

DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.4.6 УДК: 621.391

РАЗНОСТНО-УГЛОМЕРНЫЙ МЕТОД И МОДЕЛИ КООРДИНАТОМЕТРИИ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ СО СКАНИРУЮЩЕЙ ДИАГРАММОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

В.В. Севидов

Военная орденов Жукова и Ленина Краснознаменная академия связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного 194064 Санкт-Петербург, Тихорецкий пр. д. 3

Статья поступила в редакцию 12 января 2025 г.

Аннотация. Лавинообразное увеличение радиоэлектронных средств и систем различного назначения стимулирует развитие радиоэлектронного мониторинга. Важнейшей задачей радиоэлектронного мониторинга является оценка координат источников радиоизлучения позиционными методами координатометрии. Существует класс источников радиоизлучения – радиолокационные станции со сканирующей диаграммой направленности, к которым невозможно применить известные позиционные координатометрии, методы пространственно-распределенные измерители. B статье представлен разработанный разностно-угломерный метод координатометрии радиолокационной станции со сканирующей диаграммой направленности, который основан на регистрации радиоизлучений радиолокационной станцией моменты времени направления максимума диаграммы направленности В на каждый из измерителей в ходе сканирования. Такие моменты времени фиксируют, а их разницы является координатно-информативными параметрами. На основе координатно-информативных параметров рассчитывают параметры положения разности азимутов. Далее строят линии положения,

соответствующие параметрам положения. В качестве искомых координат радиолокационной станции выбирают координаты пересечения линий положения. Предложен способ устранения неоднозначности оценки координат радиолокационной станции, обусловленной пересечением линий положения в нескольких точках. Раскрыты основные этапы разработанного метода и их Особое внимание уделено построению линий положений содержание. на поверхности референц-эллипсоида Земли. При этом использованы методы интерполяции и аппроксимации. Представлен пример построения линий положения для выбранного варианта размещения космических аппаратов. аналитические Выведены выражения образующие совокупности В разработанного математическую модель разностно-угломерного метода координатометрии. Составлена система квадратных уравнений, в которой в качестве переменных выступают координаты радиолокационной станции со сканирующей диаграммой направленности. Представлен итерационный алгоритм решения системы квадратных уравнений методом Ньютона-Рафсона с разложением функций в ряды Тейлора с точностью до первых производных. Для оценки точности разработанного метода в среде программирования *MathLab* разработана имитационная модель. Представлен пример результата работы имитационной модели в виде изолиний радиусов среднеквадратического отклонения оценки координат радиолокационной станции со сканирующей диаграммой направленности выбранных условий. Представлены для выявленные достоинства и недостатки разработанного разностно-угломерного метода координатометрии радиолокационной станции co сканирующей диаграммой направленности. Обозначено направление дальнейших исследований.

Ключевые слова: радиоэлектронный мониторинг, оценка координат, источник радиоизлучения, координатно-информативный параметр, параметр положения, линия положения, аппроксимация, интерполяция, метод Ньютона-Рафсона, ряд Тейлора, космический аппарат.

Автор для переписки: Севидов Владимир Витальевич, v-v-sevidov@mail.ru

Введение

Мировое развитие характеризуется лавинообразным увеличением радиоэлектронных средств и систем различного назначения, а ограниченность частотно-временного и пространственного радиоресурса заставляет многократно дублировать его [1-4]. Такое положение дел зачастую приводит к коллизиям, необходимость разрешения которых, в свою очередь, стимулирует развитие систем радиоэлектронного мониторинга (РЭМ).

Важнейшей задачей РЭМ является оценка координат источников радиоизлучения позиционными методами координатометрии (КМ), в которых синхронно измеряют один или несколько координатно-информативных параметров (временные задержки, частотные сдвиги и т.д.) радиосигнала разнесенными в пространстве измерителями [5-8].

Существует класс источников радиоизлучения – радиолокационные станции (РЛС) со сканирующей диаграммой направленности (СДН), для которых измерить один или несколько координатно-информативных параметров (КИП) радиосигнала разнесенными в пространстве измерителями и, как следствие, применение известных методов КМ не представляется возможным.

1. Постановка задачи

Ввиду ограниченности частотно-временного и пространственного радиоэлектронного ресурса частота излучаемого радиолокационного сигнала может входить в полосу частот нескольких связных космических аппаратов (KA), находящихся в зоне радиовидимости (3PB) указанной РЛС. При штатной работе, правильно спроектированной РЛС, с учетом выполнения ограничений на частоту, мощность и коэффициент усиления антенны, излучаемые радиолокационные сигналы не оказывают деструктивного воздействия на работу связных КА. Однако из-за внезапно возникающих неисправностей аппаратуры РЛС радиолокационные сигналы на некоторых частотах, в некоторых направлениях выступают в качестве непреднамеренных радиопомех, причем

эксплуатирующий РЛС персонал может даже не знать о таких неисправностях, если отсутствуют системы контроля [9].

