

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.8.4>

УДК: 621.396.72

ОЦЕНКА КАНАЛА БОЛЬШИХ ММО OFDM СИСТЕМ КАК ВОСПОЛНЕНИЕ СУБДИСКРЕТИЗИРОВАННОГО ТЕНЗОРА: ЧАСТЬ 2

С.В. Дорохин, Д.В. Шувалов, В.А. Ляшев

Московский физико-технический институт (НИУ),
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д.9

Статья поступила в редакцию 2 мая 2025 г.

Аннотация. Сформировавшаяся при развитии мобильных систем связи пятого поколения тенденция к увеличению числа антенн, поднесущих и полосы канала сохраняется и в контексте сетей шестого поколения. Пропорционально увеличению размеров тензора канала увеличиваются и затраты частотно-временных ресурсов на его оценку. Снижение этих затрат при использовании классических методов ограничено эффектом наложения в пространстве задержек. В первой части нашей работы мы показали, что при восполнении тензора канала, измеренного по перекрестным слоям, количество таких слоев ограничено не рассеянием задержек и возникающим эффектом наложения, а рангами тензора. Несмотря на теоретически доказанную перспективность этих методов, важным остается вопрос возможности практической реализации измерений элементов тензора, необходимых для восполнения. В данной работе мы предлагаем реализовывать измерения широкополосных слоев с помощью алгоритма Simultaneous OMP (SOMP) при перестановке расположения пилотов полиномом. При оценке всего тензора этим методом возможно снизить число требуемых частотно-временных ресурсов по крайней мере в 2 раза без снижения

спектральной эффективности системы. Более того, при SNR 0-5 дБ такой метод повышает спектральную эффективность на 10-50 %. При использовании SOMP для измерения широкополосных слоев и дальнейшем выполнении в формате Таккера с псевдослучайной перестановкой слоев количество требуемых ресурсов можно снизить в 4 раза по сравнению с классическими методами, одновременно повышая спектральную эффективность при SNR 0-5 дБ на 12.5 % по сравнению с SOMP. При использовании формата TT необходимость в перестановке слоев отпадает, однако снижение количества требуемых ресурсов возможно только в 3.43 раза с потерями спектральной эффективности 7.5-15 % относительно выполнения в формате Таккера.

Ключевые слова: MIMO системы, OFDM, оценка канала, жадная аппроксимация, выполнение тензора, крестовые приближения.

Автор для переписки: Дорохин Семен Владимирович, dorohin.sv@phystech.edu

Введение

Тенденция развития современных сетей мобильной связи состоит в увеличении числа антенных элементов на стороне базовой станции [1] и пользовательского устройства [2], а также в увеличении частоты несущей, полосы и количества поднесущих [3]. Таким образом, увеличиваются размеры тензора MIMO OFDM канала. При использовании классических методов оценки канала пропорционально растет и количество требуемых частотно-временных ресурсов. Это, в свою очередь, является главным препятствием к увеличению средней пропускной способности соты. Снижение доли частотно-временных ресурсов при периодическом расположении пилотов и одномерной обработке сигналов принципиально ограничено эффектом наложения в пространстве задержек, как мы показываем в разделе 1.

Для решения этой проблемы требуются принципиально новые подходы к обработке сигналов при оценке канала. В предыдущей работе (часть-1) мы показали, что при выполнении тензоров, измеренных по перекрестным слоям, эффект наложения не оказывает влияния на точность выполнения. Было

предложено измерять тензор $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{sc} \times N_{RX}}$ MIMO OFDM канала с N_{TX} антеннами передатчика, N_{RX} антеннами приемника и N_{sc} поднесущими по слоям двух типов: широкополосным и разреженным по поднесущим. Широкополосные слои подразумевают использование N_{TX_1} антенн передатчиков с индексами $\mathcal{J}_c \subset \{1, 2, \dots, N_{TX}\}$ и измерение на всех поднесущих. С помощью матрицы выбора строк $\mathbf{P}_1 \in \mathbb{C}^{N_{TX_1} \times N_{TX}}$ эти слои записываются в виде

$$\mathcal{H}_1 = \mathcal{H} \times_1 \mathbf{P}_1 = \mathcal{H}(\mathcal{J}_c, :, :) \in \mathbb{C}^{N_{TX_1} \times N_{sc} \times N_{RX}}. \quad (1)$$

Второй тип слоев подразумевает использование всех антенн передатчика, но измерения на $N_p \ll N_{sc}$ поднесущих с индексами $\mathcal{J}_r \subset \{1, \dots, N_{sc}\}$. Такие слои можно описать с помощью матрицы выбора строк $\mathbf{P}_2 \in \mathbb{C}^{N_p \times N_{sc}}$ как

$$\mathcal{H}_2 = \mathcal{H} \times_2 \mathbf{P}_2 = \mathcal{H}(:, \mathcal{J}_r, :) \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_p \times N_{RX}}. \quad (2)$$

В предыдущей части нашей работы мы исследовали алгоритм восполнения тензора в каноническом формате [4] для измерений вида (1)-(2). Так как широкополосные тензоры не описываются в точности каноническим разложением, в предыдущей части также рассматривалось разбиение тензора на N_{SB} подтензоров по поднесущим и применение алгоритма восполнения канонического тензора к каждому из получившихся подтензоров. Было показано, что при увеличении числа таких подтензоров N_{SB} снижается ошибка аппроксимации всего тензора выбранной моделью, однако вместе с этим уменьшается количество слоев типа (2), попадающих в каждый из подтензоров. По этой причине разбиение на N_{SB} подтензоров по поднесущим не позволяет улучшить точность восполнения.

В предыдущей части также анализировался и развивался алгоритм восполнения в формате ТТ (Tensor Train), представленный авторами на конференции DSPA-2025 [5]. В предыдущей части по сравнению с работой на конференции предложены необходимые условия точного восполнения, приведен качественный теоретический и экспериментальный анализ влияния расположения слоев на точность восполнения, также предложено в качестве

частного случая восполнять с помощью этого алгоритма тензоры в формате Таккера. Результаты численных экспериментов показали, что предложенные алгоритмы позволяют восполнять зашумленные с $SNR = 20$ дБ тензоры каналов со средней нормированной ошибкой примерно $0.07 - 0.12$. Эти результаты показывают, что такие алгоритмы потенциально могут использоваться для снижения доли частотно-временных ресурсов при оценке канала, не приводя при этом к значительным потерям спектральной эффективности системы.

