

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.8.10>

УДК: УДК 537.874; 537.624

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВТОРИЧНОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ДЛЯ АНАЛИЗА СТРУКТУРЫ ГРАФЕНОСОДЕРЖАЩЕГО ШУНГИТА ПО ДАННЫМ РАСТРОВОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ МИКРОСКОПИИ

И.В. Антоненц¹, В.А. Устюгов¹, В.И. Щеглов²

¹ Сыктывкарский государственный университет им. П. Сорокина,
167001 Сыктывкар, Октябрьский просп., 55

² Институт радиотехники и электроники РАН им. В.А.Котельникова,
125009 Москва, ул. Моховая, 11, корп. 7

Статья поступила в редакцию 13 мая 2025 г.

Аннотация. Предложено применение метода вторичной дискретизации для анализа структуры графеносодержащего шунгита по картам распределения углерода в образцах шунгита, снимаемым методом высокоразрешающей растровой электронной микроскопии. Для анализа степени однородности карт использовался метод первичной структурной дискретизации по трем уровням, для чего карта разбивалась на ячейки с помощью наложения сетки с квадратными ячейками. Определение степени порядка проводилось ручным и машинным методами, после чего выполнялось сравнение получаемых результатов. Предложена схема иерархии степеней порядка. Выделены пять степеней порядка. Предложено определение «порядка соседства», характеризующее степень изменения однородности структуры на границе между соседствующими ячейками. Предложена схема вычисления порядка соседства по строке карты с последующим суммированием по всей карте в целом. Предложена процедура вторичной дискретизации карты, состоящая в наложении на первично дискретизированную карту новой сетки, включающей в себя целое число

первичных ячеек. Выполнена вторичная дискретизация первого уровня, в результате которой полная карта была разбита на четыре частичных карты. На основе обработки частичных карт показано, что порядок соседства при ручной обработке превышает порядок соседства при машинной обработке в 1.3 раза. По величине отклонения порядка соседства по каждой из частичных карт от среднего значения введен в рассмотрение параметр однородности карты в целом. Выявлена анизотропия порядка соседства, состоящая в различии значений порядка по строкам и по столбцам той же карты. Введен в рассмотрение параметр анизотропии, определяемый разностью между единицей и отношением порядков соседства по строкам и по столбцам. Введен в рассмотрение параметр однородности карты, состоящий в выраженной в процентах величине отклонения параметра анизотропии от среднего значения по карте в целом. Установлено, что параметр анизотропии по сравнению с параметром порядка соседства дает более чувствительный инструмент для определения однородности карты в целом. С использованием той же методики, что для каждой частичной карты, рассмотрен порядок соседства по полной карте. Установлено, что порядок соседства при ручной обработке превышает подобную величину при машинной обработке в 1.33 раза с точностью 0.8 %, что согласуется с аналогичным результатом, полученным при рассмотрении частичных карт. Рассмотрена анизотропия порядка соседства по полной карте. Показано, что применение машинной обработки по сравнению с ручной обеспечивает более точные результаты. Приведены некоторые рекомендации для возможного развития работы, в том числе вариация параметров ячеек первичной и вторичной дискретизации, выявление причины и механизма превышения порядка соседства при ручной обработке над таким же порядком при машинной обработке, исследование степени однородности по нескольким картам одного образца, а также по нескольким образцам из различных месторождений с последующим сопоставлением с электрической проводимостью образцов.

Ключевые слова: графеносодержащий шунгит, растровая электронная микроскопия, энтропия по Шеннону.

Финансирование: Исследование выполнено в рамках госзадания ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина» № 075-03-2024-162 по теме «Влияние структуры на статические и динамические электропроводящие свойства разупорядоченного углерода», а также в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Автор для переписки: Щеглов Владимир Игнатьевич, vshcheg@cplire.ru

Введение

Шунгит – докембрийская горная порода, по происхождению близкая к каменному углю, сформировавшаяся на основе нефти. Основные месторождения шунгита расположены в нефтеносных районах вблизи Ледовитого океана, в первую очередь на Карельском перешейке и на Новой Земле [1-4]. По структуре шунгит представляет собой области углерода, перемежающиеся прослойками кварца. Содержание углерода по массе в шунгите составляет от 3 % до 97 %.

Для практики наибольший интерес представляет высокоуглеродистый шунгит с содержанием углерода 80-90 %. Важнейшим свойством такого шунгита является его высокая электрическая проводимость – от 1500 до 9000 См м⁻¹, что позволяет на его основе создать экраны, надежно экранирующие, отражающие или поглощающие электромагнитное излучение в диапазоне частот от десятков килогерц до сотен и тысяч мегагерц [5-12]. Весьма эффективным методом определения проводимости шунгита является исследование коэффициентов отражения и прохождения электромагнитных волн в диапазоне СВЧ [13-17].

На наноуровне шунгит представляет собой конгломерат из различным образом расположенных слоев графена. Ввиду сильной анизотропии графенового слоя [18-20], интегральная проводимость шунгита определяется структурой распределения таких слоев.

Для анализа распределения углерода в шунгите используется метод высокоразрешающей растровой электронной микроскопии, позволяющий получить карты распределения углерода, имеющие сложный вид переплетения

темных и светлых полос, соответствующих расположению слоев графена в виде пачек, глобул, лент или хаотических нагромождений [4,13,21].

В работах [22-27] предложены различные методы определения удельной проводимости шунгита по его структурным характеристикам, получаемым на основе анализа таких карт.

В работе [28] структурные параметры шунгита определяются на основе сравнительного анализа нескольких карт, снятых в различных участках образца. В качестве рабочего инструмента используется метод структурной дискретизации [29-31] по трем уровням. В работах [32-34] на основе этого метода выявлена связь структурных параметров материала с его интегральной удельной проводимостью. Отмечено, что важнейшим из факторов, определяющих проводимость, является наличие значительных пространственных областей, структура которых имеет близкий к однородному характер, то есть в случае неоднородного распределения слоев графена проводимость ухудшается. Однако, ввиду сложности задачи, количественной характеристики степени неоднородности предложено не было, причем в работе [32] получение такой характеристики отмечено в качестве требующей разрешения отдельной задачи.

Настоящая работа является продолжением работ [22-34] и ориентирована на получение количественной характеристики степени неоднородности распределения слоев графена. В качестве главного инструмента используется метод трехуровневой дискретизации с применением ручной и машинной обработки результатов [35].

1. Образцы и методика получения карт

В настоящей работе исследования проводились на образцах шунгита, полученных из месторождений Карельского перешейка (Нигозеро, Максово, Шуньга) и Новой Земли (Перья). Среди всего многообразия образцов были выбраны содержащие 86-97 % углерода, что контролировалось методом кулонометрического титрования. Для возможности применения растровой электронной микроскопии из бесформенных кусков шунгита выпиливались

пластины толщиной около 2 мм, которые наклеивались на стекло для последующих измерений. Плоская поверхность образцов тщательно шлифовалась и обрабатывалась методом химической полировки, так что остающиеся неровности не превышали единиц нанометров. Таким образом, использовалась та же обработка образцов, что описана в работах [28, 32-34],

Основным содержанием настоящей работы было определение структурных параметров шунгита по картам распределения углерода, снимаемым методом высокоразрешающей растровой электронной микроскопии. Пространственное разрешение использованного микроскопа составляло около одного нанометра, что позволило с достаточной четкостью наблюдать расположение слоев графена и промежутков между ними. Результатом являлись карты пространственного распределения углерода с детальным отражением конфигурации графеновых слоев.

Для применения электронной микроскопии из образца формировался срез размером 10 на 10 мкм, толщиной около 40-50 нм. На срезе выбирался участок, в пределах которого снимались карты распределения углерода размером 40 на 40 нм. Точки съема карт располагались более или менее равномерно по площади среза для того, чтобы после усреднения сгладить влияние возможной неоднородности образца. Расстояние между точками съема карт составляло порядка 1-2 мкм. Более подробно схема расположения среза и точек съема карт приведена на рис.1 в работе [28].

Основной целью настоящей работы являлась разработка методики определения степени неоднородности распределения углерода в одном отдельно взятом образце, поэтому для возможности статистического анализа для каждого образца снимались по 10 карт в разных его точках. Настоящая работа посвящена рассмотрению степени неоднородности в пределах одной карты. Анализ по нескольким картам авторы предполагают провести в последующей работе.

2. Дискретизация карт по трем уровням

Полученные в настоящей работе карты представляли собой близкое к хаотическому переплетение темных и светлых полос, ширина которых определялась толщиной слоя графена, составлявшего около 2 нм. На полной карте выделялись области с близким к периодическому расположением полос, сменяемые хаотическим распределением темных и светлых участков. Периодические области представляли собой графеновые пачки из 4-5 слоев общей толщиной до 2-3 нм с такой же протяженностью, а также графеновые ленты, в которых слои графена просматривались на расстояниях до 10-15 нм. При этом в беспорядочных областях наблюдались разорванные куски слоев графена длиной не более 1-2 нм.

Таким образом, характерный размер, на котором можно было уверенно наблюдать периодичность, составлял около 2-3 нм. При этом карта состояла из случайного расположения периодических и беспорядочных участков.

Для анализа степени однородности по таким картам в работе [28] был предложен метод структурной дискретизации по трем уровням. В работах [32-34] с помощью этого метода была выявлена связь между структурой шунгита и его удельной проводимостью. В этих работах определение степени порядка на дискретизированной карте проводилось ручным визуальным методом, а в работе [35] для того же анализа был предложен машинный алгоритм, позволяющий существенно упростить и уменьшить трудоемкость процесса.

В настоящей работе с целью сравнения использовались оба метода, так что далее кратко остановимся на способах их реализации.

В общем случае, следуя [35], для дискретизации на карту накладывалась квадратная сетка, размером соответствующая величине карты, то есть 40 на 40 нм, содержащая 20 на 20 квадратных ячеек размерами 2 на 2 нм. Типичный пример наложения сетки на карту показан на рис. 1. Здесь на рис. 1а показана исходная карта, полученная методом растровой электронной микроскопии, а на рис. 1б – та же карта с наложенной на нее сеткой.

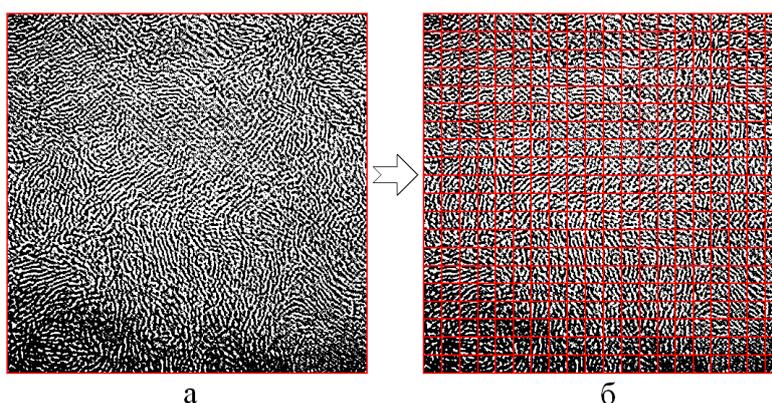


Рис. 1. Дискретизация карты путем наложения сетки.
а – исходная карта; б – карта с наложенной сеткой.

