

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.8.14>

УДК: 537.87

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИМПЕДАНСНОГО РАССЕЙВАТЕЛЯ

К.В. Музалевский, С. И. Полукеев

**Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского РАН
- обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО РАН
660036, Красноярск, ул. Академгородок, 50 стр. 38**

Статья поступила в редакцию 17 июня 2025 г.

Аннотация. В данной работе на основе метода дискретных источников (МДИ) предложен алгоритм локализации цилиндрического рассеивателя, заполненного средой с комплексной диэлектрической проницаемостью (КДП), меняющейся в широком диапазоне значений. Среда возбуждалась монохроматической нитью электрического тока, ориентированной соосно цилиндрическому рассеивателю. Прямая задача решалась методом МДИ с импедансными граничными условиями на поверхности цилиндра. Метод решения обратной задачи основан на нахождении амплитуд вспомогательных дискретных источников (ДИ), поля которых представлялись в виде функции Грина задачи (функция Ханкеля и Бесселя нулевого порядка). Комплексные амплитуды ДИ находились из граничных условий сшивания тангенциальных компонент электромагнитного поля в воздушной среде на пространственной кривой наблюдения поля, рассеянного цилиндром. Окончательно найденные амплитуды ДИ использовались для численно-аналитического продолжения волновых полей с кривой наблюдения, рассеянного поля, в окружающее пространство. Показано, что предложенный метод позволяет уверенно локализовать цилиндрические

объекты, поверхностный импеданс которых меняется в широком диапазоне значений. При этом существенным является расстояние наблюдения поля от локализованных цилиндров, которое не должно превышать 3-5 длин волн падающего поля.

Ключевые слова: подповерхностная радиолокация, метод дискретных источников, дифракция.

Финансирование: Работа выполнена в рамках научной тематики Госзадания ИФ СО РАН.

Автор для переписки: Музалевский Константин Викторович,
rsdkm@ksc.krasn.ru

Введение

В последние десятилетия метод дискретных источников (МДИ) нашел широкое применение в решении задач электродинамики [1-3]. Вместе с тем, МДИ с успехом может применяться и для решения обратных задач электродинамики для визуализации рассеивателей и локализации сингулярностей поля в источниках излучения [4]. Встречается два вида алгоритмов инверсии построенных на МДИ. Наиболее распространенным видом алгоритмов инверсии на основе МДИ является метод продолжения волновых полей с некоторой кривой наблюдения рассеянного поля в окружающее пространство [5-7]. Вторая разновидность алгоритмов основана на решении задачи оптимизации по нахождению амплитуд дискретных источников (ДИ) и их координат расположения по наблюдению рассеянного поля на какой-либо кривой в пространстве [8].

В работах [5, 6] на основе первой разновидности алгоритмов предложен метод визуализации источников поля, рассеянного идеально проводящим цилиндром. Рассеянное цилиндром поле наблюдалось на кривой выбранной в виде сектора круга. На данном секторе круга ставились граничные условия, в виде непрерывности тангенциальных компонент электрического поля,

а реконструкция полей осуществлялась МДИ. Амплитуды ДИ, поля которых описывались в виде функций Ханкеля нулевого порядка, находились из граничных условий, сформулированных для этого сектора круга. Показано, что в случае идеально проводящего цилиндра, возбуждаемого нитевидным источником, внутри цилиндра могут быть локализованы две сингулярности рассеянного цилиндром поля. Утверждается, что применение метода МДИ для расчета рассеянного поля наиболее оптимально (существенно уменьшается число ДИ), при размещении ДИ в точках найденных сингулярностей [6]. В работе [7] на основе аналогичного подхода предложена методика реконструирования границ двумерных диэлектрических тел произвольного сечения. Близкий подход изложен в [9, гл. 7], где методика продолжения волновых полей использовалась для нахождения точек выполнения граничных условий (нулевое полное поле) на идеально проводящем цилиндре.

В работе [8] МДИ использовался для локализации дефектов в гофрированной прямоугольной кремневой решетке на основе второй разновидности алгоритмов. Суть метода заключалась в решении задачи оптимизации по нахождению амплитуд и координат положения ДИ в реконструируемой области по наблюдению на произвольной кривой рассеянного решеткой поля в дальней зоне (двумерный случай). При этом на данной кривой ставились граничные непрерывности тангенциальных компонент электрического поля, а для моделирования полей ДИ использовалась функция Ханкеля второго рода нулевого порядка [8]. Авторы отмечают очень большую вычислительную сложность нелинейных задач оптимизации в предложенном методе.