Для своевременного реагирования на указанные коллизии предлагается оценка координат РЛС со СДН разработанным разностно-угломерным методом (РУМ) КМ. Полагают, что объект измерений, стационарная либо мобильная (корабельная, самолетная) РЛС со СДН, излучает радиолокационные сигналы в известной полосе частот.

Геометрическая основа разработанного РУМ КМ РЛС со СДН представлена на рисунке 1 *a* – в 3-мерном пространстве, и 1 *б* – на плоскости (вид сверху), где введены следующие обозначения:

I - PЛС со СДН;

К – комплекс радиоэлектронного мониторинга (КРЭМ);

 S_1, S_2, S_3 – первый, второй, третий КА;

 S'_{1}, S'_{2}, S'_{3} – подспутниковые точки (ПСТ) первого, второго, третьего КА;

IN – направление на Север;

 Θ_1 – азимут максимума главного лепестка СДН РЛС в момент времени t_1 направления максимума СДН РЛС на первый КА S_1 ;

Θ₂ – азимут максимума главного лепестка СДН РЛС в момент времени t₂
 направления максимума СДН РЛС на второй КА S₂;

 Θ_3 – азимут максимума главного лепестка СДН РЛС в момент времени t_3 направления максимума СДН РЛС на третий КА S_3 ;

 $\Delta \Theta_{1,2}$ – разность азимутов между Θ_2 и Θ_1 ;

 $\Delta \Theta_{2,3}$ – разность азимутов между Θ_3 и Θ_2 .



Рис. 1. Геометрическая основа разработанного РУМ КМ РЛС со СДН *а* – в 3-мерном пространстве, *б* – на плоскости (вид сверху).

Разработанный РУМ КМ РЛС со СДН относится к позиционным методам КМ, в котором в качестве КИП выступают временные задержки, обусловленные направлением максимума главного лепестка СДН РЛС на различные КА в различные моменты времени, в качестве параметров положения (ПП) – разности азимутов главного лепестка СДН РЛС, а в качестве линий положения (ЛП) – линии на поверхности референц-эллипсоида Земли, характеризуемые соответствующими ПП.

2. Описание разработанного метода

Разработанный РУМ КМ включает этапы, основное содержание которых раскрыто ниже.

Этап 1. Вводят исходные данные.

В качестве исходных данные выступают:

район ведения РЭМ;

полоса частот РЛС, координаты которых необходимо оценивать;

априорные данные о КА, ЗРВ которых включают район ведения РЭМ;

Этап 2. Размещают КРЭМ, выбирают КА.

Размещают КРЭМ в непосредственной близости района ведения РЭМ.

Выбирают не менее трех КА, ЗРВ которых включают район ведения РЭМ и диапазон работы на линии вверх которых включает полосу частот РЛС, координаты которых необходимо оценивать [10].

Разработанный РУМ КМ инвариантен к типу орбит КА. Так каждый из КА может находится на низкой, на геостационарной или на высокоэллиптической орбитах. При использовании КА на геостационарной или на высокоэллиптической орбитах необходимо дополнительно учесть разницы расстояний от района ведения РЭМ до каждого КА и от КРЭМ до каждого КА, которые могут значительно отличаться. При использовании КА на низких орбитах указанными разницами расстояний возможно пренебречь.

Этап 3. Оценивают координат КА.

Координаты трех КА оценивают одним из известных способов [11,12]. Если моменты времени оценки координат КА и измерения КИП не совпадают, то применяют алгоритмы прогнозирования координат КА [13].

<u>Этап 4.</u> Оценивают период вращения РЛС.

На рисунке 2 представлены радиосигнал, излучаемый РЛС со СДН и его отклики, принимаемые первым КА в двух соседних периодах сканирования. На верхнем графике представлен радиосигнал $P_0(t)$, излучаемый РЛС со СДН, в виде последовательности радиолокационных импульсов с периодом следования импульсов T_{μ} и длительностью импульса τ_{μ} . На нижнем графике – отклики радиосигнала РЛС со СДН, принимаемые первым КА $P_1(t)$ в двух соседних периодах сканирования. Здесь и далее полагая, что координаты КРЭМ *К* и трех КА известны все измерения и расчеты приводятся относительно КА.

Для измерения периода сканирования РЛС со СДН $T_{PЛC}$, на одном из КА (в качестве примера рассматривается первый КА) измеряют задержку между моментами времени приема максимальная мощность радиосигнала (ММР) РЛС указанным КА в двух соседних периодах сканирования – t_1 и t'_1 соответственно:

$$T_{\rm PJIC} = t'_1 - t_1.$$



Рис. 2. Радиосигнал, излучаемый РЛС со СДН и его отклики, принимаемые первым КА в двух соседних периодах сканирования.

