

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.8.8>

УДК: 53.083.2; 53.082.73

## ЭЛЕКТРОУПРУГОСТЬ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПЛЕНОЧНОГО АКТЮАТОРА С СИСТЕМОЙ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВСТРЕЧНО-ГРЕБЕНЧАТЫХ ЭЛЕКТРОДОВ

А.А. Паньков

Пермский национальный исследовательский политехнический университет  
614990, Пермь, Комсомольский пр-кт, д. 29

Статья поступила в редакцию 18 мая 2024 г.

**Аннотация.** Разработана электромеханическая математическая модель функционирования пьезоэлектрического CDS-актюатора в виде пьезоэлектрической цилиндрической оболочки с двойными спиралями взаимодействующих электродов, установленных на поверхности оболочки. Предложен способ изготовления пьезоэлектрического CDS-актюатора через предварительное создание развертки CDS-актюатора в виде гибкого планарного прямоугольного пьезоэлектрического актюатора с расположением взаимодействующих прямолинейных «встречно-гребенчатых» электродов под углом к основанию CDS-развертки. Осуществлено численное моделирование деформационных полей и модальный анализ первых трех форм и резонансных частот колебаний для однослойного и двухслойного CDS-актюаторов.

**Ключевые слова:** пьезоэлектрический CDS-актюатор, двойная спираль электродов, электроупругость, модальный анализ, численное моделирование.

**Финансирование:** Результаты получены при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект № FSNM-2023-0006).

**Автор для переписки:** Паньков Андрей Анатольевич, [a\\_a\\_pankov@mail.ru](mailto:a_a_pankov@mail.ru)

## Введение

Гибкие пленочные пьезоэлектрические элементы используются в качестве генераторов электрической энергии [1-3], датчиков и актюаторов – пьезоэлектрических преобразователей электрических сигналов от источника питания в движение исполнительных элементов для манипулирования или сборки микромасштабных объектов [4-12], в частности, в качестве пьезоэлектрических шаговых двигателей, микрозахватов [9], элементов управления геометрией отражающих [6] или аэродинамических [10-12] поверхностей в современных микроэлектромеханических системах (МЭМС), системах автоматического управления радиотехники, электроники, оптики, аэрокосмической и медицинской техники. Широкое применение в различных областях науки и, в частности, аэрокосмической техники находят современные MFC-актюаторы [13], которые состоят из композитного пьезоэлектрического слоя в виде близко уложенных в один ряд однонаправленных пьезокерамических (PZT-5A) волокон в полимерном (эпоксидном) связующем. На верхней и нижней поверхности пьезоэлектрического слоя установлены пленочные «встречно-гребенчатые» взаимодействующие электроды (IDE), расстояния между соседними разнонаправленными прямолинейными узкими тонкими полосками электродов 0,5 мм, при этом полная толщина такого пленочного MFC-актюатора 0.3 мм [14-17]. Дополнительное улучшение рабочих характеристик MFC-актюатора возможно посредством использования монокристаллических пьезоэлектрических волокон [15] вместо традиционно используемых поликристаллических пьезоэлектрических волокон в композитном пьезоактивном слое актюатора. По аналогии с устройством MFC-актюатора в [16, 17] предложены мембранные (MDS) [16] и цилиндрические (CDS) [17] пьезоэлектрические актюаторы с двойными (плоской или цилиндрической) спиралями электродов, взаимодействующих через пьезоэлектрический (плоской или цилиндрической) слой с взаимнообратной поляризацией, соответственно. Способ изготовления пьезоэлектрического CDS-актюатора [18] с углом подъема спирали  $\alpha$

предполагает предварительное изготовление гибкого планарного прямоугольного пьезоэлектрического актюатора (как развертки CDS-актюатора) с расположением взаимодействующих прямолинейных «встречно-гребенчатых» электродов под углом  $\alpha$  к основанию актюатора на одной или обеих (верхней и нижней) поверхностях тонкого пьезоэлектрического слоя с последующим сворачиванием полученного планарного актюатора в цилиндрическую оболочку с установкой, например, на поверхности упругого вала (подложки).

Цель – разработка математической модели, численное моделирование деформационных полей и модальный анализ пьезоэлектрических CDS-актюаторов [18] с двухзаходными (двойными) спиральями взаимодействующих поверхностных электродов.

## 1. Способ создания CDS-актюатора

Способ изготовления пьезоэлектрического CDS-актюатора [17] включает нанесение двух токопроводящих систем электродных ленточных покрытий (противоположно друг другу) на одной или обеих (верхней и нижней) поверхностях тонкого пьезоэлектрического слоя прямоугольной формы (рис. 1а) с последующим сворачиванием полученного планарного актюатора в цилиндрическую оболочку (рис. 1б).

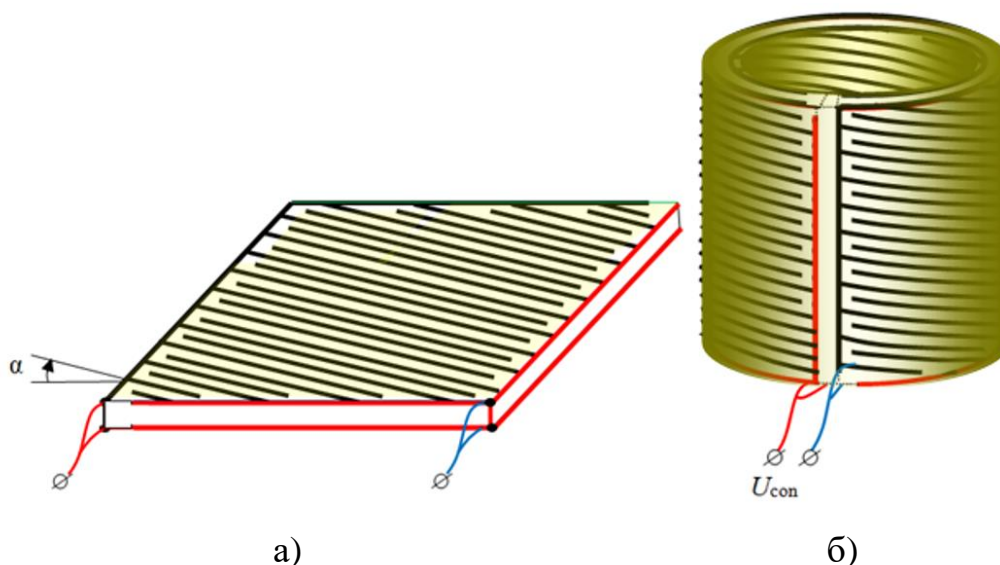


Рис. 1. Пластинчатый актюатор [18] (а) как развертка цилиндрического CDS-актюатора [17] (б).

Взаимобратную поляризацию пьезоэлектрического слоя осуществляют посредством приложения к выходам различных систем электродов поляризующего электрического напряжения. В частности, наносят электродные ленточные покрытия на верхнюю и нижнюю поверхности пьезоэлектрического слоя прямоугольной формы в виде множества параллельных прямолинейных чередующихся четных и нечетных отрезков электродов с заданным малым шагом и заданным ориентационным углом к основанию периметра пьезоэлектрического слоя. Далее, на верхнюю и нижнюю стороны пьезоэлектрического слоя вдоль прямолинейных участков его периметра наносят два линейных базовых электрода, не контактирующие между собой и каждый из которых соединяет собой окончания соответственно четных и нечетных отрезков электродов, с образованием двух двухсторонних систем электродов с двумя выходами для подключения управляющего электрического напряжения  $U_{con}$ . Взаимобратная поляризация пьезоэлектрического слоя (рис. 2) осуществляется посредством приложения к выходам электродов поляризующего электрического напряжения  $U_{pol}$ . Пьезоэлектрический слой может быть изготовлен из полимерного композиционного материала, армированного продольно поляризованными пьезоэлектрическими волокнами (монокристаллами) ортогонально направлению параллельных отрезков электродов.

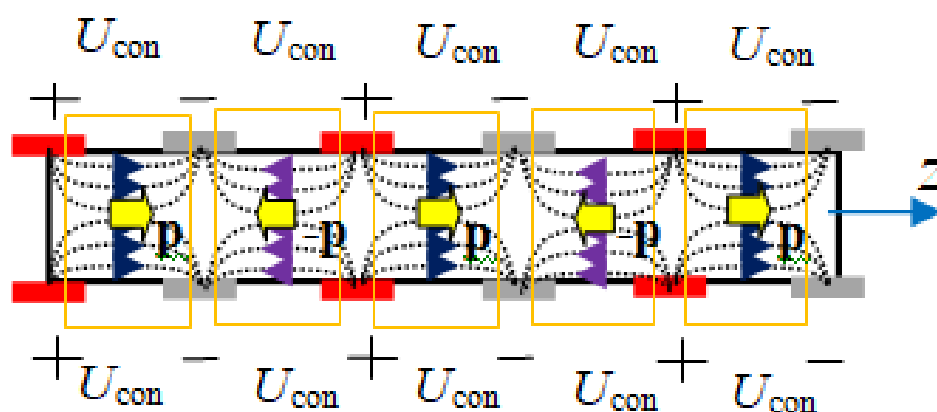


Рис. 2. Расположения электродов на верхней и нижней поверхностях и направления поляризаций  $p$  в продольном сечении пьезоэлектрического слоя актюатора.