В данной работе предложена разновидность алгоритмов инверсии с использованием МДИ, основанных на численно-аналитическом продолжении волнового с некоторой вспомогательной кривой, на которой наблюдается рассеянное поле в свободном пространстве. В отличие от существующих подходов граничные условия на вспомогательной кривой наблюдения рассеянного поля сформулированы не только для сшивания тангенциальных

компонент электрического поля, но и тангенциальных компонент магнитного поля. Данный подход позволяет корректно разделить граничную задачу на внутреннюю и внешнюю используя для описания полей ДИ функции Ханкеля нулевого рода (внешняя краевая задача) и Бесселя нулевого порядка для представления поля внутри реконструируемой области. Применимость данной системы, состоящей из двух видов функций для решения прямой задачи, была показана в работе [10].

1. Постановка задачи

В большинстве приложений подповерхностное зондирование локализованных объектов осуществляется со стороны воздушного полупространства, а возможность обхватить объект со всех сторон точками наблюдения дифракционного поля (например, как в [2]) отсутствует. В данной работе для наблюдения, рассеянного поля выбрана кривая в виде полуокружности радиуса r_{rec} , центр которой совпадает с началом координат (см. рис. 1).

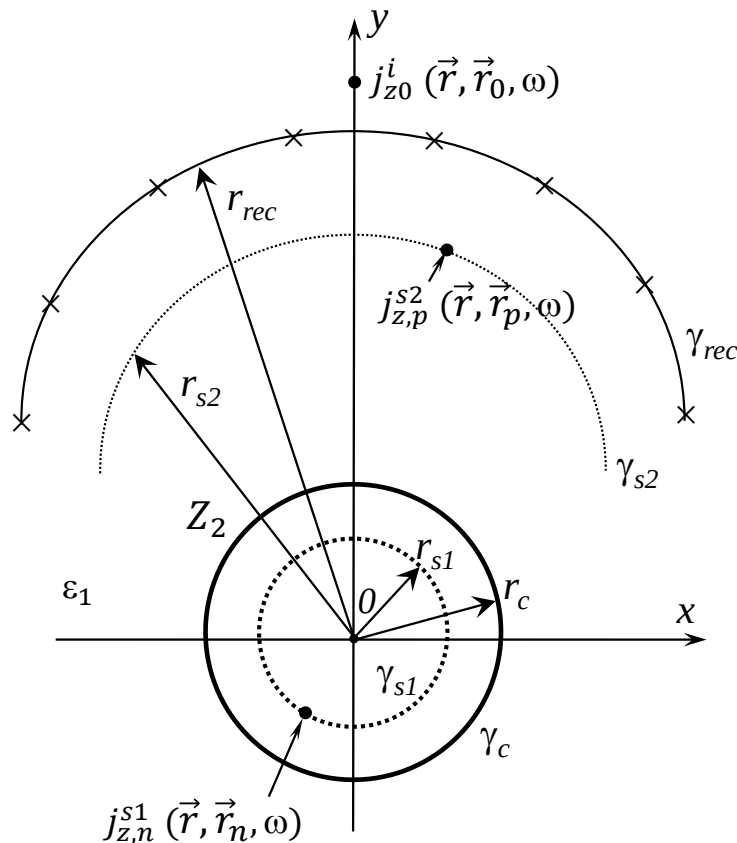


Рис. 1. Геометрия задачи.

Для простоты в качестве локализованного объекта выберем импедансный круговой цилиндр радиуса r_c , который расположен в однородном диэлектрическом пространстве с относительной комплексной диэлектрической проницаемостью (КДП) ε_1 . Ось цилиндра проходит через начало декартовой системы координат в направлении оси Oz . Относительный поверхностный импеданс цилиндра задавался равным $Z_2 = 1/\sqrt{\varepsilon_2(\omega)}$. Пространство возбуждается точечным монохроматическим источником электрического тока с объемной плотностью $\vec{j}_z^i(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = I_0(\omega)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)\vec{e}_z$, где $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ – дельта функция Дирака, $\vec{r}(x, y)$ и $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$ – радиус вектор произвольной точки пространства и расположения источника, $I_0(\omega)$ – спектральная амплитуда тока, $\vec{e}_z$ – единичный орт в направлении оси Oz . Необходимо по рассеянному цилиндром полю, наблюдаемому на полуокружности γ_{rec} (см. рис. 1) решить обратную задачу – пространственной локализации цилиндра.

