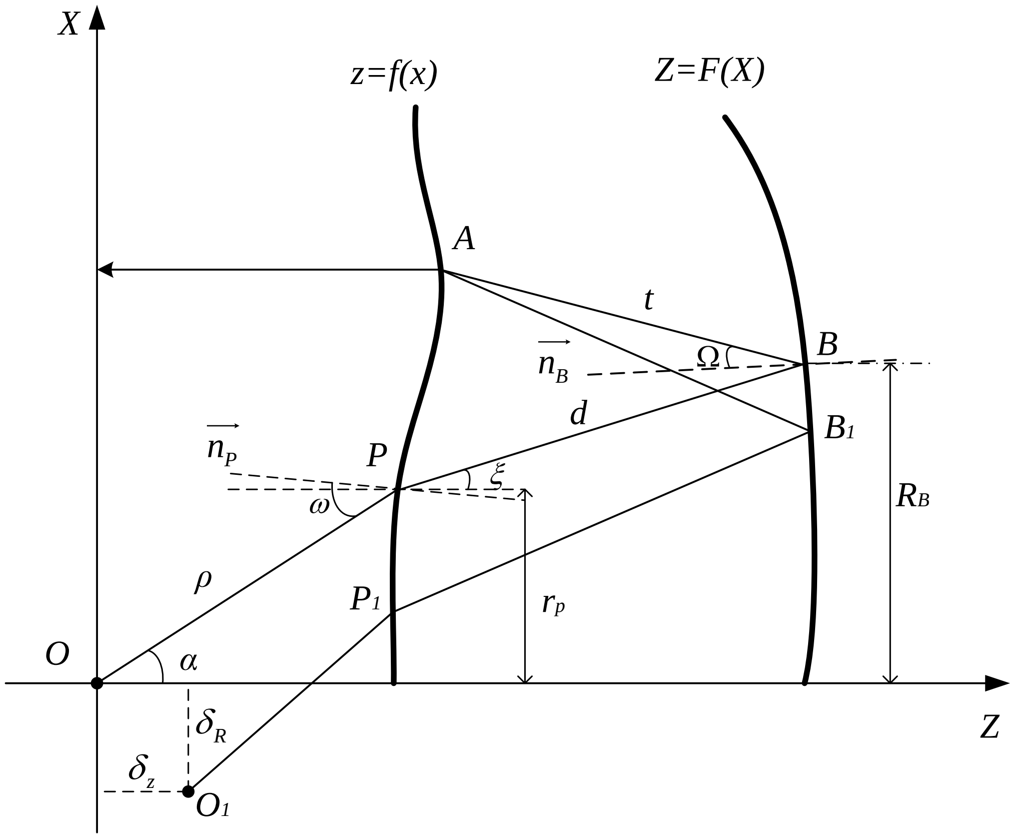

Рис. 4. Геометрия луча при смещении источника из фокуса.

$$\omega = \frac{(1 + 2 f_2 f_0) r_A}{f_0}, \qquad \Omega = (k_1 + 2F_2 R_{B1}) r_A, \qquad \xi = k_1 r_A, \qquad R_B = R_{B1} r_A + R_{B3} r_A^3,$$

$$F'' = 2F_2 + 12F_4 R_B^2, \quad f'' = 2 f_2 + 12 f_4 r_A^2, \quad \tilde{A}_{1X} = \frac{\cos\omega\cos\alpha}{\rho\cos(\omega - \alpha)}, \quad ZN_x = 4A_{2X} M_{X2} - nN_X^2,$$

$$\tilde{M}_{Y2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{t}\right) + \left[2F_2 + 4(F_4 - F_2^3) R_{B1}^2 r_A^2\right]\cos\Omega, \quad \tilde{A}_{2Y} = \frac{n(R_{B1} + R_{B3} r_A^2)}{2d}, \quad \tilde{Q}_{Y1} = \frac{1}{\rho},$$

$$ZN_Y = 4\tilde{A}_{2Y}\tilde{M}_{Y2} - nN_Y^2.$$

Для эйконала в случае фокуса на поверхности линзы:

$$\begin{aligned} L(R,\varphi) &= nr + nt + n\sin\alpha\delta_R\cos\varphi + n\cos\alpha\delta_Z + \\ &+ n\left[L_X(R)\cos^2\varphi + L_Y(R)\sin^2\varphi\right]\delta_R^2 + \\ &+ nL_{XZ}(R)\cos\varphi\delta_R\delta_Z + nW^2\sin^2\alpha\delta_Z^2 + \ldots, \end{aligned} \tag{20}$$