Можно видеть, что ввиду малости отдельной ячейки, степень неоднородности распределения слоев графена в такой ячейке значительно меньше, чем по карте в целом, так что метод дискретизации позволяет заменить анализ весьма сложного распределения слоев по целой карте на сравнительно простой анализ распределения в единичной ячейке.

При этом, поскольку анализ ячейки производится по трем четко определенным уровням, анализ общей однородности карты сводится к анализу распределения не бесконечного числа графеновых слоев, а только трех объектов со вполне определенными четкими характеристиками.

Таким образом, дискретизация по трем уровням дает четкий инструмент определения степени однородности карты в целом.

Замечание. Заметим, что в работах [28, 32-35] использовались карты такого же размера 40x40 нм, причем на них накладывалась сетка, содержащая 16 на 16 ячеек, то есть размер каждой ячейки составлял 2.5x2.5 нм. В настоящей работе далее используется сетка того же размера, но содержащая 20 на 20 ячеек размером 2.0x2.0 нм. Такое увеличение числа ячеек с соответствующим уменьшением их размера связано с меньшей трудоемкостью машинного анализа по сравнению с ручным. В обоих случаях размер ячейки диктовался близостью к типичному размеру графеновой пачки. Однако следует заметить, что вопрос об оптимальном размере ячейки дискретизации, наиболее объективно отражающем степень однородности карты, до конца не очевиден и может служить предметом для отдельной работы.

3. Методы обработки и цветовая разметка карт

Согласно работе [28], на дискретизированной карте в пределах каждой отдельной ячейки можно выделить три степени порядка в расположении графеновых слоев. Для удобства дальнейшего рассмотрения приведем здесь их подробные характеристики.

Первая степень порядка – высокая: слои графена почти непрерывны, параллельны друг другу и проходят через всю или значительную часть ячейки без разрывов, выражена четкая ориентация слоев.

Вторая степень порядка – средняя: слои графена имеют разрывной характер, длина их меньше размера ячейки, ориентация слоев произвольная.

Третья степень порядка – низкая: четко выраженные слои графена отсутствуют, могут наблюдаться отдельные точечные участки, выраженная ориентация отсутствует.

Дальнейшая обработка карты состояла в рассмотрении каждой ячейки по отдельности и окрашивании ее в тот или иной цвет, соответствующий определенной степени порядка. Такая обработка проводилась параллельно на одних и тех же картах двумя методами – ручным и машинным.

Процедура ручной обработки, аналогичная применявшейся в работах [28, 32-34], состояла в наложении на карту подвижной маски с окном, соответствующем размеру одной ячейки. При перемещении маски по строкам и столбцам дискретизированной карты (то есть по горизонтальным и вертикальным рядам наложенной сетки), для каждой ячейки выполнялась визуальная оценка степени порядка, после чего ячейка окрашивалась цветом, соответствующим наблюдаемой степени порядка. Высокой степени порядка соответствовал красный цвет, средней – зеленый, низкой – желтый. В результате получалась карта, ячейки которой были раскрашены по трем цветам, соответствующим той или иной степени порядка.

Процедура машинной обработки проводилась с помощью алгоритма, предложенного в работе [35]. Для этого сначала с использованием свободного программного обеспечения Gwyddion изображение переводилось в формат

оттенков серого, значения которого в каждом пикселе менялось от 0 до 255. Далее с использованием функции `skimage` языка Python каждая ячейка представлялась в виде 60x60 пикселей, на основании которых вычислялось значение структурной энтропии по формуле Шеннона:

$$H = - \sum_i P_i \log_2 P_i, \quad (1)$$

где P_i – относительное количество пикселей для всех имеющихся значений яркости. Получаемые значения энтропии были нормированы по трем уровням: первый от 0 до 30 %, второй – от 30 % до 60 %, третий – от 60 % до 100 %, так что получались три значения энтропии: 0.0, 0.5 и 1.0. Полученные значения энтропии заносилось в соответствующие ячейки сетки дискретизированной карты, а далее каждому значению энтропии ставился в соответствие определенный цвет ячейки. В результате получалась карта, ячейки которой были раскрашены по трем цветам, соответствующим тому или иному значению энтропии.

В работе [35], путем сопоставления с результатами ручной обработки, было показано, что максимальное значение энтропии 1.0 соответствует высокой степени порядка, среднее 0.5 – средней степени порядка и минимальное 0.0 – низкой степени порядка. При этом ячейки карты при максимальном значении энтропии (1.0), то есть при высокой степени порядка, окрашивались в желтый цвет, при среднем значении энтропии (0.5), то есть средней степени порядка – в зеленый и при минимальном значении энтропии (0.0), то есть низкой степени порядка – в синий цвет.

Схема цветовой разметки карт представлена на рис.2. Здесь левый столбец соответствует ручной обработке. Приведены визуально наблюдаемые структуры и соответствующие им цвета ячеек. Правый столбец соответствует машинной обработке. Приведены получаемые значения энтропии и соответствующие им цвета ячеек. На рисунке цвета по строкам соответствуют различным степеням порядка от высокой степени (верхняя строка 1), через среднюю (средняя строка 2) до низкой (нижняя строка 3).

Из рисунка видно, что несовпадения имеют место в 138 ячейка, то есть результаты ручной и машинной обработки совпадают в 262 ячейках, что составляет 66 % от общего числа 400 ячеек. Следует заметить, что в работе [35] получено то же значение 66 %, что обусловлено рассмотрением той же карты.

4. Замечание об оцифровке карты

Важным результатом проделанного рассмотрения можно считать факт наведения определенного порядка на первоначально беспорядочную карту. Степеней порядка – три: высокая, низкая и средняя, причем каждой степени поставлен в соответствие определенный цвет, то есть получается также три цвета.

Поскольку объектов (цветов) всего три, то каждому из объектов (каждому цвету) можно положить в соответствие определенное число, первоначальный выбор которого может быть произвольным, важно лишь, чтобы эти числа отличались друг от друга в достаточной степени. Весьма удобным числовым представлением можно считать определение энтропии по Шеннону, дающее три числа: 0.0, 0.5, 1.0.

Таким образом, наиболее важным результатом можно считать сопоставление карты с определенным набором чисел, как бы «оцифровка» карты, позволяющая перевести первоначально беспорядочную структуру в совокупность чисел, то есть введение «исчисления степени порядка» распределения слоев графена на карте.

5. Иерархия степеней порядка

В предыдущих разделах рассмотрено представление исходной карты в виде совокупности ячеек, разделенных на три класса, каждый из которых характеризуется определенной степенью порядка в расположении графеновых слоев. При этом каждая ячейка окрашивалась в определенный цвет, соответствующий степени порядка расположения слоев в пределах данной ячейки. Однако в такой расцвеченной карте расположение ячеек каждого цвета по площади карты оставалось беспорядочным.

В качестве следующей задачи определения степени упорядоченности можно рассматривать степень порядка в расположении цветов ячеек на расцвеченной карте в целом

Далее после того, как эта задача будет решена, необходимо учесть, что размер карты на три-четыре порядка меньше размера образца, так что при перемещении точки съема карты по площади образца как расположение цветов на карте, так и интегральных характеристики степени порядка карты в целом, могут меняться. Характер такого изменения будет определяться структурой образца и его геологической природой. То есть здесь можно поставить вопрос о степени такого изменения, например, вычисляя среднее арифметическое значение степеней порядка совокупности карт с соответствующим квадратичным отклонением. Таким образом, будет получена степень порядка по образцу в целом.

Далее можно ставить вопрос об однородности, то есть степени порядка для нескольких образцов из одного и того же месторождения. Получаемое при этом числовое значение будет уже характеристикой всего месторождения в целом.

В качестве следующего шага можно рассматривать степень порядка между несколькими различными месторождениями. Такие данные могут быть полезными для геологического анализа целесообразности разработки тех или иных месторождений.

Приведем некоторую таблицу иерархии степеней порядка.

Степень № 1. Порядок по ячейке (расположение слоев графена в одной ячейке, которому соответствует определенный цвет или число).

Степень № 2. Порядок по карте (одна карта, дискретизированная, то есть разбитая на ячейки, окрашенные разными цветами или обозначенные разными цифрами).

Степень № 3. Порядок по одному образцу (среднее из несколько карт для одного образца).

Степень № 4. Порядок по образцам (среднее для несколько образцов из одного месторождения).

Степень № 5. Порядок по месторождениям (среднее для несколько групп образцов из различных месторождений).

Можно видеть, что при такой классификации каждая последующая степень порядка включает в себя в последовательном перечислении характеристики предыдущих степеней.

6. Мера порядка по карте в целом

Рассмотрим сначала некоторые используемые далее определения. Будем считать, что карта квадратная, число столбцов равно числу строк: в одной строке N ячеек, в одном столбце также N ячеек. Ячейки по степени внутреннего порядка имеют три уровня (для простоты отметим при ручной обработке): порядок высокий – цвет красный, порядок средний – цвет зеленый порядок низкий – цвет желтый.

Интуитивно можно полагать, что при высокой степени упорядоченности подавляющее большинство ячеек карты будет иметь один и тот же цвет, то есть при переходе от ячейки к ячейке цвет будет сохраняться, тогда как в случае беспорядка цвета от ячейки к ячейке все время будут меняться.

Для определения степени порядка по карте в целом, то есть меры упорядоченности цветов ячеек, введем в рассмотрение понятие «порядка соседства», которое будет определять степень порядка на основе границы между

соседствующими ячейками. Степень такого порядка будем оценивать определенным числом.

Приведем определение трех степеней порядка соседства.

Порядок соседства высокий. Цвета соседствующих ячеек одинаковы. Границе соседства между ячейками с одинаковыми уровнями порядка (красный с красным, зеленый с зеленым, желтый с желтым) присвоим число 0.

Порядок соседства средний. Цвета соседствующих ячеек отличаются мало: красный соседствует с зеленым, зеленый с желтым, Границе соседства между ячейками с близкими степенями порядка присвоим число 1.

Порядок соседства низкий. Цвета соседствующих ячеек различаются сильно: красный соседствует с желтым, желтый с красным, Границе соседства между ячейками с сильно различающимися степенями порядка присвоим число 2.

Замечание. Заметим, что принятый здесь выбор числовых значений является в известной степени произвольным и призван отражать увеличение беспорядка при увеличении различия между цветами. Выбор сделан из условия равномерного (линейного) нарастания по мере увеличения различия. Можно полагать, что нелинейное нарастание приведет к несколько отличным результатам. Проверка такого положения может явиться предметом для отдельной работы.

Введем теперь некоторые полезные далее определения.

P_n – число степени порядка соседства между соседними ячейками по строке, могущее иметь три значения: 0, 1, 2. Всего на строке имеется $N - 1$ соприкосновений соседних ячеек, то есть имеется $N - 1$ таких чисел.

Q_n – число степени порядка соседства между соседними ячейками по столбцу, тоже могущее иметь три значения: 0, 1, 2. Всего по столбцу имеется $N - 1$ соприкосновений соседних ячеек, то есть имеется $N - 1$ таких чисел.

S_L – мера степени порядка соседства по строке.

S_V – мера степени порядка соседства по столбцу.

При повороте карты на 90 градусов строки заменяются столбцами. Можно полагать, что при повороте исчерпываются все варианты соприкосновения между соседними ячейками. Это – не очевидно и требует проверки, что будет сделано далее.