Для практической реализации таких алгоритмов необходимо решить две задачи. Во-первых, необходимо реализовать измерения по перекрестным слоям (1)-(2) с учетом измерительных сигналов, использующихся в текущих системах связи, а также за наименьшее возможное время (количество символов). Во-вторых, необходимо дополнительно исследовать влияние реализации таких измерений на точность алгоритмов восполнения. Решению этих проблем и посвящена текущая статья. Дальнейшее изложение построено следующим образом:

- в разделе 2.1 мы вводим ограничение на максимальное количество символов, которое может использоваться для реализации измерений (1)-(2) и предлагаем использование ступенчатой аппроксимации как способа снижения числа символов.
- в разделе 2.2 мы предлагаем оценивать широкополосные слои (1) с помощью методов сжатых измерений и показываем, что расположение пилотов с помощью перестановочного полинома сочетает контроль использования ресурсов и хорошие восстановительные свойства.
- в разделе 2.3 мы предлагаем решать задачу сжатых измерений одновременно по всем антеннам приемника с использованием алгоритма Simultaneous OMP [6].
- в результате численных экспериментов с моделью канала 3GPP 38.901 UMa NLoS в разделе 3.1 мы показываем, что использование SOMP для оценки широкополосных слоев позволяет снизить число требуемых ресурсов в 2-3 раза и повысить устойчивость к шуму, а применение ступенчатой

аппроксимации для оценки разреженных по частоте слоев позволяет снизить требуемое число символов в 2-3 раза ценой повышения нормированной ошибки не выше 0.15.

- в разделе 3.2 мы показываем, что при высоких SNR зависимость точности восполнения от количества и способа расположения слоев при предлагаемых способах измерений отличается не более, чем на 10 % от аналогичной зависимости восполнения зашумленного тензора
- Наконец, в разделе 3.3 мы показываем, что использование предлагаемого метода оценки широкополосных слоев для всех антенн передатчика позволяет снизить число требуемых ресурсов в 2 раза без потери спектральной эффективности системы относительно одномерной интерполяции. При восполнении в формате Таккера и псевдослучайной перестановке слоев требуется в 4 раза меньше ресурсов в сравнении с классическим методом, при этом спектральная эффективность при SNR восходящего канала 0 дБ оказывается на 12.5 % выше, чем при использовании SOMP для всех антенн передатчика. От нерегулярного расположения слоев можно отказаться при использовании формата ТТ, однако число ресурсов сокращается только в 3.43 раза, а спектральная эффективность оказывается на 7.5-15 % ниже, чем при использовании формата Таккера с нерегулярными слоями.

1. Измерительные сигналы стандарта 5G

1.1. Широкополосные сигналы и сигналы с перестройкой главной частоты (frequency hopping)

Рассмотрим возможные конфигурации измерительных сигналов на примере сигнала SRS (Sounding Reference Signal), используемого для оценки восходящего канала. Как показывает Рис. 1, стандартом поддерживаются два типа SRS: широкополосный (wideband SRS) и узкополосный (frequency-hopping SRS) с переменным положением по частоте.

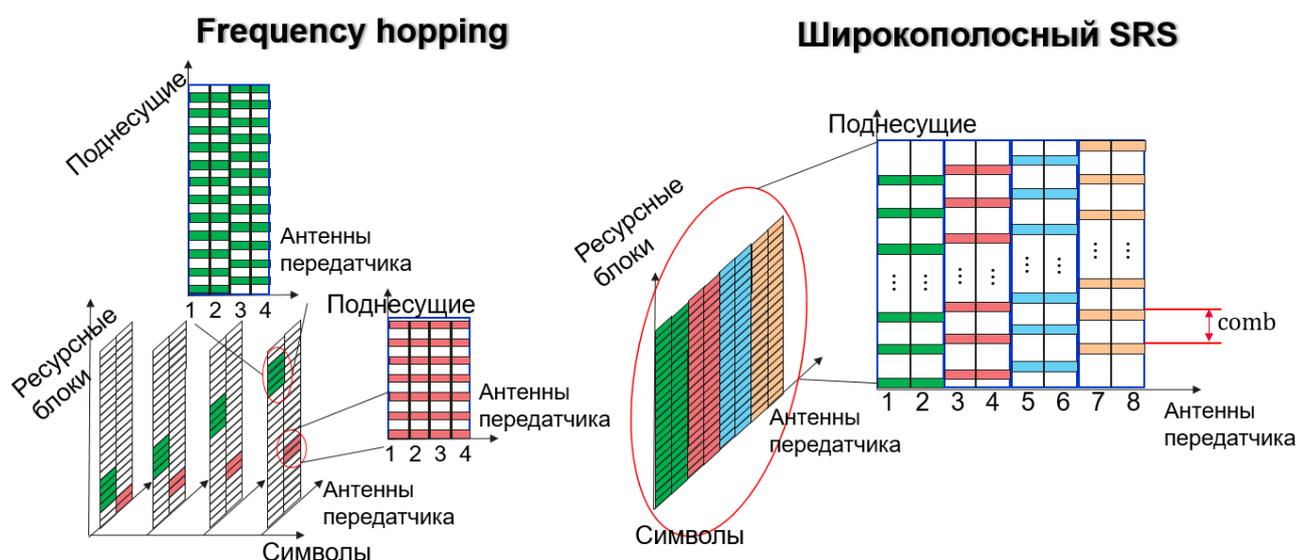


Рис. 1. Узкополосные (frequency hopping) и широкополосные варианты конфигурации измерительного сигнала SRS в стандарте 5G.

Оба типа сигнала SRS занимают по частоте определенное количество ресурсных блоков (1 ресурсный блок = 12 поднесущих). В случае узкополосных SRS количество таких блоков невелико, что позволяет сконцентрировать энергию измерительного сигнала в узкой полосе. Для того, чтобы покрыть такими измерительными сигналами всю используемую полосу, центральная частота блока перестраивается от символа к символу. В случае широкополосных SRS измерительный сигнал может занимать практически всю доступную полосу. Это позволяет провести измерение за гораздо меньшее число символов по сравнению с узкополосными измерительными сигналами, однако при этом падает отношение сигнал-шум (SNR) на одну поднесущую, так как энергия передаваемого сигнала распределяется на гораздо большую полосу.