Этап 5. Измеряют КИП.

На верхнем графике рисунка 3 представлен радиосигнал $P_0(t)$, в виде последовательности радиолокационных импульсов с периодом следования импульсов T_{μ} и длительностью импульса τ_{μ} , излучаемый РЛС со СДН. На трех нижних графиках рисунка 7 последовательно представлены отклики радиосигнала РЛС со СДН, принимаемые первым КА $P_1(t)$, вторым КА $P_2(t)$ и третьим КА $P_3(t)$ в течении периода сканирования.

Для оценки разности моментов времени приема ММР РЛС каждым из пары КА, состоящей из первого и второго КА, соответствующих моментам времени направления максимума СДН РЛС на указанные КА в течении одного периода сканирования, измеряют задержку $\tau_{1,2}$ между моментами времени t_1 и t_2 приема ММР РЛС указанными КА в течении одного периода сканирования [14]:

 $\tau_{1,2} = t_2 - t_1.$



Рис. 3. Графики радиосигнала, излучаемого РЛС со СДН и его откликов, принимаемых первым КА, вторым КА и третьим КА в течении периода сканирования.

Для оценки разности моментов времени приема ММР РЛС каждым из пары КА, состоящей из второго и третьего КА, соответствующих моментам времени направления максимума СДН РЛС на указанные КА в течении одного периода сканирования, измеряют задержку $\tau_{2,3}$ между моментами времени t_2 и t_3 приема ММР РЛС указанными КА в течении одного периода сканирования:

$$\tau_{2,3} = t_3 - t_2.$$

<u>Этап 6.</u> Рассчитывают ПП.

Рассчитывают ПП – разницы азимутов по формулам:

$$\Delta \Theta_{1,2} = \frac{360\tau_{1,2}}{T_{\rm PJIC}}, \ \Delta \Theta_{2,3} = \frac{360\tau_{2,3}}{T_{\rm PJIC}}.$$

Этап 7. Построение ЛП на референц-эллипсоиде Земли.

При решении задачи КМ РЛС со СДН «на плоскости» [15,16], в качестве ЛП выступает пара дуг окружностей, опирающихся на общую хорду. В качестве примера, на рисунке 4 представлена геометрическая основа построения ЛП $l'_{1,2}$ «на плоскости» путем построения пары дуг окружностей, опирающихся на хорду S_1S_2 , соединяющую первый S_1 и второй S_2 измерители. ЛП $l'_{1,2}$ представляет собой набор точек, каждая из которых имеет одинаковую разницу азимутов на первый и второй измерители равную $\Delta\Theta_{1,2}$.

На рисунке 4, помимо истинного местоположения РЛС $I_{\rm PЛC}$, отображены вероятные местоположения РЛС I_1 , I_2 и I_3 . Вообще, каждая из точек построенной ЛП $l'_{1,2}$, в соответствии с известной теоремой «Вписанные в окружность углы, опирающиеся на одну хорду равны, если они лежат по одну сторону хорды», является точкой вероятного местоположения РЛС. Таким образом, формирование ЛП $l'_{1,2}$, частично снимает неопределенность относительно

местоположения РЛС со СДН. Однако, для определения местоположения РЛС со СДН «на плоскости» необходимо формирование как минимум, еще одной ЛП.



Рис. 4. ЛП $l'_{1,2}$ «на плоскости» путем построения пары дуг окружностей, опирающихся на хорду S_1S_2 .

Линия положения РЛС со СДН на поверхности референц-эллипсоида Земли будет несколько сложнее, поскольку ввиду больших расстояний сферичностью Земли уже пренебрегать нельзя.

На рисунке 5 представлена схема построения ЛП, которая включает следующие этапы.

Этап 7.1. Вводят исходные данные.

В качестве исходных данные выступают:

координаты КА S_1 и S_2 ;

ПП – рассчитанная разница азимутов $\Delta \Theta_{1,2}$;

шаг азимута Θ_l ;

шаг расстояния h.

Неодходимо на поверхности референц-эллипсоида Земли построить ЛП, характеризующуюся ПП – рассчитанным углом ΔΘ_{1,2}.

Этап 7.2. Выбирают дуги большого круга.

Зная координаты КА S_1 и S_2 определяют координаты ПСТ КА S'_1 и S'_2 . Далее находят центр дуги S'_1 и S'_2 – точку F_1 . Из точки F_1 с заданным шагом азимута Θ_l строят дуги большого круга. На рисунке 5.1 для примера показаны четыре таких дуги l_1, l_2, l_3, l_4 . Всего же для построения ЛП необходимо $N_l = 360/\Theta_l$ таких дуг.

Этап 7.3. Выбирают вспомогательные точки на дугах большого круга.