Пьезоэлектрический цилиндрический CDS-актюатор (рис. 1б) получают в результате сворачивания полученного планарного актюатора (рис. 1а) как развертки в цилиндрическую оболочку, в частности, с использованием цилиндрической подложки и соединения контактирующих торцов пьезоэлектрического слоя адгезионной клеевой прослойкой вдоль образующей цилиндрической оболочки с выполнением условия отсутствия электрического контакта между электродами различных двухсторонних систем электродов. Целесообразно нанесение на пьезоэлектрический актюатор внешнего защитного электроизоляционного покрытия.

## 2. Электро-механическая математическая модель актюатора

**2.1 Определяющие соотношения.** Рассмотрим упругое деформирование пьезоэлектрической анизотропной развертки (рис. 1а, рис. 3а) тонкого пленочного CDS-актюатора – тонкой цилиндрической оболочки (рис. 1б, рис. 3б) с геометрическими параметрами:  $R$  – средний радиус,  $h$  – высота,  $h_a$  – малая толщина цилиндрической оболочки (актюатора) под действием приложенного к его электродам управляющего электрического напряжения  $U_{\text{con}}$ .

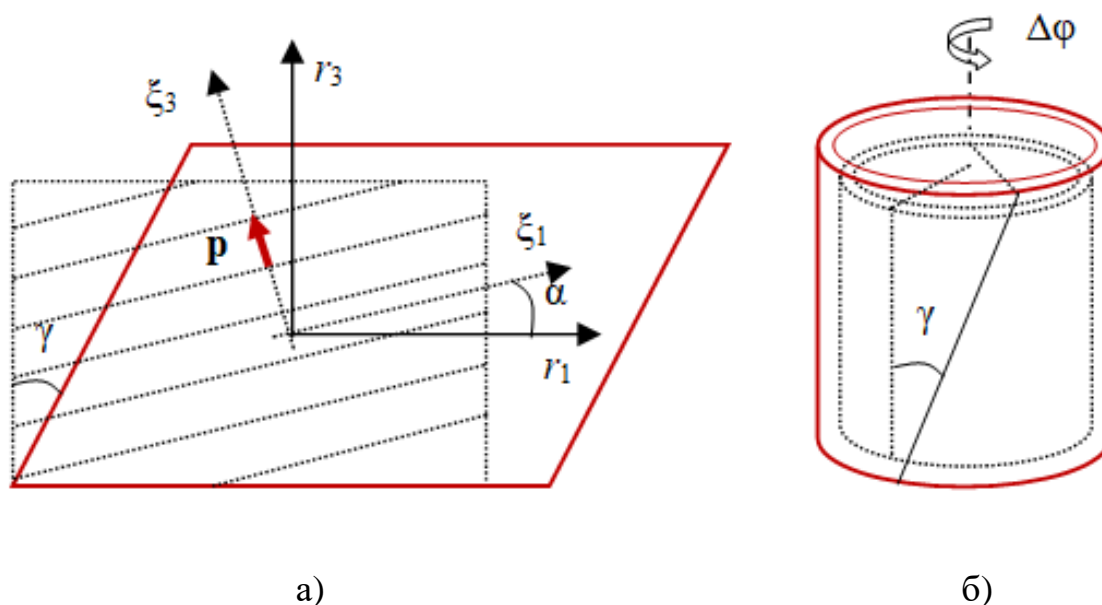


Рис. 3. Пьезоэлектрическая деформация развертки (а) тонкого пленочного цилиндрического CDS-актюатора (б) с поляризацией  $\mathbf{p}$  по оси  $\xi_3$  и ориентацией линейных электродов по оси  $\xi_1$ .

Учитываем лишь обратный пьезоэффект, что соответствует подходу термоанalogии [19], считая несущественным влияние деформирования  $\varepsilon$  на электрическую напряженность  $\hat{E}$  внутри актюатора по сравнению с существенно большим значением  $\hat{E}_{\xi_3} \approx \hat{E}_{\text{con}} = U_{\text{con}} / \Delta$  управляющей электрической напряженности, при этом  $\hat{E}_{\xi_1} = \hat{E}_{\xi_2} \approx 0$ , ось поляризации  $\xi_3$ . Определяющие соотношения для пьезоэлектрического слоя -

$$\sigma_{ij} = c_{ijmn} \varepsilon_{mn} - e_{nij} \hat{E}_n, \quad \varepsilon_{ij} = s_{ijmn} \sigma_{mn} + d_{nij} \hat{E}_n, \quad (1)$$

где  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  – тензоры напряжений и деформаций,  $\hat{E}$  – вектор напряженности электрического поля,  $c$ ,  $s \equiv c^{-1}$  – взаимнообратные тензоры упругих жесткостей и податливостей,  $e$ ,  $d$  – тензоры пьезоэлектрических модулей, при этом  $d_{nij} \equiv s_{ijpq} e_{npq}$ . Электроупругие свойства пьезоэлектрического слоя считаем трансверсально-изотропными с характеристиками керамики PZT-5, для которой матрицы упругих и пьезоэлектрических модулей

$$\|c_{\xi ij}\| = \begin{vmatrix} c_{\xi 11} & c_{\xi 12} & c_{\xi 13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{\xi 12} & c_{\xi 11} & c_{\xi 13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{\xi 13} & c_{\xi 13} & c_{\xi 33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{\xi 44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{\xi 44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{\xi 66} \end{vmatrix}, \quad \|e_{\xi ij}\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{\xi 15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{\xi 15} & 0 & 0 \\ e_{\xi 31} & e_{\xi 31} & e_{\xi 33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (2)$$

в главных координатных осях  $\xi_{1,2,3}$ , где  $\xi_3$  – ось симметрии (поляризации) электроупругих свойств (рис. 3а), тензорные и матричные индексы связаны между собой соотношениями:  $11 \rightarrow 1$ ,  $22 \rightarrow 2$ ,  $33 \rightarrow 3$ ,  $23$  и  $32 \rightarrow 4$ ,  $13$  и  $31 \rightarrow 5$ ,  $12$  и  $21 \rightarrow 6$ .

Компоненты трансверсально-изотропного тензора упругих свойств  $C$  в координатных осях  $r_i$  представим разложениями

$$c_{ijmn} = \sum_{p=1}^6 c_{(p)} T_{(p)ijmn}, \quad (3)$$

где

$$T_{(1)ijkl} = a_{in} a_{kl}, \quad T_{(2)ijkl} = a_{in} d_k d_l, \quad T_{(3)ijkl} = a_{kl} d_i d_n,$$

$$T_{(4)ijkl} = d_i d_n d_k d_l, T_{(5)ijkl} = a_{ik} a_{nl} + a_{il} a_{nk}, \quad (4)$$

$$T_{(6)ijkl} = a_{ik} d_n d_l + a_{il} d_n d_k + a_{nk} d_i d_l + a_{nl} d_i d_k,$$

компоненты  $a_{ij} = \delta_{ij} - d_i d_j$ , пять независимых констант упругости:

$$c_{(1)} = c_{\xi_{12}}, c_{(2)} \equiv c_{(3)} = c_{\xi_{13}}, c_{(4)} = c_{\xi_{33}}, c_{(5)} = c_{\xi_{66}}, c_{(6)} = c_{\xi_{55}}, c_{\xi_{11}} = c_{(1)} + 2c_{(5)},$$

$\delta$  – символ Кронекера,  $c_{\xi_{12}}, c_{\xi_{13}}, c_{\xi_{33}}, c_{\xi_{66}}, c_{\xi_{55}}$  – независимые компоненты трансверсально-изотропного тензора  $\mathbf{c}$  в матричной форме записи (2) в главных осях  $\xi_{1,2,3}, \xi_3$  – ось симметрии. В рассматриваемом случае (рис. 3а) координаты направляющего вектора -

$$d_1 = -\sin \alpha, d_2 = 0, d_3 = \cos \alpha \quad (5)$$

для оси  $\xi_3$  симметрии свойств и из формул (3) – (5) следуют выражения компонент тензора упругих свойств:

$$\begin{aligned} c_{1122} &= c_{(1)} \cos^2 \alpha + c_{(3)} \sin^2 \alpha, \\ c_{3322} &= c_{(1)} \sin^2 \alpha + c_{(3)} \cos^2 \alpha, \\ c_{1322} &= \frac{1}{2}(c_{(1)} - c_{(3)}) \sin 2\alpha, \end{aligned} \quad (6)$$