Сумма степеней порядка соседства по строке полная:

$$S_P = \sum_{n=1}^{N-1} P_n. \quad (2)$$

Сумма степеней порядка соседства по строке нормированная:

$$S_L = \frac{S_P}{2(N-1)} = \frac{\sum_{n=1}^{N-1} P_n}{2(N-1)}. \quad (3)$$

Сумма степеней порядка соседства по столбцу полная:

$$S_Q = \sum_{n=1}^{N-1} Q_n. \quad (4)$$

Сумма степеней порядка соседства по столбцу нормированная:

$$S_V = \frac{S_Q}{2(N-1)} = \frac{\sum_{n=1}^{N-1} Q_n}{2(N-1)}. \quad (5)$$

Полная мера порядка соседства по карте в целом:

$$S_D = \frac{S_L + S_V}{2}. \quad (6)$$

Приведем некоторые типичные примеры определения степени порядка соседства. Ограничимся рассмотрением распределения цветов ячеек по одной строке, так как определение по одному столбцу проводится аналогично. Ввиду наглядности ограничимся длиной строки в 10 ячеек. Случай полной строки в 20 ячеек анализируется аналогично. Для простоты рассмотрим все на примере трех цветов, соответствующих ручной обработке (красный, зеленый, желтый). Рассмотрение при машинной обработке проводится аналогично, а результаты сравнения обеих видов обработки анализируются далее.

Обратимся к рис. 4, где представлены четыре достаточно типичных примера.

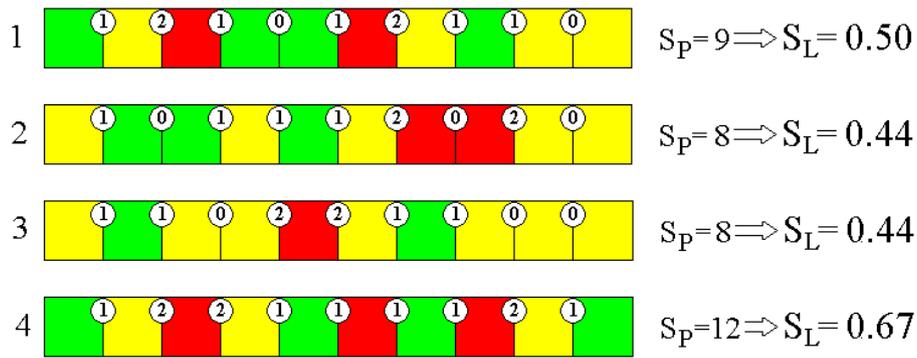


Рис. 4. Примеры определения степени порядка соседства по одной строке. Цифры в кругах на границах ячеек – степень порядка между соседними ячейками, то есть числа P_n (или Q_n).

Из рисунка видно, что, несмотря на кажущееся сходство общей упорядоченности по всем четырем вариантам, численное значение нормированной степени порядка соседства по строке S_L во всех случаях различно. При этом наименьший порядок соседства имеет строка № 1, наибольший – строка № 4, а степени порядка соседства по строкам № 2 и № 3 совпадают, то есть порядок соседства в обеих этих строках можно считать одинаковым.

Обратимся теперь к рис. 5, где показаны предельно возможные степени неоднородности распределения цветов ячеек по строке.

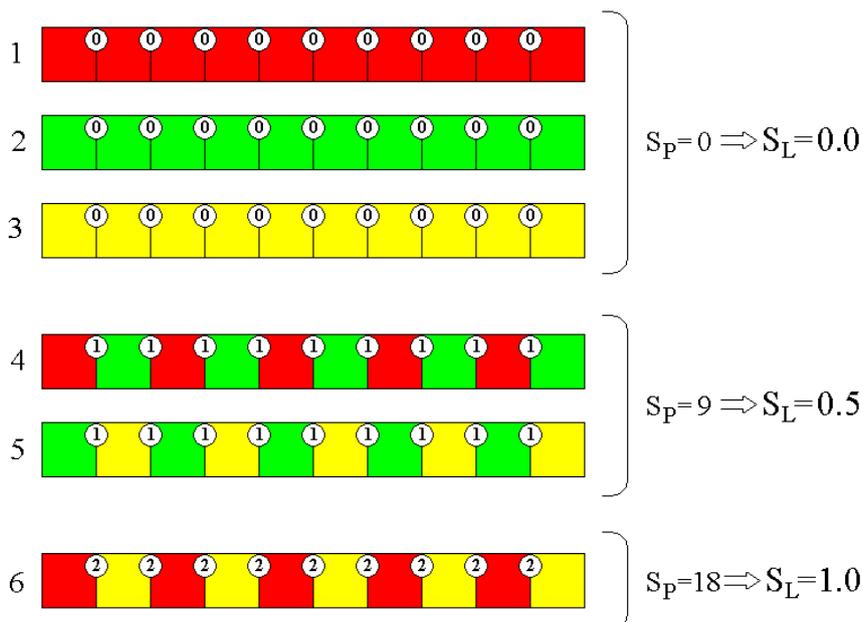


Рис. 5. Предельные варианты неоднородности. Цифры в кругах на границах ячеек – степень порядка соседства между соседними ячейками, то есть числа P_n (или Q_n).

Из рисунка можно видеть следующее.

Строки 1, 2, 3 – распределение полностью однородное, порядок соседства по строке – высокий, нормированная сумма $S_L = 0.0$.

Строки 4, 5 – распределение частично неоднородное, чередуются ближние цвета ячеек, порядок соседства по строке – средний, нормированная сумма $S_L = 0.5$.

Строка 6 – распределение максимально неоднородное, чередуются сильно отличающиеся цвета ячеек, порядок соседства по строке – низкий, нормированная сумма $S_L = 1.0$.

При всех других вариантах неоднородностей, между низкой и высокой, число S_L (или S_V) меняется от нуля до единицы. Чем больше это число, тем неоднородность выше.

Можно полагать, что приведенный здесь аппарат позволяет оценить степень порядка по карте в целом. Для этого следует провести подсчет порядка соседства сначала по строкам, затем по столбцам, после чего найти соответствующие суммы S_L и S_V , из которых с помощью формулы (6) найти полную меру порядка соседства по карте в целом.

7. Аналогия с энтропией по Шеннону

Из проведенного рассмотрения видно, что порядок соседства при высокой степени упорядоченности стремится к нулю, а при низкой – к единице. То есть, когда упорядоченность высокая, то есть цвета ячеек при продвижении по строке или по столбцу не меняются, то никакой новой информации из такого движения извлечь не представляется возможным.

С другой стороны, когда распределение цветов ячеек беспорядочное, то есть при движении по строке или столбцу цвета все время меняются, то такое движение дает значительное количество новой информации

Такое определение степени порядка соседства полностью аналогично определению энтропии по Шеннону. Можно полагать, что для вычисления

степени такой энтропии можно использовать ту же формулу Шеннона (1) в несколько модифицированном виде:

$$H_L = - \frac{1}{2(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} P_n \log_2 P_n, \quad (7)$$

где коэффициент $1/2(N-1)$ введен для нормировки.

Для перевода логарифма по основанию 2 в натуральный логарифм по основанию $e = 2.71828...$, воспользуемся формулой:

$$\log_2 A = \frac{\ln A}{\ln 2} = 1.4427 \cdot \ln A, \quad (8)$$

Для числового коэффициента введем обозначение:

$$g = 1.4427. \quad (9)$$

С таким обозначением приведем (7) к виду:

$$H_L = \frac{g}{2(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} P_n \ln P_n = \frac{1.4427}{2(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} P_n \ln P_n. \quad (10)$$

Это выражение дает значение энтропии Шеннона по строке.

Для энтропии Шеннона по столбцу аналогично получаем:

$$H_V = \frac{g}{2(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} Q_n \ln Q_n = \frac{1.4427}{2(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} Q_n \ln Q_n. \quad (11)$$

После получения обоих значений по этим формулам, для нахождения энтропии Шеннона по карте в целом, можно воспользоваться аналогом формулы (6), то есть:

$$H_D = \frac{H_L + H_V}{2} = \frac{g}{4(N-1)} \left(\sum_{n=1}^{N-1} P_n \ln P_n + \sum_{n=1}^{N-1} Q_n \ln Q_n \right), \quad (12)$$

где g определяется формулой (9).

8. Замечание о соотношении между энтропией Шеннона и порядком соседства

Следует отметить, что введенное здесь определение энтропии Шеннона H_L (10) полным аналогом введенной в разделе 6 степени порядка соседства S_L (3) не является. Так, для примеров строк, приведенных на рис. 4, значения энтропии Шеннона, определяемые по формуле (10) для первых трех строк равны 0.2222, а для четвертой строки 0.3333. Видно, что эти числа значительно отличаются от приведенных там значений S_L . Тождество значений энтропии Шеннона по первым трем строкам происходит из-за того, что во всех трех случаях учитывается только дальнее соседство – красный цвет с желтым, имеющее значение 2, тогда как ближние соседства – красное с зеленым и зеленое с желтым имеют значения 1, при логарифмировании дающие 0. То есть в приведенном виде энтропия Шеннона учитывает только дальние соседства, пропуская ближние, тогда как порядок соседства учитывает те и другие в соответствующей степени. Можно полагать, что для определения энтропии Шеннона следует задать другие значения порядка соседства, не 0, 1 и 2, а например, 0, 2, 3 или в каком-то другом возрастающем наборе, чтобы исключить единицу, логарифм от которой равен нулю.

В любом случае следует отметить, что приведенные здесь соображения являются предварительными, основанными на качественной аналогии, то есть их подробная проверка должна явиться предметом для отдельной работы. На данном же уровне рассмотрения в качестве основной характеристики упорядоченности структуры карты будем считать степень порядка соседства.

9. Вторичная дискретизация карты

Применим теперь предложенный аппарат к анализу степени порядка на реальной карте.

Ввиду значительно размера карты с соответственно значительным числом ячеек ($20 \times 20 = 400$), выполним разбиение карты на участки меньшего размера, каждый из которых можно будет анализировать отдельно. То есть выполним теперь еще одну процедуру дискретизации, которую применим теперь не к исходной карте, а к карте, обработанной по трем степеням порядка и размеченной соответствующими цветами. Будем называть такую дискретизацию «вторичной дискретизацией размеченной карты» или просто «вторичной дискретизацией».

Процедура вторичной дискретизации аналогична процедуре первичной, то есть на исходную карту накладывается сетка, состоящая из вторичных ячеек, в результате чего получается карта с выделенными отдельными вторичными ячейками.

Для того, чтобы линии сетки вторичной дискретизации не дробили ячейки первичной дискретизации, размер ячеек вторичной дискретизации должен быть кратен целому числу ячеек первичной дискретизации.

В то же время, сетка вторичной дискретизации не должна вылезать за пределы исходной карты, то есть сумма размеров вторичных ячеек по строке или столбцу вторичной сетки должна равняться полной длине карты по горизонтали и по вертикали.

Полная длина строки или столбца исходной карты равна 20 первичных ячеек. Это число содержит 4 множителя: 10, 5, 4, 2. Соответственно возможны только четыре варианта ячейки сетки вторичной дискретизации: 10×10 , 5×5 , 4×4 , 2×2 первичных ячеек.