где $L_X = \dfrac{\cos^2\alpha}{2\left[r + t\cos\Omega/(\cos\Omega - 2K_B t)\right]}$, $L_{XZ} = \dfrac{\sin 2\alpha}{2\left[r + t\cos\Omega/(\cos\Omega - 2K_B t)\right]}$,

$L_Y = \dfrac{1}{2r}\left(1 - \dfrac{t}{\gamma}\right)$, $K_B = \dfrac{r^2 + 2r'(\alpha)^2 - rr''}{(r^2 + r'^2)^{3/2}}$ – кривизна зеркала в точке B (рис. 3), .

$W = \dfrac{\cos\Omega}{r\cos(\Omega - \alpha)}$, $\Omega = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{r'(\alpha)}{r}\right)$.

Основной аберрацией в апланатической системе является астигматизм, который определяется коэффициентом при δ_R^2. Величина этого коэффициента определяется разностью между коэффициентами L_X и L_Y. Если нормировать все размеры на диаметр системы ее геометрия определяется 4 параметрами: f_0, d_0, γ, n. Если ограничить длину системы $f_0 + d_0$, остается три параметра d_0/f_0, γ, n.

При относительной длине системы $f_0 + d_0 = 1$ в результате минимизации целевой функции:

$$A(f_0,\gamma,n) = \sum_{k=1}^{3}\left|L_X(r_k) - L_Y(r_k)\right|, \tag{21}$$

где $r_1 = 0.15$, $r_2 = 0.25$, $r_3 = 0.35$, были найдены следующие значения оптимальных параметров: $n = 1.3$, $d_0/f_0 = 1.0148$, $\gamma = 0.9371$. На рис. 5 показаны зависимости $L_X(R)$ и $L_Y(R)$ в оптимизированной системе. Найденные численно-аналитическим методом [5] образующие соответствующей зеркально-линзовой системы показаны на рис. 6.

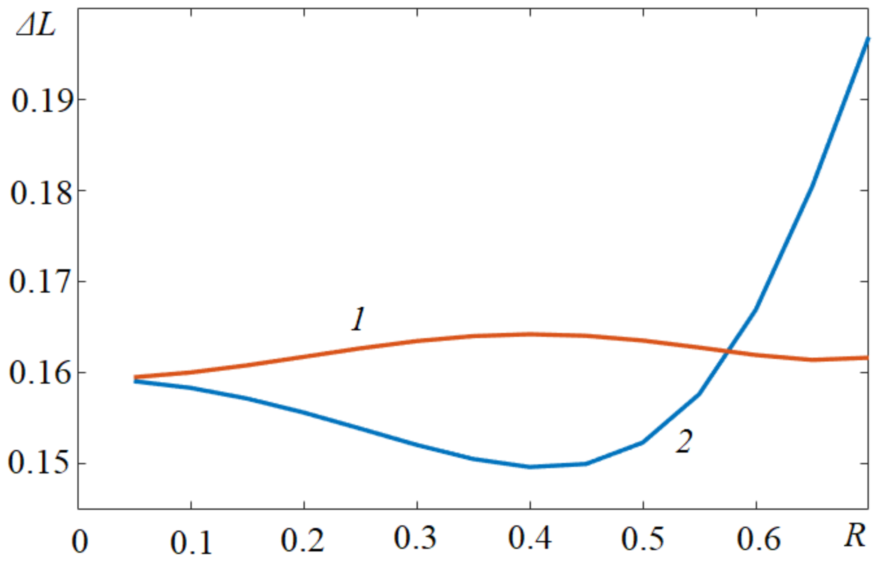

Рис. 5. Функции L_X(*1*) и L_Y(*2*) в оптимизированной системе.

