

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.8.10>

УДК: 621.396.969

## **ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ БОКОВЫХ ЛЕПЕСТКОВ СЖАТОГО СИГНАЛА НА ВЫХОДЕ ИНВЕРСНОГО ФИЛЬТРА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

**Р. Г. Хафизов**

**Поволжский государственный технологический университет, 424000, Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3**

Статья поступила в редакцию 22 июня 2021 г.

**Аннотация.** В работе представлены результаты оценки параметров боковых лепестков сжатого сигнала на выходе инверсного фильтра в условиях неопределенности, вызванной наличием нулевых значений в спектре сигнала, при использовании методов коррекции и ограничения спектра сигнала по уровню или по частоте. Оценка параметров боковых лепестков производилась по отношению энергии главного пика к энергии боковых лепестков и уровню максимального бокового лепестка.

**Ключевые слова:** инверсная фильтрация, боковые лепестки, сжатие сигнала, критические компоненты, устранение неопределенности.

**Abstract.** The paper presents the results of the parameters assessment of the lateral petals of the compressed signal at the inversion filter output under the conditions of uncertainty, caused by the presence of zero values in the signal spectrum when using the methods of correction and limiting the signal spectrum or frequency spectrum. Assessment of the lateral petals parameters was made according to the ratio of the main peak energy to the energy of the lateral petals and the level of maximum lateral petal.

**Key words:** inverse filtration, lateral petals, signal compression, critical components, uncertainty elimination.

**Введение**

Инверсная фильтрация является одним из эффективных методов сжатия сигналов, однако наличие мешающих факторов сильно снижают возможность ее применения [1-4]. При этом в качестве мешающего фактора выступает не только флуктуационный шум на входе фильтра, но и боковые лепестки (БЛ) сжатого сигнала на выходе фильтра. Основной причиной появления БЛ в сжатом сигнале на выходе инверсного фильтра является коррекция опорного сигнала, обусловленная наличием в его спектре равных или близких к нулю значений. Большой уровень БЛ может привести к появлению ложных и пропуску реальных сигналов, что затрудняет решение задачи разрешения сигналов по дальности (времени). Этот эффект особенно заметен при обнаружении полезного слабого сигнала на фоне близко расположенного мешающего сильного.

В настоящее время известно множество подходов к решению проблемы синтеза частотной (или импульсной) характеристики инверсного фильтра при наличии нулей в спектре опорного сигнала. В данной работе исследуется группа подходов, основанных на применении методов ограничения спектра опорного сигнала по уровню или по частоте, а также методы коррекции спектра [5-11]. Для оценки параметров бокового лепестка сжатого сигнала на выходе инверсного фильтра использованы характеристики, обычно применяемые для сложных сигналов: отношение энергии главного пика к энергии БЛ и уровень максимального БЛ. Целью работы является оценка параметров БЛ сжатого сигнала на выходе инверсного фильтра в условиях неопределенности, вызванной наличием нулевых значений в спектре опорного сигнала, при использовании методов коррекции и ограничения спектра опорного сигнала по уровню или по частоте.

## 1. Методы коррекции и ограничения спектра опорного сигнала

Спектр  $P_{\text{вых}} = \{\rho_{\text{вых}}(m)\}$ ,  $m=0, 1, \dots, k-1$ , сигнала  $u_{\text{вых}} = \{u_{\text{вых}}(n)\}$ ,  $n=0, 1, \dots, k-1$ , на выходе инверсного фильтра, задаваемого частотным коэффициентом передачи  $\Omega = \{\omega(m)\}$ ,  $m=0, 1, \dots, k-1$ :  $\omega(m) = \frac{1}{\rho(m)}$ , определяется выражением:

$$\rho_{\text{вых}}(m) = \omega(m)\rho_{\text{вх}}(m) = \frac{\rho_{\text{вх}}(m)}{\rho(m)}, \quad (1)$$

