

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.8.7>

УДК: 621.391

ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА ПРИ НЕУВЕРЕННОСТИ В ЕГО НАЛИЧИИ

Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, Ю.Г. Петров

Воронежский государственный университет
394018, г. Воронеж, ул. Университетская площадь, д. 1

Статья поступила в редакцию 6 июня 2023 г.

Аннотация. Синтезирован квазиправдоподобный алгоритм оценки длительности сверхширокополосного квазирадиосигнала произвольной формы с неизвестными амплитудой и начальной фазой, наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского белого шума. Предполагалось, что условие относительной узкополосности для принимаемого сигнала не выполняется и на интервале его длительности может уместиться несколько периодов или доля периода гармонического колебания. Рассматривалась модель сигнала, который может отсутствовать в принимаемой реализации, а структура приёмника не предполагает учёта исчезновения сигнала. Найдены статистические характеристики синтезированных оценок длительности: условные смещение и рассеяние. Полученные результаты позволяют оценить снижение эффективности в измерении длительности сигнала, когда такой сигнал может отсутствовать в принимаемой реализации.

Ключевые слова: сверхширокополосный, квазирадиосигнал, пропадающий сигнал, оценка максимального правдоподобия, длительность, рассеяние, смещение.

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-19-00323, <https://rscf.ru/project/21-19-00323/>.

Автор для переписки: Титов Константин Дмитриевич, titovkd@gmail.com

Введение

Сверхширокополосные (СШП) сигналы находят всё более широкое применение во многих практических приложениях современной радиоэлектроники, о чём свидетельствует большое число публикаций, в том числе заметное количество монографий [1-6]. Внедрение СШП сигналов в системы телекоммуникаций позволяет повысить скорость передачи информации за счёт большой ширины спектра. Использование СШП сигналов в измерительных системах, радиолокации и устройствах позиционирования раскрывает возможности для повышения точности измерений и увеличения разрешающей способности.

В современной литературе подробно изучены вопросы обработки СШП сигналов с неизвестными амплитудой, начальной фазой и временем прихода [7,8]. Вместе с тем, имеется значительное число приложений, требующих обработки СШП сигнала с неизвестной длительностью. При этом длительность может являться информативным или неинформативным параметром, который неизвестен на приёмной стороне в силу специфики распространения СШП сигнала. Класс СШП сигналов весьма широк и включает в себя большое количество различных математических моделей [1-6]. Получение универсальных алгоритмов обработки для любого типа СШП сигналов довольно затруднительно, поэтому выделим подкласс таких сигналов, структура которых подобна узкополосным радиосигналам, однако условие узкополосности для них не выполняется. Такие сигналы в работе [1] названы СШП квазирадиосигналами (КРС). Подобное сужение класса исследуемых сигналов позволяет получить более глубокие и содержательные результаты синтеза и анализа алгоритмов обработки, в частности оценки длительности.

Задача оценки длительности сигнала, наблюдаемого на фоне шума, неоднократно рассматривалась в литературе [9-17] применительно к различным классам сигналов. Оценка длительности актуальна в радиолокации, где по длительности отраженного сигнала можно судить о пространственной протяженности объекта [18]. Также задача оценки длительности сигнала,

например, может возникать при обработке сигналов с широтно-импульсной модуляцией, оценке канала связи при установлении соединения между абонентами, задачах дефектоскопии и т.д. [19].

В работе [17] были исследованы квазиправдоподобные и максимально правдоподобные алгоритмы оценки длительности СШП КРС в предположении о его наличии в принимаемой реализации с вероятностью равной 1. Однако большое практическое значение имеют случаи, когда приём ведётся по неустойчивому каналу связи, в котором возможно пропадание сигнала. Задача оценки длительности пропадающего сигнала особенно актуальна для СШП сигналов, чувствительных к изменению свойств канала распространения, вызванных появлением осадков, тумана, плотной городской застройкой, высокой плотностью или мобильностью абонентов и т.д. В работе [16] синтезированы алгоритмы оценки длительности видеосигнала с неизвестной амплитудой при условии возможного отсутствия сигнала в принятой реализации. В практических приложениях, связанных с передачей СШП сигналов, для повышения дальности связи могут использоваться СШП КРС, при этом из-за прохождения значительного расстояния в неоднородной среде распространения оказываются неизвестными его параметры, в частности, начальная фаза. Таким образом, в данной работе рассматривается актуальная для теории и практики современной радиотехники задача оценки длительности СШП КРС произвольной формы с неизвестными амплитудой и начальной фазой на фоне гауссовского белого шума при неуверенности в его наличии в принимаемой реализации.