2. Методика решения прямой и обратной задачи на основе МДИ

Прямая и обратная задачи решались методом МДИ. Прямая задача решалась классическим МДИ, в котором поле рассеянное цилиндром строиться в виде суперпозиции полей от N вспомогательных ДИ тока $\vec{j}_z^{s1}(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega) = I_n^{s1}(\omega)\delta(\vec{r} - \vec{r}_n)\vec{e}_z$ той же природы, что и стороннего тока $\vec{j}_z^i$. Здесь $\vec{r}_n = (x_n, y_n)$ и $I_n^{s1}(\omega)$ – радиус вектор точки и спектральные амплитуды тока n -ого ДИ, $n = 1, \dots, N$. В рассматриваемом случае двумерной задачи напряженности электрического и магнитного полей $(\vec{E}, \vec{H})$ возбуждаемые током n -ого ДИ в свободном пространстве могут быть представлены в виде скалярной компоненты электродинамического потенциала электрических токов в виде $A_z^{s1}(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega) = I_n^{s1}(\omega) \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_1 |\vec{r} - \vec{r}_n|)$, где i – мнимая единица, $H_0^{(1)}$ – функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, $k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_1(\omega)}$, $k_0 = \omega/c$ – волновое число свободного пространства, $|\vec{r} - \vec{r}_n| = \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2}$. В данной работе временная зависимость спектральных амплитуд полей и токов предполагалась в виде $e^{-i\omega t}$. В соответствии с классическим МДИ, ДИ размещались на

вспомогательной окружности радиусом $r_{s1} = K r_c$, где $K < 1$ – коэффициент подобия. Комплексные амплитуды ДИ $I_n^{s1}(\omega)$ определялись из системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), полученной при сшивании тангенциальных составляющих спектральных амплитуд напряженностей полного электромагнитного поля на границе γ_c импедансного цилиндра в M точках коллокаций $\vec{v}_{\gamma_c} \times \vec{E} \Big|_{\gamma_c} = Z_2 Z_0 \vec{v}_{\gamma_c} \times (\vec{v}_{\gamma_c} \times \vec{H}) \Big|_{\gamma_c}$:

$$i\omega\mu_0 [A_z^{inc}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + A_z^{s1}(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega)] \Big|_{\gamma_c} = -Z_2 Z_0 \frac{\partial}{\partial \vec{v}_{\gamma_c}} [A_z^{inc}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + A_z^{s1}(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega)] \Big|_{\gamma_c}, \quad (1)$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \approx 120\pi$ Ом – импеданс свободного пространства для плоской электромагнитной волны, $\mu_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ Ом·с/м – магнитная проницаемость вакуума, $\frac{\partial}{\partial \vec{v}_{\gamma_c}}$ – производная по направлению внешней нормали $\vec{v}_{\gamma_c}(x, y)$

к направляющей цилиндра γ_c ; $A_z^{inc}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = I_0(\omega) \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_1 R_0)$ – электродинамический потенциал стороннего источника тока, $A_z^{s1}(\omega, \vec{r}) = \frac{i}{4} \sum_{n=1}^N I_n^{s1}(\omega) H_0^{(1)}(k_1 \vec{r}, \vec{r}_n)$ – электродинамический потенциал ДИ расположенных на окружности γ_{s1} . Далее компоненты электромагнитного поля вычислялись на основе формул:

$$E_z = i\omega\mu_0 A_z(\vec{r}, \omega), H_x = \frac{\partial}{\partial y} A_z(\vec{r}, \omega), H_y = -\frac{\partial}{\partial x} A_z(\vec{r}, \omega). \quad (2)$$

Решение обратной задачи основано на методики продолжения волновых полей в сторону рассеивателя от точек наблюдения поля [5, 6]. Дифракционное поле будем наблюдать на кривой в виде полуокружности γ_{rec} . Для продолжения дифракционного поля с кривой γ_{rec} в пространство $r < r_{rec}$ в отличие от существующих подходов, будем использовать как было показано в [10], систему функций Бесселя $J_0(k_1 \vec{r}, \vec{r}_p)$ и $H_0^{(1)}(k_1 \vec{r}, \vec{r}_p)$, где $p = 1, \dots, N$ – индекс ДИ. Разместим данную группу ДИ на полуокружности окружности $r_{s2} = K r_{rec}$ в одних и тех же точках. В соответствии с МДИ электродинамический потенциал данных ДИ запишем в виде:

$$\begin{cases} A_z^{s2}(\omega, \vec{r}) = \frac{i}{4} \sum_{p=1}^P I_{p1}^{s2}(\omega) H_0^{(1)}(k_1 \vec{r}, \vec{r}_p), r > r_{rec} \\ A_z^{s2}(\omega, \vec{r}) = \frac{i}{4} \sum_{p=1}^P I_{p2}^{s2}(\omega) J_0(k_1 \vec{r}, \vec{r}_p), r \leq r_{rec} \end{cases} \quad (3)$$