Где  $c_{(1)} = c_{\xi_{1122}}, c_{(3)} = c_{\xi_{1133}}$  и дополнительно:

$$\begin{aligned} c_{1111} &= (c_{(1)} + 2c_{(5)}) \cos^4 \alpha + c_{(4)} \sin^4 \alpha + (c_{(2)} + c_{(3)} + 4c_{(6)}) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ c_{1133} &= c_{(2)} \cos^4 \alpha + c_{(3)} \sin^4 \alpha + (c_{(1)} + c_{(4)} + 2c_{(5)} - 4c_{(6)}) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ c_{3313} &= (c_{(1)} - c_{(2)} + 2c_{(5)} - 2c_{(6)}) \sin^3 \alpha \cos \alpha + (c_{(3)} - c_{(4)} + 2c_{(6)}) \sin \alpha \cos^3 \alpha \\ c_{3333} &= (c_{(1)} + 2c_{(5)}) \sin^4 \alpha + c_{(4)} \cos^4 \alpha + (c_{(2)} + c_{(3)} + 4c_{(6)}) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ c_{1311} &= (c_{(2)} - c_{(4)} + 2c_{(6)}) \sin^3 \alpha \cos \alpha + (c_{(1)} - c_{(3)} + 2c_{(5)} - 2c_{(6)}) \sin \alpha \cos^3 \alpha \\ c_{1313} &= c_{(6)} \cos^2 2\alpha + \frac{1}{4}(c_{(1)} - c_{(2)} - c_{(3)} + c_{(4)} + 2c_{(5)}) \sin^2 2\alpha \end{aligned} \quad (7)$$

при этом компонента

$$c_{2222} = c_{\xi_{2222}} = c_{(1)} + 2c_{(5)}$$

равна главному значению  $c_{\xi_{2222}}$  (2).

**2.2 Однослойная CDS-развертка.** Для развертки цилиндрического однослойного CDS-актюатора (рис. 3) в условиях плоского напряженного состояния ( $\sigma_{22} = 0$ ) имеем (1) деформации

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= s_{1111}\sigma_{11} + s_{1133}\sigma_{33} + 2s_{1113}\sigma_{13} + (d_{\xi 333}\sin^2\alpha + d_{\xi 311}\cos^2\alpha)\frac{U_{\text{con}}}{\Delta}, \\ \varepsilon_{33} &= s_{3311}\sigma_{11} + s_{3333}\sigma_{33} + 2s_{3313}\sigma_{13} + (d_{\xi 333}\cos^2\alpha + d_{\xi 311}\sin^2\alpha)\frac{U_{\text{con}}}{\Delta}, \\ \gamma_{13} \equiv 2\varepsilon_{13} &= 2s_{1311}\sigma_{11} + 2s_{1333}\sigma_{33} + 4s_{1313}\sigma_{13} + \sin 2\alpha(d_{\xi 311} - d_{\xi 333})\frac{U_{\text{con}}}{\Delta},\end{aligned}\quad (8)$$

при этом деформация по толщине слоя –

$$\varepsilon_{22} = s_{2211}\sigma_{11} + s_{2233}\sigma_{33} + 2s_{2213}\sigma_{13} + d_{\xi 322}\frac{U_{\text{con}}}{\Delta}$$

с учетом равенства  $d_{\xi 322} = d_{\xi 311}$ . Соответствующие величины напряжений –

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= c_{1111}\varepsilon_{11} + c_{1122}\varepsilon_{22} + c_{1133}\varepsilon_{33} + c_{1113}\gamma_{13} - (e_{\xi 333}\sin^2\alpha + e_{\xi 311}\cos^2\alpha)\frac{U_{\text{con}}}{\Delta}, \\ \sigma_{33} &= c_{3311}\varepsilon_{11} + c_{3322}\varepsilon_{22} + c_{3333}\varepsilon_{33} + c_{3313}\gamma_{13} - (e_{\xi 333}\cos^2\alpha + e_{\xi 311}\sin^2\alpha)\frac{U_{\text{con}}}{\Delta}, \\ \tau_{13} &= c_{1311}\varepsilon_{11} + c_{1322}\varepsilon_{22} + c_{1333}\varepsilon_{33} + c_{1313}\gamma_{13} - \frac{1}{2}\sin 2\alpha(e_{\xi 311} - e_{\xi 333})\frac{U_{\text{con}}}{\Delta}\end{aligned}\quad (9)$$

с учетом (1) и равенства

$$\sigma_{22} = c_{2211}\varepsilon_{11} + c_{2222}\varepsilon_{22} + c_{2233}\varepsilon_{33} + c_{2213}\gamma_{13} - e_{\xi 322}\frac{U_{\text{con}}}{\Delta} = 0 \quad (10)$$

для рассматриваемого плоского напряженного состояния,  $e_{\xi 322} = e_{\xi 311}$ .

Из (10) получим выражение деформации

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{c_{2222}}\left(e_{\xi 311}\frac{U_{\text{con}}}{\Delta} - c_{2211}\varepsilon_{11} - c_{2233}\varepsilon_{33} - c_{2213}\gamma_{13}\right) \quad (11)$$

после подстановки которого в (9) получим формулы для напряжений

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \left(c_{1111} - \frac{c_{1122}c_{2211}}{c_{2222}}\right)\varepsilon_{11} + \left(c_{1133} - \frac{c_{1122}c_{2233}}{c_{2222}}\right)\varepsilon_{33} + \\ &+ \left(c_{1113} - \frac{c_{1122}c_{2213}}{c_{2222}}\right)\gamma_{13} + \left(\frac{e_{\xi 311}c_{1122}}{c_{2222}} - e_{\xi 333}\sin^2\alpha - e_{\xi 311}\cos^2\alpha\right)\frac{U_{\text{con}}}{\Delta}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \sigma_{33} &= \left( c_{3311} - \frac{c_{3322}c_{2211}}{c_{2222}} \right) \varepsilon_{11} + \left( c_{3333} - \frac{c_{3322}c_{2233}}{c_{2222}} \right) \varepsilon_{33} + \\
 &+ \left( c_{3313} - \frac{c_{3322}c_{2213}}{c_{2222}} \right) \gamma_{13} + \left( \frac{e_{\xi 311}c_{3322}}{c_{2222}} - e_{\xi 333} \cos^2 \alpha - e_{\xi 311} \sin^2 \alpha \right) \frac{U_{\text{con}}}{\Delta} \\
 \tau_{13} &= \left( c_{1311} - \frac{c_{1322}c_{2211}}{c_{2222}} \right) \varepsilon_{11} + \left( c_{1333} - \frac{c_{1322}c_{2233}}{c_{2222}} \right) \varepsilon_{33} + \\
 &+ \left( c_{1313} - \frac{c_{1322}c_{2213}}{c_{2222}} \right) \gamma_{13} + \left( \frac{e_{\xi 311}c_{1322}}{c_{2222}} + \frac{1}{2}(e_{\xi 333} - e_{\xi 311}) \sin 2\alpha \right) \frac{U_{\text{con}}}{\Delta}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Блокирующие напряжения на сторонах прямоугольной однослойной развертки (рис. 3а) CDS-актюатора –

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\bullet 11} &= \left( e_{\xi 311} \frac{c_{1122}}{c_{\xi 2222}} - e_{\xi 333} \sin^2 \alpha - e_{\xi 311} \cos^2 \alpha \right) \frac{U_{\text{con}}}{\Delta}, \\
 \sigma_{\bullet 33} &= \left( e_{\xi 311} \frac{c_{3322}}{c_{\xi 2222}} - e_{\xi 333} \cos^2 \alpha - e_{\xi 311} \sin^2 \alpha \right) \frac{U_{\text{con}}}{\Delta}, \\
 \tau_{\bullet 13} &= \left( e_{\xi 311} \frac{c_{1322}}{c_{\xi 2222}} + \frac{1}{2}(e_{\xi 333} - e_{\xi 311}) \sin 2\alpha \right) \frac{U_{\text{con}}}{\Delta}
 \end{aligned} \tag{13}$$

с учетом вида упругих компонент:  $c_{1122}$ ,  $c_{3322}$ ,  $c_{1322}$  (б) как функций угла  $\alpha$  найдем из (12) для случая  $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{33} = \gamma_{13} = 0$ .

Свободные деформации:  $\varepsilon_{\bullet 11}$ ,  $\varepsilon_{\bullet 33}$ ,  $\gamma_{\bullet 13}$  для случая  $\sigma_{11} = \sigma_{33} = \tau_{13} = 0$  найдем из решения системы трех линейных уравнений (12) или напрямую из формул (8) в виде

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\bullet 11} &= (d_{\xi 333} \sin^2 \alpha + d_{\xi 311} \cos^2 \alpha) \frac{U_{\text{con}}}{\Delta}, \\
 \varepsilon_{\bullet 33} &= (d_{\xi 333} \cos^2 \alpha + d_{\xi 311} \sin^2 \alpha) \frac{U_{\text{con}}}{\Delta}, \\
 \gamma_{\bullet 13} &= (d_{\xi 311} - d_{\xi 333}) \frac{U_{\text{con}}}{\Delta} \sin 2\alpha,
 \end{aligned} \tag{14}$$

что соответствует радиальному  $u_{\bullet r}$  и продольному  $u_{\bullet z}$  смещениям и повороту  $\Delta\varphi_{\bullet z}$  вокруг оси  $z$  свободного кольцевого торца CDS-актюатора (рис. 3б)

$$u_{or} = \varepsilon_{o11} R, u_{oz} = \varepsilon_{o33} h, \Delta\varphi_{oz} = \gamma_{o13} \frac{h}{R} \quad (15)$$

с учетом равенств деформаций:  $\varepsilon_{o\varphi\varphi} = \varepsilon_{o11}$ ,  $\varepsilon_{ozz} = \varepsilon_{o33}$ ,  $\gamma_{o\varphi z} = \gamma_{o13}$  В цилиндрической системе координат.