Широту $\varphi_{F_{m,n}}$ и долготу $\lambda_{F_{m,n}}$ вспомогательных точек $F_{m,n}$ рассчитывают по формулам сферической тригонометрии:

$$\varphi_{F_{m,n}} = \arcsin\left(\sin\varphi_{F_{1}}\cos((m-1)h) + \sin((m-1)h)\cos((n-1)\Theta_{I})\cos\varphi_{F_{1}}\right),$$
$$\lambda_{F_{m,n}} = \lambda_{F_{1}} + \arctan\left(\frac{\sin((m-1)h)\sin((n-1)\Theta_{I})\cos\varphi_{F_{1}}}{\cos((m-1)h) - \sin\varphi_{F_{1}}\sin\varphi_{F_{m,n}}}\right),$$

где $n = 1...N_l$ – номер дуги большого круга; $m = 1...N_T$ – номер точки на дуге большого круга, считая точку F_1 первой и общей для всех дуг; $N_T = D/h$ – количество вспомогательных точек на каждой дуге; D – дальность от ПСТ до границы ЗРВ КА; φ_{F_1} – широта точки F_1 ; λ_{F_1} – долгота точки F_1 .

В представленных формулах дальность представлена в градусах (1° $\approx 111~{\rm км}).$

<u>Этап 7.4.</u> Рассчитывают разницу азимутов для каждой вспомогательной точки.

Разницу азимутов $\Delta \Theta_{F_{m,n}}$ для каждой вспомогательной точки (см. рис. 5б) рассчитывают по формуле:

$$\Delta \Theta_{F_{m,n}} = \Theta_{F_{m,n}S_1} - \Theta_{F_{m,n}S_2},$$

где $\Theta_{F_{m,n}S_1}$ $\Theta_{F_{m,n}S_2}$ – азимуты от вспомогательной точки на первый и второй КА соответственно, которые в свою очередь равны:

$$\Theta_{F_{m,n}S_i} = \operatorname{arctg}\left(\frac{A}{B}\right), \ A = \cos \varphi_{F_{m,n}} \cos \varphi_{S_i} \sin(\lambda_{S_i} - \lambda_{F_{m,n}}),$$

 $B = \sin \varphi_{S_i} - \sin \varphi_{F_{m,n}} (\cos \varphi_{F_{m,n}} \cos \varphi_{S_i} \cos(\lambda_{S_i} - \lambda_{F_{m,n}}) + \sin \varphi_{S_i} \sin \varphi_{F_{m,n}}),$

где φ_{S_i} – широта *i*-го КА; λ_{S_i} – долгота *i*-го КА; i = 1...2 – номер КА.

<u>Этап 7.5.</u> Рассчитывают координаты точек для каждой из дуг большого круга, принадлежащих ЛП

Интерполируют координаты вспомогательных точек $F_{m,n}$ каждой из дуг l_n для нахождения координат точки L_n , соответствующей рассчитанной разнице азимутов $\Delta \Theta_{1,2}$.

Этап 7.6. Построение ЛП.

Аппроксимируют точки *L_n*, получают ЛП.



Рис. 5. Схема построения ЛП $l_{1,2}$, a – поиск точек, принадлежащих ЛП $l_{1,2}$; δ – расчет текущего значения угла $\Delta \Theta_{F_{m,n}}$.

Для дальнейших пояснений в качестве примера выбраны координаты КА, представленные в таблице 1 в географической системе координат (ГСК) и декартовой системе координат (ДСК).

№ п/п	КА	Координаты КА		
		В ГСК	В ДСК	

Таблица 1. Координаты КА в ГСК и ДСК.

<u>ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, eISSN 1684-1719, №4, 2025</u>

		ф, °с.ш.	λ, °з.д.	<i>h</i> , м	х, м	у, м	Z, M
1	S_1	45,4882	37,3756	487863	3831182	2926572	4873448
2	S_2	44,6111	35,5754	487794	3981601	2847964	4799244
3	S_3	43,3637	36,0311	487757	4042605	2940464	4691869



Рис. 6. Пример построения ЛП: a – относительно КА S_1 и S_2 , δ – относительно КА S_2 и S_3 .

Пример построения ЛП представлен на рисунке 6 a – относительно КА S_1 и S_2 , на рисунке 6 δ – относительно КА S_2 и S_3 . Каждая из ЛП подписана номиналом соответствующего ПП.

На рисунке 6 также представлены обозначения:

 $S'_{1}, S'_{2}, S'_{3} - \Pi CT$ первого, второго, третьего КА;

 $z_1, z_2, z_3 - 3PB$ первого, второго, третьего КА для угла места равного $\beta_{\min} = 8^{\circ}$ на краю 3PB.

Этап 8. Оценка координат РЛС со СДН.