где  $\rho(m)$  – компонента спектра  $P=\{\rho(m)\}$  опорного сигнала  $u=\{u(n)\}$  в общем случае комплекснозначного, а  $\rho_{вх}(m)$  – компонента спектра  $P_{вх}=\{\rho_{вх}(m)\}$  сигнала  $u_{вх}=\{u_{вх}(n)\}$  на входе инверсного фильтра. Сигнал  $u_{вых}$  на выходе инверсного фильтра, как результат обратного ДПФ спектра  $P_{вых}=\{\rho_{вых}(m)\}$ ,  $m=0, 1, \dots, k-1$ , имеет вид:

$$u_{вых}(n) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \rho_{вых}(m) e^{\frac{i2\pi mn}{k}} = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{\rho_{вх}(m)}{\rho(m)} e^{\frac{i2\pi mn}{k}}, \quad (2)$$

Одним из подходов к обеспечению устойчивой работы инверсного фильтра при наличии в спектре фильтруемого сигнала равной или близких к нулю компонент является метод замены критических компонент спектра [9,11]. Принцип решения задачи заключается в замене опорного сигнала  $u=\{u(n)\}$  фильтра на скорректированный сигнал  $u_{кор}=\{u_{кор}(n)\}$ , у которого модуль критической компоненты спектра  $\rho_{кор}(m_{кр}) > 0$ , а мера схожести сигналов  $u$  и  $u_{кор}$  близка к максимально возможному значению. Таким образом, при использовании метода коррекции критических компонент при наличии нулей в спектре  $P=\{\rho(m)\}$ ,  $m=0, 1, \dots, k-1$ , опорного сигнала  $u=\{u(n)\}$ ,  $n=0,1,\dots,k-1$ , производим корректировку сигнала  $u$  и спектр  $P=\{\rho(m)\}$  заменяется спектром  $P_{кор}=\{\rho_{кор}(m)\}$ ,  $m=0, 1, \dots, k-1$  [9,11]:

$$\rho_{кор}(m) = \begin{cases} \alpha & \text{при } m = m_{кр,r}, \\ \rho(m) & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (3)$$

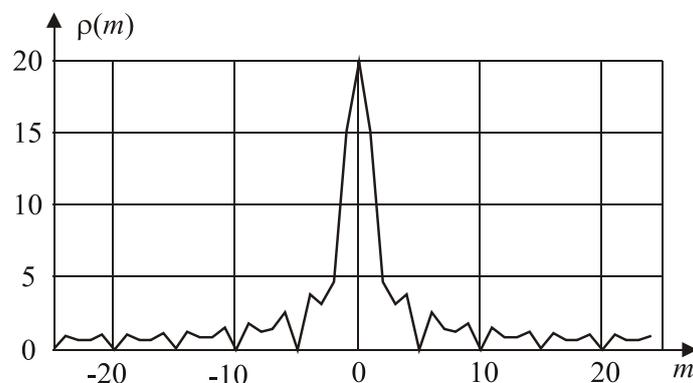
где  $m_{кр,r}$  –  $r$ -ая критическая компонента спектра  $P=\{\rho(m)\}$  сигнала  $u$ ,  $r=1,2,\dots,k_{кр}$ ,  $k_{кр}$  – количество критических компонент в спектре сигнала  $u$ . Величина коррекции  $\alpha$  задается в соответствии с методикой, представленной в работе [11]. В этом случае если  $\rho_{вх}(m)=\rho(m)$ , т. е. флуктуационный шум на входе отсутствует, спектр  $P_{кор}$  скорректированного сигнала  $u_{кор}$  отличается от спектра  $P$  сигнала  $u$  наличием  $k_{кр}$  ненулевых критических компонент. Тогда  $k-k_{кр}$  компонент спектров  $P$  и  $P_{кор}$  совпадают и их отношение равно 1. Отношение критических компонент спектра  $P$  сигнала  $u$  к соответствующим скорректированным компонентам спектра  $P_{кор}$  скорректированного сигнала  $u_{кор}$  равно нулю, т. е.:

$$\frac{\rho(m)}{\rho_{кор}(m)} = \begin{cases} 0 & \text{при } m = m_{кр,r}, \quad r = 1, 2, \dots, k_{кр}, \\ 1 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (4)$$

На рис. 1б в качестве примера представлены АЧХ инверсного фильтра с коррекцией спектра опорного сигнала и амплитудный спектр сигнала на выходе инверсного фильтра, полученные для сигнала с амплитудным спектром, показанным на рис. 1а.