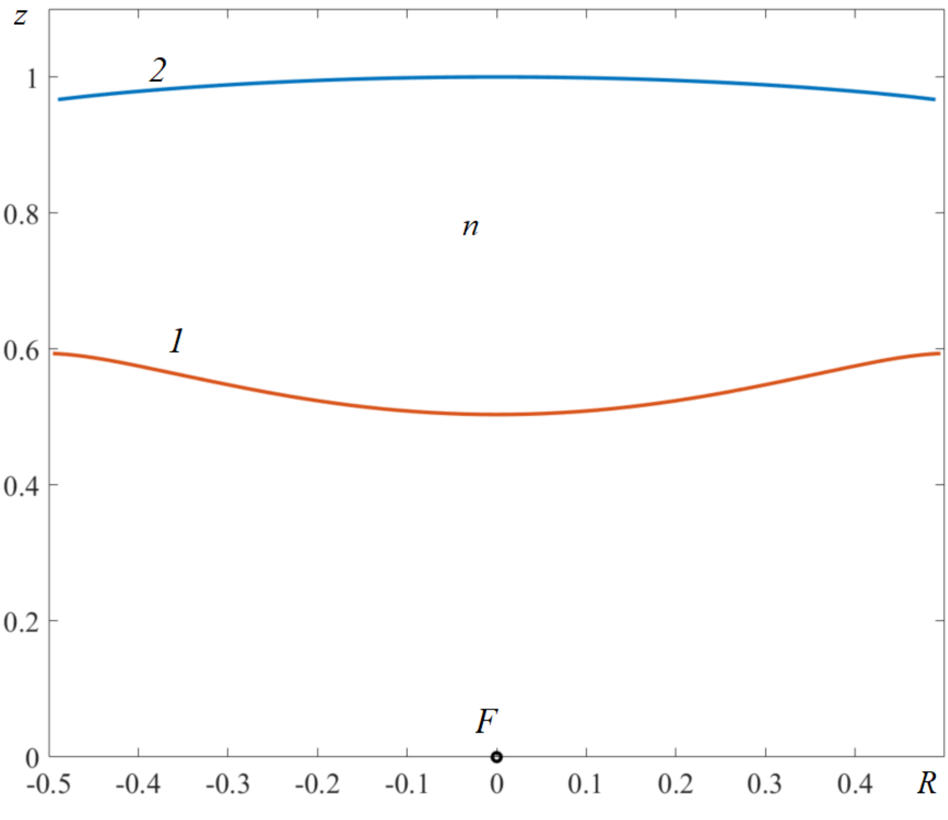

Рис. 6. Образующие линзы (*1*) и зеркала (*2*) оптимизированной зеркально-линзовой системы (n = 1.3, d_0/f_0 = 1.0148, γ = 0.9371).

На рис. 7 приведены образующие оптимизированной системы с фокусом на поверхности и толщиной d_0, равной толщине оптимизированной выше линзы.