**2.3 Двухслойная CDS-развертка.** Для двухслойной развертки составного CDS-актюатора со значениями  $U_{con1}$ ,  $U_{con2}$  управляющих электрических напряжений и ориентационными углами  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2 = -\alpha_1$  линейных электродов соответственно для 1-го и 2-го слоя после осреднения левых и правых частей выражений (12) получим

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{11} \rangle &= \left\langle c_{1111} - \frac{c_{1122}c_{2211}}{c_{2222}} \right\rangle \varepsilon_{11}^* + \left\langle c_{1133} - \frac{c_{1122}c_{2233}}{c_{2222}} \right\rangle \varepsilon_{33}^* + \\ &+ \left\langle c_{1113} - \frac{c_{1122}c_{2213}}{c_{2222}} \right\rangle \gamma_{13}^* + \left\langle \left( \frac{e_{\xi 311}c_{1122}}{c_{2222}} - e_{\xi 333} \sin^2 \alpha_1 - e_{\xi 311} \cos^2 \alpha_1 \right) \frac{U_{con}}{\Delta} \right\rangle \\ \langle \sigma_{33} \rangle &= \left\langle c_{3311} - \frac{c_{3322}c_{2211}}{c_{2222}} \right\rangle \varepsilon_{11}^* + \left\langle c_{3333} - \frac{c_{3322}c_{2233}}{c_{2222}} \right\rangle \varepsilon_{33}^* + \\ &+ \left\langle c_{3313} - \frac{c_{3322}c_{2213}}{c_{2222}} \right\rangle \gamma_{13}^* + \left\langle \left( \frac{e_{\xi 311}c_{3322}}{c_{2222}} - e_{\xi 333} \cos^2 \alpha_1 - e_{\xi 311} \sin^2 \alpha_1 \right) \frac{U_{con}}{\Delta} \right\rangle \\ \langle \tau_{13} \rangle &= \left\langle c_{1311} - \frac{c_{1322}c_{2211}}{c_{2222}} \right\rangle \varepsilon_{11}^* + \left\langle c_{1333} - \frac{c_{1322}c_{2233}}{c_{2222}} \right\rangle \varepsilon_{33}^* + \\ &+ \left\langle c_{1313} - \frac{c_{1322}c_{2213}}{c_{2222}} \right\rangle \gamma_{13}^* + \left\langle \left( \frac{e_{\xi 311}c_{1322}}{c_{2222}} + \frac{1}{2}(e_{\xi 333} - e_{\xi 311}) \sin 2\alpha_1 \right) \frac{U_{con}}{\Delta} \right\rangle \end{aligned}$$

ИЛИ В ВИДЕ

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{11} \rangle &= \left( \langle c_{1111} \rangle - \frac{\langle c_{1122}^2 \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{11}^* + \\ &+ \left( \langle c_{1133} \rangle - \frac{\langle c_{1122}c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{33}^* + \left( \langle c_{1311} \rangle - \frac{\langle c_{1122}c_{1322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \gamma_{13}^* + \\ &+ \frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{con}c_{1122} \rangle}{c_{\xi 2222}} - \langle U_{con} \rangle (e_{\xi 333} \sin^2 \alpha_1 + e_{\xi 311} \cos^2 \alpha_1) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma_{33} \rangle &= \left( \langle c_{1133} \rangle - \frac{\langle c_{1122} c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{11}^* + \\
 &+ \left( \langle c_{3333} \rangle - \frac{\langle c_{3322}^2 \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{33}^* + \left( \langle c_{3313} \rangle - \frac{\langle c_{3322} c_{1322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \gamma_{13}^* + \\
 &+ \frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} - \langle U_{\text{con}} \rangle (e_{\xi 333} \cos^2 \alpha_1 + e_{\xi 311} \sin^2 \alpha_1) \right) \\
 \langle \tau_{13} \rangle &= \left( \langle c_{1311} \rangle - \frac{\langle c_{1122} c_{1322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{11}^* + \\
 &+ \left( \langle c_{3313} \rangle - \frac{\langle c_{3322} c_{1322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{33}^* + \left( \langle c_{1313} \rangle - \frac{\langle c_{1322}^2 \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \gamma_{13}^* + \\
 &+ \frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{1322} \rangle}{c_{\xi 2222}} + \frac{1}{2} (e_{\xi 333} - e_{\xi 311}) \langle U_{\text{con}} \sin 2\alpha \rangle \right)
 \end{aligned}$$

Таким образом, приходим к выражениям

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma_{11} \rangle &= \left( \langle c_{1111} \rangle - \frac{\langle c_{1122}^2 \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{11}^* + \\
 &+ \left( \langle c_{1133} \rangle - \frac{\langle c_{1122} c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{33}^* + \\
 &+ \frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{1122} \rangle}{c_{\xi 2222}} - \langle U_{\text{con}} \rangle (e_{\xi 333} \sin^2 \alpha_1 + e_{\xi 311} \cos^2 \alpha_1) \right) \\
 \langle \sigma_{33} \rangle &= \left( \langle c_{1133} \rangle - \frac{\langle c_{1122} c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{11}^* + \\
 &+ \left( \langle c_{3333} \rangle - \frac{\langle c_{3322}^2 \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{33}^* + \\
 &+ \frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} - \langle U_{\text{con}} \rangle (e_{\xi 333} \cos^2 \alpha_1 + e_{\xi 311} \sin^2 \alpha_1) \right) \\
 \langle \tau_{13} \rangle &= \left( \langle c_{1313} \rangle - \frac{\langle c_{1322}^2 \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \gamma_{13}^* + \\
 &+ \frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{1322} \rangle}{c_{\xi 2222}} + \frac{1}{2} (e_{\xi 333} - e_{\xi 311}) \langle U_{\text{con}} \sin 2\alpha \rangle \right)
 \end{aligned} \tag{16}$$

с учетом осредненных величин

$$\begin{aligned} \langle U_{\text{con}} c_{1122} \rangle &= \langle U_{\text{con}} \rangle (c_{(1)} \cos^2 \alpha_1 + c_{(3)} \sin^2 \alpha_1), \\ \langle U_{\text{con}} c_{3322} \rangle &= \langle U_{\text{con}} \rangle (c_{(1)} \sin^2 \alpha_1 + c_{(3)} \cos^2 \alpha_1), \\ \langle U_{\text{con}} c_{1322} \rangle &= \frac{1}{2} (c_{(1)} - c_{(3)}) \langle U_{\text{con}} \sin 2\alpha \rangle, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\langle U_{\text{con}} \sin 2\alpha \rangle = \frac{U_{\text{con1}} - U_{\text{con2}}}{2} \sin 2\alpha_1, \quad \langle U_{\text{con}} \rangle = \frac{U_{\text{con1}} + U_{\text{con2}}}{2};$$

$$\begin{aligned} \langle c_{1111} \rangle &= (c_{(1)} + 2c_{(5)}) \cos^4 \alpha_1 + c_{(4)} \sin^4 \alpha_1 + (c_{(2)} + c_{(3)} + 4c_{(6)}) \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1 \\ \langle c_{1122} \rangle &= c_{(1)} \cos^2 \alpha_1 + c_{(3)} \sin^2 \alpha_1 \\ \langle c_{1133} \rangle &= c_{(2)} \cos^4 \alpha_1 + c_{(3)} \sin^4 \alpha_1 + (c_{(1)} + c_{(4)} + 2c_{(5)} - 4c_{(6)}) \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1 \\ \langle c_{1313} \rangle &= c_{(6)} \cos^2 2\alpha_1 + \frac{1}{4} (c_{(1)} - c_{(2)} - c_{(3)} + c_{(4)} + 2c_{(5)}) \sin^2 2\alpha_1 \\ \langle c_{3333} \rangle &= (c_{(1)} + 2c_{(5)}) \sin^4 \alpha_1 + c_{(4)} \cos^4 \alpha_1 + (c_{(2)} + c_{(3)} + 4c_{(6)}) \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1 \\ \langle c_{1122} c_{3322} \rangle &= (c_{(1)} \cos^2 \alpha_1 + c_{(3)} \sin^2 \alpha_1) (c_{(1)} \sin^2 \alpha_1 + c_{(3)} \cos^2 \alpha_1) \\ \langle c_{3322}^2 \rangle &= (c_{(1)} \sin^2 \alpha_1 + c_{(3)} \cos^2 \alpha_1)^2 \\ \langle c_{1322}^2 \rangle &= \frac{1}{4} (c_{(1)} - c_{(3)})^2 \langle \sin^2 2\alpha \rangle = \frac{1}{4} (c_{(1)} - c_{(3)})^2 \sin^2 2\alpha_1 \end{aligned} \quad (18)$$