1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу оценки длительности СШП КРС

$$s(t, a, \varphi, \tau) = \begin{cases} a f(t) \cos(\omega t - \varphi), & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t < 0, t > \tau, \end{cases} \quad (1)$$

где $f(t)$ – непрерывная модулирующая функция, a , φ , ω , τ – амплитуда, начальная фаза, частота и длительность соответственно. Если выполняется

условие $\Delta\omega \ll \omega$, где $\Delta\omega$ – ширина полосы частот сигнала, то $s(t, a, \varphi, \tau)$ является узкополосным радиосигналом [14,15]. В противном случае формула (1) описывает СШП КРС [20]. Величины a, φ, ω являются параметрами гармонического колебания, используемого для формирования сигнала (1). Тем не менее, аналогично [20] далее будем называть a, φ, ω соответственно амплитудой, начальной фазой и частотой СШП КРС (1). Выбором модулирующей функции можно обеспечить полосу сигнала, близкую к частоте ω [20]. Таким образом, изменение модулирующей функции $f(t)$ позволяет описать формулой (1) как СШП КРС с большой относительной полосой частот, так и узкополосные радиосигналы, для которых выполняется условие $\Delta\omega \ll \omega$.

Пусть в течение интервала времени $t \in [0, T]$ наблюдается реализация аддитивной смеси сигнала (1) и гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0

$$\xi(t) = \gamma_0 s(t, a_0, \varphi_0, \tau_0) + n(t), \quad (2)$$

где a_0, φ_0, τ_0 – истинные значения неизвестных параметров, при этом длительность сигнала может принимать значения из априорного интервала $\tau \in [T_1, T_2]$, а γ_0 – параметр наличия сигнала в принимаемой реализации, который принимает значения $\gamma_0 = 1$ (сигнал присутствует) с вероятностью p_1 и $\gamma_0 = 0$ (сигнал отсутствует) с вероятностью p_0 .

При условии, что полезный сигнал присутствует в принятой реализации с вероятностью $p_1 = 1$, задача оценки длительности СШП КРС решена в работах [17,21]. В данной статье будем считать, что сигнал присутствует в реализации (2) с вероятностью $p_1 < 1$. Располагая наблюдаемой реализацией $\xi(t)$, необходимо сформировать оценку длительности полезного сигнала, считая параметры a_0, φ_0, γ_0 неинформативными.

2. Синтез алгоритма

Для синтеза алгоритма оценки воспользуемся методом максимального правдоподобия (МП) [9,14,15], согласно которому оценка длительности совпадает с положением абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ЛФОП). При неизвестных амплитуде и начальной фазе ЛФОП зависит от четырёх неизвестных параметров

$$L(a, \varphi, \tau, \gamma) = \frac{2a\gamma}{N_0} \int_0^\tau \left(\xi(t) - \frac{af(t)\cos(\omega t - \varphi)}{2} \right) f(t)\cos(\omega t - \varphi) dt. \quad (3)$$

Если полезный сигнал (1) присутствует в принятой реализации с вероятностью $p_1 = 1$, то МП оценка длительности формируется как положение абсолютного (наибольшего) максимума ЛФОП

$$\tau_q = \arg \sup L(\tau), \quad (4)$$

где обозначено

$$\begin{aligned} L(\tau) &= \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi, \tau) = \sup_a L(a, \tau), \\ L(a, \tau) &= \sup_{\varphi} L(a, \varphi, \tau, \gamma = 1). \end{aligned} \quad (5)$$

Алгоритм (4) не учитывает возможного пропадания сигнала, поэтому при $p_1 < 1$ оценка τ является квазиправдоподобной (КП) [1,10].

Максимально правдоподобный подход при возможном отсутствии сигнала заключается в нахождении аргумента абсолютного максимума ЛФОП (3), в котором неинформативные параметры a , φ и γ заменены на их оценки МП

$$\tau_m = \arg \sup_{\tau} \left\{ \sup_{a, \varphi, \gamma} L(a, \varphi, \tau, \gamma) \right\}. \quad (6)$$

Из выражения (3) видно, что $L(a, \varphi, \tau, \gamma = 0) = 0$, поэтому алгоритм (6) приводит к следующему решающему правилу

$$\tau_m = \begin{cases} \tau_q, & L(\tau_q) > 0, \\ 0, & L(\tau_q) \leq 0. \end{cases}$$

Аналогично [1,2] введём в рассмотрение некоторый порог h и обобщённую оценку МП амплитуды, начальной фазы и длительности

$$\tau_m = \begin{cases} \tau_q, & L(\tau_q) > h, \\ 0, & L(\tau_q) \leq h. \end{cases} \quad (7)$$

Заметим, что при $h = -\infty$ обобщённая МП оценка (7) совпадает с КП оценкой (4) $\tau_m \equiv \tau_q$, поскольку неравенство $L(\tau_q) > h$ выполняется всегда. Анализ КП оценки (4) при возможном исчезновении сигнала позволит оценить, насколько сильно отсутствие сигнала влияет на характеристики оценки длительности.

Для преодоления априорной неопределенности по амплитуде и начальной фазе в выражении (3) будем использовать их оценки МП a_m и φ_m . Это равносильно максимизации ЛФОП (3) по неизвестным параметрам a и φ . Выполняя аналитически максимизацию ЛФОП (3), получаем

$$L(\tau) = \frac{(Q - P_c)X^2 + (Q + P_c)Y^2 - 2XYP_s}{2(Q^2 - P_c^2 - P_s^2)}, \quad (8)$$

где обозначено

$$\begin{cases} X(\tau) \\ Y(\tau) \end{cases} = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau \xi(t) f(t) \begin{cases} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{cases} dt, \\ \begin{cases} P_c(\tau) \\ P_s(\tau) \end{cases} = \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) \begin{cases} \cos(2\omega t) \\ \sin(2\omega t) \end{cases} dt, \end{cases} \quad (9)$$

$$Q(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) dt.$$

Выражения (4), (7) и (8) определяют структуру приёмного устройства. Его блок-схема изображена на рис. 1, где обозначено И – интегратор, работающий на интервале времени $[0, \tau]$, $\tau \in [0, T_2]$, Э – экстрематор, осуществляющий поиск положения абсолютного максимума сигнала на интервале времени $[T_1, T_2]$.