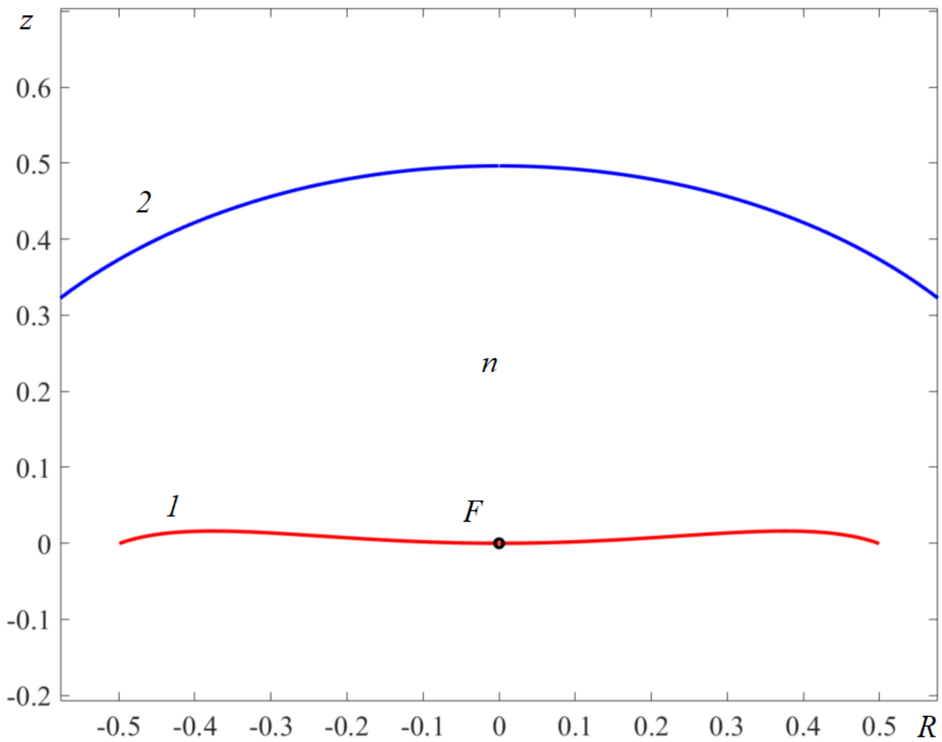

Рис. 7. Образующин зеркала (*1*) и линзы (*2*) оптимизированной зеркально-линзовой системы с параметрами: $f_0 = 0$, $n = 3$, $n = 1.3$, $d_0 = 0.496$, $\gamma = 0.572$.

На рис. 8 показаны зависимости СКА от угла зрения зеркально-линзовой системы с оптимальными параметрами, найденными выше, вычисленные методом трассировки лучей. Для сравнения приведены зависимости СКА найденные для оптимизированной методом трассировки лучей зеркально-линзовой системы в работе [5], однозеркальной системы [5] и оптимизированной зеркально-линзовой системы с фокусом на поверхности.

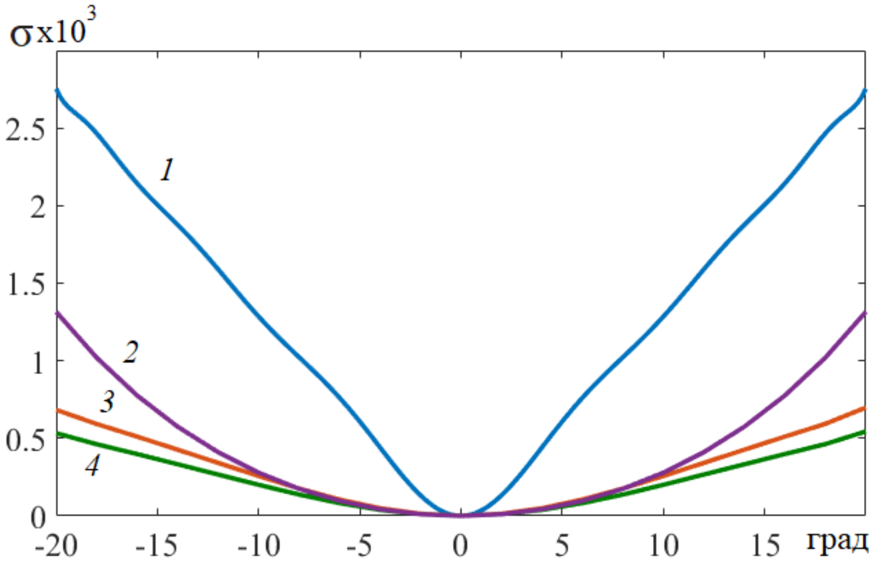

Рис. 8. СКА однозеркальной (*1*) и зеркально-линзовой системы: (*2*) – с фокусом на поверхности, (*3*) – оптимизированной методом трассировки лучей, (*4*) – оптимизированной по формуле (20).

Как видно на рисунке, для угла зрения 40^0 СКА зеркально-линзовой системы с фокусом на поверхности примерно в три раза выше, чем системы с фокусом $f_0 = 0.9066$ при одинаковой толщине линз. При этом СКА однозеркальной системы выше более, чем в 5 раз.

Сравнение с СКА двухзеркальной [7] и линзовой [8] апланатических систем для угла зрения 40^0 показывает, что СКА оптимизированной выше зеркально-линзовой системы в несколько раз меньше, причем при меньшем отношении фокального расстояния к диаметру.

3. Моделирование апланатической зеркально-линзовой системы

Моделирование многолучевой антенны на основе оптимизированной зеркально-линзовой системы было проведено с использованием метода конечных элементов (МКЭ) в программной среде ANSYS HFSS. В качестве облучателя использован рупор круглого сечения (рис. 9). Диаграмма направленности (ДН) облучателя в двух плоскостях на частоте 13 ГГц приведена на рис. 10.