В работах [5-7] предложен способ обеспечения устойчивости инверсного фильтра путем ограничения спектра опорного сигнала по уровню. При этом в обработке участвует только та часть спектра, которая находится выше заданного уровня. При использовании метода ограничения спектра по уровню выражение (4) равно нулю при  $|\rho(m)| < \rho_n$ , где  $\rho_n$  – пороговое значение уровня спектра сигнала. В остальных случаях выражение (4) равно единице. Количество критических компонент  $k_{кр}$  в спектре опорного сигнала  $u$  определяется количеством компонент спектра  $P$  не превысивших пороговое значение  $\rho_n$ . На рис. 1в представлены АЧХ инверсного фильтра с ограничением по уровню и амплитудный спектр сигнала на выходе инверсного фильтра также полученные для сигнала с амплитудным спектром, показанным на рис. 1а.

В работе [2] рассмотрен подход для случая, когда спектр  $P$  сигнала  $u(n)$ ,  $n=0,1, \dots, -1$ , принимает нулевые или близкие к нулю значения, основанный на ограничении частоты фильтра значениями вблизи первой гармоники. Известно, что значение  $\rho(1)$  обычно является наибольшим значением  $P=\{\rho(m)\}$  в частотной области и поэтому ограничение рассмотрения частот вблизи гармоники  $\rho(1)$ , уменьшает вероятность возникновения нулевого значения.



а)