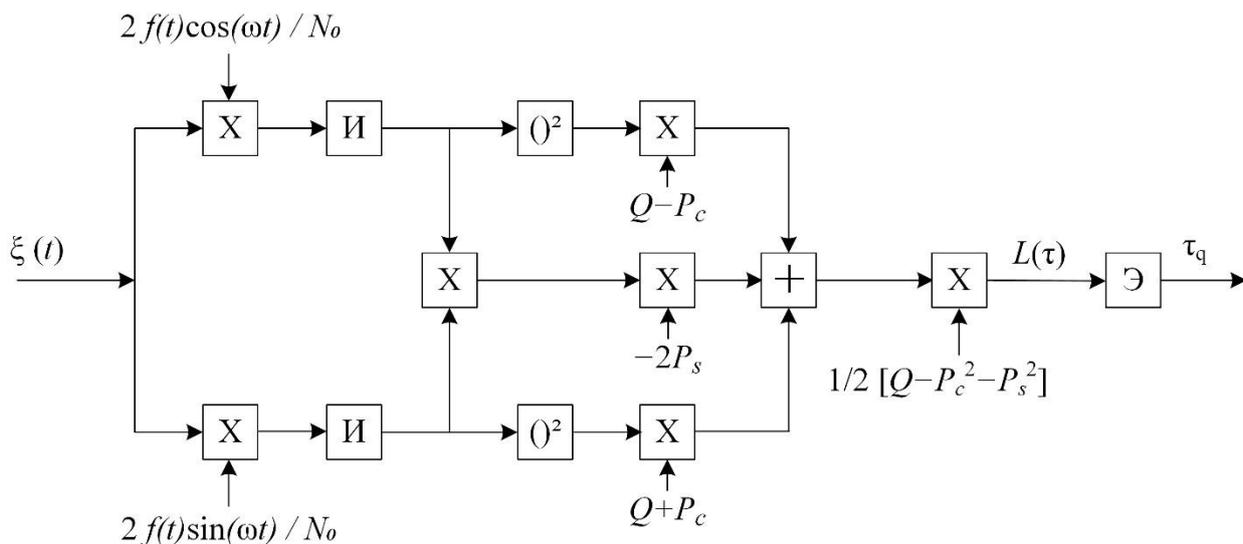


Рис. 1. Блок-схема КП измерителя длительности

3. Анализ алгоритма

Выполним анализ КП алгоритма оценки длительности (4). Плотность вероятности оценки τ_q можно записать в виде [16]

$$W_q(\tau) = p_0 W_0(\tau) + p_1 W_1(\tau|\tau_0). \quad (10)$$

Здесь $W_0(\tau)$ и $W_1(\tau|\tau_0)$ – условные плотности вероятностей оценки τ_q при условии, что истинное значение длительности равно τ_0 , а сигнал отсутствует и присутствует в реализации соответственно

$$W_j(\tau|\tau_0) = W(\tau|\tau_0, \gamma_0 = j), \quad j = \overline{0,1}.$$

При отсутствии сигнала в принимаемой реализации $\xi(t) = n(t)$ и ЛФОП (8) принимает вид

$$L_0(\tau) = \frac{(Q - P_c)N_X^2 + (Q + P_c)N_Y^2 - 2N_X N_Y P_s}{2(Q^2 - P_c^2 - P_s^2)}, \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} N_X(\tau) \\ N_Y(\tau) \end{Bmatrix} = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau n(t) f(t) \begin{Bmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{Bmatrix} dt$$

– гауссовские случайные процессы с нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными функциями

$$\begin{aligned}
 K_X(\tau_1, \tau_2) &= \langle N_X(\tau_1)N_X(\tau_2) \rangle = \\
 &= Q(\min(\tau_1, \tau_2)) + P_c(\min(\tau_1, \tau_2)) = Q_{\min} + P_{c\min}, \\
 K_Y(\tau_1, \tau_2) &= \langle N_Y(\tau_1)N_Y(\tau_2) \rangle = Q_{\min} - P_{c\min}, \\
 K_{XY}(\tau_1, \tau_2) &= \langle N_X(\tau_1)N_Y(\tau_2) \rangle = P_s(\min(\tau_1, \tau_2)) = P_{s\min}.
 \end{aligned}$$