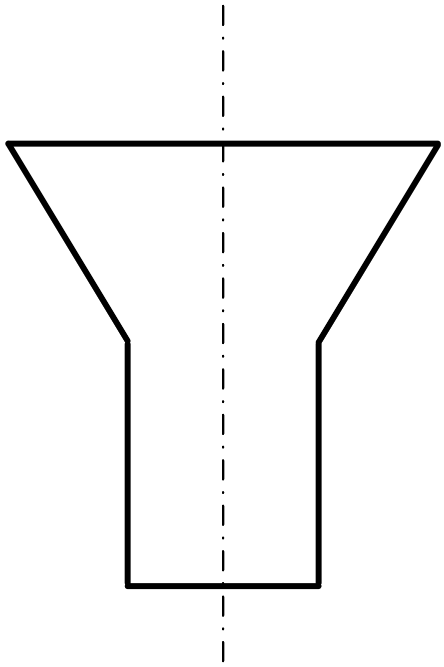

Рис. 9. Продольное сечение рупорного облучателя.

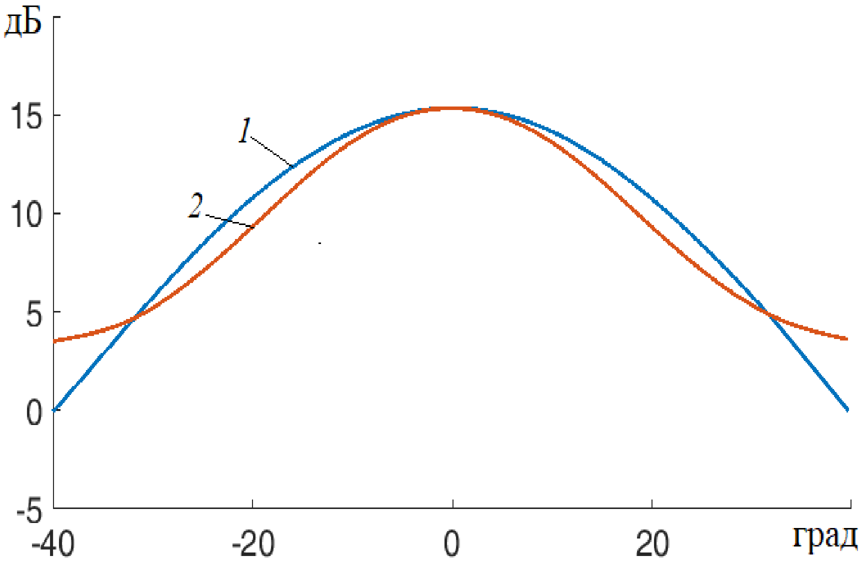

Рис. 10. Диаграмма направленности облучателя:
Н-плоскость (*1*), Е- плоскость (*2*).

Как видно на рисунке, ДН близка к осесимметричной. Распределение поля на зеркале после преломления, после отражения от зеркала на поверхности линзы и затем ДН рассчитывались последовательно методом Кирхгофа по формулам [6]:

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{E_m} &= \frac{j\omega\mu_0}{4\pi}\int_S \left[\vec{r_0}\left[\left[\vec{n},\vec{H}\right]\vec{r_0}\right]\right]\frac{e^{-jnkr}}{r}dS - \frac{jnk}{4\pi}\int_S \left[\left[\vec{n},\vec{E}\right]\vec{r_0}\right]\frac{e^{-jnkr}}{r}dS,\\
\overrightarrow{H_m} &= -\frac{j\omega\varepsilon\varepsilon_0}{4\pi}\int_S \left[\vec{r_0}\left[\left[\vec{n},\vec{E}\right]\vec{r_0}\right]\right]\frac{e^{-jnkr}}{r}dS - \frac{jnk}{4\pi}\int_S \left[\left[\vec{n},\vec{H}\right]\vec{r_0}\right]\frac{e^{-jnkr}}{r}dS,
\end{aligned}
\tag{22}
$$

где k – волновое число в вакууме, ε – диэлектрическая проницаемость материала линзы, ε_0, μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемость вакуума, ω – круговая частота, $\vec{r_0}$ – орт, имеющий направление радиуса-вектора, проведенного из точки интегрирования в точку наблюдения, $\vec{n}$ – нормаль на поверхности интегрирования, r – расстояние от точки на поверхности интегрирования S до точки наблюдения, $n = \sqrt{\varepsilon}$. При определении распределения поля на зеркале и дальней зоне S – поверхность линзы, а при определении распределения поля на линзе S – поверхность зеркала. При расчете ДН величина $\varepsilon = 1$.