Координаты РЛС со СДН определяются, как координаты точки пересечения ЛП, соответствующих измеренным ПП. Для рассматриваемого примера, при измеренных ПП $\Delta\Theta_{1,2} = 5^{\circ}$, $\Delta\Theta_{2,3} = 10^{\circ}$, таких пересечений будет четыре: точка $I_{\rm PЛC}$ – с истинными координатами РЛС со СДН; точки I_1 , I_2 , I_3 – с ложными координатами РЛС (см. рисунок 7).

<u>ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, eISSN 1684-1719, №4, 2025</u>



Рис. 7. Пример нахождения координат РЛС со СДН на пересечении линий положения.

Истинные и ложные координаты РЛС для выбранного примера представлены в таблице 2.

Таблица 2. Координаты 1910 и ложные координаты.							
	РЛС	Координаты КА					
№ п/п		В ГСК		В ДСК			
		ф, °с.ш.	λ, °з.д.	<i>h</i> , м	х, м	у, м	<i>Z</i> , M
1	<i>I</i> _{РЛС}	48.5235	41.0538	0	3191534	2779620	4755630
2	I_1	46.1706	45.7534	0	3087299	3169578	4578397
3	I_2	39.2769	31.6825	0	4207140	2596609	4016156
4	I_3	43.3579	25.8855	0	4178727	2027777	4356498

Таблица 2. Координаты РЛС и ложные координаты.

Неоднозначность, наблюдаемую и в альтернативных методах КМ [5-8] устраняют, используя априорную информацию о местоположении РЛС со СДН. В случае отсутствия такой информации производят дополнительное измерение ПП через некоторое время и расчет новых истинных и ложных координат РЛС в соответствии с представленным методом. При этом истинные координаты РЛС останутся неизменными, а ложные – сместятся.

Этап 9. Расчет погрешности оценки координат РЛС со СДН.

Погрешность оценки координат РЛС со СДН рассчитывают с помощью разработанной имитационной модели, представленной ниже.

Этап 10. Вывод результатов.

В качестве результатов представленного метода выступают координаты РЛС и погрешности оценки координат РЛС, рассчитанные на этапах 8 и 9 соответственно.

Представленные этапы в совокупности составляют разработанный РУМ КМ РЛС со СДН.

3. Математическая модель разработанного метода

Вблизи точек пересечения ЛП аппроксимируют их квадратичными полиномами и составляют систему квадратных уравнений:

$$\begin{cases} a_{1,1}x^{2} + a_{1,2}y^{2} + a_{1,3}z^{2} + a_{1,4}xy + a_{1,5}xz + a_{1,6}yz = b_{1}, \\ a_{2,1}x^{2} + a_{2,2}y^{2} + a_{2,3}z^{2} + a_{2,4}xy + a_{2,5}xz + a_{2,6}yz = b_{2}, \\ b_{3}^{2}x^{2} + b_{3}^{2}y^{2} + a_{3}^{2}z^{2} = R_{3}^{2}, \end{cases}$$
(1)

где $a_{1,1}, a_{1,2}, a_{1,3}, a_{1,4}, a_{1,5}, a_{1,6}, b_1$ – коэффициенты квадратичного полинома при аппроксимации ЛП $l_{1,2}$ вблизи точки пересечения с ЛП $l_{2,3}$; $a_{1,1}, a_{1,2}, a_{1,3}, a_{1,4}, a_{1,5}, a_{1,6}, b_1$ – коэффициенты квадратичного полинома при аппроксимации ЛП $l_{2,3}$ вблизи точки пересечения с ЛП $l_{1,2}$; a_3 и b_3 – малая полуоси референц-эллипсоида Земли, переменная R_3^2 определяется в соответствии с выражением [17]:

$$R_{\scriptscriptstyle 9}^2 = a_{\scriptscriptstyle 9}^2 b_{\scriptscriptstyle 9}^2.$$

Для решения системы квадратных уравнений (1) применяют итерационный алгоритм Ньютона-Рафсона с разложением функций в ряды Тейлора с точностью до первых производных, включающий следующие этапы:

<u>Этап 1.</u> Выбирают произвольные, но для быстрой сходимости наиболее правдоподобные опорные координаты РЛС: x'_{I} , y'_{I} , z'_{I} .