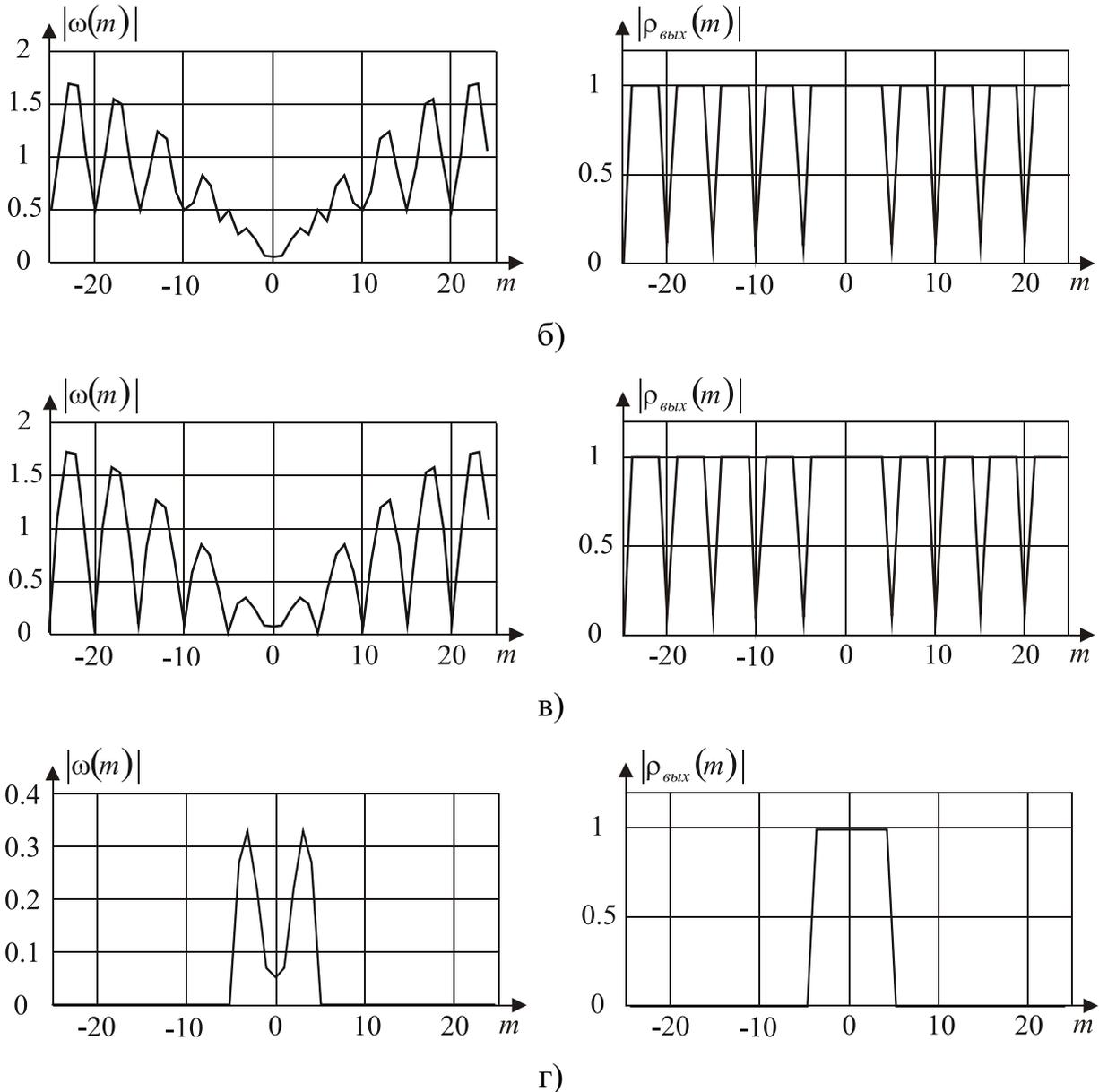


Рис.1. Инверсная фильтрация сигнала в условиях неопределенности: а) амплитудный спектр сигнала, б) АЧХ фильтра и спектр сигнала на выходе фильтра с коррекцией спектра сигнала, в) АЧХ фильтра и спектр сигнала на выходе фильтра с ограничением по уровню, г) АЧХ фильтра и спектр сигнала на выходе фильтра с ограничением по частоте.

При использовании усеченной инверсной фильтрации выражение (4) равно нулю при  $m > m_n$ , где  $m_n$  – пороговое значение усечения спектра сигнала (граничная частота). В остальных случаях выражение (4) также равно единице. На рис. 1г представлен пример АЧХ инверсного фильтра с ограничением по частоте и амплитудный спектр сигнала на выходе инверсного фильтра.

Количество критических компонент  $k_{кр}$  в спектре опорного сигнала  $u$  определяется количеством компонент спектра  $P$  превысивших по номеру пороговое значение  $m_n$ . Таким образом параметр  $k_{кр}$  в определенном смысле является общим параметром независимо от метода ограничения или коррекции спектра опорного сигнала.

## 2. Параметры боковых лепестков сжатого сигнала на выходе инверсного фильтра

Исследуем параметры БЛ сжатого сигнала на выходе инверсного фильтра в условиях неопределенности, вызванной наличием нулей в спектре опорного сигнала  $u=\{u(n)\}$ ,  $n=0,1,\dots,k-1$ . Информативный отсчет  $u_{вых}(0)$  сжатого сигнала  $u_{вых}=\{u_{вых}(n)\}$ ,  $n=0,1,\dots,k-1$ , на выходе инверсного фильтра с коррекцией или ограничением спектра с учетом выражений (2) и (4) равно:

$$u_{вых}(0) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{\rho(m)}{\rho_{кор}(m)} = \frac{1}{k} (k - k_{кр}) = 1 - \frac{k_{кр}}{k}, \quad (5)$$