при этом имеем нулевые значения для величин

$$\begin{aligned} \langle c_{1311} \rangle &= (c_{(2)} - c_{(4)} + 2c_{(6)}) \langle \sin^3 \alpha \cos \alpha \rangle + (c_{(1)} - c_{(3)} + 2c_{(5)} - 2c_{(6)}) \langle \sin \alpha \cos^3 \alpha \rangle = 0 \\ \langle c_{3313} \rangle &= (c_{(1)} - c_{(2)} + 2c_{(5)} - 2c_{(6)}) \langle \sin^3 \alpha \cos \alpha \rangle + (c_{(3)} - c_{(4)} + 2c_{(6)}) \langle \sin \alpha \cos^3 \alpha \rangle = 0 \\ \langle c_{1122} c_{1322} \rangle &= \frac{1}{2} (c_{(1)} - c_{(3)}) \langle \sin 2\alpha (c_{(1)} \cos^2 \alpha + c_{(3)} \sin^2 \alpha) \rangle = 0 \\ \langle c_{3322} c_{1322} \rangle &= \frac{1}{2} (c_{(1)} - c_{(3)}) \langle \sin 2\alpha (c_{(1)} \sin^2 \alpha + c_{(3)} \cos^2 \alpha) \rangle = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

с учетом значений  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2 = -\alpha_1$  ориентационного угла  $\alpha$  и различных управляющих электрических напряжений  $U_{\text{con1}}$ ,  $U_{\text{con2}}$  и для 1-го и 2-го слоев

актюатора. Блокирующие напряжения на сторонах прямоугольной двухслойной развертки CDS-актюатора

$$\begin{aligned}\sigma_{\bullet 11}^* &= \frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{1122} \rangle}{c_{\xi 2222}} - \langle U_{\text{con}} \rangle (e_{\xi 333} \sin^2 \alpha_1 + e_{\xi 311} \cos^2 \alpha_1) \right), \\ \sigma_{\bullet 33}^* &= \frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} - \langle U_{\text{con}} \rangle (e_{\xi 333} \cos^2 \alpha_1 + e_{\xi 311} \sin^2 \alpha_1) \right), \\ \tau_{\bullet 13}^* &= \frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{1322} \rangle}{c_{\xi 2222}} + \frac{1}{2} (e_{\xi 333} - e_{\xi 311}) \langle U_{\text{con}} \sin 2\alpha \rangle \right)\end{aligned}\quad (20)$$

найдем из формул (16) для случая  $\varepsilon_{11}^* = \varepsilon_{33}^* = \gamma_{13}^* = 0$  с учетом осреднений (17). Радиальное  $u_r^*$  и продольное  $u_z^*$  смещения свободного кольцевого торца двухслойного CDS-актюатора –

$$u_r^* = \varepsilon_{\circ 11}^* R, \quad u_z^* = \varepsilon_{\circ 33}^* h, \quad (21)$$

при этом угол поворота  $\Delta\varphi_z^* = 0$ , где свободные деформации:  $\varepsilon_{\circ 11}^*$ ,  $\varepsilon_{\circ 33}^*$ ,  $\gamma_{\circ 13}^*$  развертки для случая  $\langle \sigma_{11} \rangle = \langle \sigma_{33} \rangle = \langle \tau_{13} \rangle = 0$  найдем (16) из решения системы двух линейных уравнений

$$\begin{aligned}& \left( \langle c_{1111} \rangle - \frac{\langle c_{1122}^2 \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{11}^* + \left( \langle c_{1133} \rangle - \frac{\langle c_{1122} c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{33}^* = \\ &= -\frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{1122} \rangle}{c_{\xi 2222}} - \langle U_{\text{con}} \rangle (e_{\xi 333} \sin^2 \alpha_1 + e_{\xi 311} \cos^2 \alpha_1) \right) \\ & \left( \langle c_{1133} \rangle - \frac{\langle c_{1122} c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{11}^* + \left( \langle c_{3333} \rangle - \frac{\langle c_{3322}^2 \rangle}{c_{\xi 2222}} \right) \varepsilon_{33}^* = \\ &= -\frac{1}{\Delta} \left( e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{3322} \rangle}{c_{\xi 2222}} - \langle U_{\text{con}} \rangle (e_{\xi 333} \cos^2 \alpha_1 + e_{\xi 311} \sin^2 \alpha_1) \right)\end{aligned}$$

при этом сдвиговая деформация

$$\gamma_{13}^* = -\frac{e_{\xi 311} \frac{\langle U_{\text{con}} c_{1322} \rangle}{c_{\xi 2222}} + \frac{1}{2} (e_{\xi 333} - e_{\xi 311}) \langle U_{\text{con}} \sin 2\alpha \rangle}{\Delta \left( \langle c_{1313} \rangle - \frac{\langle c_{1322}^2 \rangle}{c_{\xi 2222}} \right)}$$

с учетом (17), (18).

**2.4 Традиционные пленочные актюаторы.** Для традиционного пьезоэлектрического актюатора, подобного развертке (рис. 3а) или самому цилиндрическому CDS-актюатору (рис. 3б), но с расположением поверхностных электродов на внутренней и внешней цилиндрических поверхностях тонкого однородного пьезоэлектрического цилиндрического слоя толщиной  $h_a$  или  $h_a^* = 2h_a$  и с поляризацией по толщине слоя имеем определяющие соотношения для напряжений -

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= c_{\xi 11} \varepsilon_{11} + c_{\xi 13} \varepsilon_{22} + c_{\xi 12} \varepsilon_{33} - e_{\xi 311} \frac{U_{\text{con}}}{h_a}, \\ \sigma_{33} &= c_{\xi 12} \varepsilon_{11} + c_{\xi 13} \varepsilon_{22} + c_{\xi 11} \varepsilon_{33} - e_{\xi 311} \frac{U_{\text{con}}}{h_a}, \\ \tau_{13} &= 0\end{aligned}\quad (22)$$

с учетом равенства

$$\sigma_{22} = c_{\xi 13} \varepsilon_{11} + c_{\xi 33} \varepsilon_{22} + c_{\xi 13} \varepsilon_{33} - e_{\xi 333} \frac{U_{\text{con}}}{h_a} = 0 \quad (23)$$

для рассматриваемого плоского напряженного состояния. Из (23) получим выражение деформации

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{c_{\xi 33}} \left( e_{\xi 333} \frac{U_{\text{con}}}{h_a} - c_{\xi 13} \varepsilon_{11} - c_{\xi 13} \varepsilon_{33} \right) \quad (24)$$

после подстановки (24) в (22) получим формулы

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \left( c_{\xi 11} - c_{\xi 13} \frac{c_{\xi 13}}{c_{\xi 33}} \right) \varepsilon_{11} + \left( c_{\xi 12} - c_{\xi 13} \frac{c_{\xi 13}}{c_{\xi 33}} \right) \varepsilon_{33} + \left( e_{\xi 333} \frac{c_{\xi 13}}{c_{\xi 33}} - e_{\xi 311} \right) \frac{U_{\text{con}}}{h_a}, \\ \sigma_{33} &= \left( c_{\xi 12} - c_{\xi 13} \frac{c_{\xi 13}}{c_{\xi 33}} \right) \varepsilon_{11} + \left( c_{\xi 11} - c_{\xi 13} \frac{c_{\xi 13}}{c_{\xi 33}} \right) \varepsilon_{33} + \left( e_{\xi 333} \frac{c_{\xi 13}}{c_{\xi 33}} - e_{\xi 311} \right) \frac{U_{\text{con}}}{h_a},\end{aligned}\quad (25)$$

что соответствует блокирующим значениям напряжений

$$\bar{\sigma}_{\bullet 11} = \left( e_{\xi 333} \frac{c_{\xi 13}}{c_{\xi 33}} - e_{\xi 311} \right) \frac{U_{\text{con}}}{h_a}, \quad \bar{\sigma}_{\bullet 33} = \left( e_{\xi 333} \frac{c_{\xi 13}}{c_{\xi 33}} - e_{\xi 311} \right) \frac{U_{\text{con}}}{h_a}, \quad \tau_{\bullet 13} = 0 \quad (26)$$

блокирующие усилия для развертки -

$$\bar{P}_{\bullet 1} = h_a l_3 \bar{\sigma}_{\bullet 11}, \quad \bar{P}_{\bullet 3} = h_a l_1 \bar{\sigma}_{\bullet 33} \quad (27)$$

Свободные деформации  $\bar{\varepsilon}_{\circ 11}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{\circ 33}$  для развертки найдем из уравнений (25) для случая  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$  или по формулам

$$\bar{\varepsilon}_{\circ 11} = d_{\xi 311} \frac{U_{\text{con}}}{h_a}, \quad \bar{\varepsilon}_{\circ 33} = d_{\xi 311} \frac{U_{\text{con}}}{h_a},$$

что соответствует радиальному и продольному перемещениям

$$\bar{u}_r = R\bar{\varepsilon}_{\circ 11}, \quad \bar{u}_z = h\bar{\varepsilon}_{\circ 33} \quad (28)$$

свободного кольцевого торца тонкой цилиндрической оболочки традиционного актюатора. Для случая  $h_a^* = 2h_a$  соответствующие перемещения  $\bar{u}_r^*$ ,  $\bar{u}_z^*$ , блокирующие напряжения  $\bar{\sigma}_{\bullet 11}^*$ ,  $\bar{\sigma}_{\bullet 33}^*$  и усилия  $\bar{P}_{\bullet 1}^*$ ,  $\bar{P}_{\bullet 3}^*$  для развертки также рассчитываем по формулам (26) – (28) с заменой толщины  $h_a$  на  $2h_a$ .