И широкополосные, и узкополосные сигналы SRS используют гребенчатое расположение измерительного сигнала по частоте, как иллюстрирует Рис. 1. При гребенчатом расположении измерительный сигнал одной антенны передатчика расположен с шагом comb по поднесущим. При этом для разделения измерительных сигналов от нескольких антенн передатчика предусмотрено два механизма. Первый из них – смещение «гребенок» измерительных сигналов относительно друг друга для исключения общих поднесущих (т.н. comb offset), как показано на Рис. 1.

1.2. Методы мультиплексирования измерительных сигналов в стандарте 5G NR

При одновременной передаче измерительных сигналов несколькими антеннами передающего устройства эти сигналы смешиваются на приемнике и без дополнительных методов мультиплексирования получить отдельные оценки каналов, соответствующие каждой из антенн передатчика, невозможно. Рассмотрим существующие методы решения этой проблемы на примере двух антенн передатчика.

Первый способ разделения сигналов заключается в расположении измерительных сигналов периодически по поднесущим с шагом $comb$. Маски измерений различных антенн Ω_1, Ω_2 при этом имеют разные смещения:

$$\Omega_i(n) = \begin{cases} 1, & n = k \cdot comb + i \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, i = 0, \dots, comb - 1 \quad (3)$$

так, что сигналы различных антенн не имеют общих поднесущих и поэтому могут быть независимо обработаны на стороне приемника. Максимальное количество антенн передатчика, которые могут разделить свои измерительные сигналы таким образом, ограничено значением шага $comb$. Максимальное значение шага $comb$, в свою очередь, ограничено рассеянием задержки в канале и при чрезмерном увеличении может привести к эффекту наложения в пространстве задержек.

Второй способ разделения сигналов заключается в задании циклического сдвига импульсных характеристик. Предположим, что с помощью циклических сдвигов необходимо разделить измерительные сигналы N_{sh} антенн. В таком случае все N_{sh} антенн передатчика передают измерительные сигналы одновременно на одинаковых поднесущих $n = 0, \dots, N_{sc} - 1$. При этом измерительный сигнал i -той антенны определяется выражением

$$s_i(n) = s_0(n) \cdot e^{-2\pi j \frac{in}{N_{sh}}}, i = 0, \dots, N_{sh} - 1.$$

Принятый сигнал на одной антенне приемника в таком случае описывается как

$$\mathbf{y} = \sum_{i=0}^{N_{sh}-1} \mathbf{h}_i \circ \mathbf{s}_i,$$

где $\mathbf{h}_i \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times 1}$ – частотная характеристика канала, соответствующая i -той антенне передатчика, $\mathbf{s}_i \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times 1}$ – передаваемый i -той антенной передатчика измерительный сигнал, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times 1}$ – принятый сигнал на одной антенне приемника, \circ обозначает поэлементное умножение. На стороне приемника принятый сигнал домножается на комплексно-сопряженную последовательность первой антенны передатчика:

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{y} \circ \mathbf{s}_1^*,$$

В результате чего получается сигнал

$$\tilde{h}(n) = \sum_{i=0}^{N_{sh}-1} h_i(n) \cdot e^{-2\pi j \frac{in}{N_{sh}}}.$$

Применяя ОДПФ к левой и правой части, получаем:

$$\tilde{h}_\tau(k) = h_{\tau,1}(k) + h_{\tau,2}\left(k - \frac{N_{sc}}{N_{sh}}\right) + \dots + h_{\tau,N_{sh}}\left(k - \frac{N_{sc}}{N_{sh}}(N_{sh} - 1)\right),$$

где $\mathbf{h}_{\tau,i} \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times 1}$ – импульсная характеристика канала, соответствующего i -той антенне передатчика. Таким образом, при мультиплексировании измерительных сигналов с помощью циклических сдвигов последовательности все N_{sc} бинов задержки делятся на равные блоки по N_{sc} / N_{sh} отсчетов в каждом, а импульсные характеристики, соответствующие разным антеннам передатчика, сдвигаются в эти блоки.

Несмотря на разные механизмы разделения измерительных сигналов в этих двух случаях, максимальное поддерживаемое количество антенн передатчика в каждом из них ограничено рассеянием задержек в канале, что иллюстрирует Рис. 2.