<u>Этап 2.</u> Рассчитывают значения функций b'_1 , b'_2 , R'_3 ² системы уравнений (3) в точке с выбранными опорными координатами РЛС x'_1 , y'_1 , z'_1 :

$$b_{1}' = a_{1,1}x_{I}'^{2} + a_{1,2}y_{I}'^{2} + a_{1,3}z_{I}'^{2} + a_{1,4}x_{I}'y_{I}' + a_{1,5}x_{I}'z_{I}' + a_{1,6}y_{I}'z_{I}',$$

$$b_{2}' = a_{2,1}x_{I}'^{2} + a_{2,2}y_{I}'^{2} + a_{2,3}z_{I}'^{2} + a_{2,4}x_{I}'y_{I}' + a_{2,5}x_{I}'z_{I}' + a_{2,6}y_{I}'z_{I}',$$

$$R_{3}'^{2} = b_{3}^{2}x_{I}'^{2} + b_{3}^{2}y_{I}'^{2} + a_{3}^{2}z_{I}'^{2}.$$

Этап 3. Рассчитывают невязки *n*₁, *n*₂, *n*₃ по формулам:

$$n_1 = b_1 - b_1', \ n_2 = b_2 - b_2', \ n_1 = R_3 - R_3'.$$

<u>Этап 4.</u> Составляют систему трех линейных уравнений, в которой в качестве неизвестных выступают поправки к точке с опорными координатами РЛС Δx_I , Δy_I и Δz_I , на основе разложений функций b_1 , b_2 , R_3^2 в ряды Тейлора с точностью до первых производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial b_1}{\partial x'_I} \Delta x_I + \frac{\partial b_1}{\partial y'_I} \Delta y_I + \frac{\partial b_1}{\partial z'_I} \Delta z_I = n_1, \\ \frac{\partial b_2}{\partial x'_I} \Delta x_I + \frac{\partial b_2}{\partial y'_I} \Delta y_I + \frac{\partial b_2}{\partial z'_I} \Delta z_I = n_2, \\ \frac{\partial R_2^2}{\partial x'_I} \Delta x_I + \frac{\partial R_2^2}{\partial y'_I} \Delta y_I + \frac{\partial R_2^2}{\partial z'_I} \Delta z_I = n_3, \end{cases}$$
(2)

где значения частных производных в точке с опорными координатами РЛС $b_1', b_2', R_3'^2$ равны:

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_{1}}{\partial x'_{I}} &= 2a_{1,1}x'_{I} + a_{1,4}y'_{I} + a_{1,5}z'_{I}, \ \frac{\partial b_{1}}{\partial y'_{I}} &= 2a_{1,2}y'_{I} + a_{1,4}x'_{I} + a_{1,6}z'_{I}, \\ \frac{\partial b_{1}}{\partial z'_{I}} &= 2a_{1,3}z'_{I} + a_{1,5}x'_{I} + a_{1,6}y'_{I}, \end{aligned}$$

ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, elSSN 1684-1719, №4, 2025

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_2}{\partial x'_I} &= 2a_{2,1}x'_I + a_{2,4}y'_I + a_{2,5}z'_I, \ \frac{\partial b_2}{\partial y'_I} &= 2a_{2,2}y'_I + a_{2,4}x'_I + a_{2,6}z'_I, \\ \\ \frac{\partial b_2}{\partial z'_I} &= 2a_{2,3}z'_I + a_{2,5}x'_I + a_{2,6}y'_I, \\ \\ \frac{\partial R_9^2}{\partial x'_I} &= 2b_9^2x'_I, \ \frac{\partial R_9^2}{\partial y'_I} &= 2b_9^2y'_I, \ \frac{\partial R_9^2}{\partial z'_I} &= 2a_9^2z'_I. \end{aligned}$$

<u>Этап 5.</u> Решают систему трех линейных уравнений (2), с тремя неизвестными одним из известных методов, например, методом Гаусса.

Результатом решения системы уравнений (2) выступают поправки к опорным координатам РЛС: Δ*x*₁, Δ*y*₁, Δ*z*₁.

<u>Этап 6.</u> Определяют новые опорные координаты РЛС $x_{I}'', y_{I}'', z_{I}''$:

$$x_I'' = x_I' + \Delta x_I; \quad y_I'' = y_I' + \Delta y_I; \quad z_I'' = z_I' + \Delta z_I.$$

Этапы 1...6 в совокупности образуют первую итерацию. Далее итерации повторяют, используя каждый раз новые опорные координаты РЛС, полученные на этапе 6 предыдущей итерации. Количество необходимых итераций зависит от корректности выбора начальных опорных координаты (этап 1) и требуемой точности определения координат РЛС.

В качестве координат РЛС *x_I*, *y_I*, *z_I* принимают значения опорных координат РЛС на последней итерации.

В общем случае, когда количество измерений N > 3, возможно составить N > 3 (включая уравнение поверхности Земли). Математическая модель разработанного РУМ КМ останется прежним, с той лишь разницей, что система (2) будут содержать N уравнений. Тогда такую систему уравнений решают, например, методом наименьших квадратов.

4. Имитационная модель разработанного метода

Важнейшей характеристикой любой системы координатометрии является точность оценки координат источников радиоизлучений [18-20].