На рис. 11 приведены результаты расчета ДН зеркально-линзовой антенны диаметром $D = 346$ мм, фокусным расстоянием $f_0 = 174$ мм, толщиной $d_0 = 172$ мм на частоте 13 ГГц при перемещении облучателя по фокальной кривой.

Как видно на рисунке, МКЭ и метод Кирхгофа при расчете главного лепестка дают близкие результаты.

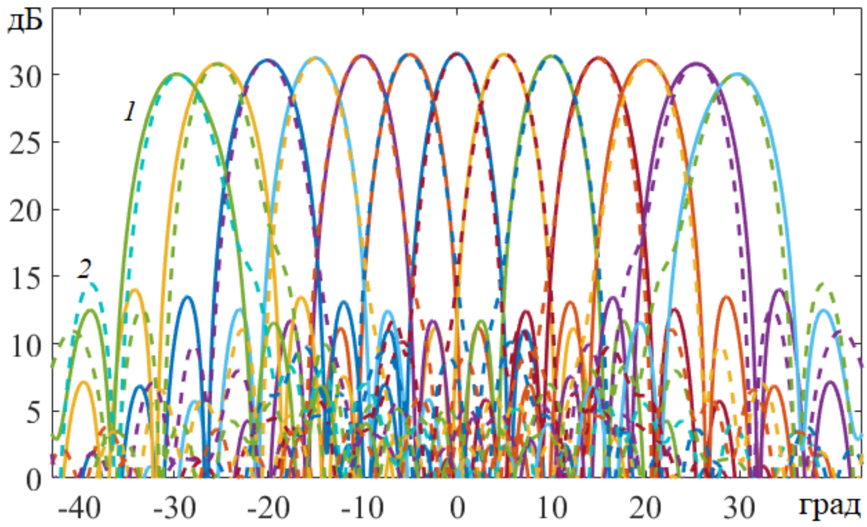

Рис. 11. Диаграммы направленности лучей зеркально-линзовой антенны: МКЭ (*1*), Кирхгоф (*2*).

На рис. 12 и рис. 13, соответственно, показаны зависимости коэффициентов усиления (КУ) и использования поверхности (КИП) антенны от угла зрения с использованием МКЭ и метода Кирхгофа на частоте 13 ГГц.

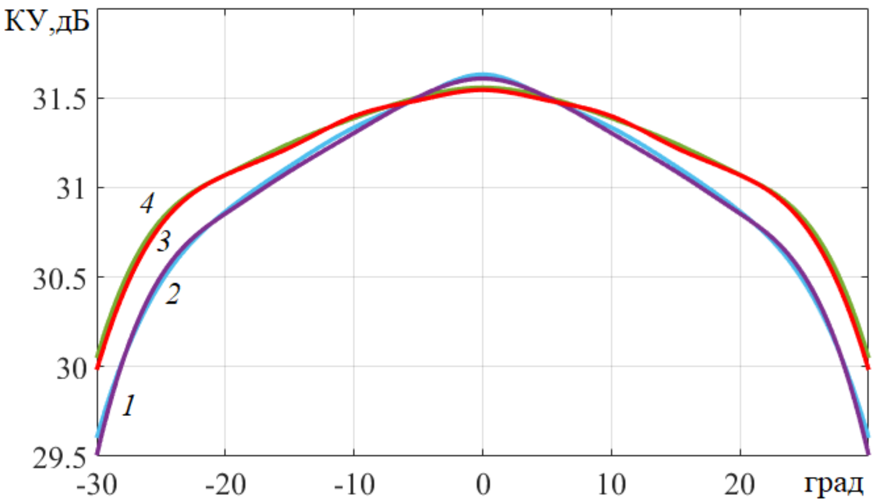

Рис. 12. Зависимости коэффициента усиления антенны от угла сканирования при D = 15λ. Зеркальная антенна: МКЭ (*1*), Кирхгоф (*2*); зеркально-линзовая антенна: МКЭ (*3*), Кирхгоф (*4*).

