

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.8.9>

УДК: 621.396

КВАЗИПРАВДОПОДОБНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ЧАСТОТЫ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ

Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, О.Н. Завалишина

Воронежский государственный университет
394018, Воронеж, Университетская пл., д. 1

Статья поступила в редакцию 5 июня 2023 г.

Аннотация. В работе исследован квазиправдоподобный алгоритм оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью, наблюдаемого на фоне белого гауссовского шума. При синтезе алгоритма оценки частоты вместо неизвестной длительности использовалось некоторое её ожидаемое значение. Получены зависимость дисперсии оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала от отношения сигнал/шум при различных значениях расстройки по длительности и зависимость смещения оценки частоты от расстройки по длительности при различных значениях параметра узкополосности. Установлено, что расстройка по длительности оказывает существенное влияние на эффективность оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала, при этом при больших значениях параметра узкополосности полученные выражения совпадают с известными выражениями для дисперсии и смещения оценки частоты узкополосного радиосигнала. Сформулированы рекомендации по применению синтезированного алгоритма в практических приложениях.

Ключевые слова: сверхширокополосный, квазирадиосигнал, квазиправдоподобный, оценка, частота, длительность.

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-19-00323, <https://rscf.ru/project/21-19-00323/>

Автор для переписки: Титов Константин Дмитриевич, titovkd@gmail.com

Введение

В настоящее время все больший практический интерес в различных областях применения радиотехнической аппаратуры вызывают системы связи и передачи данных, использующие сверхширокополосные (СШП) сигналы [1-6]. Для построения таких СШП устройств необходимо синтезировать алгоритмы обработки сигналов в условиях априорной параметрической неопределенности на фоне шумов и при наличии различного рода помех.

Среди сверхширокополосных сигналов выделяют СШП квазирегиональные сигналы (КРС), являющиеся обобщающей моделью, поскольку такой класс СШП сигналов позволяет описывать как узкополосные, так и широкополосные сигналы. Однако при этом требуется синтез новых алгоритмов обработки, учитывающих невыполнение условия узкополосности. В работах [1-8] получены алгоритмы оценки амплитуды, фазы и длительности СШП КРС в условиях различной априорной неопределенности.

Однако во многих радиофизических приложениях, таких как беспроводная связь, акустическая навигация и локация, радиолокационное обнаружение и определение дальности, резонансное зондирование, необходимо осуществлять оценку частоты сигналов [8-13]. Алгоритм оценки частоты СШП КРС с неизвестными амплитудой и начальной фазой синтезирован в статье [8], где найдены предельные при больших отношениях сигнал/шум (ОСШ) характеристики оценки частоты. При этом в существующей литературе отсутствуют алгоритмы оценки частоты такой модели сигнала с неизвестной длительностью. В связи с этим в данной работе рассмотрен квазиравдоподобный алгоритм оценки частоты СШП КРС с неизвестной длительностью, наблюдаемого на фоне белого шума.

Сверхширокополосный КРС произвольной формы можно представить в виде [1-8]

$$s(t, \omega, \tau) = \begin{cases} a f(t) \cos(\omega t - \varphi), & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t < 0, t > \tau, \end{cases} \quad (1)$$

где a , φ , ω , τ – амплитуда, начальная фаза, частота и длительность СШП КРС соответственно, а $f(t)$ – модулирующая функция, описывающая форму сигнала [1-8]. Если полоса частот $\Delta\omega$ и частота ω сигнала (1) удовлетворяют условию

$$\Delta\omega \ll \omega, \quad (2)$$

то сигнал (1) является узкополосным радиосигналом, а $f(t)$ является его огибающей. Если условие (2) не выполняется, то формула (1) описывает СШП КРС.

Пусть необходимо выполнить оценку частоты СШП КРС с неизвестной длительностью τ , наблюдаемого на фоне белого гауссовского шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 в течение интервала времени $t \in [0, T]$. Запишем наблюдаемую реализацию аддитивной смеси полезного СШП КРС (1) и шума $n(t)$ в виде

$$\xi(t) = s(t, \omega_0, \tau_0) + n(t), \quad (3)$$

где ω_0 , τ_0 – истинные значения частоты и длительности принимаемого сигнала.

1. Синтез квазиправдоподобного алгоритма оценки частоты

Выполним синтез алгоритма оценки частоты, используя метод максимального правдоподобия (МП). Согласно этому методу необходимо сформировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ЛФОП), который можем записать как [1-8]

$$L(\omega, \tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^T \xi(t)s(t, \omega, \tau)dt - \frac{1}{N_0} \int_0^T s^2(t, \omega, \tau)dt. \quad (4)$$

Вместо неизвестной длительности в выражении (4) будем использовать некоторое её ожидаемое значение τ^* из области возможных значений $[T_1, T_2]$.