Амплитуды ДИ $I_{p1,2}^{s2}(\omega)$ найдем из СЛАУ при удовлетворении граничным условиям «сшивания» тангенциальных компонент полного электромагнитного поля (рассеянное поле цилиндра и поле ДИ на γ_{s2}) в M точках коллокаций ($M = 2N$) на полуокружности γ_{rec} (см. рис. 1, крестики):

$$\begin{aligned} [A_z^{s1}(\omega, \vec{r}, \vec{r}_n) + A_z^{s2}(\omega, \vec{r}, \vec{r}_p)]|_{r=r_{rec}+0} &= [A_z^{s1}(\omega, \vec{r}, \vec{r}_n) + A_z^{s2}(\omega, \vec{r}, \vec{r}_p)]|_{r=r_{rec}-0} \\ \frac{\partial}{\partial \vec{v}_{\gamma_{rec}}} [A_z^{s1}(\omega, \vec{r}, \vec{r}_n) + A_z^{s2}(\omega, \vec{r}, \vec{r}_p)]|_{r=r_{rec}+0} &= \frac{\partial}{\partial \vec{v}_{\gamma_{rec}}} [A_z^{s1}(\omega, \vec{r}, \vec{r}_n) + A_z^{s2}(\omega, \vec{r}, \vec{r}_p)]|_{r=r_{rec}-0}, \end{aligned} \quad (4)$$

здесь $\frac{\partial}{\partial \vec{v}_{\gamma_{rec}}}$ – производная по направлению внешней нормали $\vec{v}_{\gamma_{rec}}(x, y)$ к полуокружности γ_{rec} . В результате на основе найденных амплитуд ДИ $I_{p1,2}^{s2}(\omega)$ и формул (3) и (2) может быть вычислено (продолжено) поле с границы γ_{rec} в любую точку пространства включая область локализованного объекта.

3. Результаты численного эксперимента

Проверим точность расчета рассеянного поля в частном случае идеально проводящего цилиндра, для которого хорошо известно классическое решение [11] в свободном пространстве $\varepsilon_1 = 1$. Для этого случая положим $\varepsilon_2(\omega) \equiv 50i$ в (1). Результаты сопоставления значений модулей электродинамического потенциала рассчитанных на основе МДИ и классического аналитического решения [11] продемонстрированы на рис. 2. При расчете МДИ коэффициент подобия задавался равным $K = 0,7$, число точек коллокаций и ДИ задавалось равным 90. Из данных представленных на рис. 2 видно хорошее согласие между МДИ и классическим аналитическим решением. Для дальнейших расчетов прямой задачи будем использовать МДИ. Отметим, что в данном случае МДИ не имеет каких-либо преимуществ перед аналитическим решением и лишь является авторским выбором.

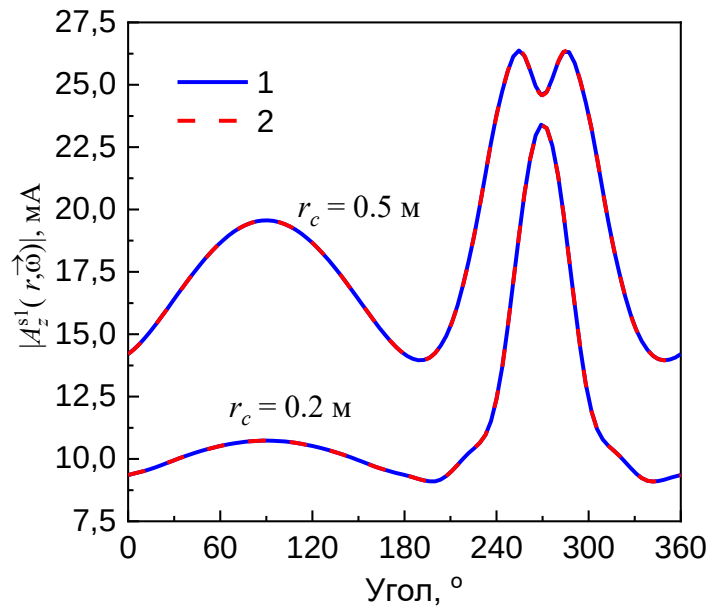


Рис. 2. Значения модулей электродинамического потенциала, рассчитанные, методом МДИ (1) и (2) на основе аналитической решения [11]. Частота монохроматического стороннего нитевидного источника тока задавалась равной 1 ГГц. Радиус цилиндра задавался равным $r_c = 0,2$ м и $r_c = 0,5$ м. Источник тока располагался в точке с координатой (0.0 м, 1.0 м). Поле рассчитывалось вокруг цилиндра на расстоянии $r = 2$ м от начала координат.