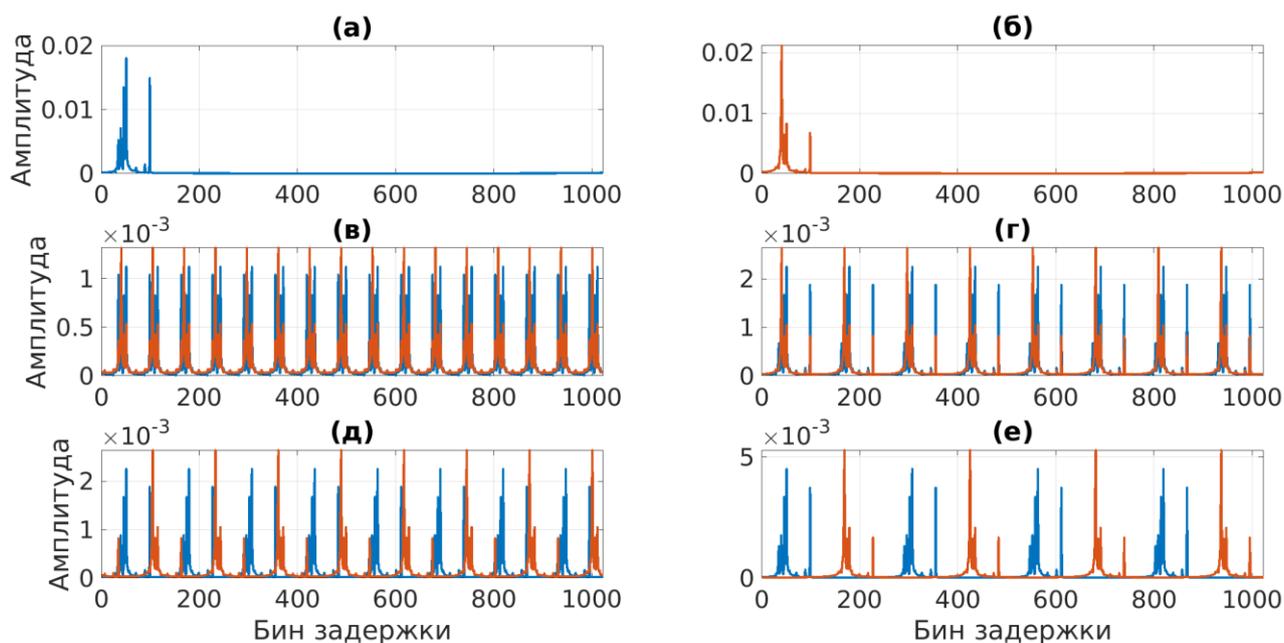


Рис. 2. Иллюстрация ограничения максимального количества одновременно мультиплексируемых сигналов различных антенн передатчика. (а) и (б) – импульсные характеристики, соответствующие различным антеннам передатчика, (г) – разделение сигналов при $comb = 8, N_{sh} = 1$, (в) – при $comb = 16, N_{sh} = 1$, (е) – при $comb = 4, N_{sh} = 2$, (д) – при $comb = 8, N_{sh} = 2$.

Идеальные импульсные характеристики на Рис. 2 (а) и (б) соответствуют соседним антеннам передатчика. Рис. 2 (г) иллюстрирует результат их мультиплексирования согласно (3) при $comb = 8$. На графике импульсные характеристики намеренно наложены друг на друга, но так как их обработка происходит независимо, возможно выделить импульсную характеристику, соответствующую каждой антенне передатчика. При увеличении $comb$ до 16 происходит наложение импульсной характеристики каждой антенны передатчика на саму себя и восстановить частотную характеристику становится невозможно, что иллюстрирует Рис. 2 (в). Аналогичный эффект проявляется, если при $comb = 8$ попытаться увеличить количество мультиплексируемых сигналов с помощью циклического сдвига $N_{sh} = 2$ последовательностей. Как показывает Рис. 2 (д), в этом случае компоненты циклически сдвинутых импульсных характеристик накладываются уже друг на друга, что делает невозможным их оконную обработку. Эффекта наложения не наступает, если разделять сигналы при $comb = 4, N_{sh} = 2$, как показывает Рис. 2 (е).

Таким образом, при одномерной обработке периодически расположенных пилотов независимо от способа мультиплексирования число одновременно передаваемых измерительных сигналов N_{mult} ограничено сверху как

$$N_{mult} \leq \frac{N_{sc} T_s}{\tau_{max}}, \quad (4)$$

где τ_{max} – максимальное рассеяние задержки в канале, T_s – период дискретизации, N_{sc} – число поднесущих.

По этой причине здесь и далее мы будем полагать, что при классическом методе оценки канала мультиплексирование измерительных сигналов осуществляется только с помощью смещений расположения этих сигналов (3). То есть будем считать, что измерительные сигналы располагаются по поднесущим периодически с шагом $comb$, причем сигналы от разных антенн в рамках одного символа не имеют общих поднесущих. В таком случае затраты частотно-временных ресурсов на оценку канала в системе с N_{TX} антеннами передатчика определяются как

$$P_{baseline} = \frac{N_{sc} N_{TX}}{comb}. \quad (5)$$

2. Предлагаемые методы реализации крестовых измерений тензора

Как уже было сказано выше, при анализе алгоритмов восполнения тензора наиболее популярный подход заключается в случайном задании ненулевых элементов маски измерений $\mathbf{\Omega} \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{sc}}$. Несмотря на удобство для теоретического анализа, в контексте измерения канала MIMO OFDM такой выбор крайне непрактичен. При случайном выборе положения измерительных сигналов невозможно получить детерминированное выражение, зависящее от параметров N_{TX} и N_{sc} , и описывающие строки $\mathbf{\Omega}$, имеющие более одного ненулевого элемента. С практической точки зрения такие строки соответствуют поднесущим, на которых различные антенны передают измерительные сигналы. При игнорировании этих пересечений и одновременной передаче таких сигналов между ними неизбежно возникает интерференция, которая может существенно

снизить качество оценки. Устранение же этой интерференции за счет передачи сигналов от различных антенн в разные символы увеличит время оценки канала, при этом определить требуемое число символов не представляется возможным в силу отсутствия аналитического выражения, такие пересечения описывающего. Это существенный практический недостаток с точки зрения управления ресурсами сети.

По этим причинам наибольший интерес с практической точки зрения представляет «крестовое» расположение измерительных сигналов. Для задания таких измерений необходим набор индексов $\mathcal{J}_c \subset \{1, 2, \dots, N_{TX}\}$, $|\mathcal{J}_c| = N_{TX_1} < N_{TX}$ столбцов матрицы $\mathbf{\Omega}$, соответствующий индексам антенн передатчика, которые будут использовать широкополосные измерительные сигналы. Также необходим набор индексов строк $\mathcal{J}_r \subset \{1, 2, \dots, N_{sc}\}$ матрицы $\mathbf{\Omega}$, который определяет положение разреженных измерительных сигналов, передаваемых оставшимися $N_{TX_2} = N_{TX} - N_{TX_1}$ антеннами, как показывает Рис. 3.

Выбирать антенны для передачи широкополосных сигналов можно также «гребенкой» по антеннам передатчика с шагом $comb_{TX}$, как показывает Рис. 3.