Решающая статистика (11) при отсутствии сигнала исследована в [10] в процессе поиска вероятности ложной тревоги. Она представляет собой ЛФОП, являющийся случайным процессом с математическим ожиданием

$$S_0(\tau) = \langle L_0(\tau) \rangle = 1 \quad (12)$$

и корреляционной функцией

$$\begin{aligned}
 K_0(\tau_1, \tau_2) &= \langle [L_0(\tau_1) - \langle L_0(\tau_1) \rangle][L_0(\tau_2) - \langle L_0(\tau_2) \rangle] \rangle = \\
 &= \frac{\Psi(\tau_1, \tau_2)}{\Psi(\max(\tau_1, \tau_2), \max(\tau_1, \tau_2))}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

где обозначено

$$\Psi(\tau_1, \tau_2) = Q(\tau_1)Q(\tau_2) - P_c(\tau_1)P_c(\tau_2) - P_s(\tau_1)P_s(\tau_2).$$

Для поиска плотности вероятности положения максимума случайного процесса (11) можем записать выражение, аналогичное [9]

$$W_0(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W_0(Y, \tau) dY,$$

где $W_0(Y, \tau)$ – плотность вероятности величины и положения его максимума, для нахождения которой введём в рассмотрение двумерную функцию распределения величины максимума [9]

$$F_{20}(u, v, x) = P \left\{ \begin{array}{ll} L_0(\tau) < u, L_0(\tau) < v \\ T_1 \leq \tau \leq x & x < \tau \leq T_2 \end{array} \right\}.$$

Она представляет собой вероятность неперевышения ступенчатой границы ABCD, изображённой на рисунке 2, где также показана одна из возможных реализаций решающей статистики $L_0(\tau)$ (11).

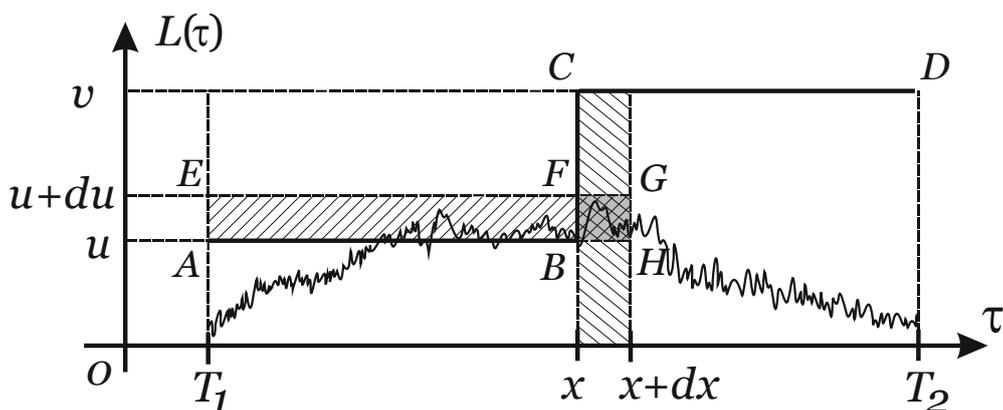


Рис. 2. Схематическое представление решающей статистики во временной области

Зададим приращения du и dx переменным u и x соответственно. Вероятность того, что реализация $L_0(\tau)$ на интервале $\tau \in [T_1, x + dx]$ располагается в заштрихованной горизонтальной области AEGH равна

$$P_u = F_{20}(u + du, v, x + dx) - F_{20}(u, v, x + dx).$$

Аналогично вероятность попадания реализации на интервале в прямоугольник BFGH

$$\begin{aligned} P_{ux} &= F_{20}(u + du, v, x + dx) - F_{20}(u, v, x + dx) - [F_{20}(u + du, v, x) - F_{20}(u, v, x)] = \\ &= \frac{\partial^2 F_{20}(u, v, x)}{\partial u \partial x} du dx. \end{aligned}$$

Если положить далее $v = u$, то P_{ux} равна вероятности того, что на интервалах $[T_1, x]$ и $[x + dx, T_2]$ реализация решающей статистики ниже порога $L_0(\tau) < u$, а при $\tau \in [x, x + dx]$ она попадает в коридор между u и $u + du$ (то есть в прямоугольнике BFGH реализация достигает максимума). Эту же вероятность можно найти, используя плотность вероятности $W_0(A, \tau)$ величины и положения максимума процесса $L_0(\tau)$. Действительно, $W_0(A, \tau)$ представляет собой совместную плотность вероятности двух случайных величин: $Y = \sup L_0(\tau)$ – величина максимума, τ_q – положение максимума. Тогда $W_0(u, x) du dx$ – вероятность одновременного выполнения двух неравенств: $u \leq Y \leq u + du$, $x \leq \tau_q \leq x + dx$, которая совпадает с P_{ux} при $v = u$

$$W_0(Y, \tau) = \frac{\partial^2 F_{20}(u, v, x)}{\partial u \partial x} \Big|_{u=v=Y, x=\tau}.$$

Аналогично [9] можем записать приближённо

$$F_{20}(u, v, x) \approx P_{1x}(u)P_{2x}(v),$$

где

$$P_{1x}(u) = P \left\{ \begin{matrix} L_0(\tau) < u \\ T_1 \leq \tau \leq x \end{matrix} \right\}, \quad P_{2x}(v) = P \left\{ \begin{matrix} L_0(\tau) < v \\ x \leq \tau \leq T_2 \end{matrix} \right\}. \quad (14)$$