Рассчитаем дифракционное поле на полуокружности γ_{rec} для трех импедансных цилиндров, заполненных диэлектриком с КДП: $\varepsilon_2 \equiv 50i$ («идеально проводящий»), $\varepsilon_2 \equiv 81,8 + 21,1i$ (пресная вода при температуре 20°C) и $\varepsilon_2 \equiv 5,9 + 3,7i$ (мерзлая почва при температуре -10°C). КДП пресной воды и мерзлой почвы рассчитывалось на основе диэлектрических моделей [12], [13]. В соответствии с предложенной методикой рассчитаем амплитуды ДИ расположенных на вспомогательной полуокружности γ_{s2} и затем продолжим волновые поля с кривой γ_{rec} в окружающее пространство, ограниченное квадратом со сторонами 0,8 м (центр квадрата совмещен с началом координат). Пусть радиус $r_{rec} = 5r_c$, коэффициент подобия для размещения ДИ зададим равный 0,7. Количество ДИ и точек коллокаций выберем равным 80 и 160, соответственно. Монохроматический нитевидный источник тока разместим в точке с координатами ($x_0 = 0, y_0 = 2r_c$).

Из данных представленных на рис. 3 видно хорошо идентифицируемые положения цилиндров, а контур максимума поля хорошо согласуется с

физическим размером цилиндров (штриховая линия). По мере замены материала цилиндра с уменьшающейся КДП от «идеально проводящего» (см. рис. 3а) до заполненного пресной водой (см. рис. 3б) и мерзлой почвой (см. рис. 3с) максимум амплитуды (соответствующей центру положения цилиндра) уменьшается примерно в 1,5 раза.