Значение нулевого отсчета выходного сжатого сигнала независимо от метода ограничения или коррекции спектра опорного сигнала, а также формы опорного сигнала определяется только количеством критических компонент  $k_{кр}$  в спектре  $P$  опорного сигнала  $u$ . В общем случае  $n$ -й отсчет выходного сигнала записывается как:

$$u_{вых}(n) = \frac{1}{k} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq m_{кр}}}^{k-1} e^{\frac{i2\pi mn}{k}}, \quad (6)$$

Сигнал  $u_{вых}=\{u_{вых}(n)\}$ ,  $n=0,1, \dots, k-1$ , на выходе инверсного фильтра обладает следующими свойствами.

1. Сумма отсчетов  $u_{вых}(n)$ :

$$\sum_{n=0}^{k-1} u_{вых}(n) = 1, \quad (7)$$

С учетом выражения (5) сумма отсчетов  $u_{вых}(n)$  при  $n=1,2, \dots, k-1$ :

$$\sum_{n=1}^{k-1} u_{вых}(n) = \frac{k_{кр}}{k}, \quad (8)$$

В том случае, когда в спектре  $P$  опорного сигнала  $u$  отсутствуют критические компоненты, т.е.  $k_{кр}=0$ , все отсчеты выходного сигнала  $u_{вых}(n)$ , за исключением  $u_{вых}(0)$ , равны нулю.

2. Нулевой отсчет  $u_{\text{вых}}(0)$  выходного сигнала:

$$u_{\text{вых}}(0) = \sum_{n=0}^{k-1} |u_{\text{вых}}(n)|^2, \quad (9)$$

Следовательно

$$\sum_{n=0}^{k-1} |u_{\text{вых}}(n)|^2 = 1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}.$$

3. Произведение нулевого отсчета выходного сигнала на сумму отсчетов  $u_{\text{вых}}(n)$  при  $n=1, 2, \dots, k-1$ :

$$u_{\text{вых}}(0) \cdot \sum_{n=1}^{k-1} u_{\text{вых}}(n) = \sum_{n=1}^{k-1} |u_{\text{вых}}(n)|^2. \quad (10)$$

4. Сопряженная симметричность отсчетов выходного сигнала относительно  $k/2$ :

$$u_{\text{вых}}(n) = u_{\text{вых}}^*(k-n), \quad (11)$$

Следовательно:  $|u_{\text{вых}}(n)| = |u_{\text{вых}}(k-n)|$ .

Энергия БЛ  $E_{\text{бл}}$  на выходе инверсного фильтра:

$$E_{\text{бл}} = \sum_{n=1}^{k-1} |u_{\text{вых}}(n)|^2 = \sum_{n=0}^{k-1} |u_{\text{вых}}(n)|^2 - |u_{\text{вых}}(0)|^2, \quad (12)$$

Тогда с учетом выражения (9):

$$E_{\text{бл}} = u_{\text{вых}}(0) - |u_{\text{вых}}(0)|^2, \quad (13)$$

Учитывая, что  $|u_{\text{вых}}(0)| = u_{\text{вых}}(0)$  и выражение (5) получаем:

$$E_{\text{бл}} = \left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right) - \left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2 = \frac{k_{\text{кр}}}{k} - \left(\frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2.$$

Отношение энергии главного пика к энергии БЛ:

$$q = \frac{u_{\text{вых}}^2(0)}{\sum_{n=1}^{k-1} |u_{\text{вых}}(n)|^2} = \frac{\left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2}{\frac{k_{\text{кр}}}{k} - \left(\frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2} = \frac{k - k_{\text{кр}}}{k_{\text{кр}}}. \quad (14)$$

На рис. 2 представлены зависимости величины отношения энергии главного пика к энергии БЛ от количества критических компонент  $k_{\text{кр}}$  в спектре опорного сигнала при  $k=256, 512$  и  $1024$ .