Тогда подставляя (1) в выражение (4) ЛФОП может быть представлен в виде

$$L(\omega, \tau^*) = a \left[X(\omega, \tau^*) \cos \varphi + Y(\omega, \tau^*) \sin \varphi \right] - \frac{a^2}{2} \left[Q(\tau^*) + P_c(\omega, \tau^*) \cos 2\varphi + P_s(\omega, \tau^*) \sin 2\varphi \right], \quad (5)$$

где

$$X(\omega, \tau^*) = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} \xi(t) f(t) \cos \omega t dt, \quad Y(\omega, \tau^*) = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} \xi(t) f(t) \sin \omega t dt,$$

$$Q(\tau^*) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) dt, \quad (6)$$

$$P_c(\omega, \tau^*) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) \cos 2\omega t dt, \quad P_s(\omega, \tau^*) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) \sin 2\omega t dt.$$

Для краткости далее будем обозначать $X = X(\omega, \tau^*)$, $Y = Y(\omega, \tau^*)$, $Q = Q(\tau^*)$, $P_c = P_c(\omega, \tau^*)$ и $P_s = P_s(\omega, \tau^*)$.

Тогда квазиправдоподобная (КП) оценка частоты СШП КРС определяется выражением

$$\hat{\omega} = \underset{\omega}{\operatorname{arg\,sup}} L(\omega), \quad L(\omega) = L(\omega, \tau^*) \quad (7)$$

или из уравнения правдоподобия

$$\left[\frac{dL(\omega)}{d\omega} \right]_{\hat{\omega}} = 0 \quad \text{при} \quad \left[\frac{d^2L(\omega)}{d\omega^2} \right]_{\hat{\omega}} < 0. \quad (8)$$

На рис. 1 представлена блок-схема КП измерителя частоты СШП КРС, где обозначено: И – интеграторы, работающие на интервале $[0, \tau^*]$, $\tau^* \in [T_1, T_2]$; РУ – решающее устройство, осуществляющее поиск абсолютного максимума входного сигнала на интервале времени $[T_1, T_2]$.

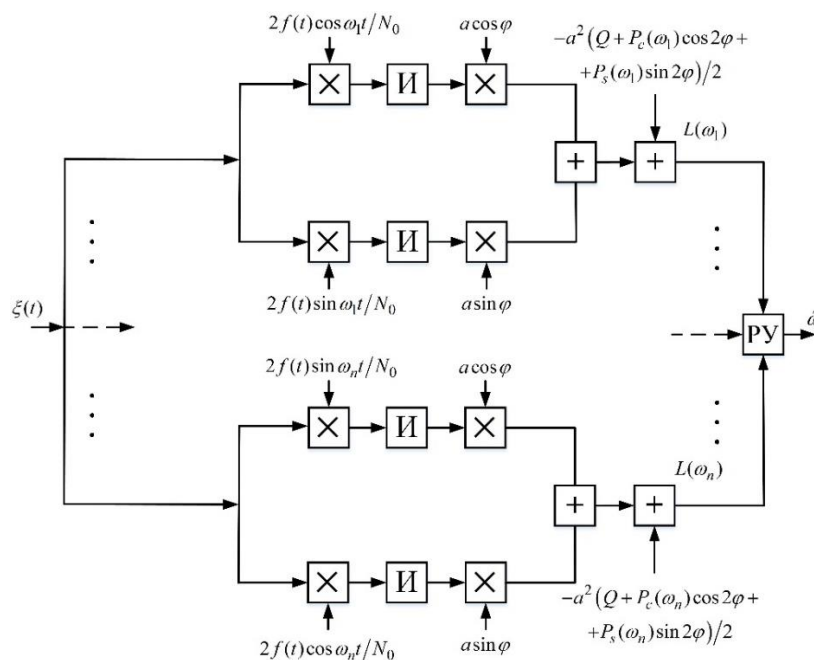


Рис. 1. Блок-схема КП измерителя частоты СШП КРС

2. Анализ квазиправдоподобного алгоритма оценки частоты

Выполним анализ КП алгоритма оценки частоты (7). Для этого необходимо найти статистические характеристики случайного процесса $L(\omega)$ (5). Подставим наблюдаемую реализацию (3) в выражения (6), тогда получим квадратурные компоненты в виде