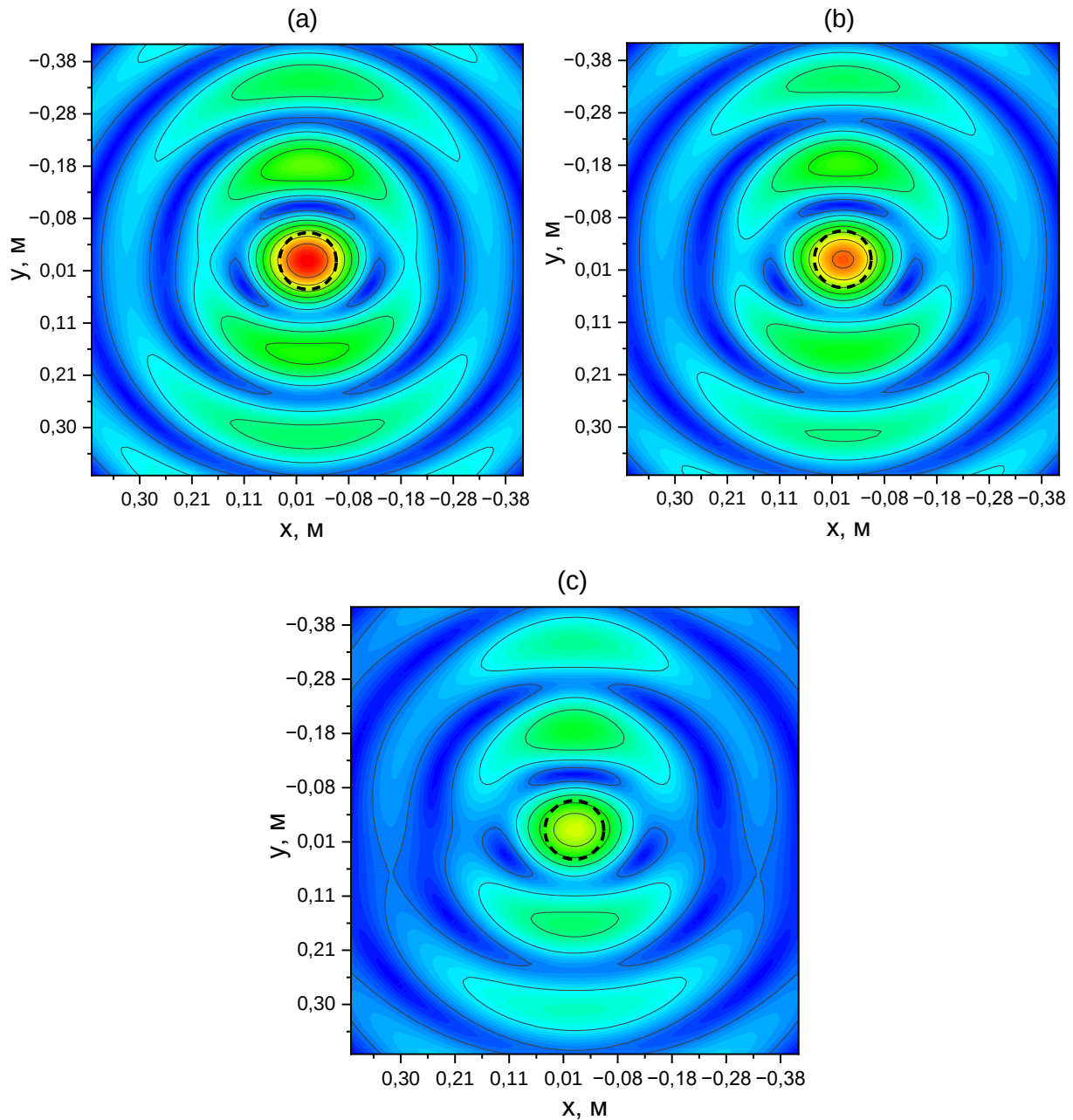


Рис. 3. Модуль амплитуды электродинамического потенциала $|A_z^{s2}(\vec{r})|$ для цилиндров с различным заполнением КДП ϵ_2 : а) $50i$ («идеально проводящий»), б) $81,8+21,1i$ (пресная вода при температуре 20°C) и с) $5,9+3,7i$ (мерзлая почва при температуре -10°C). Величины $|A_z^{s2}(\vec{r})|$ нормировались на максимальное значение $|A_z^{s2}(\vec{r})|$, соответствующее случаю а). Частота расчета 1 ГГц.

Максимумы $|A_z^{s2}(\vec{r})|$, соответствующие центру цилиндров превосходят величины максимумов расходящихся цилиндрических волновых полей (кольцевые картины вокруг цилиндров) примерно в 2 раза в случае «идеально проводящего» цилиндра и в 1,5 раза в случае цилиндра, заполненного мерзлой почвой. Что указывает на возможность однозначной локализации цилиндров.

Далее рассмотрим случай продолжения волновых полей при расположении полуокружности γ_{rec} на различных расстояниях от начала координат в случае «идеально проводящего» цилиндра (см. рис. 4). С этой целью радиус r_{rec} полуокружности γ_{rec} (см. рис. 1) увеличивался с 2 до 15 радиусов цилиндра r_c . При этом нитевидный источник сместим в точку $(x_0 = 0, y_0 = 2\text{ м})$ – приближение плоской падающей волны, а центр цилиндра сместим на величину его радиуса в положительном направлении оси Ox .