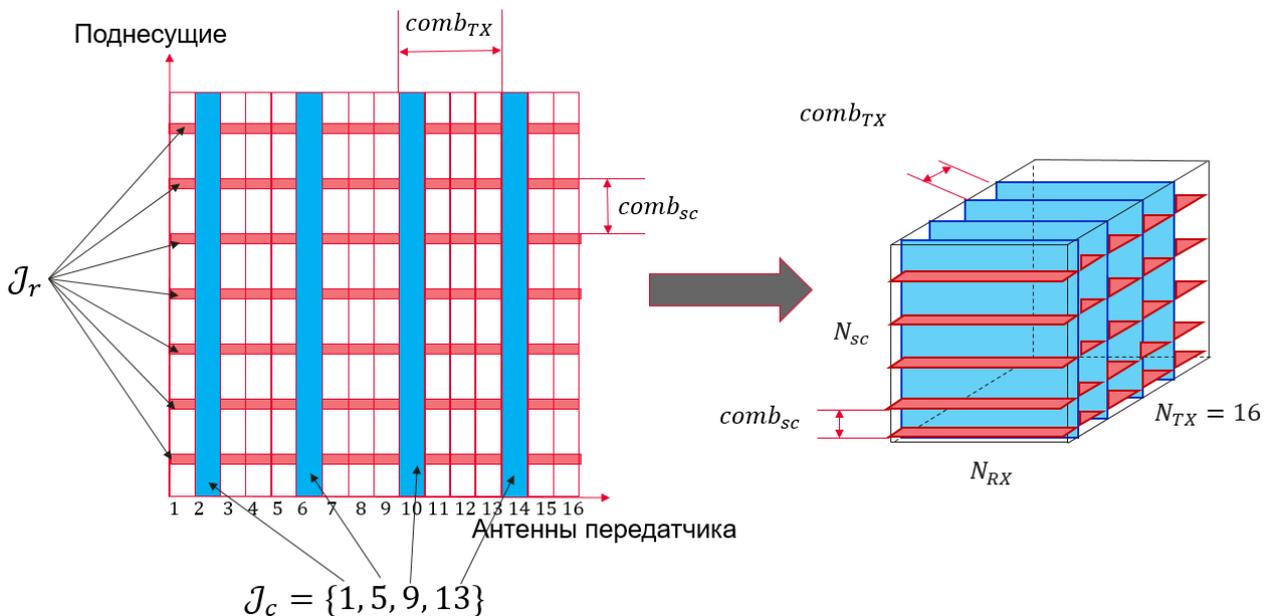


Рис. 3. Реализация «крестовых» измерений тензора канала. Часть антенн передатчика, с индексами, определяемыми \mathcal{J}_c , отправляет широкополосные измерительные сигналы, остальные антенны используют разреженные пилоты.

Расположение разреженных пилотов также может быть гребенчатым с шагом $comb_{sc}$. В случае псевдослучайного расположения разреженных пилотов под параметром $comb_{sc}$ понимается эффективный шаг $comb_{sc} = N_{sc} / N_p$, где N_p – число пилотов. Для разреженных пилотов после оценки элементов канала нет необходимости в дальнейшей интерполяции. По этой причине шаг гребенки $comb_{sc}$ может быть гораздо больше шага гребенки $comb$, ограниченного эффектом наложения (4).

2.1. Уменьшение длительности реализации крестовых измерений при помощи ступенчатой аппроксимации

Проиллюстрируем ограничение на длительность измерения элементов тензора конкретным примером. Предположим, что система работает при частоте несущей $f_c = 12$ ГГц и должна поддерживать связь с мобильными устройствами на скоростях до $v = 8.3$ м/с (что соответствует 30 км/ч). В таком случае интервал когерентности канала можно приблизительно вычислить как

$$T_{coh} = \frac{9}{16\pi f_{Dop}} = \frac{9c}{16\pi v f_c}, \quad (6)$$

где c – скорость света в вакууме. При подстановке численных значений получаем $T_{coh} \approx 537$ мкс. Предположим также, что в системе расстояние между поднесущими составляет $\Delta f = 30$ кГц. Длительность символа в стандарте 5G при таком значении Δf составляет $T_{symb} = 35.68$ мкс. Это означает, что измерения элементов тензора канала необходимо проводить не более, чем за $N_{symb}^{max} = \frac{T_{coh}}{T_{symb}} \approx 14$ символов. Таким образом, при реализации измерений

элементов тензора, заданных $\mathbf{\Omega} \in \mathbb{C}^{N_{Tx} \times N_{sc}}$, длительность передачи всех необходимых измерительных сигналов не должна превышать интервал когерентности, в нашем случае 14 символов.

Один из недостатков крестовых измерений заключается в том, что измерение разреженных по частоте слоев (выделены красным цветом на Рис. 3)

может занимать слишком большое количество символов. В самом деле, предположим, что для оценки широкополосных слоев (вдоль размерности поднесущих) было выбрано $N_{TX_1} = 8$ из $N_{TX} = 32$ антенн передатчика. Канальные характеристики, соответствующие оставшимся $N_{TX_2} = 32 - 8 = 24$ антеннам передатчика, необходимо оценить на одних и тех же поднесущих.

При этом классические методы мультиплексирования измерительных сигналов, описанные в разделе 1.2, не могут быть применены, так как период расположения этих поднесущих $comb_{sc}$ много больше периода $comb$, ограниченного эффектом наложения. Один из вариантов решения этой проблемы – передача измерительных сигналов каждой из N_{TX_2} антенн в отдельном символе. Этот подход существенно увеличивает длительность оценки канала и она может превысить интервал когерентности.

Для уменьшения числа символов, необходимых для оценки слоев с разреженными по частоте измерениями, мы предлагаем использовать ступенчатую аппроксимацию. При таком подходе в рамках одного символа одновременно передаются измерительные сигналы от c_{max} антенн передатчика, причем сигналы соседних антенн сдвинуты друг относительно друга на одну поднесущую. На стороне приемника в рамках каждой группы из c_{max} мы выбираем центральную поднесущую и в качестве измерений на этой поднесущей используем измерения на соседних поднесущих, как показано на Рис. 4:

$$\tilde{\mathcal{H}}\left(i_{TX}, i_{RX}, i_{sc} + \frac{c_{max}}{2}\right) = \hat{\mathcal{H}}(i_{TX}, i_{RX}, i_{sc} + i_{TX}), \quad (7)$$

где $\hat{\mathcal{H}} \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{RX} \times N_{sc}}$ – оценка элементов тензора канала методом наименьших квадратов, $\tilde{\mathcal{H}} \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{RX} \times N_{sc}}$ – тензор, используемый для восполнения, i_{TX} – индекс антенны передатчика в группе c_{max} антенн, одновременно излучающих измерительные сигналы. Такой подход с одной стороны неизбежно увеличивает ошибку измерений, но позволяет в c_{max} раз сократить время на оценку разреженных по поднесущим слоев.