В общем случае  $n$ -й отсчет выходного сигнала определяется выражением (6) и может быть записан как

$$u_{\text{вых}}(n) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-k_{\text{кр}}-1} e^{\frac{i2\pi mn}{k}}, \quad (15)$$

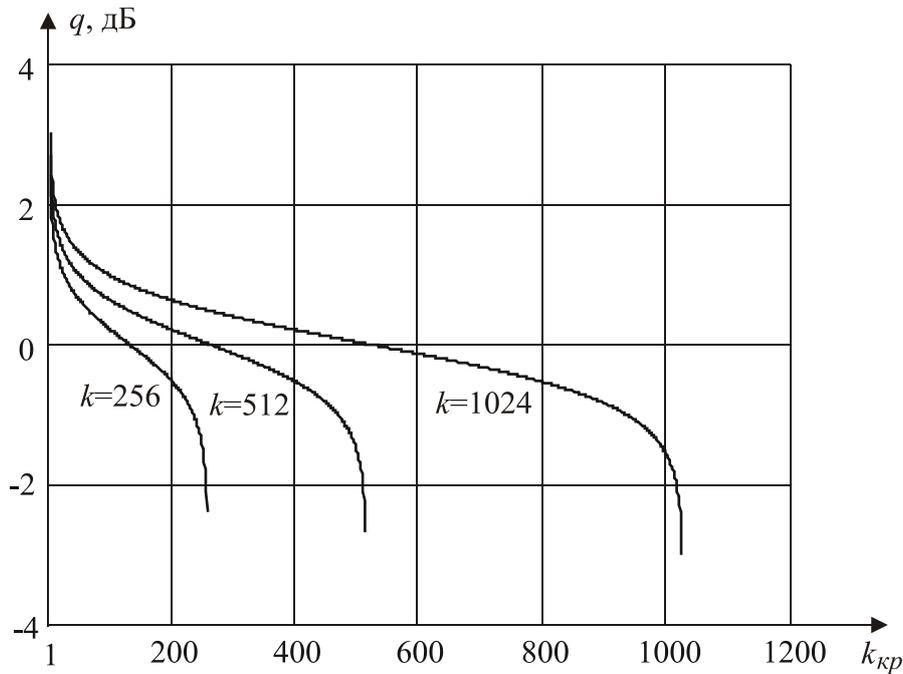


Рис.2. Зависимости отношений энергии главного пика к энергии БЛ от количества критических компонент  $k_{кр}$  в спектре опорного сигнала.

Тогда уровень максимального БЛ, определяемый как модуль выходного сигнала при  $n=1$ , задается выражением:

$$|u_{вых}(1)| = \frac{1}{k} \left| \sum_{m=0}^{k-k_{кр}-1} e^{\frac{i2\pi m}{k}} \right|. \quad (16)$$

На рис. 3 представлены зависимости уровня максимального БЛ от количества критических компонент  $k_{кр}$  в спектре опорного сигнала при  $k=256$ , 512 и 1024.

Получено, что уровень максимального БЛ с ростом количества критических компонент в спектре опорного сигнала возрастает до значения  $k_{кр} < k/2$ , а с дальнейшим ростом количества критических компонент снижается. При этом уровень главного пика сжатого сигнала на выходе инверсного фильтра с ростом количества критических компонент в спектре опорного сигнала так же снижается (см. выражение (5)). Это объясняет характер зависимости отношения энергии главного пика к энергии БЛ от количества критических компонент  $k_{кр}$  в спектре опорного сигнала (см. рис. 2). Таким образом, анализ параметров БЛ сжатого сигнала на выходе инверсного фильтра в условиях неопределенности,

вызванной наличием нулевых значений в спектре опорного сигнала, позволяет произвести оценку эффективности инверсной фильтрации при использовании методов коррекции и ограничения спектра опорного сигнала по уровню или по частоте.