### 3. Результаты численного моделирования

На рис. 4, рис. 5 в виде графиков представлены результаты вычислений деформационных характеристик: радиального  $u_r$ , продольного  $u_z$  смещений и поворота  $\Delta\varphi_z$  кольцевого торца однослойного (рис. 4) и двухслойного (рис. 5) CDS-актюаторов в зависимости от угла подъема  $\alpha$  витков спирали электродов. Выявлена существенная немонотонность зависимости деформационных и блокирующих характеристик CDS-актюаторов от угла подъема  $\alpha$  витков спирали электродов. Так, для однослойного CDS-актюатора для продольных смещений  $u_z$  вдоль оси актюатора (рис. 4а) максимальные значения достигаются при значении угла  $\alpha = 0$  электродов, что соответствует углу поляризации  $\alpha_p = \pi / 2$ , т.е. направлению поляризации в продольном направлении  $z$ . В общем, для зависимостей смещений  $u_r$ ,  $u_z$  от угла  $\alpha$  (рис. 4а) точками экстремума являются значения  $\alpha = 0, \pi / 2$ , что соответствует углам поляризации  $\alpha_p = \pi / 2, 0$  в продольном ( $\alpha_p = \pi / 2$ ) и окружном ( $\alpha_p = 0$ ) направлениях. Максимальные по модулю повороты  $\Delta\varphi_z$  (рис. 4б) кольцевого торца однослойного CDS-актюатора реализуются при значениях углов витков электродов  $\alpha = \pm \pi / 4$  и поляризации  $\alpha_p = \mp \pi / 4$  соответственно, при этом

смена знака (направления) поворота  $\Delta\varphi_z$  вокруг продольной оси  $z$  происходит как при смене знака углов  $\alpha$ ,  $\alpha_p$ , так и управляющего электрического напряжения  $U_{\text{con}}$  на выходах электродов. Равенство нулю поворота  $\Delta\varphi_z$  кольцевого торца однослойного CDS-актюатора имеем лишь при значениях угла  $\alpha = 0, \pi / 2$  (рис. 4б).

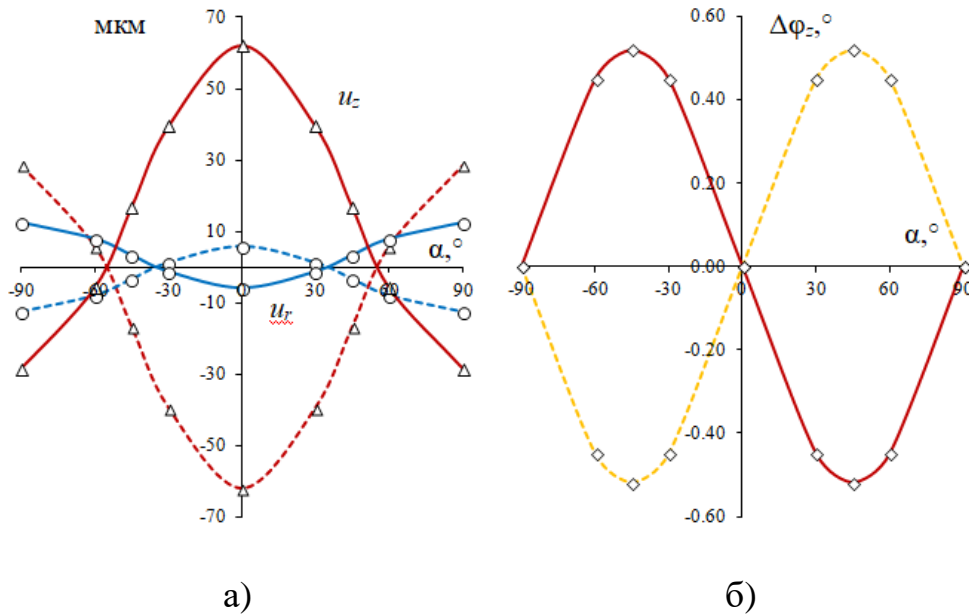


Рис. 4. Радиальное  $u_r$  и продольное  $u_z$  смещения (а) и поворот  $\Delta\varphi_z$  (б) кольцевого торца однослойного CDS-актюатора в зависимости от угла подъема  $\alpha$  витков спирали электродов при  $U_{\text{con}} = 1000$  В (сплошные линии), -1000 В (пунктирные линии).

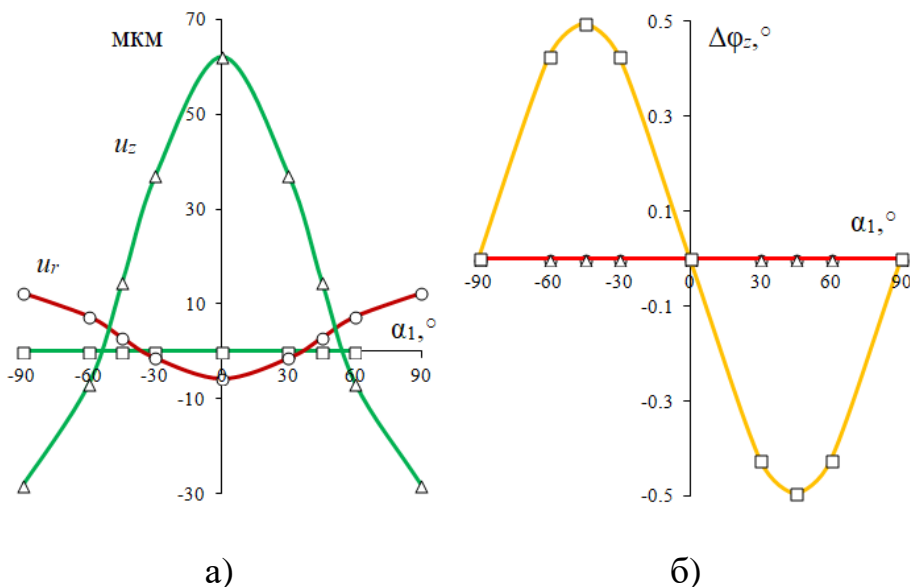


Рис. 5. Радиальное  $u_r$  (○), продольное  $u_z$  (Δ) смещения и поворот  $\Delta\varphi_z$  (□) кольцевого торца двухслойного CDS-актюатора в зависимости от угла  $\alpha_1$  для случаев:  $U_{\text{con}2} = U_{\text{con}1}$  (а),  $U_{\text{con}2} = -U_{\text{con}1}$  (б) при  $U_{\text{con}1} = 1000$  В.



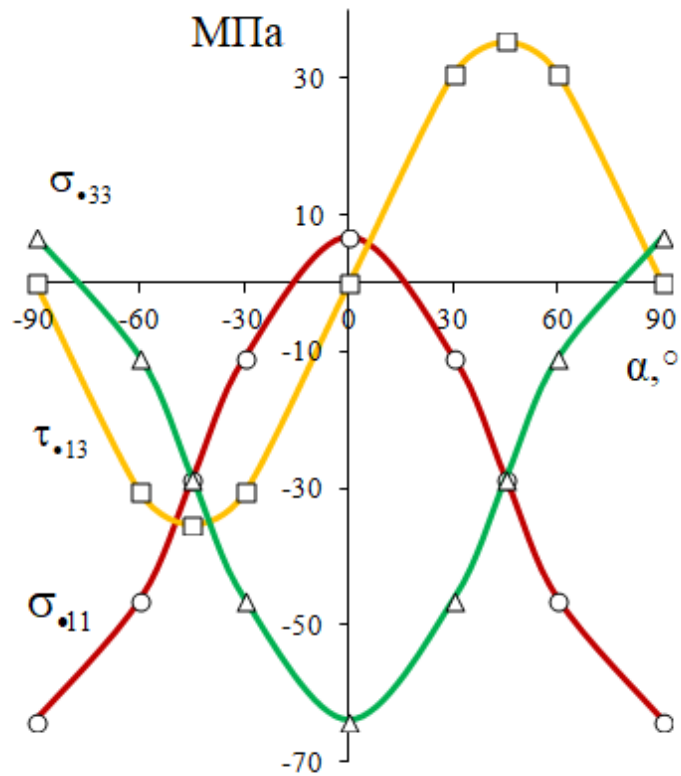


Рис. 6. Блокирующие напряжения  $\sigma_{11}$  ( $\circ$ ),  $\sigma_{33}$  ( $\Delta$ ),  $\tau_{13}$  ( $\square$ ) на сторонах прямоугольной однослойной CDS-развертки в зависимости от угла  $\alpha$  при  $U_{\text{con}} = 1000$  В.