2.2. Псевдослучайное расположение пилотов как способ преодоления эффекта наложения в пространстве задержек

Оценку элементов тензора на широкополосных слоях (синие на Рис. 4) можно выполнять, используя классический подход с периодически расположенными пилотами и одномерной интерполяцией (3).

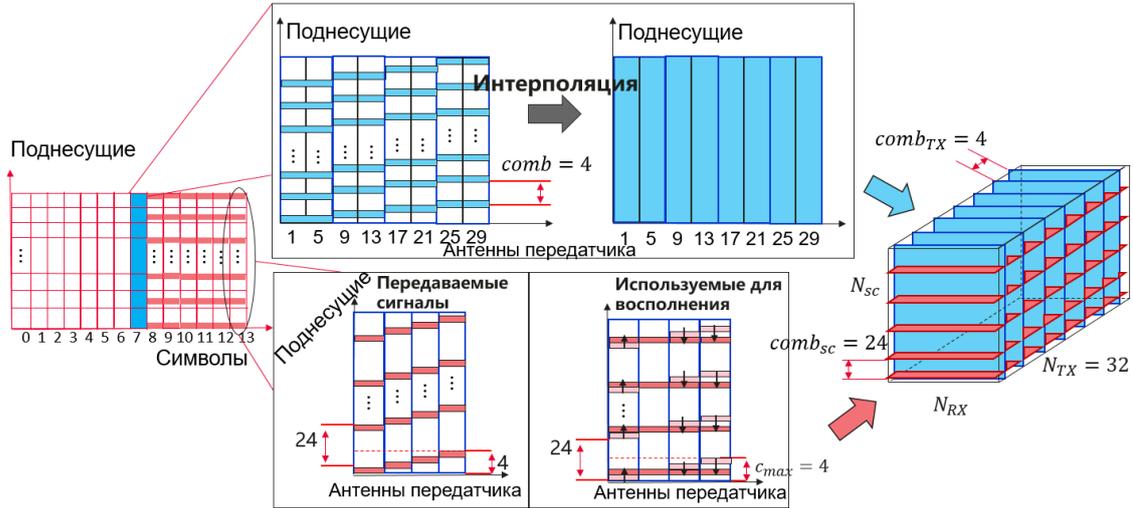


Рис. 4. Применение ступенчатой аппроксимации для уменьшения времени на реализацию крестовых измерений тензора.

Затраты на оценку канала на широкополосных сигналах будут составлять, аналогично классическому случаю, $\frac{N_{sc} N_{TX_1}}{comb}$ ресурсных элементов. При

измерениях разреженных по частоте слоев потребуется $\frac{N_{sc} N_{TX_2}}{comb_{sc}}$ ресурсных

элементов что гораздо меньше предыдущего случая т.к. $comb_{sc} \gg comb$. Общие

затраты частотно-временных ресурсов в этом случае будут составлять

$$P_{cross} = \frac{N_{sc} N_{TX_1}}{comb} + \frac{N_{sc} N_{TX_2}}{comb_{sc}} = N_{sc} \left(\frac{N_{TX}}{comb \cdot comb_{TX}} + \frac{N_{TX} - \frac{N_{TX}}{comb_{TX}}}{comb_{sc}} \right) \quad (8)$$

ресурсных элементов. Снижение доли используемых ресурсных элементов определяется через (5) и (8) как

$$G_{regular} = \frac{P_{baseline}}{P_{cross}} = \frac{comb_{TX} comb_{sc}}{comb_{sc} + comb(comb_{TX} - 1)}. \quad (9)$$

На Рис. 5 представлены значения $G_{regular}$ при различных периодах $comb_{sc}$ и $comb_{TX}$ в предположении, что $comb = 8$ – максимальный шаг расположения пилотов по поднесущим, не допускающий эффекта наложения. Из Рис. 5 следует, что крестовые измерения позволяют снизить затраты на оценку канала от 2 до 8 раз, однако для дальнейшего применения необходимо учесть точность алгоритмов восполнения тензора. Прежде чем перейти к анализу тензорных алгоритмов, мы опишем еще один способ уменьшения доли частотно-временных ресурсов, позволяющий увеличить эквивалентное значение параметра $comb$ в выражении (8).

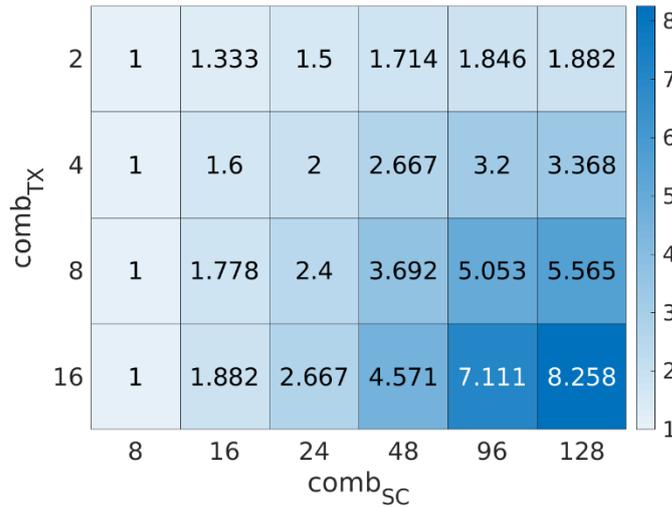


Рис. 5. Снижение затрат частотно-временных ресурсов (в разях) согласно (14) при применении крестовых измерений относительно классической схемы оценки канала с одномерной интерполяцией при $comb = 8$.

Заметим, что основной вклад в долю частотно-временных ресурсов (8), необходимых для проведения крестовых измерений, составляют широкополосные измерения, соответствующие столбцам $\mathbf{\Omega} \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{sc}}$. В случае широкополосных измерений ограничение на максимальное количество измерительных сигналов различных антенн, которые можно передавать одновременно без ущерба точности оценки канала, возможно обойти при нерегулярном (апериодическом) расположении измерительных сигналов [7].