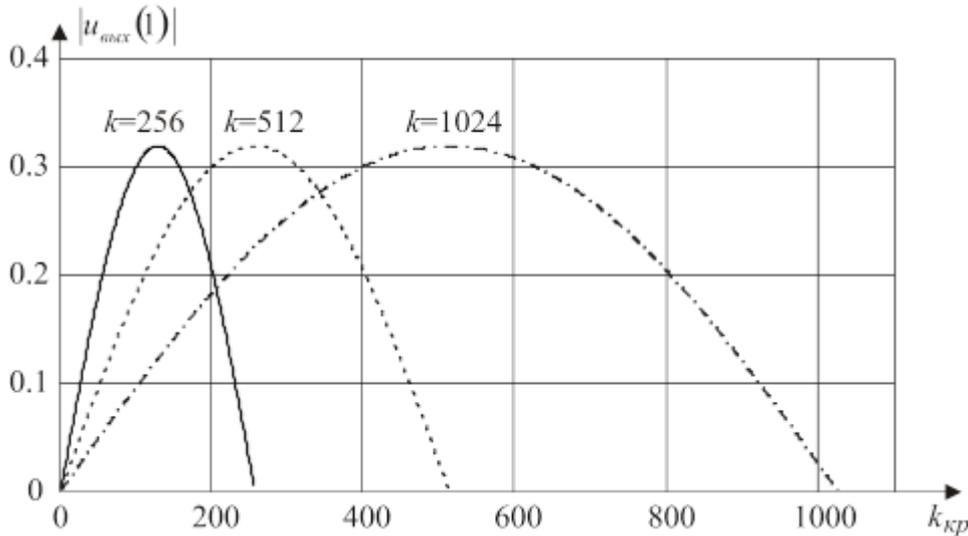


Рис.3. Зависимости уровня максимального БЛ от количества критических компонент  $k_{кр}$  в спектре опорного сигнала.

### Литература

1. Василенко Г.И., Тараторин А.М. *Восстановление изображений*. Москва, Радио и связь. 1986. 304 с.
2. Гонсалес Р., Вудс Р. *Цифровая обработка изображений*. Москва, Техносфера. 2005. 1072 с.
3. Schneider M., Habets E.A.P. Iterative DFT-Domain Inverse Filter Optimization Using a Weighted Least-Squares Criterion. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*. 2019. V.27. №12. P.1957–1969.
4. Zhang Yo. et al. Super-resolution surface mapping for scanning radar: inverse filtering based on the fast iterative adaptive approach. *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*. 2018. V.56. №1. P.127–144. DOI: 10.1109/TGRS.2017.2743263.

5. Mudukutore A.S., Chandrasekar V., Keeler R.J. Pulse compression for weather radars. *IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing*. 1998. V.36. №1. P.125–142.
6. Абраменков В.В., Васильченко О.В., Семченков С.М., Печенев Е.А. Инверсная фильтрация импульсных сигналов. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2017. №4. С.42–53.
7. Семченков С. М., Печенев Е. А. Способ повышения разрешающей способности за счет инверсной фильтрации импульсных сигналов. *Радиопромышленность*. 2017. №3. С.103–109.
8. Фурман Я.А., и др. *Введение в контурный анализ и его приложение к обработке изображений и сигналов*. Москва, ФИЗМАТЛИТ. 2002. 592 с.
9. Фурман Я.А., Казаринов А.В., Громыко Д.С. Обеспечение устойчивости инверсной фильтрации сигнала путем редукции его спектра. *Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы*. 2018. №4(40). С.31-45.
10. Хафизов Р.Г. Обеспечение разрешенного образа при инверсной фильтрации сигналов в условиях неопределенности. *Цифровая обработка сигналов*. 2020. №1. С.50-54.
11. Хафизов Р.Г., Казаринов А.В. Оптимизация коррекции критических компонент спектра импульсного сигнала для обеспечения устойчивости инверсной фильтрации. *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. 2020. №2(38). С.24-33.

Для цитирования:

Хафизов Р.Г. Оценка параметров боковых лепестков сжатого сигнала на выходе инверсного фильтра в условиях неопределенности. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2021. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.8.10>