Схема этих четырех видов вторичной дискретизации на примере карты, расцвеченной в результате ручной обработки, показана на рис. 6.

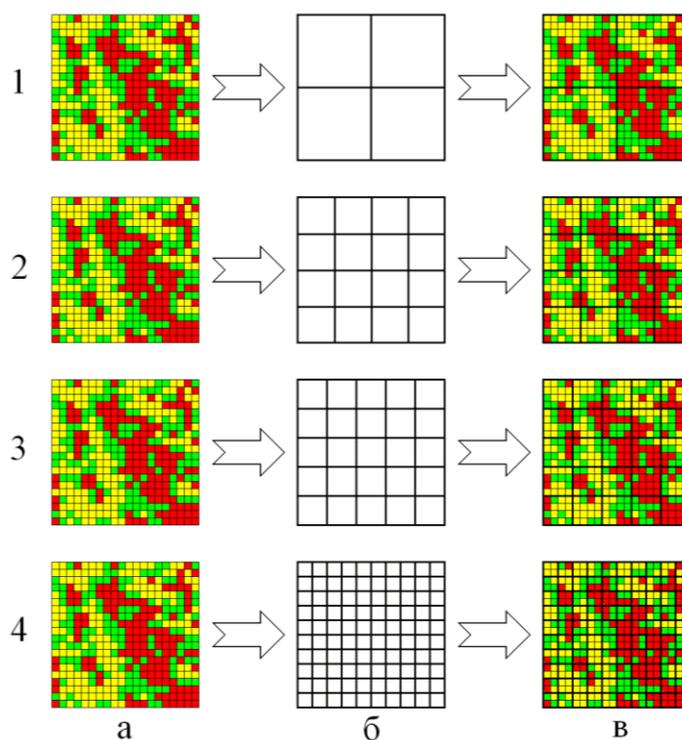


Рис. 6. Возможные варианты вторичной дискретизации.
а – исходная карта; б – сетка; в – карта с наложенной сеткой.

- 1 – размеры вторичных ячеек 10x10 первичных ячеек;
- 2 – размеры вторичных ячеек 5x5 первичных ячеек;
- 3 – размеры вторичных ячеек 4x4 первичных ячеек;
- 4 – размеры вторичных ячеек 2x2 первичных ячеек.

Из рисунка видно, что в первом случае будут 4 вторичных ячейки, во втором – 16 вторичных ячеек, в третьем – 25 вторичных ячеек и в четвертом – 100 вторичных ячеек

Для того, чтобы найти возможные варианты вторичной дискретизации, надо определить, на какие числа делится нацело полное число первичных ячеек по строке или столбцу. Так, число 20 нацело делится на 10, 5, 4, 2. Поэтому возможны четыре вида вторичной дискретизации, в которых размер стороны вторичной ячейки выражается этими числами.

Чтобы различать варианты вторичной дискретизации между собой, будем их нумеровать последовательно по убывающему порядку таких чисел. Так, вторичную дискретизацию, ячейка которой состоит из 10x10 первичных ячеек, будем называть вторичной дискретизацией первого уровня, дискретизацию с ячейкой из 5x5 первичных ячеек – вторичной дискретизацией второго уровня,

дискретизацию с ячейкой 4×4 – третьего уровня и с ячейкой 2×2 – четвертого уровня.

Замечание. Заметим, что введенные здесь уровни вторичной дискретизации жестко привязаны к полному количеству первичных ячеек на карте в целом. В настоящем рассмотрении принято значение 400 ячеек, то есть по 20 ячеек по строке или столбцу. Если бы количество первичных ячеек было другим, порядок уровней вторичной дискретизации также бы изменился. Так, например, если бы полное число первичных ячеек по строке или столбцу равнялось 30 (то есть всего было $30 \times 30 = 900$ ячеек), то ряд вторичных ячеек был бы следующим: 15, 10, 6, 5, 2, то есть было бы всего пять вторичных уровней с соответствующими размерами вторичных ячеек. В настоящем же рассмотрении ограничимся первичной дискретизацией в виде $20 \times 20 = 400$ ячеек.

Заметим, что рис.6 выполнен для карты, расцвеченной в соответствии с ручной обработкой. Вторичная дискретизация для карты, расцвеченной в результате машинной обработки, проводится аналогично, поэтому здесь подробно на ней не останавливаемся.

10. Вторичная дискретизация первого уровня

Из приведенных на рис.6 примеров вторичной дискретизации наиболее простым является первый случай (дискретизация первого уровня), поэтому с него и начнем дальнейшее рассмотрение. Будем следить как за ручной, так и за машинной обработкой первичной карты, после чего выполним их сравнение.

Схема вторичной дискретизации при ручной (а) и машиной (б) обработке показана на рис.7. Здесь полная карта разбивается на четыре вторичных карты, каждая из которых представляет собой четверть соответствующей первичной карты.

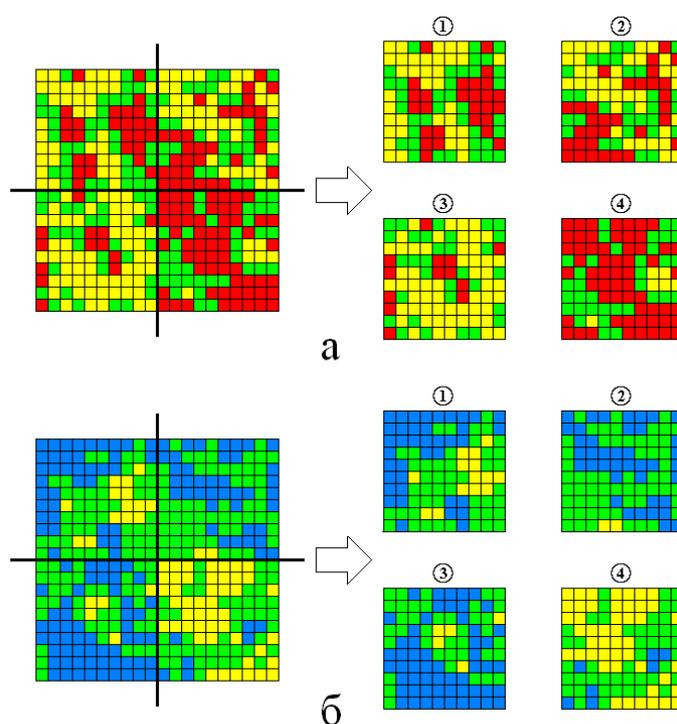


Рис. 7. Схема вторичной дискретизации первого уровня.
 а – ручная обработка; б – машинная обработка.
 Цифры в кругах – номера вторичных карт.

Таким образом, полная карта при вторичной дискретизации первого уровня содержит четыре частичных карты. Рассмотрим обработку таких карт по отдельности.

11. Обработка одной из частичных карт

После того как вторичная дискретизация выполнена, следующим этапом является обработка каждой из частичных карт в отдельности. В качестве первичного примера рассмотрим обработку первой из частичных карт, числящейся на рис. 7 под номером № 1.

Обратимся к рис. 8, где в левом столбце показаны исходные карты № 1 при ручной (а) и машиной (б) обработке, а в правом столбце – те же карты, повернутые на 90 градусов по часовой стрелке.

Согласно процедуре, описанной в разделе 6, каждая карта должна быть обработана по строкам и по столбцам. В то же время, поворот на 90 градусов позволяет проводить обработку исходной и повернутой карт только по строкам, так как такой поворот эквивалентен замене строк столбцами. Как результат,

такая обработка только по строкам приводит к определенному упрощению работы.

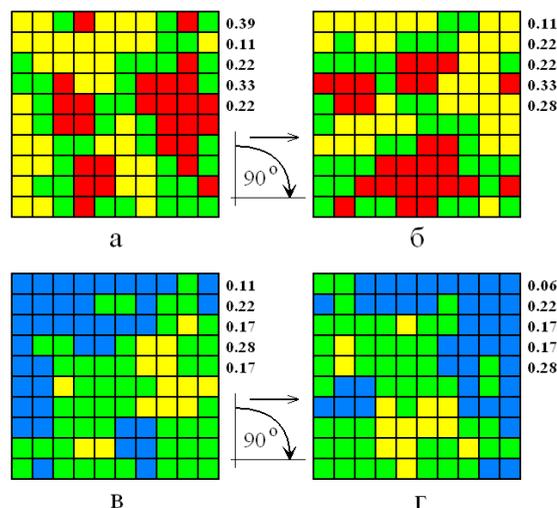


Рис. 8. Частичная карта № 1 (рис. 6) при ручной (а, б) и машинной (в, г) обработке. а, в – исходные карты; б, г – те же карты, повернутые на 90 градусов.

Числа справа от строк – численные значения нормированных порядков соседства по соответствующим строкам.

Дальнейшая процедура предполагает определение степени порядка соседства по каждой отдельной строке частичных карт, то есть определяются значения S_p и S_L в соответствии с формулами (2) и (3). На рисунке в качестве примера справа от соответствующих строк приведены некоторые значения нормированного порядка соседства S_L , определяемого формулой (3). которую приведем здесь в укороченном виде:

$$S_L = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} P_n, \quad (13)$$

где для частичной карты $N = 10$.

Значения нормированного порядка соседства по столбцам получаются из той же частичной карты, повернутой на 90 градусов, с помощью формулы, аналогичной (5):

$$S_V = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} Q_n, \quad (14)$$

где также $N = 10$, но здесь вычисление проводится по строкам повернутой частичной карты.

Получаемые значения порядков соседства при ручной обработке (рис. 8а, б) приведены в таблице 1.

Таблица 1. Порядок соседства при ручной обработке.

n	S_P	S_L		S_Q	S_V
1	7	0.39		2	0.11
2	2	0.11		4	0.22
3	4	0.22		4	0.22
4	6	0.33		6	0.33
5	4	0.22		5	0.28
6	6	0.33		3	0.17
7	5	0.28		4	0.22
8	7	0.39		2	0.11
9	6	0.33		3	0.17
10	5	0.28		6	0.33
Среднее.		0.2880			0.2160
Отклон.		± 0.0820			± 0.0754
Отклон., (%)		$\pm 28.47 \%$			$\pm 34.91 \%$

В первом столбце таблицы кроме последних трех строк приведены номера строк, по которым производится вычисление. Во втором и последующих – соответствующие значения порядков соседства. В трех последних строках приведены значения нормированных порядков соседства, усредненные по всем строкам данного столбца таблицы, а также квадратичные отклонения от этих средних значений по абсолютной величине и в процентах.

Из таблицы видно, что средние значения порядков отклонения по строкам и столбцам без учета отклонений равны соответственно: $S_L = 0.2880$; $S_V = 0.2160$. Из этих значений по формуле (6) получаем полную меру порядка соседства в целом:

$$S_D(H) = \frac{S_L + S_V}{2} = 0.2520 \pm 0.0360, \tag{15}$$

где обозначение (H) означает ручную обработку.

Можно видеть, что здесь отклонение составляет 14.29 %. Это отклонение характеризует различие между строками и столбцами при ручной обработке.

Рассмотрим теперь для той же частичной карты № 1 результаты машинной обработки (рис. 8в, г). Получаемые значения порядка соседства для этого случая приведены в таблице 2.