$$X = S_X + N_X, \quad Y = S_Y + N_Y, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} S_X &= \frac{2a}{N_0} \int_0^{\min(\tau^*, \tau_0)} f^2(t) \cos(\omega_0 t - \varphi) \cos \omega t dt = \\ &= a \left\{ [V_{c+}(\omega, \omega_0) + V_{c-}(\omega, \omega_0)] \cos \varphi + [V_{s+}(\omega, \omega_0) - V_{s-}(\omega, \omega_0)] \sin \varphi \right\}, \\ S_Y &= \frac{2a}{N_0} \int_0^{\min(\tau^*, \tau_0)} f^2(t) \cos(\omega_0 t - \varphi) \sin \omega t dt = \\ &= a \left\{ [V_{s+}(\omega, \omega_0) + V_{s-}(\omega, \omega_0)] \cos \varphi + [V_{c-}(\omega, \omega_0) - V_{c+}(\omega, \omega_0)] \sin \varphi \right\} \end{aligned}$$

– детерминированные составляющие,

$$N_X = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} n(t) f(t) \cos \omega t dt, \quad N_Y = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} n(t) f(t) \sin \omega t dt$$

– случайные составляющие квадратурных компонент X и Y ,

$$\begin{aligned} V_{c\pm}(\omega, \omega_0) &= \frac{1}{N_0} \int_0^{\min(\tau^*, \tau_0)} f^2(t) \cos((\omega \pm \omega_0)t) dt, \\ V_{s\pm}(\omega, \omega_0) &= \frac{1}{N_0} \int_0^{\min(\tau^*, \tau_0)} f^2(t) \sin((\omega \pm \omega_0)t) dt. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда с учётом выражений (9) случайный процесс $L(\omega)$ (5) представим как

$$L(\omega) = S(\omega) + N(\omega), \quad (11)$$

где

$$S(\omega) = S(\omega, \omega_0) - \frac{a^2}{2} (Q + P_c \cos 2\varphi + P_s \sin 2\varphi) \quad (12)$$

– сигнальная составляющая ЛФOPP,

$$N(\omega) = a(N_X \cos \varphi + N_Y \sin \varphi)$$

– шумовая составляющая ЛФOPP,

$$S(\omega, \omega_0) = a^2 [V_{c-}(\omega, \omega_0) + V_{c+}(\omega, \omega_0) \cos 2\varphi + V_{s+}(\omega, \omega_0) \sin 2\varphi] \quad (13)$$

– сигнальная функция.

Случайная составляющая на выходе приёмного устройства представляет собой гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием $\langle N(\omega) \rangle = 0$. Тогда выполняя усреднение (9), находим математическое ожидание

$$m = \langle L(\omega) \rangle = S(\omega, \omega_0) - \frac{a^2}{2} (Q + P_c \cos 2\varphi + P_s \sin 2\varphi),$$

дисперсию

$$\sigma^2 = \langle [L(\omega) - \langle L(\omega) \rangle][L(\omega) - \langle L(\omega) \rangle] \rangle = a^2 (Q + P_c \cos 2\varphi + P_s \sin 2\varphi)$$

и функцию корреляции случайного процесса $L(\omega)$

$$\begin{aligned} K(\omega_1, \omega_2) &= \langle [L(\omega_1) - \langle L(\omega_1) \rangle][L(\omega_2) - \langle L(\omega_2) \rangle] \rangle = \langle N(\omega_1)N(\omega_2) \rangle = \\ &= a^2 [U_{c-}(\omega_1, \omega_2) + U_{c+}(\omega_1, \omega_2) \cos 2\varphi + U_{s+}(\omega_1, \omega_2) \sin 2\varphi], \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} U_{c\pm}(\omega_1, \omega_2) &= \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) \cos((\omega_2 \pm \omega_1)t) dt, \\ U_{s+}(\omega_1, \omega_2) &= \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) \sin((\omega_1 + \omega_2)t) dt. \end{aligned} \quad (15)$$

Далее найдем условие, при котором оценка частоты СШП КРС с неизвестным значением длительности является состоятельной. Обозначим $\tilde{\omega} = \arg \sup S(\omega)$ – положение максимума сигнальной составляющей (12), обусловленное выбором некоторого ожидаемого значения длительности. Будем полагать, что оценка частоты выполняется при больших значениях ОСШ

$$z^2 = \left[\frac{S^2(\omega)}{K(\omega, \omega)} \right]_{\tilde{\omega}} \gg 1. \quad (16)$$

Тогда КП оценка (7) располагается в малой окрестности точки $\tilde{\omega}$, а влияние шумов на смещение абсолютного максимума ЛФОП от значения частоты $\tilde{\omega}$ можно искать в виде соответствующих приближений. При $\tilde{\omega} = \omega_0$ оценка (7) является состоятельной. Исследование условий состоятельности сводится к решению уравнения

$$S'(\omega)_{\dot{\omega}} = V'_{c-} + (V'_{c+} - P'_c/2)\cos(2\varphi) + (V'_{s+} - P'_s/2)\sin(2\varphi) = 0, \quad (17)$$

где штрихом обозначена производная по ω . Анализ полученного уравнения показывает, что КП оценка является состоятельной при $\tau^* \leq \tau_0$.