Погрешность оценки координат РЛС со СДН зависит от большого количества факторов, которые в рамках настоящей статьи возможно свести к топологии системы КМ (взаимному размещению выбранных КА и РЛС со СДН) и погрешности σ_{τ} оценок временных задержек $\tau_{1,2}$ и $\tau_{2,3}$ соответственно.

Для оценки точности разработанного РУМ КМ на основе математической модели разработана имитационная модель КМ РЛС со СДН в среде программирования *MathLab*.

В качестве примера на рисунке 8 представлен результат работы имитационной модели в виде изолиний радиусов среднеквадратического отклонения (СКО) оценки координат РЛС со СДН, реализующей разработанный РУМ КМ для следующих выбранных исходных данных:

координаты трех КА в ГСК и в ДСК представлены в таблице 1;

широты и долготы исследуемых координат предполагаемого размещения РЛС со СДН с градацией 1° в следующих диапазонах: по широте – от 30° с.ш. до 60° с.ш., по долготе – от 20° в.д. до 50° в.д.;

время одного полного оборота СДН – 1 с;

вводимые погрешности координат КА $\sigma_s = 30$ м (для каждой их 3-х координат);

вводимые погрешность измерения временных задержек σ_τ = 10 мкс.



Рис. 8. Изолинии радиусов СКО оценки координат РЛС со СДН, реализующей разработанный РУМ КМ для выбранных условий.

Для каждой из выбранных точек предполагаемого размещения РЛС со СДН проводят следующие процедуры:

для текущей точки размещения РЛС со СДН и каждой из трех точек размещения КА рассчитывают идеальные азимуты Θ_1 , Θ_2 , Θ_3 , то есть такие, какие были бы измерены при нулевых погрешностях измерений;

для текущей точки размещения РЛС со СДН и рассчитывают идеальные разности азимутов;

вводят погрешности σ_S , σ_τ с учетом их нормального распределения, получают разности азимутов с погрешностью $\Delta\Theta'_{12}$, $\Delta\Theta'_{23}$ и координаты КА с погрешностью;

по полученным значениям разностей азимутов с погрешностью ΔΘ'₁₂, ΔΘ'₂₃ и координат КА с погрешностью, используя вышеописанный метод рассчитывают координаты РЛС со СДН для текущей исследуемой точки;

усредняют координаты РЛС со СДН по результатам 1000 экспериментов;

сравнивают заданные и рассчитанные координаты РЛС со СДН, получают погрешность оценки координат σ_L ;

по результатам расчета погрешностей оценки координат для всех исследуемых точек предполагаемого размещения РЛС со СДН строят изолинии СКО оценки координат РЛС со СДН (изолинии для выбранных условий представлены на рисунке 8).

Анализ изолиний радиусов СКО оценки координат ЗС, представленных на рисунке 8, показывает, что при выбранных исходных данных погрешность оценки координат РЛС со СДН в рабочих зонах не превышает одного километра, что может быть приемлемым для решения ряда прикладных задач. Нерабочие зоны, характеризуемые неприемлемо большой ошибкой оценки координат РЛС со СДН, наблюдаются в районах ПСТ S'_1 , S'_1 , S'_1 и на продолжении дуг большого круга, проходящих через указанные ПСТ.

Заключение

Разработанный РУМ КМ РЛС со СДН имеет достоинства и недостатки. Достоинства РУМ КМ РЛС со СДН:

относительная простота реализации;

возможность использования для оценки координат РЛС со СДН;

высокая потенциальная точность оценки координат РЛС со СДН;

большая площадь ведения РЭМ.

Недостатки РУМ КМ РЛС со СДН:

ограниченность по объектам оценки координат;

перерывы в ведении РЭМ, обусловленные перемещением КА;

необходимость устранения неоднозначности;

наличие нерабочих зон системы КМ.

Разработанный РУМ РЛС со СДН может быть использован при проектировании новых и модернизации существующих КРЭМ, а также в учебном процессе при подготовке соответствующих специалистов.

Направлением дальнейших исследований может стать комплексирование СКМ РЛС со СДН с другими методами КМ.

Литература

- Луценко С.А. Модель функционирования спутниковой системы радиосвязи с фазоманипулированными широкополосными сигналами в условиях постановки преднамеренных помех //Журнал радиоэлектроники. – 2018. – №. 9. – С. 2-2. . https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.9.14
- Агиевич, С.Н. Обобщенная математическая модель радиосигнала в различных базисах / С.Н. Агиевич, С.А. Луценко, С.С. Тихонов // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – № 7. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.7.5
- Fokin G., Bachevsky S., Sevidov V. System level performance evaluation of location aware beamforming in 5g ultra-dense networks //2020 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). – IEEE, 2020.
 - C. 94-97. https://doi.org/10.1109/EExPolytech50912.2020.9243970