Таблица 2. Порядок соседства при машинной обработке.

n	S_P	S_L		S_Q	S_V
1	2	0.11		1	0.06
2	4	0.22		4	0.22
3	3	0.17		3	0.17
4	5	0.28		3	0.17
5	3	0.17		5	0.28
6	4	0.22		5	0.28
7	3	0.17		6	0.33
8	3	0.17		3	0.17
9	4	0.22		4	0.22
10	4	0.22		3	0.17
Среднее		0.1950			0.2070
Отклон.		± 0.0441			± 0.0729
Отклон., (%)		$\pm 22.62\%$			$\pm 35.22\%$

Структура таблицы полностью аналогична структуре таблицы 1 и здесь подробно не поясняется.

Из таблицы видно, что средние значения порядков соседства по строкам и столбцам без учета отклонений равны соответственно: $S_L = 0.1950$; $S_V = 0.2070$. Из этих значений по формуле (6) получаем полную меру порядка соседства в целом:

$$S_D(M) = \frac{S_L + S_V}{2} = 0.2010 \pm 0.0060, \quad (16)$$

где обозначение (M) означает машинную обработку.

Можно видеть, что здесь отклонение составляет 2.9 %. Это отклонение характеризует различие между строками и столбцами при машинной обработке.

Таким образом, точность ручной обработки составляет около 14 %, а точность машинной – около 3 %.

Если предположить, что ручная и машинная обработка обе имеют равное право на существование, то наиболее объективным значением будет получаемое из них среднее значение порядка соседства:

$$S_D(HM) = \frac{S_D(H) + S_D(M)}{2} = 0.2265 \pm 0.0255. \quad (17)$$

Можно видеть, что здесь точность приближения составляет 11%.

В общем виде результаты ручной и машинной обработки представлены на рис .9. Здесь по горизонтальным осям отложены номера строк частичных карт, по вертикальным осям – данные таблиц 1 (кривые на рис. 9а) и 2 (кривые на рис. 8б). Пунктирные линии 1 – ручная обработка, точечные линии 2 – машинная обработка. Утолщенные сплошные линии 3 – средние значения между обоими способами обработки.

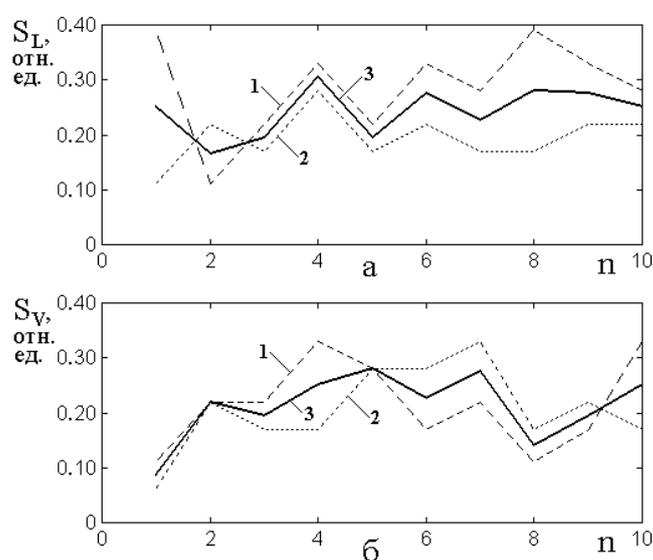


Рис. 9. Порядок соседства по строкам частичной карты в исходном положении (а) и после поворота на 90 градусов (б) при ручной и машинной обработке. 1 – ручная обработка; 2 – машинная обработка; 3 – среднее значение из ручной и машинной обработки.

Из рисунка можно видеть, что зависимости порядка соседства от номера строки имеют скачкообразный характер, что обусловлено дискретной ячеистостью структуры карты. Характер ручных и машинных зависимостей, в основном, близок друг к другу в пределах до 10 %, однако в некоторых местах (например, при $n = 8$ на рис. 9а) отклонение достигает 20-30 %. Отклонения от среднего, в основном, не превышают 15 %. Можно видеть, что эти значения согласуются с данными таблиц 1 и 2.

12. Обработка четырех частичных карт

Полная карта при вторичной дискретизации первого уровня содержит четыре частичных карты. В предыдущем разделе проведена обработка первой из них. Рассмотрим теперь подобным же образом остальные карты. Обратимся к таблице 3, где приведены данные для всех четырех частичных карт, являющихся составляющими полной карты, представленной на рис. 7.

Таблица 3. Порядок соседства при ручной и машинной обработке для четырех частичных карт.

№	Ручная обработка (H)		Машинная обработка (M)	
	S_L	S_D	S_L	S_D
1	$S_L = 0.2880$	$S_D = 0.2520$	$S_L = 0.1950$	$S_D = 0.2010$
	$S_V = 0.2160$	± 0.0360	$S_V = 0.2070$	± 0.0060
2	$S_L = 0.3100$	$S_D = 0.3405$	$S_L = 0.1790$	$S_D = 0.1875$
	$S_V = 0.3710$	± 0.0305	$S_V = 0.1960$	± 0.0085
3	$S_L = 0.2950$	$S_D = 0.2855$	$S_L = 0.2110$	$S_D = 0.2165$
	$S_V = 0.2760$	± 0.0095	$S_V = 0.2220$	± 0.0055
4	$S_L = 0.1840$	$S_D = 0.2055$	$S_L = 0.1890$	$S_D = 0.2025$
	$S_V = 0.2270$	± 0.0215	$S_V = 0.2160$	± 0.0135

В первом столбце таблицы приведены номера частичных карт в соответствии с рис. 7. В левом расширенном столбце приведены данные ручной обработки, в левой части столбца – значения S_L и S_V , а в правой части – средние между этими двумя значениями. В правом расширенном столбце приведены такие же данные при машинной обработке.

В таблице 4 приведены обобщающие данные средних значений для тех же четырех карт.

Таблица 4. Средние значения порядка соседства для четырех частичных карт (продолжение таблицы 3).

№	Ручная обработка $S_D(H)$	Машинная обработка $S_D(M)$	Среднее $S_D(HM)$	$\Delta S_D(HM)$
1	0.2520	0.2010	0.2265	± 0.0255 11 %
2	0.3405	0.1875	0.2639	± 0.0764 29 %
3	0.2855	0.2165	0.2510	± 0.0345 14 %
4	0.2055	0.2025	0.2040	± 0.0015 1 %
Ср.	0.2709	0.2019	0.2364	
	± 0.0492 (18 %)	± 0.0103 (5 %)	± 0.0230 (10 %)	

В первом столбце приведены номера частичных карт. В следующих двух столбцах – усредненные значения порядка соседства при ручной и машинной обработке. Эти столбцы повторяют значения, приведенные в правых частях расширенных столбцов таблицы 3. В четвертом столбце таблицы приведены средние значения из ручной и машинной обработки, а в пятом – квадратичные отклонения от этих значений в абсолютных единицах и в процентах. В нижних двух строках таблицы приведены средние значения порядка соседства по всем четырем частичным картам. Эти величины соответственно равны: при ручной обработке 0.2709 ± 0.0492 ($\pm 18\%$), при машинной обработке 0.2019 ± 0.0103 ($\pm 5\%$) и среднее из этих двух значений 0.2364 ± 0.0230 ($\pm 10\%$).

На рис.10 приведена иллюстрация порядка соседства в четырех частичных картах при ручной и машинной обработке, построенная по данным таблицы 4. Одинарные линии соответствуют ручной (1), машинной (2) обработкам и среднему между ними (3). Двойные линии – среднее по всем четырем картам. Справа приведены эти средние значения.

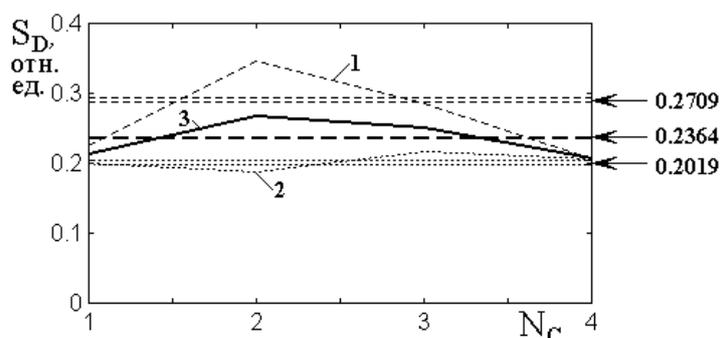


Рис. 10. Порядок соседства в четырех частичных картах при ручной и машинной обработке. По горизонтальной оси отложены номера частичных карт. 1 – ручная обработка; 2 – машинная обработка; 3 – среднее значение из ручной и машинной обработки.

Из рисунка можно видеть, что для карт № 1 и № 4 совпадение имеет место в пределах 5 %, для карты № 3 – в пределах 15 % и для карты № 2 – в пределах 25 %. Среднее значение меняется в ту и другую стороны менее чем на 10 %.

Из проделанного рассмотрения значительный интерес представляет значение порядка соседства для полной карты № 1, соответствующее среднему значению по рис. 10. Это значение можно получить из усреднения приведенных в четвертом столбце таблицы 4 значений порядка соседства для четырех частичных карт:

$$S_D(W) = 0.2364 \pm 0.0230. \quad (18)$$

Можно видеть, что точность составляет около 9 %.

Другим весьма важным результатом можно считать значительное превышение среднего значения порядка соседства при ручной обработке $S_D(HW) = 0.2709 \pm 0.0492$ над таким же значением при машинной обработке $S_D(MW) = 0.2019 \pm 0.0103$. Различие составляет около 29 % от средней величины.

13. Анизотропия распределения порядка соседства

Возвращаясь к таблице 3, можно видеть, что значения порядка соседства по строкам S_L и по столбцам S_V заметно различаются. То есть прохождение карты по горизонтальным строкам отличается от прохождения карты по вертикальным столбцам. Такое различие можно считать анизотропией карты по параметру порядка соседства. Для оценки степени такой анизотропии обратимся к таблице 5.

Таблица 5. Порядок соседства по строкам и столбцам частичных карт.

№	Ручная обработка $S_L(H)/S_V(H)$	Машинная обработка $S_L(M)/S_V(M)$	Среднее $S_L(HM)/S_V(HM)$
1	1.3333	0.9420	1.1376
2	0.8365	0.9133	0.8744
3	1.688	0.9505	1.0096
4	0.8106	0.8333	0.8220
Ср.	1.0121	0.9098	0.9610
	± 0.2110 (21 %)	± 0.0463 (5 %)	± 0.0511 (5 %)

В первом столбце приведены номера частичных карт. В следующих двух столбцах – отношения усредненных порядков соседства по строкам и по столбцам при ручной $S_L(H)/S_V(H)$ и машинной $S_L(M)/S_V(M)$ обработкам, исходные значения для вычисления которых взяты из второго и четвертого столбцов таблицы 3. В последнем столбце таблицы приведены отношения $S_L(HM)/S_V(HM)$, полученные из усреднения значений двух предыдущих столбцов. В нижних двух строках таблицы приведены значения тех же отношений, усредненные по всем четырем частичным картам.

Из таблицы (последняя строка) видно, что анизотропия порядка соседства в среднем при ручной обработке составляет 21 %, при машинной – 5 %, а в среднем по обеим обработкам – тоже 5 %.