Таким образом, чтобы получить плотность вероятности $W_0(Y, \tau)$ КП оценки (4), требуется найти функции распределения $P_{1x}(u)$, $P_{2x}(v)$ (14) величины максимума случайного процесса $L_0(\tau)$ (11) на отрезках $[T_1, x]$ и $[x, T_2]$ соответственно. Применим подход, использованный в [10], для нахождения вероятности ложной тревоги. Исследуем локальные свойства случайного процесса (11). Для этого рассмотрим поведение корреляционной функции (13) в малой окрестности произвольной точки $\tau \in [T_1, T_2]$. Подставим в (13) $\tau_1 = \tau$, $\tau_2 = \tau + \Delta$ и разложим корреляционную функцию (13) в ряд Тейлора по Δ в окрестности τ , отбросив все слагаемые выше первой степени Δ

$$K_0(\tau, \tau + \Delta) \approx 1 - \delta(\tau)|\Delta| + o(\Delta), \quad (15)$$

где

$$\delta(\tau) = \frac{1}{\Psi(\tau, \tau)} \frac{\partial \Psi(\tau, x)}{\partial x} \Big|_{x=\tau} = \frac{Q(\tau)Q'(\tau) - P_c(\tau)P_c'(\tau) - P_s(\tau)P_s'(\tau)}{Q^2(\tau) - P_c^2(\tau) - P_s^2(\tau)}, \quad (16)$$

а штрихом обозначена производная по τ . Согласно (12) и (15) решающая статистика $L_0(\tau)$ является локально-стационарным и локально-марковским случайным процессом. Вероятность недостижения границы h для такого процесса в ε -окрестности точки τ найдена в [9,22] в виде

$$F_\varepsilon(h, \tau) \approx P\{L_0(t) < h, t \in [\tau - \varepsilon/2, \tau + \varepsilon/2]\} = \begin{cases} \exp[-\delta(\tau)\varepsilon h \exp(-h)], & h \geq 1, \\ 0, & h < 1, \end{cases} \quad (17)$$

причём ε настолько мала, что справедлива аппроксимация (15). Чтобы найти вероятность недостижения границы на произвольном интервале возможных значений длительности $[a, b] \subset [T_1, T_2]$, разобьём его на N равных отрезков величиной $\varepsilon = (b - a) / N$. Середину каждого интервала обозначим $t_i = a + (i - 1)\varepsilon / 2$, $i = \overline{1, N}$. Тогда вероятность недостижения границы h решающей статистикой $L_0(\tau)$ на i -ом интервале равна

$$F_{0i}(h) = P\{L_0(\tau) < h, \tau \in [t_i - \varepsilon/2, t_i + \varepsilon/2]\} = F_\varepsilon(h, t_i). \quad (18)$$

При достаточно высоких порогах h выбросы реализации $L_0(\tau)$ за уровень h на различных элементарных интервалах $[t_i - \varepsilon/2, t_i + \varepsilon/2]$ можно приближённо считать статистически независимыми [17]. Тогда вероятность недостижения порога случайным процессом $L_0(\tau)$ на отрезке $[a, b]$ будет равна

$$F_0(h) = P\{L_0(\tau) < h, \tau \in [a, b]\} = \prod_{i=1}^N F_{0i}(h, t_i). \quad (19)$$

Подставляя (17) в (18), а затем (18) в (19) и переходя к пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$, $N \rightarrow \infty$, получаем

$$F_0(h) \approx \begin{cases} \exp\left[-h \exp(-h) \int_a^b \delta(\tau) d\tau\right], & h \geq 1, \\ 0, & h < 1. \end{cases}$$

После интегрирования функции (16) находим асимптотическое выражение для распределения величины максимума

$$F_0(h) \approx \begin{cases} \left[\frac{Q^2(a) - P_c^2(a) - P_s^2(a)}{Q^2(b) - P_c^2(b) - P_s^2(b)} \right]^{h \exp(-h)/2}, & h \geq 1, \\ 0, & h < 1. \end{cases} \quad (20)$$

Обозначим далее для краткости

$$\psi(\tau) = \sqrt{Q^2(\tau) - P_c^2(\tau) - P_s^2(\tau)} = \sqrt{\Psi(\tau, \tau)}. \quad (21)$$

Перепишем (20) с учётом обозначений (21)

$$F_0(h) \approx \begin{cases} \left[\frac{\psi^2(a)}{\psi^2(b)} \right]^{h \exp(-h)/2}, & h \geq 1, \\ 0, & h < 1. \end{cases}$$

Учитывая, что $c^x = \exp(\ln(c^x)) = \exp(x \ln(c))$, имеем

$$F_0(h) \approx \begin{cases} \exp\left(-h \exp(-h) \ln \left[\frac{\psi(b)}{\psi(a)} \right]\right), & h \geq 1, \\ 0, & h < 1. \end{cases} \quad (22)$$