Проясним основную идею этого подхода на примере одноантенной OFDM системы. Измерения при LS-оценке на пилотах можно выразить как

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{h} \circ \mathbf{s} \circ \mathbf{s}^* \circ \mathbf{\Omega}_{ID} = \mathbf{h} \circ \mathbf{\Omega}. \quad (10)$$

По теореме о свертке обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ) вектора измерений может быть выражено как свертка (*) идеальной импульсной характеристики канала h_τ и Ω_τ – ОДПФ маски измерений Ω :

$$\hat{h}_\tau = h_\tau * \Omega_\tau. \tag{11}$$

Для ОДПФ маски измерений (3) при этом имеем:

$$\Omega_\tau(k) = \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \cdot \frac{comb \cdot nk}{N_{sc}}} = \sum_{n=0}^{N_p-1} e^{2\pi j \cdot \frac{nk}{N_p}} = \delta_{k \bmod N_p, 0}, \tag{12}$$

где $\delta_{k,n}$ – символ Кронекера, а $N_p = N_{sc} / comb$ – количество использованных для измерения поднесущих. Уравнение (12) определяет эффект наложения (англ. aliasing) в более удобной для дальнейшего изложения форме. Более наглядно суть этого ограничения иллюстрирует Рис. 6. Зоны между ненулевыми отсчетами Ω_τ соответствуют зонам Найквиста, выраженным в отсчетах (бинах) в пространстве задержек, а вертикальная красная линия на Рис. 6 обозначает первую зону Найквиста. При слишком большом периоде $comb$ расположения пилотных сигналов в частотной области первая зона Найквиста становится уже разброса задержек в канале, что неизбежно приводит к ошибкам при одномерной оценке канала.

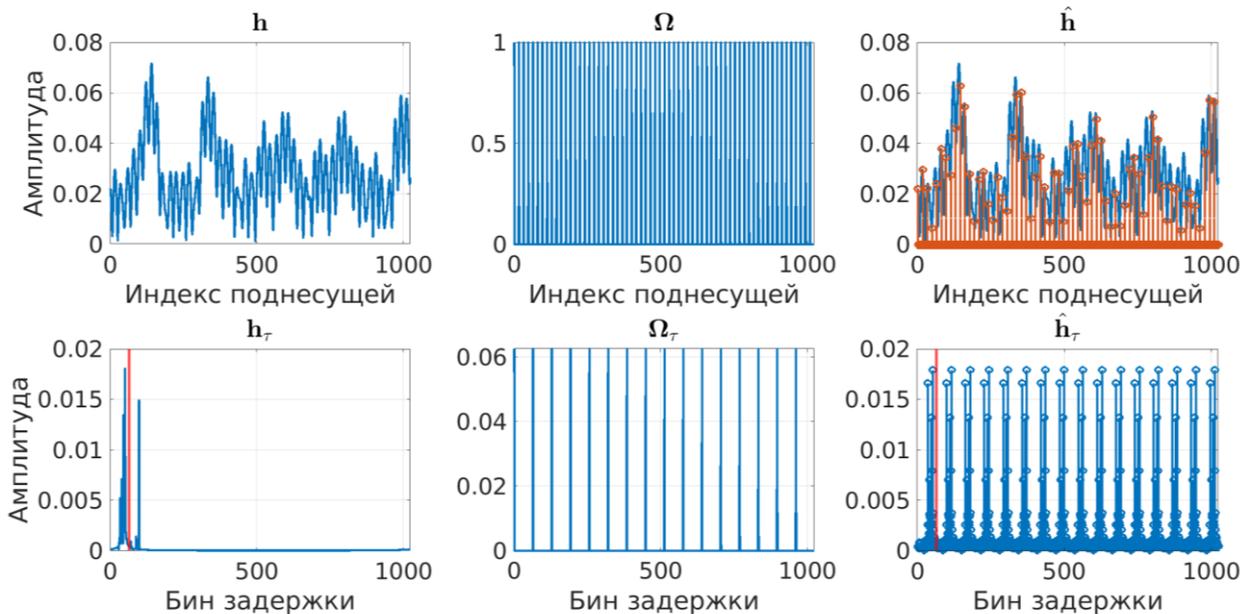


Рис. 6. Иллюстрация эффекта наложения при периодическом расположении пилотных поднесущих.

Предположим теперь, что ненулевые элементы Ω выбирались не периодически, как в (3), а случайно. В этом случае ОДПФ маски измерений Ω будет иметь выраженный пик для нулевой задержки и низкие шумоподобные компоненты на ненулевых позициях, как показывает Рис. 7. По этой причине свертка (11) не приведет к эффекту наложения, так как ОДПФ Ω_τ маски измерений больше не представляет собой периодическую гребенку как в случае с периодическим расположением пилотных сигналов (см. Рис. 6). С другой стороны при свертке идеальной импульсной характеристики и Ω_τ будет возникать интерференция между компонентами импульсной характеристики, определяемая уровнем ненулевых отсчетов Ω_τ .