В изотропном случае отношение S_L/S_V должно равняться единице, так что отклонение от изотропного значения составляет:

$$1 - 0.9610 = 0.0390 \rightarrow 3.9\% \approx 4\% . \quad (19)$$

Это число можно считать мерой анизотропии распределения порядка соседства по всей карте в целом.

Для удобства обращения введем параметр анизотропии порядка соседства G_A в следующем виде:

при:

$$S_L \leq S_V \rightarrow G_A = 1 - S_L/S_V; \quad (20)$$

при:

$$S_L \geq S_V \rightarrow G_A = 1 - S_V/S_L. \quad (21)$$

Можно видеть, что в изотропном случае, то есть при $S_L = S_V$ параметр анизотропии G_A равен нулю, а в случае, очень сильной анизотропии, то есть когда $S_L \ll S_V$ или $S_L \gg S_V$, этот параметр стремится к единице. Таким образом, параметр G_A в зависимости от степени анизотропии карты меняется от нуля в полностью изотропном случае до единицы, если распределение порядка соседства сильно анизотропно. В случае ручной обработки параметр анизотропии записывается в виде $G_A(H)$, в случае машинной в виде $G_A(M)$, где S_L и S_V берутся в виде $S_L(H)$, $S_V(H)$ или $S_L(M)$, $S_V(M)$ соответственно.

Важно отметить, что введенный с помощью формул (20), (21) параметр анизотропии G_A при повороте карты на 90 градусов не меняется, то есть является как бы инвариантом данной карты

Обратимся теперь к таблице 6, где приведены значения параметра анизотропии для четырех карт и среднее между ними, построенные по данным таблицы 3.

Таблица 6. Параметр анизотропии при ручной и машинной обработке.

№	Ручная обработка $G_A(H)$	Машинная обработка $G_A(M)$
1	0.2500	0.0580
2	0.1635	0.0867
3	0.4076	0.0495
4	0.1894	0.1667
Ср.	0.2526	0.0902
	± 0.0948 (37 %)	± 0.0463 (51 %)

В первом столбце приведены номера частичных карт. Во втором столбце – параметры анизотропии по каждой карте в отдельности и среднее значение по всем четырем картам при ручной обработке. В третьем столбце – те же параметры при машинной обработке.

Из таблицы видно, что параметр анизотропии имеет весьма высокую критичность относительно структуры карты, в пользу чего говорит значительное различие конкретных числовых значений. Однако четко видно, что параметр анизотропии для каждой отдельной карты при ручной обработке всегда значительно больше такого же параметра при машинной обработке. Это же видно из средних значений: при ручной обработке $G_A = 0.2526$, при машинной $G_A = 0.0902$, так что отношение между ними достигает 2.8 раз.

В то же время, различие параметра анизотропии по картам при ручной обработке составляет 37 %, а при машинной – 51 %. Эти значения отличаются друг от друга уже в значительно меньшей степени.

14. Замечание о степени однородности карты в целом

Полученные в разделах 12, 13 данные можно рассматривать как характеристику степени однородности полной карты в целом. Так, порядок соседства максимален для частичной карты № 2, где он составляет $S_D = 0.2639$, и минимален для частичной карты № 4, где он равен $S_D = 0.2040$. То есть максимально упорядоченной можно считать карту № 4, а минимально – карту № 2, то есть в карте № 4 – порядок, а в карте № 2 – беспорядок.

В самом деле, из рис. 7 можно видеть, что в карте № 4 при ручной обработке больше всего присутствуют ячейки красного цвета, причем образуют широкие массивы, в пределах которых цвет не меняется, то есть степень однородности велика, тогда как в карте № 2 при той же ручной обработке количество ячеек всех трех цветов распределяется примерно поровну, так что широкие массивы одного цвета не образуются, то есть степень однородности мала. Можно видеть, что рассмотрение карт № 2 и № 4 на том же рис. 7 при машинной обработке приводит к тем же результатам.

Таким образом, можно полагать, что рассмотрение степени порядка соседства частичных карт является достаточно удобным инструментом для оценки степени однородности карты в целом.

Теперь обратимся к некоторым числовым характеристикам, следующим из проделанного рассмотрения.

Так, по второму и третьему столбцам таблицы 4 (раздел 12) можно сделать вывод о степени однородности карты в целом. Так, ручная обработка дает усредненное значение $S_D(H) = 0.2709 \pm 0.0492$ ($\pm 18\%$), а машинная – усредненное значение $S_D(M) = 0.2019 \pm 0.0103$ ($\pm 5\%$). Будем считать мерой однородности карты в целом отклонение от усредненного значения параметра S_D . Введем для меры однородности обозначение B_S . Таким образом, исходя из ручной обработки $B_S(H) = 18\%$, из машинной обработки $B_S(M) = 5\%$. Среднее из этих значений $B_S(HM) = 11.5\%$.

Дополнительно будем полагать, что различие параметра анизотропии порядка соседства по частичным картам (раздел 13) также может служить характеристикой однородности карты в целом. Для такого параметра однородности введем обозначение B_G . Так, исходя из данных ручной обработки, $B_G(H) = 37\%$, а из данных машинной обработки, $B_G(M) = 51\%$. Среднее между ними $B_G(HM) = 44\%$.

Из сравнения с параметром однородности по порядку соседства B_S , где $B_S(H) = 18\%$, $B_S(M) = 5\%$, $B_S(HM) = 11.5\%$, можно видеть, что параметр однородности по анизотропии превышает параметр однородности по порядку соседства в 2 и более (до 10) раз. Таким образом, можно полагать, что параметр анизотропии по сравнению с параметром порядка соседства дает более чувствительный инструмент для определения однородности карты в целом по материалам четырех частичных карт вторичной дискретизации первого уровня.

15. Порядок соседства по карте в целом

Рассмотрим теперь порядок соседства по полной карте в целом, для чего обратимся к рис. 11. На рис. 11а показана исходная карта, дискретизированная путем ручной обработки, а на рис. 11б – та же карта, повернутая на 90 градусов. На рис. 11в показана исходная карта, дискретизированная путем машинной обработки, а на рис. 11г – та же карта, повернутая на 90 градусов.

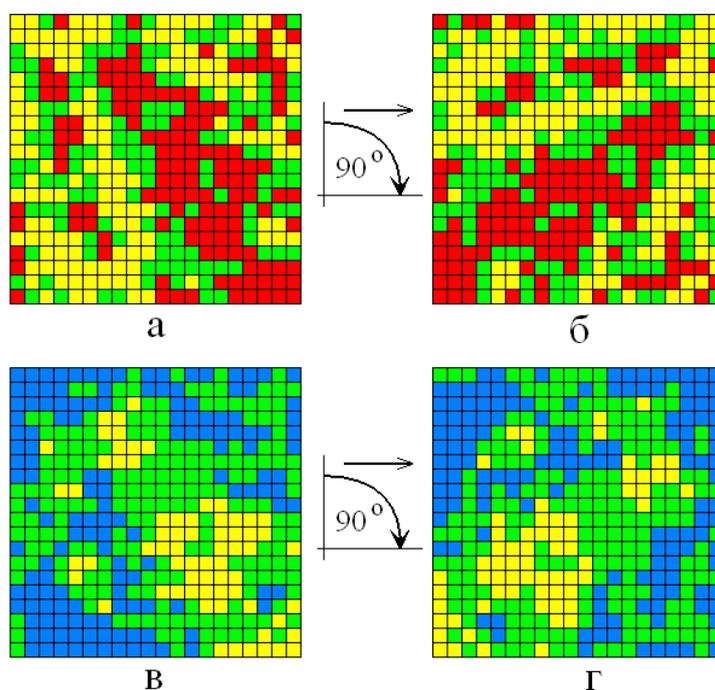


Рис. 11. Полная карта при ручной (а, б) и машинной (в, г) обработке. а, в – исходные карты; б, г – те же карты, повернутые на 90 градусов.

Дальнейшая обработка состоит в определении порядка соседства по строкам всех четырех карт, полностью аналогично тому, как это было сделано в разделах 11, 12 для частичных карт.

Рассмотрим сначала ручную обработку, то есть карты на рис.11 а и рис. 11б Полученные данные приведены в таблице 7.

Таблица 7. Порядок соседства при ручной обработке.

n	S_P	S_L	S_Q	S_V
1	13	0.3421	12	0.3158
2	10	0.2632	11	0.2895
3	13	0.3421	11	0.2895
4	11	0.2895	11	0.2895
5	9	0.2368	10	0.2632
6	13	0.3121	8	0.2105
7	10	0.2630	9	0.2368
8	15	0.3947	6	0.1579
9	10	0.2632	6	0.1579
10	8	0.2105	13	0.3421
11	9	0.2368	10	0.2632
12	10	0.2632	10	0.2632
13	8	0.2103	6	0.1579
14	11	0.2895	11	0.2895
15	14	0.3684	12	0.3158
16	8	0.2105	11	0.2895
17	9	0.2368	12	0.3158
18	4	0.1053	11	0.2895
19	9	0.2368	12	0.3158
20	10	0.2632	17	0.4474
Ср.		0.2684		0.2750
		± 0.0648		± 0.0668

Из таблицы видно, что средние значения порядков соседства по строкам и столбцам без учета отклонений равны соответственно: $S_L = 0.2684$; $S_V = 0.2750$. Из этих значений по формуле (6) получаем полную меру порядка соседства в целом:

$$S_D(H) = \frac{S_L + S_V}{2} = 0.2717 \pm 0.0033, \quad (22)$$

где обозначение (H) означает ручную обработку.

Можно видеть, что здесь отклонение составляет 1.21 %. Это отклонение характеризует различие между строками и столбцами при ручной обработке.

Рассмотрим теперь машинную обработку, то есть карты на рис. 11в и рис. 11г. Полученные данные приведены в таблице 8.

Таблица 8. Порядок соседства при машинной обработке.

n	S_P	S_L	S_Q	S_V
1	8	0.2105	5	0.1316
2	7	0.1842	6	0.1579
3	6	0.1579	6	0.1579
4	8	0.2105	6	0.1579
5	6	0.1579	10	0.2632
6	10	0.2632	10	0.2632
7	3	0.0789	10	0.2632
8	7	0.1842	8	0.2105
9	6	0.1579	11	0.2895
10	7	0.1842	10	0.2632
11	8	0.2105	6	0.1519
12	8	0.2105	8	0.2105
13	10	0.2632	8	0.2105
14	10	0.2632	7	0.1842
15	8	0.2105	7	0.1842
16	7	0.1842	10	0.2632
17	13	0.3421	10	0.2632
18	4	0.1053	10	0.2632
19	7	0.1842	7	0.1942
20	5	0.1316	10	0.2632
Ср.		0.1947		0.2172
		± 0.0579		± 0.0484

Из таблицы видно, что средние значения порядков соседства по строкам и столбцам без учета отклонений равны соответственно: $S_L = 0.1947$; $S_V = 0.2172$. Из этих значений по формуле (6) получаем полную меру порядка соседства в целом:

$$S_D(M) = \frac{S_L + S_V}{2} = 0.2060 \pm 0.0112, \quad (23)$$

где обозначение (M) означает машинную обработку. Можно видеть, что здесь отклонение составляет 5.44 %. Это отклонение характеризует различие между строками и столбцами при машинной обработке.