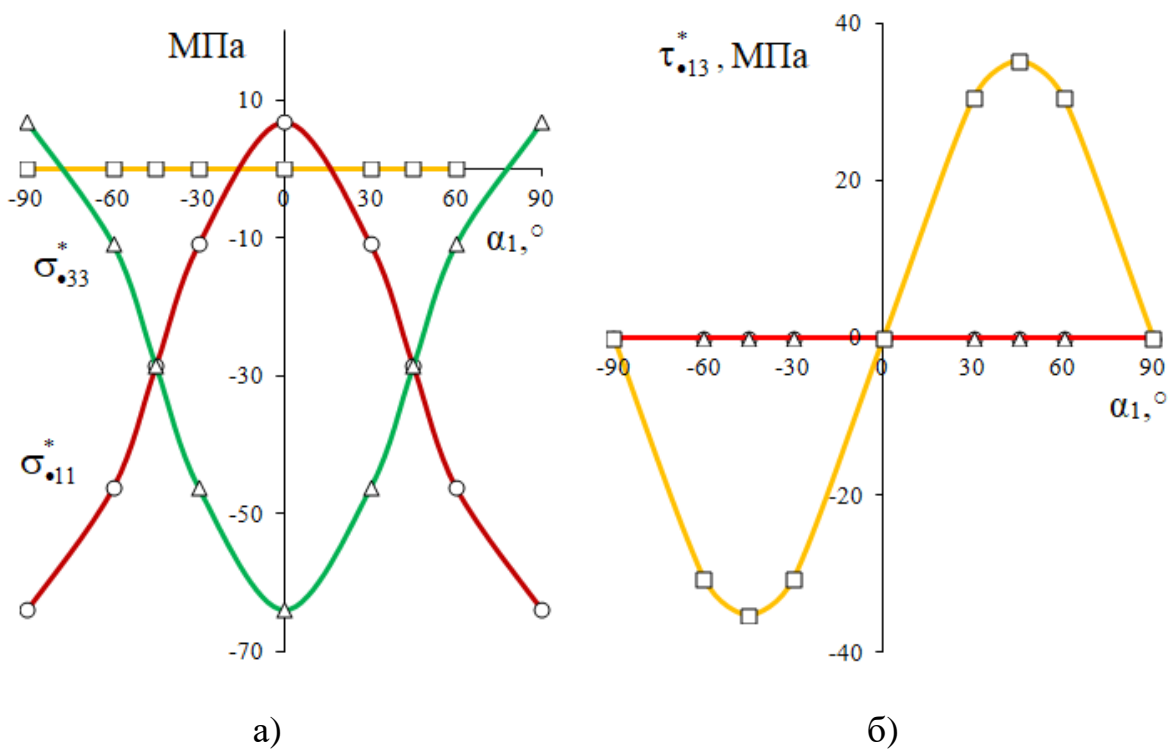


Рис. 7. Блокирующие напряжения  $\sigma_{11}^*$  ( $\circ$ ),  $\sigma_{33}^*$  ( $\Delta$ ),  $\tau_{13}^*$  ( $\square$ ) на сторонах прямоугольной двухслойной CDS-развертки в зависимости от угла  $\alpha_1$  для случаев:  $U_{\text{con2}} = U_{\text{con1}}$  (а),  $U_{\text{con2}} = -U_{\text{con1}}$  (б) при  $U_{\text{con1}} = 1000$  В.

Для двухслойного CDS-актюатора (рис. 5) с симметричным относительно продольной оси  $z$  расположением витков различных слоев (- однослойных CDS-актюаторов) для случая  $U_{\text{con2}} = U_{\text{con1}}$  имеем лишь отличные от нуля продольные  $u_z$  и радиальные  $u_r$  смещения при равенстве нулю поворота  $\Delta\varphi_z = 0$  (рис. 5а), а для случая  $U_{\text{con2}} = -U_{\text{con1}}$  отличным от нуля является лишь поворот  $\Delta\varphi_z$  (рис. 5б). При одновременной смене знака обоих управляющих напряжений  $U_{\text{con1}}$ ,  $U_{\text{con2}}$  изменяется знак величин  $u_r$ ,  $u_z$  (рис. 5а) и  $\Delta\varphi_z$  (рис. 5б). Вычисление блокирующих характеристик осуществлено через расчет напряжений  $\sigma_{\bullet 11}^*$ ,  $\sigma_{\bullet 33}^*$ ,  $\tau_{\bullet 13}^*$  на внешнем контуре – сторонах прямоугольной однослойной (рис. 1а, рис. 6) и двухслойной (рис. 7) развертки CDS-актюатора в зависимости от ориентационного угла  $\alpha$  электродов. Для однослойной CDS-развертки (рис. 6), в общем, все блокирующие напряжения  $\sigma_{\bullet 11}$ ,  $\sigma_{\bullet 33}$ ,  $\tau_{\bullet 13}$  отличны от нуля, при этом для двухслойной CDS-развертки (рис. 7) имеем  $\tau_{\bullet 13}^* = 0$  для случая  $U_{\text{con2}} = U_{\text{con1}}$  (рис. 7а) и  $\sigma_{\bullet 11}^* = \sigma_{\bullet 33}^* = 0$  для случая  $U_{\text{con2}} = -U_{\text{con1}}$  (рис. 7б). На рис. 8, рис. 9 представлены первые три собственные формы колебаний однослойного (табл. 1, рис. 8) и двухслойного (табл. 2, рис. 9) CDS-актюаторов при значениях углов поляризации  $\alpha_p = \pi/3$  и подъема спирали электродов  $\alpha = -\pi/6$  однослойного актюатора, а для двухслойного – углы поляризации:  $\alpha_{p1} = \pi/3$ ,  $\alpha_{p2} = 2\pi/3$  при  $\alpha_{1,2} = \alpha_{p1,2} - \pi/2$  для 1-го и 2-го слоев; значения резонансных (собственных) частот для этих форм колебаний даны в табл. 1, табл. 2.

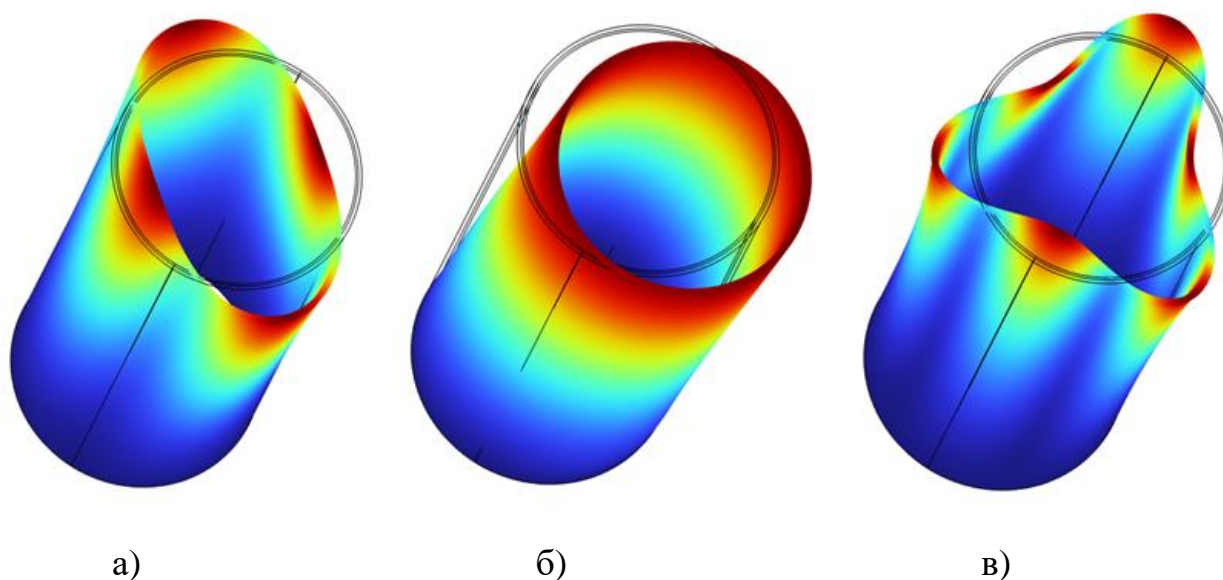


Рис. 8. Первые три собственные формы колебаний однослойного CDS-актюатора.