Аналогично [9,16] введём замену переменных $m = \ln[\psi(\tau) / \psi(a)]$, причём $0 \leq m \leq D$, $D = \ln[\psi(b) / \psi(a)]$. Тогда функция распределения (22) приобретает более простой вид

$$F_0(h) = P\{L_0(m) < h, m \in [0, D]\} \approx \begin{cases} \exp(-Dh \exp(-h)), & h \geq 1, \\ 0, & h < 1. \end{cases} \quad (23)$$

Тогда с учётом (23) можем записать для функций (14)

$$P_{1x}(u) = P\left\{L_0(\tau) < u\right\}_{T_1 \leq \tau \leq x} = P\left\{L_0(m) < u\right\}_{0 \leq m \leq y} = \begin{cases} \exp(-yu \exp(-u)), & u \geq 1, \\ 0, & u < 1. \end{cases} \quad (24)$$

$$P_{2x}(v) = P\left\{L_0(\tau) < v\right\}_{x \leq \tau \leq T_2} = P\left\{L_0(m) < v\right\}_{y \leq m \leq \tilde{m}} = \begin{cases} \exp(-(m-y)v \exp(-v)), & v \geq 1, \\ 0, & v < 1. \end{cases} \quad (25)$$

Здесь обозначено $y = \ln[\psi(x) / \psi(T_1)]$, $\tilde{m} = \ln[\psi(T_2) / \psi(T_1)]$.

Аналогично [16] найдём плотность вероятности величины и положения максимума решающей статистики $L_0(m)$

$$W_{0m}(Y, y) = \frac{\partial^2 F_{20}(u, v, y)}{\partial u \partial v} \Big|_{u=v=Y} = \frac{\partial^2 P_{1x}(u) P_{2x}(v)}{\partial u \partial v} \Big|_{u=v=Y}. \quad (26)$$

Подставляя выражения (24) и (25) в (26), получим

$$W_{0m}(Y, y) = \begin{cases} (Y-1)e^{-Y} \exp(-\tilde{m}Ye^{-Y}), & Y \geq 1, \\ 0, & Y < 1. \end{cases} \quad (27)$$

Заметим, что выражение (27) не зависит от y , т.е. является равномерной плотностью вероятности. Чтобы найти плотность вероятности положения максимума, нужно проинтегрировать выражение (27) по Y

$$W_0(y) = \int_1^{\infty} W_0(Y, y) C^{-1} dY,$$

где $C = \int_{-\infty}^{\infty} \int_1^{\infty} W_0(Y, y) dY dy$ – нормировочная константа. Выполняя

интегрирование, имеем

$$W_0(y) = \begin{cases} 1/\tilde{m}, & 0 \leq y \leq \tilde{m}, \\ 0, & y < 0, y > \tilde{m}. \end{cases}$$

Выполним переход от переменной y к x в (26) с учётом правил перехода между плотностями вероятностей

$$W_0(Y, x) = W_{0m} \left(Y, \ln \left[\frac{\psi(x)}{\psi(T_1)} \right] \right) \frac{1}{\psi(x)} \frac{d\psi(x)}{dx},$$

Возвращаясь к переменной τ , имеем

$$W_0(\tau) = \frac{1}{\ln[\psi(T_2)/\psi(T_1)]} \begin{cases} \frac{1}{\psi(\tau)} \frac{d\psi(\tau)}{d\tau}, & T_1 \leq \tau \leq T_2, \\ 0, & \tau < T_1, \tau > T_2. \end{cases} \quad (28)$$

Плотность вероятности $W_1(\tau|\tau_0)$ оценки длительности (4) при наличии сигнала в принятой реализации найдена в работе [17]. Подставив $W_1(\tau|\tau_0)$ и функцию (28) в формулу (10), получаем искомое выражение для плотности вероятности КП оценки длительности при неуверенности в наличии сигнала.

Точность КП оценки (4) можно характеризовать условными смещением и рассеянием, которые при истинном значении длительности τ_0 определяются соответственно как

$$b = p_0 b_0 + p_1 b_1, \quad V = p_0 V_0 + p_1 V_1, \quad (29)$$

$$b_j = \int_{T_1}^{T_2} (\tau - \tau_0) W_j(\tau) d\tau, \quad V_j = \int_{T_1}^{T_2} (\tau - \tau_0)^2 W_j(\tau) d\tau, \quad j = \overline{0,1}.$$

В качестве примера рассмотрим приём СШП КРС, форма модулирующей функции которого описывается следующим образом

$$f(t) = \exp\left(-\frac{\lambda|t|}{T_2}\right), \quad (30)$$

где параметр λ характеризует скорость изменения модулирующей функции.

Обозначим отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приёмника МП для СШП КРС с амплитудой a_0 , длительностью T_2 и прямоугольной модулирующей функцией

$$z^2 = \frac{2a_0^2 T_2}{N_0}, \quad (31)$$

где $k = T_2/T_1$ – динамический диапазон возможных значений длительности сигнала (1), $\kappa = \omega_0 \tau_0 / 2\pi$ – параметр характеризующий степень узкополосности СШП КРС и равный числу периодов гармонического колебания (1), укладывающихся на длительности сигнала τ_0 [10,17,21]. Выберем истинные значения длительности посередине априорного интервала её возможных значений $\tau_0 = (T_1 + T_2)/2$, начальной фазы $\varphi_0 = 0$, параметра модулирующей функции (30) $\lambda = 2$, а параметр узкополосности $\kappa = 1,5$.