В качестве примера рассмотрим оценку частоты СШП КРС с постоянной модулирующей функцией $f(t) = 1$, подставив которую в выражения (6), (10) и (15) имеем

$$Q = \frac{\tau^*}{N_0}, P_c(\omega) = Q \frac{\sin(2\omega\tau^*)}{2\omega\tau^*}, P_s(\omega) = Q \frac{1 - \cos(2\omega\tau^*)}{2\omega\tau^*},$$

$$V_{c\pm}(\omega, \omega_0) = Q \frac{\sin((\omega \pm \omega_0) \min(\tau^*, \tau_0))}{(\omega \pm \omega_0) \min(\tau^*, \tau_0)}, V_{s\pm}(\omega, \omega_0) = Q \frac{1 - \cos((\omega \pm \omega_0) \min(\tau^*, \tau_0))}{(\omega \pm \omega_0) \min(\tau^*, \tau_0)},$$

$$U_{c\pm}(\omega_1, \omega_2) = Q \frac{\sin((\omega_1 \pm \omega_2)\tau^*)}{(\omega_1 \pm \omega_2)\tau^*}, U_{s+}(\omega_1, \omega_2) = Q \frac{1 - \cos((\omega_1 + \omega_2)\tau^*)}{(\omega_1 + \omega_2)\tau^*}.$$

Введём в рассмотрение параметр $\kappa = \omega\tau_0/2\pi$, определяющий количество колебаний, укладывающихся на длительности, а также $\Delta_\tau = \tau^*/\tau_0$ – расстройку КП алгоритма оценки по длительности. Величину κ будем аналогично [1-8] называть параметром узкополосности. Перепишем последние выражения с учётом новых обозначений

$$Q = \frac{\tau^*}{N_0}, P_c(\omega) = Q \frac{\sin(4\pi\kappa\Delta_\tau)}{4\pi\kappa\Delta_\tau}, P_s(\omega) = Q \frac{1 - \cos(4\pi\kappa\Delta_\tau)}{4\pi\kappa\Delta_\tau},$$

$$V_{c\pm}(\omega, \omega_0) = Q \frac{\sin(2\pi(\kappa \pm \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1))}{2\pi(\kappa \pm \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1)}, V_{s\pm}(\omega, \omega_0) = Q \frac{1 - \cos(2\pi(\kappa \pm \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1))}{2\pi(\kappa \pm \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1)},$$

$$U_{c\pm}(\omega_1, \omega_2) = Q \frac{\sin(2\pi(\kappa_1 \pm \kappa_2)\Delta_\tau)}{2\pi(\kappa_1 \pm \kappa_2)\Delta_\tau}, U_{s+}(\omega_1, \omega_2) = Q \frac{1 - \cos(2\pi(\kappa_1 \pm \kappa_2)\Delta_\tau)}{2\pi(\kappa_1 \pm \kappa_2)\Delta_\tau},$$

где $\kappa_0 = \omega_0\tau_0/2\pi$, $\kappa_1 = \omega_1\tau_0/2\pi$, $\kappa_2 = \omega_2\tau_0/2\pi$. Тогда для сигнальной составляющей (12) можем записать

$$S(\omega) = \frac{a^2\tau^*}{N_0} \left[\frac{\sin(2\pi(\kappa - \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1))}{2\pi(\kappa - \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1)} + \frac{\sin(2\pi(\kappa + \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1))}{2\pi(\kappa + \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1)} \cos 2\varphi + \frac{1 - \cos(2\pi(\kappa + \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1))}{2\pi(\kappa + \kappa_0) \min(\Delta_\tau, 1)} \sin 2\varphi - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sin(4\pi\kappa\Delta_\tau)}{4\pi\kappa\Delta_\tau} \cos 2\varphi + \frac{1 - \cos(4\pi\kappa\Delta_\tau)}{4\pi\kappa\Delta_\tau} \sin 2\varphi \right) \right].$$

На рис. 2 изображены зависимости нормированной на $a^2\tau^*/N_0$ сигнальной составляющей $S_n(\omega) = S(\omega)N_0/a^2\tau^*$ как функции параметра κ при $\varphi=0$, $\kappa_0=1,5$ и различных расстроек длительности. Сплошная кривая соответствует $\Delta_\tau=1$ (расстройка отсутствует), штриховая кривая – $\Delta_\tau=0,75$ (ожидаемая длительность меньше истинной) штрихпунктирная кривая – $\Delta_\tau=1,5$ (ожидаемая длительность больше истинной).