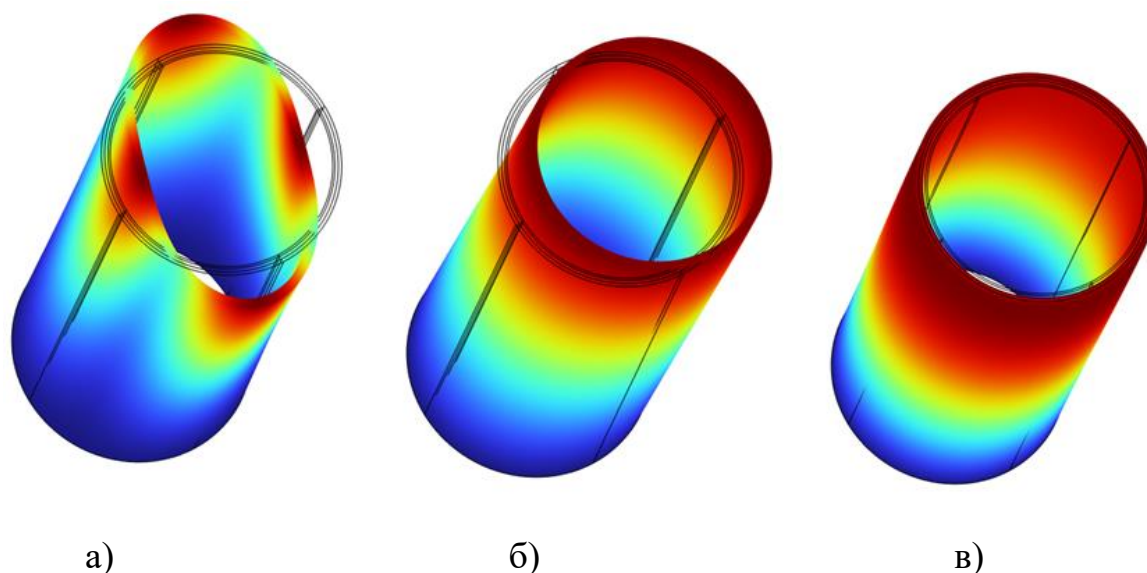


Рис. 9. Первые три собственные формы колебаний двухслойного CDS-актюатора.

Таблица 1. Собственные частоты колебаний однослойного CDS-актюатора.

Угол поляризации $\alpha_p, ^\circ$	Собственная частота, Гц		
	1	2	3
60	1765.1	2668.2	4161.6

Таблица 2. Собственные частоты колебаний двухслойного CDS-актюатора

Углы поляризации		Собственная частота, Гц		
$\alpha_{p1}, ^\circ$	$\alpha_{p2}, ^\circ$	1	2	3
60	120	2328.1	2464.5	5398.5

## Заключение

Представлено устройство пьезоэлектрического CDS-актюатора [17] в виде цилиндрической пьезоэлектрической оболочки (рис. 1б) с расположенными на поверхности двойными цилиндрическими спиралями с углом подъема  $\alpha$  линейных электродов. Поляризация пьезоэлектрического слоя осуществляется посредством подключения к выходам спиралей электродов поляризующего значения электрического напряжения  $U_{\text{con}}$ , что обуславливает периодические взаимообратные поляризации (рис. 2) на локальных участках пьезоэлектрического слоя между электродами вдоль «линии поляризации» – спирали, ортогональной спиралям электродов. Предложен способ [18] изготовления пьезоэлектрического CDS-актюатора [17] через предварительное создание развертки CDS-актюатора в виде гибкого планарного прямоугольного пьезоэлектрического актюатора с расположением взаимодействующих прямолинейных «встречно-гребенчатых» электродов под углом  $\alpha$  к основанию CDS-развертки (рис. 1а). CDS-развертка сворачивается в цилиндрическую оболочку (рис. 1б) с установкой, например, на поверхности упругого вала в качестве подложки. Осуществлено численное моделирование (рис. 4 – рис. 9) деформационных полей CDS-развертки и CDS-актюатора, модальный анализ первых трех форм и резонансных частот колебаний для случаев однослойного и двухслойного актюаторов.

**Финансирование:** Результаты получены при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект № FSNM-2023-0006).

## Литература

1. Zhu D., Almusallam A., Beeby S.P., Tudor J., Harris N.R. A bimorph multi-layer piezoelectric vibration energy harvester // *PowerMEMS 2010 Proceedings*. Belgium, Leuven. 2010. P. 1–4.
2. Williams C.B., Yates R.B. Analysis of a microelectric generator for Microsystems // *Sensors and Actuators A: Physical*. 1996. V. 52. No. 1-3. P. 8–11.
3. Liu H., Zhong J., Lee C., Lee S.-W., Lin L. A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications // *Applied Physics Reviews*. 2018. V. 5. No. 4. P. 041306. <https://doi.org/10.1063/1.5074184>
4. Ivan I.A., Rakotondrabe M., Lutz P., Chaillet N. Quasistatic displacement self-sensing method for cantilevered piezoelectric actuators // *Review of Scientific Instruments*. American Institute of Physics. 2009. V. 80. No. 6. P. 065102-1/065102-8. <https://doi.org/10.1063/1.3142486>
5. Bansevicius R., Navickaitė S., Jūrėnas V., Mažeika D., Lučinskis R., Navickas J. Investigation of novel design piezoelectric bending actuators // *Journal of Vibroengineering*. 2013. V. 15. No. 2. P. 1064–1068.
6. Патент РФ № 2099754. Йелстаун Корпорейшн Н.В. Деформируемое зеркало на основе многослойной активной биморфной структуры. Дата заявки: 17.10.1996. Дата публикации: 20.12.1997. 7 с. URL: [https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips\\_servlet](https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet)
7. Mouhli M. Analysis and shape modeling of thin piezoelectric actuators. Virginia Commonwealth University Publ., 2005. 100 p.
8. Yamada H., Sasaki M., Nam Y. Active vibration control of a micro-actuator for hard disk drives using self-sensing actuator // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2008. V. 19. No. 1. P. 113–123. <https://doi.org/10.1177/1045389X07083693>
9. El-Sayed A.M., Abo-Ismael A., El-Melegy M.T., Hamzaid N.A., Osman N.A.A. Development of a micro-gripper using piezoelectric bimorphs // *Sensors*. 2013. V. 13. P. 5826–5840. <https://doi.org/10.3390/s130505826>

10. Zhou J., Dong L., Yang W.A Double-Acting Piezoelectric actuator for helicopter active rotor // *Actuators*. 2021. No. 10(247). P. 1–15. <https://doi.org/10.3390/act10100247>
11. Abedian B., Cundari M. Resonant frequency of a polyvinylidene flouride piezoelectric bimorph: the effect of surrounding fluid // *Proceedings Smart Structures and Materials*. 1993. V. 1916: *Smart Materials*. 23 July 1993. <https://doi.org/10.1117/12.148486>
12. Патент РФ № 2723567. Лопасть воздушного винта с управляемой геометрией профиля / Паньков А.А., Аношкин А.Н., Писарев П.В. Дата заявки: 18.11.2019. Дата публикации: 16.06.2020. 5 с. URL: [https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips\\_servlet](https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet)
13. Patent US 2003/0056351 A1. Piezoelectric Macro-Fiber Composite Actuator and Method for Making Same / Wilkie W.K., et al. Application Publ. March 27, 2003.
14. Emad D, Fanni MA, Mohamed AM, Yoshida S. Low-Computational-Cost Technique for Modeling Macro Fiber Composite Piezoelectric Actuators Using Finite Element Method // *Materials (Basel)*. 2021. No. 14(15). P. 4316.
15. Park J.-S., Kim J.-H. Analytical development of single crystal Macro Fiber Composite actuators for active twist rotor blades // *Smart Mater. Struct.* 2005. No. 14. P. 745–753. doi:10.1088/0964-1726/14/4/033
16. Патент RU № 2803015. Пьезоэлектрический MDS-актюатор / Паньков А.А., опубл.: 05.09.2023 Бюл. № 25, заявка № 2023109123 от 11.04.2023 г.
17. Патент RU № 2801619. Пьезоэлектрический CDS-актюатор / Паньков А.А., опубл.: 11.08.2023 Бюл. № 23, заявка № 2023111440 от 03.05.2023 г.
18. Патент RU № 2811420. Способ изготовления пьезоэлектрического актюатора / Паньков А.А., опубл.: 11.01.2024 Бюл. № 2, заявка № 2023127236 от 24.10.2023 г.
19. Dong X.-J., Meng G. Dynamic analysis of structures with piezoelectric actuators based on thermal analogy method // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2006. V. 27. P. 841–844. doi:10.1007/s00170-004-2290-5

**Для цитирования:**

Паньков А.А. Электроупругость пьезоэлектрического пленочного актюатора с системой взаимодействующих встречно-гребенчатых электродов. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – № 8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.8.8>