На рисунке 3 представлена зависимость нормированного на T_2^2 рассеяния V (29) от ОСШ z (31) при различных значениях вероятности p_1 . Сплошная кривая соответствует вероятности наличия сигнала в принимаемой реализации $p_1 = 1$, штриховая – $p_1 = 0,6$, штрихпунктирная – $p_1 = 0,3$.

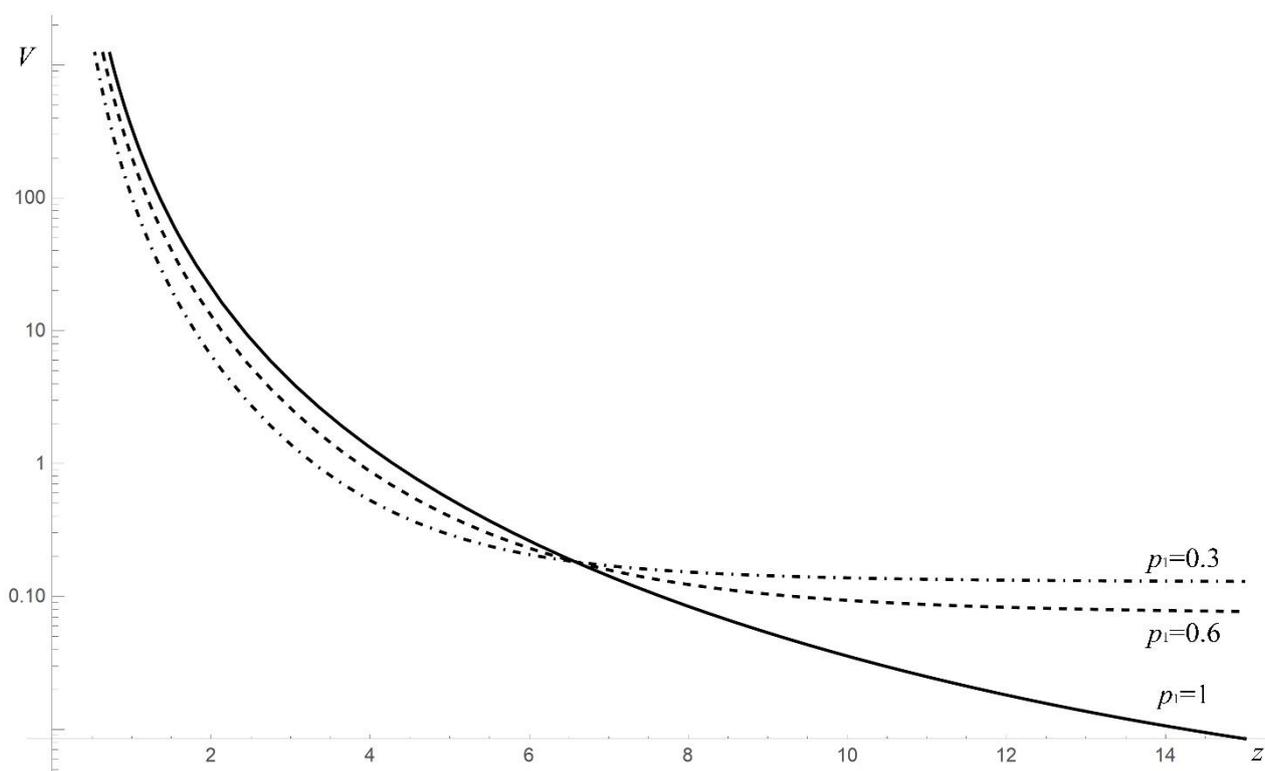


Рис. 3. Зависимость нормированного рассеяния оценки длительности от ОСШ

Из рисунка 3 видно, что сплошная кривая совпадает с рассеянием оценки длительности СШП КРС, полученным в [13]. Поскольку рассеяние оценки длительности при отсутствии сигнала V_0 не зависит от ОСШ, а рассеяние V_1 при наличии сигнала монотонно убывает с ростом ОСШ, зависимости на рис. 3 стремятся к постоянному значению, величина которого зависит от вероятностей наличия сигнала в принятой реализации. Следовательно, даже при низком уровне шума и помех (при больших ОСШ) возможное отсутствие сигнала приводит к значительным ошибкам оценивания длительности. Так, например, при $p_1=0,6$, рассеяние выходит на постоянный уровень, примерно равный $0,1 \cdot T_2^2$. Это означает, что среднеквадратическое отклонение оценки от истинного значения составляет половину априорного интервала возможных значений длительности.

Таким образом, квазиправдоподобный алгоритм оценки длительности целесообразно применять при небольших ОСШ, где рассеяние при наличии сигнала больше рассеяния при отсутствии сигнала. В других условиях для

улучшения точности оценки требуется построение алгоритма совместного обнаружения и оценки длительности.