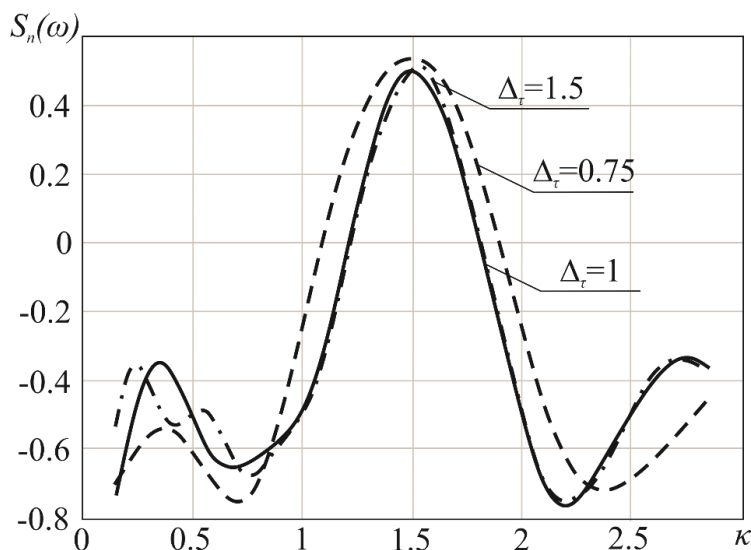


Рис. 2. Зависимость нормированной сигнальной составляющей от параметра узкополосности

Как видно из рис. 2, при ожидаемом значении длительности больше истинного положение максимума сигнальной составляющей смещается вправо относительно максимума сигнальной функции, соответствующего истинному значению $\kappa_0=1,5$, что необходимо учитывать при анализе алгоритма оценки. Полагая, что значение $\tilde{\omega}$ лежит близко от истинного значения ω_0 , получим приближённое значение отклонения положения максимума функции $S(\omega)$, обусловленного расстройкой по длительности, от положения максимума, соответствующего истинному значению длительности. Для этого разложим $S(\omega)$ (12) в ряд Тейлора в окрестности ω_0 и ограничившись членом второй производной, получим

$$S(\omega) = S(\omega_0) + \left[\frac{dS(\omega)}{d\omega} \right]_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left[\frac{d^2S(\omega)}{d\omega^2} \right]_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2.$$

Решая уравнение $\left[\frac{dS(\omega)}{d\omega} \right]_{\tilde{\omega}} = 0$ (17), находим

$$\tilde{\omega} - \omega_0 = - \left[\frac{dS(\omega)}{d\omega} \right]_{\omega_0} / \left[\frac{d^2S(\omega)}{d\omega^2} \right]_{\omega_0}. \quad (18)$$

Поиск оценки (7) сводится к решению уравнения правдоподобия (8), подставив в которое выражение (11), имеем

$$\left[\frac{dL(\omega)}{d\omega} \right]_{\hat{\omega}} = \left[\frac{dS(\omega)}{d\omega} + \frac{dN(\omega)}{d\omega} \right]_{\hat{\omega}} = 0. \quad (19)$$

Для приближенного решения уравнения (19) воспользуемся методом малого параметра, в качестве которого примем величину, обратную ОСШ (16) $\varepsilon = 1/z$ [9]. Введём в рассмотрение нормированные сигнальную и помеховую составляющие $\hat{S}(\omega) = S(\omega)/z^2$, $\hat{N}(\omega) = N(\omega)/z$, перепишем уравнение правдоподобия (19) в виде

$$\left[\frac{d\hat{S}(\omega)}{d\omega} + \varepsilon \frac{d\hat{N}(\omega)}{d\omega} \right]_{\hat{\omega}} = 0, \quad (20)$$

а его решение будем искать в виде ряда по степеням ε

$$\hat{\omega} = \tilde{\omega} + \varepsilon\omega_1 + \varepsilon^2\omega_2 + \varepsilon^3\omega_3 + \dots$$

Тогда разложив левую часть уравнения (20) в ряд Тейлора по ω в окрестности $\tilde{\omega}$ и ограничившись первыми тремя приближениями ω_1 , ω_2 и ω_3 можем записать

$$\begin{aligned} & \left[\frac{d\hat{S}(\omega)}{d\omega} + \varepsilon \frac{d\hat{N}(\omega)}{d\omega} \right]_{\tilde{\omega}} + \left[\frac{d^2\hat{S}(\omega)}{d\omega^2} + \varepsilon \frac{d^2\hat{N}(\omega)}{d\omega^2} \right]_{\tilde{\omega}} (\varepsilon\omega_1 + \varepsilon^2\omega_2 + \varepsilon^3\omega_3) + \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{d^3\hat{S}(\omega)}{d\omega^3} + \varepsilon \frac{d^3\hat{N}(\omega)}{d\omega^3} \right]_{\tilde{\omega}} (\varepsilon\omega_1 + \varepsilon^2\omega_2 + \varepsilon^3\omega_3)^2 + \dots = 0. \end{aligned}$$