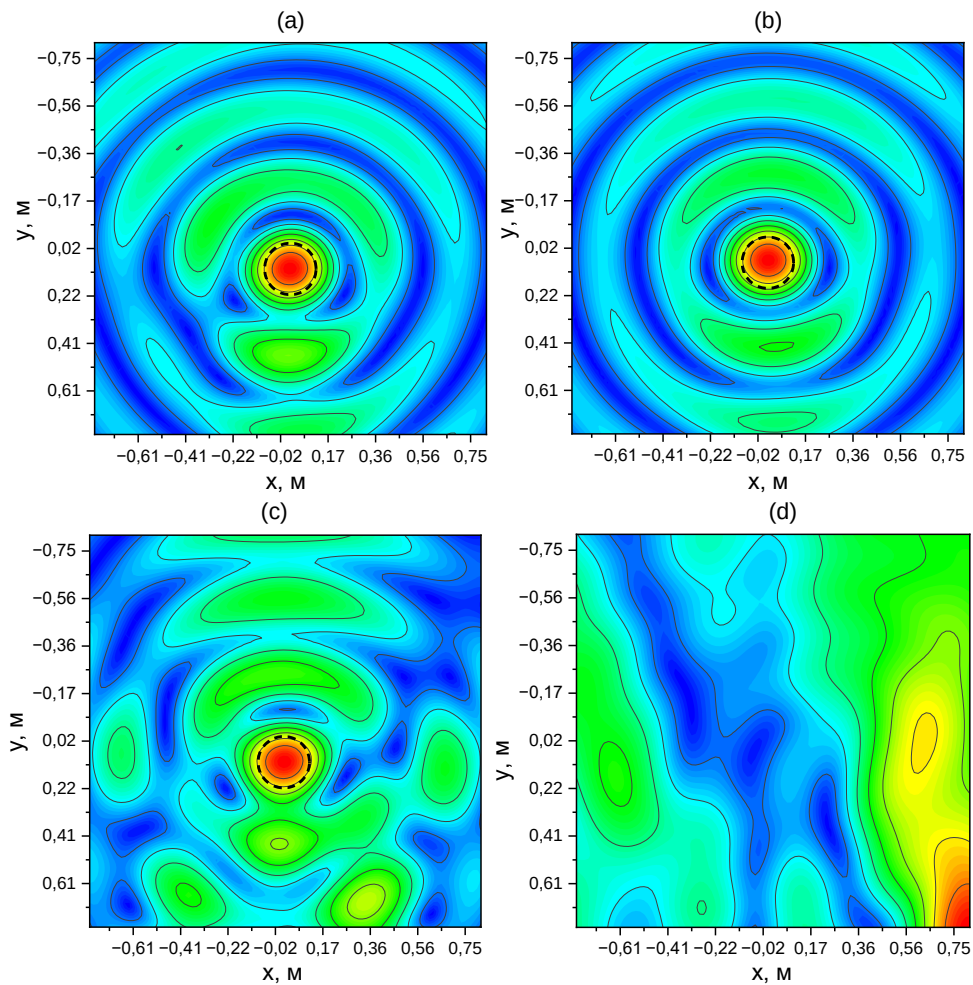


Рис. 4. Модуль амплитуды электродинамического потенциала $|A_z^{s2}(\vec{r})|$ для цилиндра заполненного КДП $\epsilon_2 = 50i$, в зависимости от радиуса r_{rec} полуокружности γ_{rec} : а) $r_{rec} = 2r_c$, б) $r_{rec} = 4r_c$, в) $r_{rec} = 8r_c$, д) $r_{rec} = 15r_c$.

Видно, что по мере удаления точек регистрации рассеянного поля от поверхности цилиндра цилиндрическая волновая картина разрушается появлением интерференционных максимумов и минимумов. С одной стороны, по-видимому, при малых радиусах r_{rec} (3-5 длин волн) существенное значение при решении обратной задачи имеет регистрация комплексных амплитуд рассеянного цилиндром поля в ближней зоне (поля которых несут в себе всю полноту информации о рассеивателе). С другой стороны в дальней зоне, поле, рассеянное цилиндром на расстояниях больших, чем (3-5 длин волн), испытывает влияние краевых эффектов на концах полуокружности γ_{rec} , где в большей степени имеет место погрешность в выполнении граничных условий сшивании тангенциальных компонент электромагнитного поля, что еще в большей степени искажает картину реконструкции поля в области рассеивателя. На расстоянии больших, чем 15 радиусов цилиндра r_c (5 длин волн), метод расходится (см. рис. 4d). При этом на расстояниях менее $8 r_c$ волновая картина позволяет с одинаковой точностью идентифицировать локализованный объект (см. рис. 4a-4c).

В качестве последнего примера рассмотрим смещенное расположение цилиндров, которое нарушает симметрию решения обратной задачи в реконструкции волновых полей. Цилиндр заполним пресной водой. Радиус полуокружности γ_{rec} зададим равной $r_{rec} = 8 r_c$. Результаты решения обратной задачи продемонстрированы на рис. 5. Видно, что при несимметричном расположении цилиндров относительно центра полуокружности γ_{rec} появляются дополнительные интерференционные максимумы и минимумы, нарушая цилиндрическую волновую картину особенно вблизи цилиндра. Данный факт является дополнительным свидетельством, высказанным выше, о влиянии погрешности (краевых эффектах) в выполнении граничных условий на кривой γ_{rec} . Вместе с тем, появление интерференционной картины вблизи цилиндра все же позволяет уверенно идентифицировать и локализовать цилиндр. Отметим, что как в случаях представленных на рис. 4, так и на рис. 5, увеличение числа ДИ до 160 и соответствующего точек коллокаций не приводит к увеличению

точности расчета поля (лучше 2 знака после запятой), а картины продолженного поля визуально не меняются.