Заключение

Полученные результаты синтеза и анализа квазиправдоподобного алгоритма оценки длительности пропадающего СШП КРС с неизвестной амплитудой и начальной фазой позволяют оценить снижение эффективности в измерении длительности сигнала, когда такой сигнал может отсутствовать в принимаемой реализации. Расчет полученных характеристик оценки длительности позволяет сделать обоснованный выбор оптимального алгоритма оценки в зависимости от требований, предъявляемых к простоте реализации алгоритма и точности оценки. Дальнейшие исследования позволят синтезировать МП алгоритм оценки длительности, позволяющий учитывать возможное исчезновение сигнала в принимаемой реализации и выполнить сравнение эффективности с КП алгоритмом.

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-19-00323, <https://rscf.ru/project/21-19-00323/>.

Литература

1. Радзиевский В.Г., Трифонов П.А. *Обработка сверхширокополосных сигналов и помех*. Москва, Радиотехника. 2009. 288с.
2. Aiello R., Batra U. *Ultra-Wideband Systems: Technologies and Applications (Communications Engineering)*. Elsevier. 2006. 323p.
3. Siriwongpairat W.-P., Liu K.J.-R. *Ultra-Wideband Communications Systems. Multiband OFDM Approach*. Wiley. 2007. 229p.
4. Nekoogar F., Dolwa F. *Ultra- Wideband Radio Frequency Identification Systems*. Springer. 2011. 160p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9701-2>
5. Sahinoglu Z., Gezici C., Guvenc I. *Ultra-wideband Positioning System*. Wiley. 2008. 282 p.

6. Arslan H., Chen Z., Benedetto M. *Ultra-Wideband wireless communication*. Wiley. 2006. 520 p.
7. Yajnanarayana V., Dwivedi S., Handel P. IR-UWB Detection and Fusion Strategies using Multiple Detector Types. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*. Doha, Qatar. 2015. P.1-6. <https://doi.org/10.1109/WCNC.2016.7565140>
8. Gezici S., Poor H.-V. Position Estimation via Ultra-Wideband Signals. *Proceedings of the IEEE*. 2009. V.97. № 2. P.386-403.
9. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. *Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех*. Москва, Радио и связь. 1986. 264 с.
10. Korchagin Yu.E., Titov K.D. Detection of an ultra-wideband quasi radio signal with unknown duration against the background of white noise. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 2019. V.61. № 11. P.958-973. <https://doi.org/10.1007/s11141-019-09942-5>
11. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Kondratovich P.A. Efficiency of estimating duration of a signal with unknown amplitude. *Radioelectronics and Communications Systems*. 2011. V.54. №. 11. P.581-591. <https://doi.org/10.3103/S073527271111001X>
12. Корчагин Ю.Э. Оценка длительности сигнала с неизвестными амплитудой и фазой. *Радиотехника*. 2013. № 9.С.11-19.
13. Korchagin Yu.E. Estimation of the radio pulse duration with unknown phase. *Radioelectronics and Communications Systems*. 2013. V.56. № 7. P.345-355. <https://doi.org/10.3103/S0735272713070030>
14. Куликов Е.И., Трифонов А.П. *Оценка параметров сигналов на фоне помех*. Москва, Советское радио. 1978. 296 с.
15. Тихонов В.И. *Оптимальный приём сигналов*. Москва, Радио и связь. 1983. 320 с.
16. Корчагин Ю.Э. Оценка длительности пропадающего сигнала с неизвестной амплитудой. *Нелинейный мир*. 2013. Т.11. № 8. С.566-576.

17. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Titov K.D. Estimation of Ultrawideband Quasi-Radio Signal Duration. *Radioelectronics and Communications Systems*. 2017. V.60. №. 8. P.358-367. <https://doi.org/10.3103/S0735272717080040>
18. Бобрешов А.М., Жабин А.С., Киселёв А.В., Селин М.Ю., Усков Г.К. Построение радиоизображения малоразмерной цели с помощью сверхширокополосных импульсных сигналов. *Радиолокация, навигация, связь: сборник трудов*. 2019. Т.3. С.60-64.
19. Jeong Y.-K., Lee M.-Q., Park Y.-J., Kim K.-H., Youn D.-G., Cho S.-B. Development of a UWB GPR System for Detecting Small Objects Buried under Ground. *IEEE Conference on Ultra-Wideband Systems and Technologies*. Reston, VA, USA. 2003.P.384-388. <https://doi.org/10.1109/UWBST.2003.1267869>
20. Trifonov A.P., Rudnev P.E. Characteristics of estimating the amplitude of ultra-wideband quasi-radio signal. *Radioelectronics and Communications Systems*. 2010. V.53. №. 5. P.241-250. <https://doi.org/10.3103/S0735272710050031>
21. Корчагин Ю.Э., Титов К.Д. *Синтез и анализ алгоритмов обработки сверхширокополосных квазирадиосигналов*. Воронеж, ВГУ. 2019. 128 с.
22. Корчагин Ю.Э., Слинчук С.А. Однопороговый последовательный алгоритм оценки длительности пропадающего прямоугольного радиоимпульса. *Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика*. 2017. № 4. С.13-20.

Для цитирования:

Корчагин Ю.Э., Титов К.Д., Петров Ю.Г. Оценка длительности сверхширокополосного квазирадиосигнала при неуверенности в его наличии. *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*. 2023. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.8.7>