Сгруппируем слагаемые в левой части последнего выражения по степеням малого параметра

$$s_1 + \varepsilon(n_1 + s_2\omega_1) + \varepsilon^2(s_2\omega_2 + n_2\omega_1 + s_3\omega_1^2/2) + \varepsilon^3(s_2\omega_3 + n_2\omega_2 + n_3\omega_1^2/2) + \dots = 0,$$

где

$$s_i = \left[\frac{d^i\hat{S}(\omega)}{d\omega^i} \right]_{\tilde{\omega}}, \quad n_i = \left[\frac{d^i\hat{N}(\omega)}{d\omega^i} \right]_{\tilde{\omega}}. \quad (21)$$

Так как $S(\omega)$ достигает абсолютного максимума при $\omega = \tilde{\omega}$, то $s_1 = 0$. Тогда приравнивая к нулю коэффициенты при ε , ε^2 и ε^3 , получим аналогично [9] уравнения, определяющие приближения ω_1 , ω_2 и ω_3

$$\omega_1 = -\frac{n_1}{s_2}, \quad \omega_2 = -\frac{n_2\omega_1 + s_3\omega_1^2/2}{s_2}, \quad \omega_3 = -\frac{n_2\omega_2 + n_3\omega_1^2/2}{\omega_3}, \quad (22)$$

где s_i и n_i определяются выражениями (21).

Для нахождения характеристик оценки частоты воспользуемся только первым приближением ω_1 (22). Тогда выражения для смещения и дисперсии оценки частоты СШП КРС с неизвестной длительностью можно представить в виде

$$b(\hat{\omega}|\omega_0) = \langle \hat{\omega} - \omega_0 \rangle = \langle (\hat{\omega} - \tilde{\omega}) + (\tilde{\omega} - \omega_0) \rangle = \tilde{\omega} - \omega_0, \quad (23)$$

$$D(\hat{\omega}|\omega_0) = \langle \hat{\omega}^2 \rangle - \langle \hat{\omega} \rangle^2 = \varepsilon^2 (\langle \omega_1^2 \rangle - \langle \omega_1 \rangle^2), \quad (24)$$

где $\langle \hat{\omega} - \tilde{\omega} \rangle = 0$.

Вычислив моменты первого приближения ω_1 , в результате получим, что КП оценка частоты СШП КРС может оказаться смещённой, где смещение оценки определяется выражением (23).

Подставляя в выражение (19) нормированные сигнальную и помеховую составляющие и найдя первое приближение ω_1 , формулу для дисперсии оценки (24) аналогично [9] можно записать как

$$D(\hat{\omega}|\omega_0) = \left\{ \frac{d^2 K(\omega_1, \omega_2)}{d\omega_1 d\omega_2} \bigg/ \left[\frac{d^2 S(\omega_1, \omega_2)}{d\omega_1 d\omega_2} \right]^2 \right\}_{\tilde{\omega}}. \quad (25)$$

С учетом выражений (12)-(14) и (18) для СШП КРС с прямоугольной формой модулирующей функции формулы (23) и (25) приобретают вид

$$b(\hat{\omega}|\omega_0) = - \left\{ \left[(V'_{c-}(\omega, \omega_0) + V'_{c+}(\omega, \omega_0) \cos 2\varphi + V'_{s+}(\omega, \omega_0) \sin 2\varphi) - \frac{a^2}{2} (P'_c \cos 2\varphi + P'_s \sin 2\varphi) \right] \bigg/ \left[(V''_{c-}(\omega, \omega_0) + V''_{c+}(\omega, \omega_0) \cos 2\varphi + V''_{s+}(\omega, \omega_0) \sin 2\varphi) - \frac{a^2}{2} (P''_c \cos 2\varphi + P''_s \sin 2\varphi) \right] \right\}_{\tilde{\omega}}, \quad (26)$$

$$D(\hat{\omega}|\omega_0) = \left\{ \frac{a^2 (U_{c-}''(\omega_1, \omega_2) + U_{c+}''(\omega_1, \omega_2) \cos 2\varphi + U_{s+}''(\omega_1, \omega_2) \sin 2\varphi)}{\left[a^2 (V_{c-}''(\omega_1, \omega_2) + V_{c+}''(\omega_1, \omega_2) \cos 2\varphi + V_{s+}''(\omega_1, \omega_2) \sin 2\varphi) \right]^2} \right\}_{\tilde{\omega}}. \quad (27)$$

На рис. 3 изображена зависимость нормированного смещения оценки $\tilde{b} = b(\hat{\omega}|\omega_0)/\omega_0$ (26) от расстройки по длительности $\Delta_\tau = \tau^*/\tau_0$ для различных значений параметра узкополосности κ_0 .