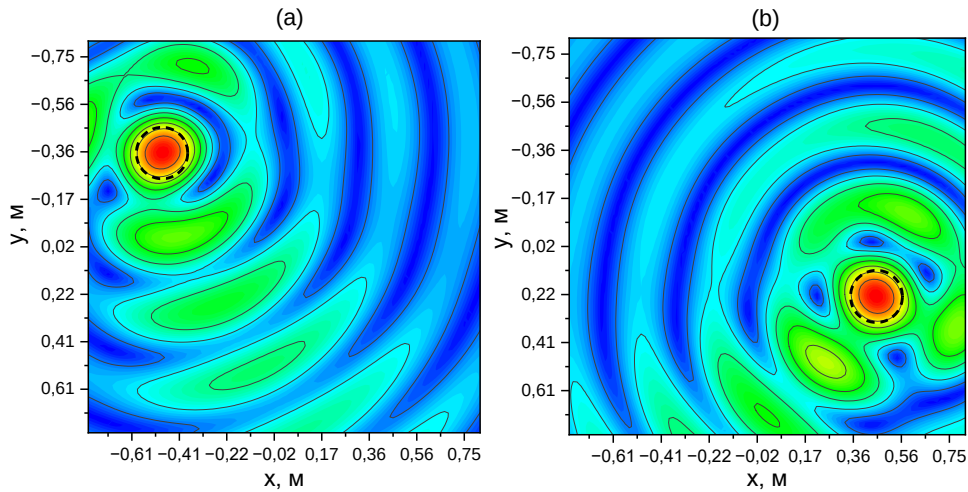


Рис. 5. Модуль амплитуды электродинамического потенциала $A_z^{s2}(\vec{r})$ для цилиндра, заполненного пресной водой КДП $81,8+21,1i$, центр которого расположен в точке: а) $(-0,5 \text{ м}, -0,3 \text{ м})$, б) $(0,4 \text{ м}, 0,25 \text{ м})$.

Заключение

В данной работе предложен метод реконструирования (продолжения) волнового поля, рассеянного цилиндром и наблюдаемого на некоторой пространственной кривой, в окружающее пространство. Предложенный метод основан на поиске амплитуд вспомогательных дискретных источников из граничных условий сшивания тангенциальных компонент электромагнитного поля в воздушной среде на пространственной кривой наблюдения поля, рассеянного цилиндром. Поля дискретных источников описывались с использованием функций Грина задачи. Показано, что предложенный метод позволяет локализовать цилиндрические объекты, импеданс которых меняется в широком диапазоне значений. При этом существенным является расстояние наблюдения поля от локализованных цилиндров, которое не должно превышать 3-5 длин волн. Предложенный метод может быть использован для локализации подповерхностных цилиндров при использовании, соответствующих функций Грина задачи для слоистых сред.

Финансирование: Работа выполнена в рамках научной тематики Госзадания ИФ СО РАН.

Литература

1. Iatropoulos V.G., Anastasiadou M.T., Anastassiu H.T. Electromagnetic scattering from surfaces with curved wedges using the method of auxiliary sources (MAS) // Applied Sciences. – 2020. – Vol. 10. – № 7. – С. 2309.
2. Tabatadze V., Karaçuha K., Zaridze R. Electromagnetic Scattering from 2-D Conducting Objects of Arbitrary Smooth Shape: Complete Mathematical Formulation of the Method of Auxiliary Sources for E-Polarized Case // Progress In Electromagnetics Research M. – 2022. – Vol. 114.–P. 117-125.
3. Kouroublakis M., Tsitsas N.L., Fikioris G. Shielding effectiveness of ideal monolayer graphene in cylindrical configurations with the method of auxiliary sources // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. – 2022. – Vol. 64. – № 4. – P. 1042-1051.
4. Papakanellos P.J., Tsitsas N.L., Anastassiu H.T. The Method of Auxiliary Sources (MAS) in Computational Electromagnetics: A Comprehensive Review of Advancements over the Past Two Decades // Electronics. – 2024. – Vol. 13. – № 17. – P. 3520.
5. Zaridze R. et al. The method of auxiliary sources (MAS)–Solution of propagation, diffraction and inverse problems using MAS // Applied Computational Electromagnetics: State of the Art and Future Trends. – 2000. – P. 33-45.
6. Zaridze R. et al. Wave field singularity aspects in large-size scatterers and inverse problems // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2002. – Vol. 50. – № 1. – P. 50-58.
7. Tabatadze V., Karaçuha K., Karaçuha E. Body shape and complex permittivity determination using the method of auxiliary sources // Progress In Electromagnetics Research M. – 2019. – Vol. 87. – P. 115-125.
8. Karamehmedović M. et al. Application of the method of auxiliary sources to a defect-detection inverse problem of optical diffraction microscopy // Journal of the European Optical Society-Rapid Publications. – 2010. – Vol. 5. – P. 10021.
9. Митра Р. Вычислительные методы в электродинамике. М.: Издательство Мир, 1977.–485 p.

10. Музалевский К.В. Метод дискретных источников для задачи подповерхностного радиозондирования сверхширокополосными импульсами двумерных диэлектрических тел // Радиотехника и электроника. – 2024. – Т. 69. – № 11. – С. 1039-1052.
11. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Энергия, 1967. – 376 с.
12. Stogryn A. Equations for calculating the dielectric constant of saline water (correspondence) // IEEE transactions on microwave theory and Techniques. – 1971. – Vol. 19. – № 8. – P. 733-736.
13. Mironov V.L. et al. A dielectric model of thawed and frozen Arctic soils considering frequency, temperature, texture and dry density // International journal of remote sensing. – 2020. – Vol. 41. – № 10. – P. 3845-3865.

Для цитирования:

Музалевский К.В., Полукеев С.И. Применение метода дискретных источников в обратной задаче локализации цилиндрического импедансного рассеивателя // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.8.14>