Из сравнения формул (22) и (23) можно видеть, что порядок соседства при ручной обработке заметно превышает подобную величину при машинной обработке. Подобное превышение наблюдалось для среднего по четырем

частичным картам (раздел 12, рис. 10). Для более подробного сравнения обоих случаев обратимся к таблице 9.

Таблица 9. Сравнение порядка соседства при ручной и машинной обработке для среднего по частичным картам и по полной карте.

Ручная обработка $S_D(H)$	Машинная обработка $S_D(M)$	Отношение $S_D(H)/S_D(M)$
Среднее по частичным картам		
0.2709	0.2019	1.3418
± 0.0492 (18 %)	± 0.0103 (5 %)	
Полная карта		
0.2717	0.2060	1.3189
± 0.0033 (1 %)	± 0.0112 (5 %)	

В двух первых столбцах таблицы приведены значения порядка соседства при ручной и машинной обработке для среднего по четырем частичным картам (строка 4, 5) и по полной карте (строки 8, 9). В последнем столбце приведено отношение порядков соседства при ручной и машинной обработке также для частичных карт и для полной карты.

Из таблицы видно, что порядок соседства в обоих случаях – по частичным картам и по полной карте, при ручной обработке превышает порядок соседства при машинной обработке в 1.3304 ± 0.0115 раз, то есть около 1.33 раза с точностью 0.8 %. Столь высокое соответствие позволяет полагать факт превышения по полной карте достаточно объективным, причем не меняющимся при вторичной дискретизации первого уровня.

16. Анизотропия порядка соседства для полной карты

Рассмотрим теперь анизотропию порядка соседства для полной карты. Из таблиц 7 и 8 видно, что в обоих случаях $S_L < S_V$, так что для расчета анизотропии можно воспользоваться формулой (20):

$$G_A(H, M) = 1 - \frac{S_L(H, M)}{S_V(H, M)}. \tag{24}$$

Полученные результаты приведены в таблице 10.

Таблица 10. Порядок соседства и анизотропия.

Ручная обработка		
$S_L(H)$	$S_V(H)$	$G_A(H)$
0.2684	0.2750	0.0240
± 0.0648 (24 %)	± 0.0668 (24 %)	± 0.0058 (24 %)
Машинная обработка		
$S_L(M)$	$S_L(M)$	$G_A(M)$
0.1947	0.2172	0.1036
± 0.0579 (30 %)	± 0.0484 (22 %)	± 0.0269 (26 %)

Таблица состоит из двух частей: первые четыре строки посвящены данным ручной обработки, а строки с шестой по девятую – машинной обработке. В первом столбце таблицы приведены данные порядка соседства по строкам при ручной $S_L(H)$ и машинной $S_L(M)$ обработке, во втором – данные порядка соседства по столбцам при ручной $S_V(H)$ и машинной $S_L(M)$ обработке. В третьем столбце приведены значения параметра анизотропии при ручной $G_A(H)$ и машинной $G_A(M)$ обработке.

Из таблицы можно видеть, что значения параметра соседства при ручной и машинной обработках близки между собой с точностью до 16 %, причем отклонения по всем параметрам также близки и составляют от 22 % до 30 %. Однако значения параметра анизотропии при ручной $G_A(H)$ и машинной $G_A(M)$ обработке значительно отличаются. Заметим, что по четырем частичным картам вторичной дискретизации значения параметра анизотропии также заметно расходятся (таблица 6, раздел 13), причем различие получается обратным.

В то же время, как видно из таблицы 6 (раздел 13), параметр анизотропии при машинной обработке для четырех карт составляет $G_A(M) = 0.0902 \pm 0.0463$, тогда как здесь из таблицы 9 видно, что для полной карты такой же параметр равен $G_A(M) = 0.1036 \pm 0.0269$. Можно видеть, что теперь без учета отклонения

соответствие становится довольно благоприятным, так что точность составляет 10 %.

Таким образом, можно сделать вывод, что применение машинной обработки в сравнении с ручной обработкой при измерении анизотропии обеспечивает значительно более точные результаты.

17. Замечание о возможном развитии работы

Проведенное рассмотрение выполнено в довольно специфических условиях, поэтому его нельзя считать исчерпывающе полным. Приведем некоторые вопросы, требующие более подробного рассмотрения.

1) Первичная дискретизация карты выполнена при размере первичной ячейки 2x2 нм. Такой размер выбран исходя из приблизительного соответствия толщине графеновой пачки, состоящей из 4-5 слоев графена. Однако в силу хаотического распределения слоев графена, размер пачки может меняться в полтора-два и более раз в ту и другую сторону. При этом результаты первичной дискретизации, то есть количество ячеек той или иной степени упорядоченности, могут меняться. Желательно провести вариацию размера первичной ячейки с целью выявления оптимально ее размера, при котором относительные количества ячеек того и другого цвета будут достаточно устойчивыми.

2) В проведенном рассмотрении выполнена вторичная дискретизация только первого уровня, из результатов которой оценена степень однородности карты в целом. В то же время, каждая из вторичных ячеек в свою очередь является недостаточно однородной. Поэтому желательно провести вторичную дискретизацию более высоких уровней, что позволит оценить степень однородности карты в целом более объективно.

3) В настоящем рассмотрении подсчет порядка соседства по различию цветов соседствующих ячеек проводился вручную. Важным усовершенствованием было бы разработка машинного алгоритма такого расчета, в том числе на основе оценки энтропии по Шеннону, что позволило бы значительно уменьшить трудоемкость работы в целом.

4) В настоящей работе отмечено значительное превышение степени порядка соседства при ручной обработке над таким же значением при машинной обработке. Причина такого превышения на данный момент остается открытой, то есть требует более подробного рассмотрения. Можно полагать, что одной из возможностей выявления причины превышения является вариация размера первичной ячейки дискретизации. Другой возможностью является вариация границ определения энтропии по Шеннону.

5) В настоящей работе степень однородности карты в целом оценивалась только по анализу порядка соседства. Однако из предыдущих работ (см. Введение) следует, что неоднородность карты проявляется уже при сопоставлении количества ячеек первичной дискретизации, обладающих той или иной степенью порядка (то есть соответствующим цветом). Можно полагать, что рассмотрение степени однородности по обоим таким параметрам – по степени распределения цвета и по степени порядка соседства, позволит судить об однородности карты в целом на более объективном уровне.

6) В настоящей работе исследование ограничено рамками только одной карты, снятой на одном образце. В то же время, ввиду природного происхождения шунгита, параметры образца могут меняться на расстояниях, значительно превышающих размер рассмотренной карты. При этом для определения степени однородности образца в целом желательно провести аналогичные исследования на нескольких картах, снятых в различных участках одного образца с последующим их усреднением и выявлением степени отклонения от среднего значения.

7) Благодаря природному происхождению шунгита параметры образцов из разных месторождений могут меняться. В этом плане желательно было бы провести исследования по образцам из различных месторождений. Такое исследование желательно сопоставить с параметрами проводимости образцов, что позволило бы выбирать требуемые для практики образцы оптимальным образом.

Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

Предложено применение метода вторичной дискретизации для анализа структуры графеносодержащего шунгита по картам распределения углерода в образцах шунгита, снимаемым методом высокоразрешающей растровой электронной микроскопии. Отмечено, что полученные карты представляли собой близкое к хаотическому переплетение темных и светлых полос, ширина которых определялась толщиной слоя графена около 2 нм.

Для анализа степени однородности карт использовался метод первичной структурной дискретизации по трем уровням, для чего карта разбивалась на ячейки с помощью наложения сетки с квадратными ячейками, размер которых выбирался близким к толщине графеновой пачки 2x2 нм.

Определение степени порядка проводилось ручным и машинным методами, после чего выполнялось сравнение получаемых результатов. Ручной метод состоял в визуальном определении порядка расположения слоев графена с использованием подвижной маски. Машинный метод состоял в использовании машинного алгоритма, позволяющего определить энтропию по Шеннону для каждой ячейки в отдельности.

На дискретизированной карте были выделены три степени порядка в расположении графеновых слоев – высокий, средний и низкий. Каждой степени порядка был поставлен в соответствие определенный цвет, в который окрашивалась соответствующая ячейка, в результате чего карта приобретала ячеистую расцветку тремя цветами. Весьма удобным числовым представлением можно было считать определение энтропии по Шеннону, дающее каждой степени порядка одно из трех чисел: 0.0, 0.5, 1.0. Отмечена высокая эффективность метода первичной дискретизации, позволяющего получить четкую количественную характеристику структуры рассматриваемой карты.

Предложена схема иерархии степеней порядка. Выделены пять степеней порядка. Первая – по расположению слоев графена в пределах одной ячейки. Вторая – по расположению окрашенных разными цветами ячеек в пределах одной

карты. Третья – по одному образцу путем усреднения данных по нескольким картам, снятым в различных участках одного образца. Четвертая – по нескольким образцам из одного месторождения, Пятая – по месторождениям. Отмечено, что при такой классификации каждая последующая степень порядка включает в себя в последовательном перечислении характеристики предыдущих степеней.

Рассмотрена мера порядка по карте в целом. Предложено определение «порядка соседства», характеризующее степень изменения однородности структуры на границе между соседствующими ячейками. В зависимости от степени изменения цвета на границе порядку соседства присвоены три градации: отсутствие изменения цвета соответствует нулю, малое изменение цвета – единице, большое изменение цвета – двум.

Предложена схема вычисления порядка соседства по строке карты путем последовательного суммирования порядка по всем ячейкам с нормировкой на число границ в пределах данной строки. На наглядных примерах определения порядка соседства по строке показано, что при отсутствии изменения цвета ячеек по всей строке значение порядка соседства равно нулю, а при последовательном периодическом чередовании двух наиболее различающихся цветов по всей строке значение порядка соседства равно единице. При этом все другие варианты расположения цветов имеют промежуточные значения между нулем и единицей. Дальнейшим шагом является суммирование по всем строкам карты в целом. Отмечено, что определение порядка соседства по столбцам эквивалентно определению по строкам по карте, повернутой на 90 градусов. В качестве полной меры предложено усреднение порядка соседства, полученное по строкам и столбцам всей карты в целом.

Отмечена аналогия предложенной процедуры определения порядка соседства с определением энтропии по Шеннону. Выявлено значительное сходство применяемого математического аппарата. Отмечена некоторая неполнота аналогии, обусловленная принятым набором числовых значений параметра соседства.

Предложена процедура вторичной дискретизации карты, состоящая в наложении на первично дискретизированную карту новой сетки, включающей в себя целое число первичных ячеек. Отмечена необходимость выбора размера вторичной ячейки таким, чтобы по полной длине строки укладывалось целое число вторичных ячеек. Результатом вторичной дискретизации является карта, целиком состоящая из вторичных ячеек. Отмечено, что для нахождения возможных вариантов вторичной дискретизации надо определить, на какие целые числа делится нацело полное число первичных ячеек по одной строке полной карты. Так, для строки, состоящей из 20 первичных ячеек, допустимы четыре размера одной стороны вторичной ячейки: 10, 5, 4, 2 длины стороны первичной ячейки. В соответствии с таким делением предложена нумерация вторичной дискретизации 1, 2, 3, 4 уровней.