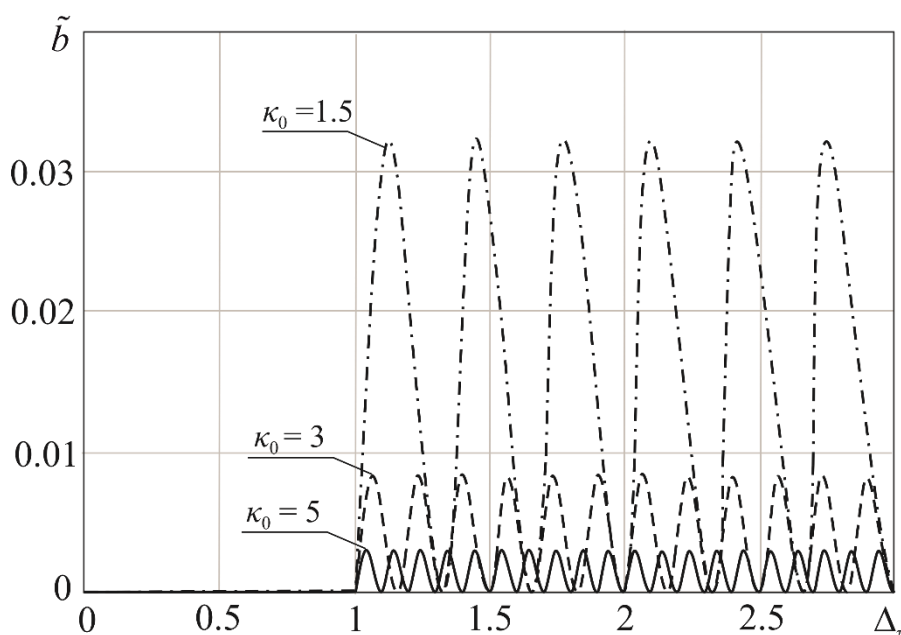


Рис. 3. Зависимость нормированного смещения оценки от расстройки по длительности

Из рис. 3 следует, что смещение оценки частоты имеет гармоническую зависимость от расстройки по длительности и снижается с ростом параметра узкополосности κ_0 .

На рис. 4 представлена зависимость нормированной дисперсии оценки частоты $\tilde{D} = D(\hat{\omega}|\omega_0)/\omega_0^2$ (27) от ОСШ z (13) для различных значений расстройки по длительности Δ_τ , рассчитанная при $\kappa_0 = 3$. Зависимости получены при $\varphi = 0$ и $\Delta_\omega = \tilde{\omega}/\omega_0 = 1$.

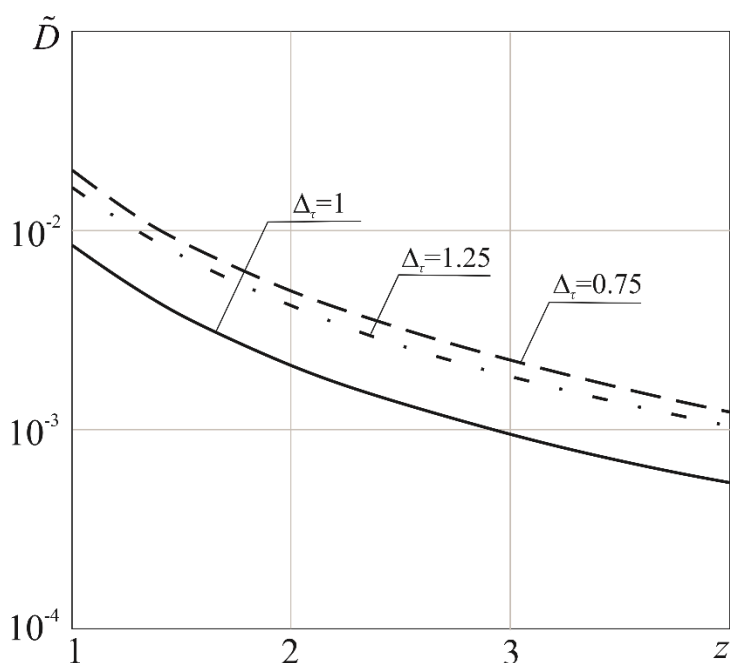


Рис. 4. Зависимость нормированной дисперсии оценки частоты от ОСШ

Из рис. 4 видно, что расстройка по длительности оказывает существенное влияние на эффективность оценки частоты, при этом при наличии расстройки увеличивается дисперсия оценки. Если в выражении (27) ввести параметр узкополосности $\kappa_i = \omega_i \tau_0 / 2\pi$, $i = 1, 2$ и положить его $\kappa_i \rightarrow \infty$, то полученная дисперсия полностью совпадет с формулой $D(\hat{\omega} | \omega_0) = 3/z^2 \tau_0^2$, представленной в работе [10].