- Fokin G., Sevidov V. Model for 5G UDN Positioning System Topology Search Using Dilution of Precision Criterion //2021 International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). – IEEE, 2021. – C. 32-36. https://doi.org/10.1109/EExPolytech53083.2021.9614751
- Кистанов П.А. и др. Сравнительная эффективность двух разностнодальномерных методов спутниковой геолокации //Радиотехника. – 2020. – Т. 84. – №. 12. – С. 17-30. https://doi.org/10.18127/j00338486-202012(24)-02
- Патент № 2832139 С1 Российская Федерация, МПК G01S 5/02. Способ высокоточного определения местоположения источника радиоизлучения: № 2023133028: заявл. 08.12.2023: опубл. 19.12.2024 / В.А. Балыбин, В.Г. Радзиевский, П.П. Крутских, М.Д. Гулиев; заявитель ВУНЦ ВВС «ВВА». – EDN IRJTBJ.
- Лабораторный макет поляризационно-адаптивного радиопеленгатора источников радиоизлучений диапазона очень высоких частот / С.В. Богдановский, А.Н. Симонов, С.Ф. Теслевич, И.В. Демичев // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2022. – Т. 27, № 3. – С. 10-15. – EDN RTVUAS.
- Пространственно-поляризационная обработка радиосигналов при пеленговании источников радиоизлучения с беспилотного летательного аппарата / 3.Ф. Шайдулин, С.Ф. Теслевич, С.В. Богдановский, А.Н. Симонов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2022. – Т. 27, № 3. – С. 4-9. – EDN LTWLCF.
- Полянский И.С. и др. Алгоритм фильтрации координат наземного источника несанкционированного радиоизлучения в системе спутниковой связи с прямой ретрансляцией //Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2021. – Т. 24. – №. 1. – С. 67-77. https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.1.67-77

- Оценка чувствительности приема сигналов, используемых в технологии LoRa / C.B. Дворников, А.Р. Бестугин, С.С. Дворников, И.А. Киршина // Радиотехника. – 2024. – Т. 88, № 8. – С. 18-23. https://doi.org/10.18127/j00338486-202408-02
- Севидов В.В., Чемаров А.О. Определение координат спутниковретрансляторов в разностно-дальномерной системе геолокации //Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2015. – №. 3. – С. 41-47.
- Ковалев, Ф.Н. Точность местоопределения цели в бистатической радиолокационной системе / Ф. Н. Ковалев // Успехи современной радиоэлектроники. 2022. Т. 76, № 4. С. 4–7.
- Optimal Placements for Minimum GDOP With Consideration on the Elevations of Access Nodes / Ya. Ding, D. Shen, Kh. Pham, G. Chen // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2025. – Vol. 74. – P. 1-10. – https://doi.org/10.1109/TIM.2024.3497055. – EDN MNBUVI.
- 14. Волков Р.В., Саяпин В.Н., Севидов В.В. Модель измерения временной задержки и частотного сдвига радиосигнала, принятого от спутникаретранслятора при определении местоположения земной станции //T-Comm-Телекоммуникации и Транспорт. – 2016. – Т. 10. – №. 9. – С. 14-18.
- 15. Булычев Ю.Г. и др. Энергетический метод квазиоптимальной однопозиционной локации и навигации движущегося источника излучения с учетом априорной информации //Журнал радиоэлектроники. 2018. №. 12. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.12.15
- 16. Малышев С.Р. Методика определения местоположения источников радиоизлучений наземными и воздушными средствами радиомониторинга / С.Р. Малышев, М.В. Куликов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2015. – № 7. – С. 50-55. – EDN UGMBOB.

- 17. Антипов, Н.С. Показатель эффективности функционирования пассивной пространственно-распределенной разведывательно-информационной подсистемы смешанной группировки противовоздушной обороны / Н.С. Антипов, С.В. Богдановский, А.В. Тимошенко // Вестник воздушно-космической обороны. 2023. № 2(38). С. 6-12. EDN GSTSBZ.
- Ячменев, А.В. Оценка эффективности гибридного метода пассивной локации
 / А.В. Ячменев // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. –
 2022. № 2. С. 79-83. EDN HZOEZD.
- 19. Fokin G. Bearing measurement with beam refinement for positioning in 5G networks //Proceedings of the 5th International Conference on Future Networks and Distributed Systems. – 2021. – C. 537-545. https://doi.org/10.1145/3508072.3508183
- Фокин Г.А., Лазарев В.О. Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 3.
 3D-моделирование //Труды учебных заведений связи. – 2020. – Т. 6. – №. 2. – С. 87-102. https://doi.org/10.31854/1813-324X-2020-6-2-87-102

Для цитирования:

Севидов В.В. Разностно-угломерный метод и модели координатометрии радиолокационной станции со сканирующей диаграммой направленности. // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 4. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.4.6