Выполнена вторичная дискретизация первого уровня, в результате которой полная карта размером 20 на 20 первичных ячеек была разбита на четыре частичных карты, каждая из которых имела размер 10 на 10 первичных ячеек.

На примере одной из частичных карт методом ручной и машинной обработки подробно рассмотрена процедура определения степени порядка соседства по исходной карте и той же карте, повернутой на 90 градусов. Отмечено, что порядок соседства по строкам и столбцам при той и другой обработке имеет скачкообразный характер, обусловленный дискретностью исследуемой структуры. Показано, что точность ручной обработки составляет около 14 %, а точность машинной – около 3 %, то есть точность машинной обработки превышает таковую при ручной обработке в пять раз.

На основе обработки всех четырех частичных карт показано, что порядок соседства при ручной обработке превышает порядок соседства при машинной обработке в 1.3 раза.

По величине отклонения порядка соседства по каждой из частичных карт от среднего значения введен в рассмотрение параметр однородности карты в целом, определяемый таким отклонением в процентах.

Выявлена анизотропия порядка соседства, состоящая в различии значений порядка по строкам и по столбцам той же карты. Введен в рассмотрение параметр анизотропии, определяемый разностью между единицей и отношением порядков соседства по строкам и по столбцам, так что в отсутствие анизотропии этот параметр равен нулю, а при наличии анизотропии тем сильнее приближается к единице, чем анизотропия больше. Отмечен сильный разброс значений параметра анизотропии в пределах четырех частичных карт, на основе чего введен в рассмотрение параметр однородности карты, состоящий в выраженной в процентах величине отклонения параметра анизотропии от среднего значения по карте в целом.

Установлено, что параметр анизотропии по сравнению с параметром порядка соседства дает более чувствительный инструмент для определения однородности карты в целом по материалам четырех частичных карт вторичной дискретизации первого уровня.

С использованием той же методики, что для каждой частичной карты, рассмотрен порядок соседства по полной карте в целом без проведения вторичной дискретизации. Установлено, что порядок соседства при ручной обработке превышает подобную величину при машинной обработке в 1.33 раза с точностью 0.8 %, что согласуется с аналогичным результатом, полученным при рассмотрении частичных карт. Рассмотрена анизотропия порядка соседства по полной карте. Показано, что различие значения этого параметра при ручной и машинной обработке достигает пяти раз, причем точность машинной обработки по частичным картам и по полной карте составляет 10 %, то есть применение машинной обработки по сравнению с ручной обеспечивает более точные результаты,

Приведены некоторые рекомендации для возможного развития работы. В числе важнейших отмечена вариация параметров ячейки первичной дискретизации, рассмотрение вторичной дискретизации более высоких уровней, необходимость разработки машинного алгоритма определения порядка соседства, выявление причины и механизма превышения порядка

соседства при ручной обработке над таким же порядком при машинной обработке, сопоставление определения однородности карты по порядку соседства с определением по степени упорядочения слоев графена в отдельных ячейках первичной дискретизации, исследование степени однородности по нескольким картам одного образца, а также по нескольким образцам, в том числе из различных месторождений с последующим сопоставлением с электрической проводимостью образцов с целью выбора оптимальных условий для технических применений.

Финансирование: Исследование выполнено в рамках госзадания ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина» № 075-03-2024-162 по теме «Влияние структуры на статические и динамические электропроводящие свойства разупорядоченного углерода», а также в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Литература

1. Соколов В.А., Калинин Ю.К., Дюккиев Е.Ф. (ред.). Шунгиты – новое углеродистое сырье. Петрозаводск: Карелия. 1984.
2. Melezhik V.A., Filippov M.M., Romashkin A.E. A giant paleoproterozoic deposit of shungite in NW Russia. // Ore Geology Reviews. 2004. V.24. P.135-154.
3. Филиппов М.М., Медведев П.П., Ромашкин А.Е. О природе шунгитов Южной Карелии. // Литология и полезные ископаемые. 1998. №3. С.323-332.
4. Ковалевский В.В. Структура углеродного вещества и генезис шунгитовых пород. // Диссертация на соискание ученой степени доктора геолого-минералогических наук. Петрозаводск. 2007.
5. Мошников И.А., Ковалевский В.В., Лазарева Т.Н., Петров А.В. Использование шунгитовых пород в создании радиоэкранирующих композиционных материалов. // Материалы совещания «Геодинамика, магматизм, седиментогенез и минерогения северо-запада России. Петрозаводск: Институт геологии КарНЦ РАН. 2007. С.272-274.

6. Лыньков Л.М., Махмуд М.Ш., Криштопова Е.А. Экраны электромагнитного излучения на основе порошкообразного шунгита. // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. Новополоцк: ПГУ. 2012. №4. С.103-108.
7. Лыньков Л.М., Борботько Т.В., Криштопова Е.А. Радиопоглощающие свойства никельсодержащего порошкообразного шунгита. // ПЖТФ. 2009. Т.35. №9. С.44-48.
8. Лыньков Л.М., Борботько Т.В., Криштопова Е.А. Микроволновые и оптические свойства многофункциональных экранов электромагнитного излучения на основе порошкообразного шунгита. // Сборник трудов. 4-й международной конференции «Современные методы и технологии создания и обработки материалов». Беларусь. Минск. 2009. С.23-25.
9. Emelyanov S.G., Kuzmenko A.P., Rodionov V.V., Dobromyslov M.B. Mechanisms of microwave absorption in carbon compounds from shungite. // Journal of Nano- and Electronic Physics. 2013. V.5. №4. P.04023-1 04023-3.
10. Kuzmenko A.P., Rodionov V.V., Emelyanov S.G., Chervyakov L.M., Dobromyslov M.B. Microwave properties of carbon nanotubes grown by pyrolysis of ethanol on nickel catalyst. // Journal of Nano- and Electronic Physics. 2014. V.6. №3. P.03037-1 03037-2.
11. Бойправ О.В., Айад Х.А.Э., Лыньков Л.М. Радиоэкранирующие свойства никельсодержащего активированного угля. // ПЖТФ. 2019. Т.45. №12. С.52-54. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2019.12.47921.17225>
12. Савенков Г.Г., Морозов В.А., Украинцева Т.В., Кац В.М., Зегря Г.Г., Илюшин М.А. Влияние добавок шунгита на электрический пробой перхлората аммония. // ПЖТФ. 2019. Т.45. №19. С.44-46. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2019.19.48318.17847>
13. Голубев Е.А., Антонец И.В., Щеглов В.И. Модельные представления микроструктуры, электропроводящих и СВЧ-свойств шунгитов. Сыктывкар: Изд.СыктГУ. 2017.

14. Golubev Ye.A., Antonets I.V., Shcheglov V.I. Static and dynamic conductivity of nanostructured carbonaceous shungite geomaterials. // *Materials Chemistry and Physics*. 2019. V. 226. №3. P.195-203.
15. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамическая проводимость графеносодержащего шунгита в диапазоне сверхвысоких частот. // *ПЖТФ*. 2018. Т.44. №9. С.12-18.
<https://doi.org/10.21883/PJTF.2018.09.46060.16883>
16. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Исследование проводимости графеносодержащего шунгита волноводным методом. // *Сборник трудов Международного симпозиума «Перспективные материалы и технологии»*. Витебск: Беларусь. 2017. С.6-9.
17. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамическая проводимость графеносодержащего шунгита в диапазоне сверхвысоких частот. // *Сборник трудов XXV Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы»*. М.: НИУ МЭИ. 2017. С.135-147.
18. Морозов С.В., Новоселов К.С., Гейм А.К. Электронный транспорт в графене. // *УФН*. 2008. Т.178. №7. С.776-780. <https://doi.org/10.3367/UFNr.01788.2000807i8.0776>
19. Hill E.W., Geim A.K., Novoselov K., Schedin F., Blake P. Graphene spin valve devices. // *IEEE Trans. Magn.* 2006. V.42. №10. P.2694-2696.
20. Castro Neto A.H., Guinea F., Peres N.M.R., Novoselov K.S., Geim A.K. The electronic properties of graphene. *Rev.Mod.Phys.* 2009. V.81. №1. P.109-162(54).
21. Шека Е.Ф., Голубев Е.А. О техническом графене – восстановленном оксиде графена – и его природном аналоге – шунгите. // *ЖТФ*. 2016. Т.86. №7. С.74-80.
22. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Представление удельной проводимости графеносодержащего шунгита на основе модели трубок тока. // *Журнал радиоэлектроники*. 2020. №3.
<https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.3.7>

23. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Применение метода блочной дискретизации для анализа электрической проводимости графеносодержащего шунгита. // Журнал радиоэлектроники. 2021. №3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.3.3>
24. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Определение электрической проводимости графеносодержащего шунгита с использованием высокоразрешающей растровой электронной микроскопии. // Журнал радиоэлектроники. 2021. №3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.3.9>
25. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Применение метода декомпозиции для расчета проводимости шунгита на основе электронно-микроскопических карт распределения углерода. // Журнал радиоэлектроники. 2021. №3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.3.13>
26. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Применение метода независимых каналов для определения электрической проводимости графеносодержащего шунгита. // Журнал радиоэлектроники. 2021. №7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.7.6>
27. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние структуры углеродной составляющей графеносодержащего шунгита на его электрическую проводимость. // Журнал радиоэлектроники. 2021. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.8.18>
28. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Применение метода тринарной дискретизации для анализа структурного распределения углерода в графеносодержащем шунгите. // Журнал радиоэлектроники. 2023. №11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.11.17>.
29. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Исследование структурных и электрических свойств графеносодержащего шунгита по данным электросиловой спектроскопии. Часть 1. Концентрация углерода. // Журнал радиоэлектроники, 2018. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.8.5>

30. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Исследование структурных и электрических свойств графеносодержащего шунгита по данным электросиловой спектроскопии. Часть 2. Дискретность структуры. // Журнал радиоэлектроники, 2018. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.8.6>
31. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Исследование структурных и электрических свойств графеносодержащего шунгита по данным электросиловой спектроскопии. Часть 3. Удельная проводимость. // Журнал радиоэлектроники, 2018. №9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.9.1>
32. Антонец И.В., Голубев Е.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Применение метода трехуровневой дискретизации для анализа связи между структурой и удельной проводимостью графеносодержащего шунгита. // Журнал радиоэлектроники. 2023. №11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.11.18>
33. Antonets I.V., Golubev Ye.A., Shcheglov V.I. The effect of structure on the conductivity of disordered carbon (the case of graphene-containing shungite). // Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures. 2023. V.31. №10. P.961-970. <https://doi.org/10.1080/1536383X.2023.2226273>
34. Antonets I.V., Golubev Ye.A., Shcheglov V.I. Application of the trinary discretization method for the structural analysis of natural disordered sp² carbon. // Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures. 2024. V.32. №3. P.246-253. <https://doi.org/10.1080/1536383X.2023.2273416>
35. Антонец И.В., Устюгов В.А., Щеглов В.И. Алгоритмизация исследования структуры графеносодержащего шунгита по данным растровой электронной микроскопии. // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.13>

Для цитирования:

Антонец И.В., Устюгов В.А., Щеглов В.И. Применение метода вторичной дискретизации для анализа структуры графеносодержащего шунгита по данным растровой электронной микроскопии. // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.8.10>