Заключение

В статье выполнено исследование алгоритма оценки частоты СШП КРС с неизвестной длительностью, наблюдаемого на фоне белого гауссовского шума. Показано, что расстройка по длительности оказывает существенное влияние на эффективность полученного алгоритма. Исследование условия состоятельности оценки показало, что смещение оценки частоты будет отсутствовать при выбранном ожидаемом значении длительности меньше истинного. Также установлено, что полученное выражение для дисперсии оценки частоты СШП КРС справедливо для оценки эффективности измерения частоты узкополосного радиосигнала.

Полученные результаты могут быть использованы для повышения эффективности функционирования существующих систем связи и передачи данных, а также при проектировании новых систем телекоммуникаций радиолокации, подповерхностного, дистанционного зондирования и др.

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-19-00323, <https://rscf.ru/project/21-19-00323/>

Литература

1. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э., Титов К.Д. Оценка амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными длительностью и начальной фазой. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2015. №11. С. 3-13.
2. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э., Титов К.Д. Оценка амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью. *Радиотехника*. 2016. №3. С.14-22.
3. Корчагин Ю.Э., Титов К.Д., Войнаровская М.С. Оценка фазы сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2019. №7. С.5-13. <https://doi.org/10.18127/j20700784-201907-01>
4. Korchagin Yu.E., Titov K.D., Zavalishina O.N. Estimation of the Amplitude of a Sequence of Ultra-Wideband Quasi-Radio Signals. *2022 Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBEREIT)*, Yekaterinburg, Russian Federation. 2022. P.155-158. <https://doi.org/10.1109/USBEREIT56278.2022.9923363>
5. Korchagin Yu.E., Titov K.D. Quasi-likelihood algorithm for estimation of phase of ultra-wideband rectangular quasi-radiosignal with unknown duration. *2019 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)*, Omsk, Russia. 2019. P. 1-6. <https://doi.org/10.1109/Dynamics47113.2019.8944733>
6. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Titov K.D. Estimation of ultrawideband quasi-radio signal duration. *Radioelectronics and Communications Systems*. 2017. V.60. №8. P. 358-367. <https://doi.org/10.3103/S0735272717080040>

7. Chernoyarov O.V., Korchagin Yu.E., Makarov A.A., Glushkov A.N. The Duration Estimate of the Missing Signal with the Unknown Amplitude. *International Journal of Applied Engineering Research (IJAER)*. 2017. V.12. №9. P.8548-8555.
8. Трифонов А.П., Руднев П.Е. Эффективность оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала. *Известия вузов. Радиоэлектроника*. 2011. Т.54. №6. С.3-10.
9. Куликов Е.И., Трифонов А.П. *Оценка параметров сигналов на фоне помех*. Москва, Советское радио, 1978. 296 с.
10. Нечаев Е.П., Корчагин Ю.Э. Эффективность совместных оценок длительности и доплеровского сдвига частоты сигнала. *Известия вузов. Радиоэлектроника*. 1996. Т.39. №1. С.68-71.
11. Семенов К.В., Старицин С.С., Абакумов А.Н., Житков И.В. Влияние ошибки оценивания несущей частоты на качество приема сигналов с OFDM-модуляцией. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2021. №10. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.10.4>
12. Струнин В.И., Батырев И.А. Алгоритм захвата частотного положения OFDM-сигнала. *Вестн. Ом. унта*. 2018. Т.23. №4. С.64-69. [https://doi.org/10.25513/1812-3996.2018.23\(4\).64-69](https://doi.org/10.25513/1812-3996.2018.23(4).64-69)
13. Ронкин М.В., Калмыков А.А., Хрестина Е.И. Оценка частоты сигнала по короткой реализации в локационных системах с непрерывным излучением на основе обработки квадратурных составляющих. *Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника*. 2015. №1. С.48-52.

Для цитирования:

Корчагин Ю.Э., Титов К.Д., Завалишина О.Н. Квазиправдоподобный алгоритм оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2023. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.8.9>