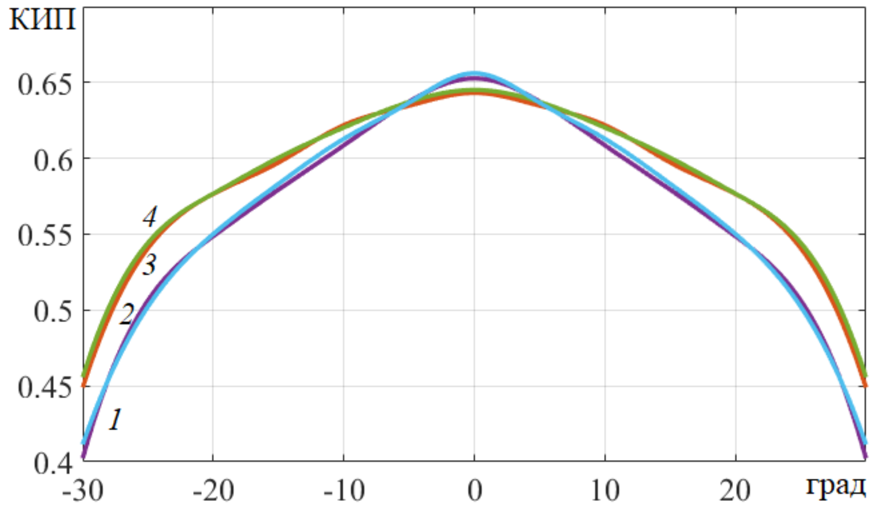

Рис. 13 Зависимости КИП от угла сканирования при D = 15λ.
Зеркальная антенна: МКЭ (*1*), Кирхгоф (*2*); зеркально-линзовая антенна: МКЭ (*3*), Кирхгоф (*4*).

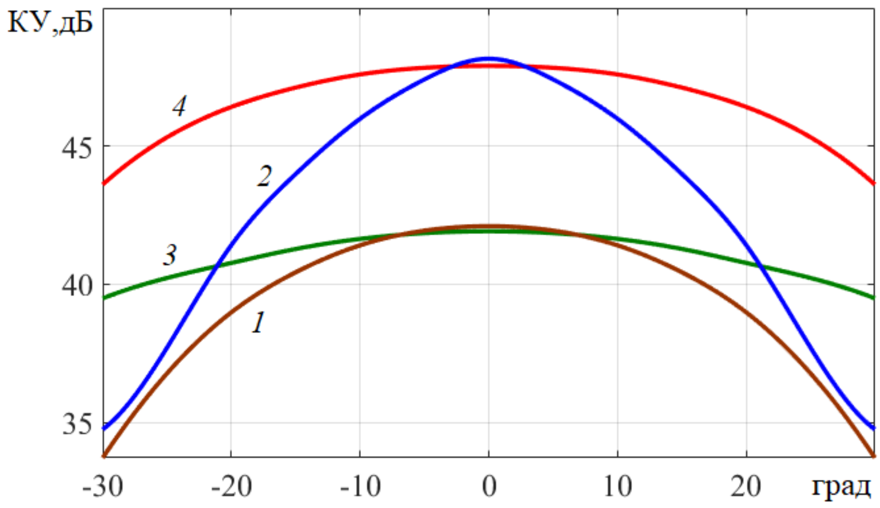

Рис. 14. Зависимости КУ от угла сканирования: зеркальная антенна D = 50λ (*1*), D = 100λ (*2*), зеркально-линзовая антенна D = 50λ (*3*), D = 100λ (*4*).

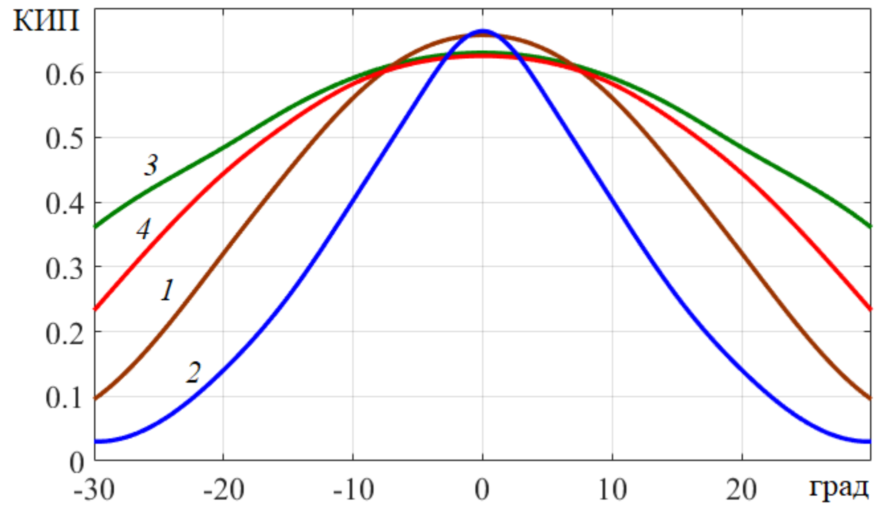

Рис. 15. Зависимости КИП от угла сканирования: зеркальная антенна D = 50λ (*1*), D = 100λ (*2*), зеркально-линзовая антенна D = 50λ (*3*), D = 100λ (*4*).

На рис. 14, рис. 15 показаны аналогичные зависимости на более высоких частотах, рассчитанные в приближении Кирхгофа. Для сравнения на рисунках приведены соответствующие зависимости для однозеркальной антенны

Как видно на рисунках величины КУ и КИП, рассчитанные при сранительно небольших электрических размерах (D = 15λ) с использованием МКЭ и последовательного метода Кирхгофа близки. При этом выигрыш в величине КИП зеркально-линзовой антенны по отношению к однозеркальной невелик. Однако при увеличении частоты (рис. 14, рис. 15) падение величин КУ и КИП на краях сектора сканирования однозеркальной антенны существенно больше, чем зеркально-линзовой антенны.

Заключение

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:
1) Поученные в работе формулы позволяют оптимизировать зеркально-линзовую систему без использования метода трассировки лучей.
2) Оптимизированная в работе зеркально-линзовая система обеспечивает средне-квадратическую аберрацию менее 5.3×10^{-4} в угле зрения 40^0.
3) Многолучевая антенна на основе оптимизированной зеркально-линзовой системы обеспечивает КИП более 0.5 при $D / \lambda = 50$ в угле зрения 38^0 и при $D / \lambda = 100$ – в угле зрения 32^0.

Финансирование: Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

Литература

1. Schmidt B. Astronomical optics systems // Central Journal of Optics and Mechanics. 1932.- V.52.- No 2.- P. 25.
2. Максутов Д.Д. Астрономическая оптика. Л.: Наука. 1979.
3. Михельсон Н.Н. Оптика астрономических телескопов и методы ее расчета. М.: Физматлит. 1995.

4. Калошин В.А., Фролова Е.В. Синтез и анализ зеркально-линзовых диаграммо-образующих систем для планарных многолучевых антенн // Журнал радиоэлектроники- 2015. – №12. http://jre.cplire.ru/jre/dec15/19/text.pdf.
5. Венецкий А.С., Калошин В.А.,Чинь Ван Туан Синтез и анализ апланатической зеркально-линзовой системы с осевой симметрией // РЭ. 2024. – Т. 69. – № 6. С. 533–540.
6. Фрадин А.З. Антенны сверхвысоких частот. М.: Сов. Радио. 1957.
7. Венецкий А.С., Калошин В.А. Об аберрациях эйконала в осесимметричных двухзеркальных телескопических системах // РЭ. – 2016. -Т. 61.- № 4. С.327-336.
8. Венецкий А.С., Калошин В.А. Распределение эйконала на поверхности осесимметричной диэлектрической линзы и минимизация аберраций // РЭ. 2018. -Т. 63.- № 3.- С.144-156.

Для цитирования:

Венецкий А.С., Калошин В.А., Чинь Ван Туан. Многолучевая зеркально-линзовая апланатическая антенна. // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 4. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.4.15