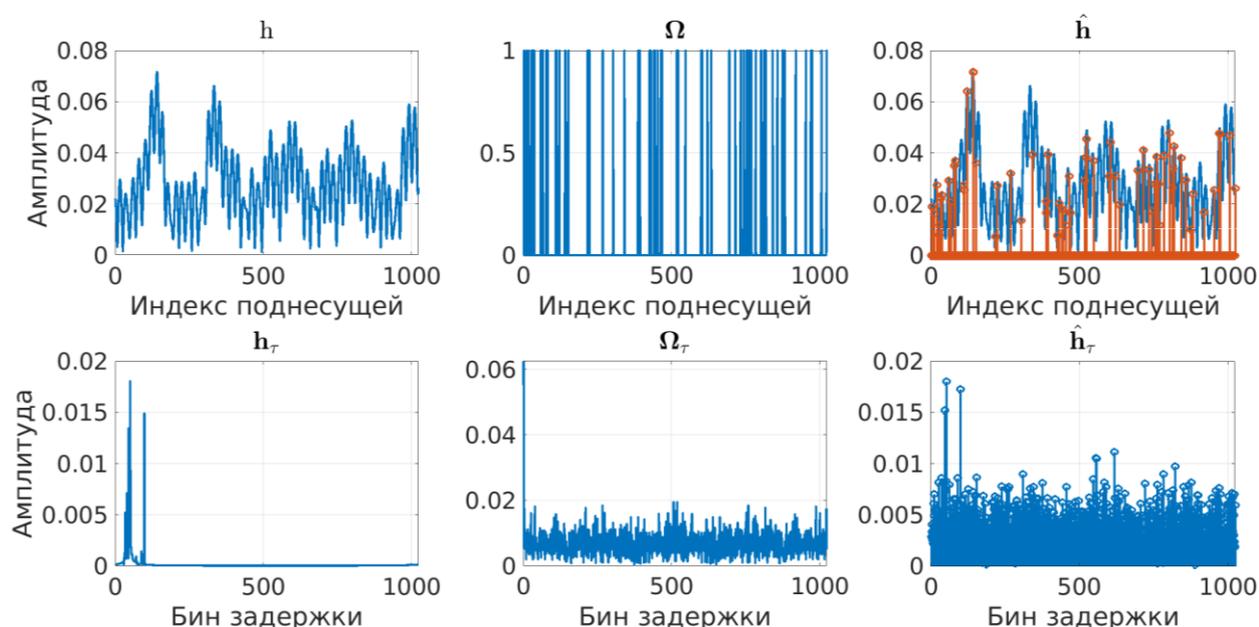


Рис. 7. Иллюстрация искажений сигнала, возникающих при случайном выборе позиций пилотных сигналов. Ценой интерференции между компонентами импульсной характеристики удаётся избежать эффекта наложения и связанных с ним ограничений на количество пилотных поднесущих в сравнении с Рис. 6.

Эту интерференцию, тем не менее, можно частично компенсировать наподобие того, как это делается в приемниках с последовательным подавлением помех (англ. SIC, Successive Interference Cancellation). В нашем случае последовательного подавления интерференции можно добиться, если сформулировать задачу оценки импульсной характеристики как задачу сжатых измерений (англ. Compressed Sensing). Пусть $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{N_p \times N_{sc}}$ – матрица выбора строк,

содержащая строки единичной матрицы, соответствующие ненулевым элементам Ω . Измерения (10) на пилотных поднесущих в отсутствие шума можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{P}\mathbf{h}.$$

Учитывая связь между частотной и импульсной характеристиками канала $\mathbf{h} = \mathbf{F}\mathbf{h}_\tau$, получаем

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{P}\mathbf{F}\mathbf{h}_\tau. \quad (13)$$

Уравнение (13) представляет собой недоопределенную систему, причем вектор неизвестных \mathbf{h}_τ разреженный, т.е. имеет много нулевых или близких к нулю компонент. Это классическая задача сжатых измерений, которая может быть решена различными жадными алгоритмами [8]. Восстановительные свойства при этом сильно зависят от матрицы $\mathbf{M} = \mathbf{P}\mathbf{F}$ системы (13), а именно от попарных скалярных произведений различных столбцов этой матрицы. Вводится метрика взаимной неортогональности μ системы (англ. mutual incoherence):

$$\mu = \max_{i \neq j} |\mathbf{m}_i, \mathbf{m}_j|, \quad (14)$$

где \mathbf{m}_i – i -тый столбец матрицы \mathbf{M} , а $\mathbf{m}_i, \mathbf{m}_j$ – скалярное произведение векторов. Чем меньше μ , тем слабее требования к разреженности вектора \mathbf{h}_τ . В частности, в работе [9] было показано, что в отсутствие шума s – разреженный сигнал может быть абсолютно точно восстановлен в системе с μ – неортогональной матрицей, если выполнено условие

$$s \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right)$$

В работе [10] было показано, что помимо случайного задания позиций пилотов хороший результат также дает выбор ненулевых элементов в Ω с помощью полиномов. Для заданного числа пилотных поднесущих N_p можно получить набор индексов

$$\Psi(k) = (a_2 k^2 + a_1 k) \bmod N_{sc}, \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (15)$$

и задать маску пилотов как

$$\Omega_{1D}(n) = \begin{cases} 1, & n \in \Psi \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}.$$

Заметим, что в работе [10] на коэффициенты полиномов (15) не накладывалось никаких ограничений. Более того, в этой работе подчеркивалось, что отображение, задаваемое полиномом, не является биективным. Это является серьезным препятствием для использования (15) в контексте OFDM MIMO систем. Мы предлагаем задавать псевдослучайное расположение пилотов не просто произвольным полиномом (15), а **перестановочным** полиномом. Для того, чтобы полином (15) был перестановочным, необходимо и достаточно [11], чтобы (в случае, когда N_{sc} нечетно или делится на 4)

$$\text{НОД}(a_1, N_{sc}) = 1, \quad (16)$$

$$a_2 = p_1^{n_{p1}} \cdot p_2^{n_{p2}} \cdot \dots \cdot p_T^{n_{pT}}, \quad n_{p_t} \geq 1 \forall t = 1, \dots, T, \quad (17)$$

где p_1, p_2, \dots, p_T – простые числа в разложении $N_{sc} = p_1^{m_1} \cdot p_2^{m_2} \cdot \dots \cdot p_T^{m_T}$. Задание псевдослучайной маски Ω квадратичным полиномом согласно условиям (16)-(17) позволяет одновременно мультиплексировать измерительные сигналы от нескольких антенн передатчика так, чтобы они не имели общих поднесущих. В самом деле, пусть каждая из N_{TX_1} антенн передатчика использует N_p поднесущих в качестве пилотных, причем $N_p \leq N_{sc} / N_{TX_1}$. В таком случае зададим для i -той антенны набор индексов до перестановки $\hat{\Psi}_i$ как

$$\hat{\Psi}_i = \{(i-1)N_p, 1 + (i-1)N_p, \dots, iN_p - 1\}.$$

Заметим, что $\hat{\Psi}_i \cap \hat{\Psi}_j = \emptyset \forall i \neq j$, т.е. различные наборы индексов не пересекаются. Набор индексов Ψ_i для i -той антенны получим с помощью квадратичного перестановочного полинома (QPP, quadratic permutation polynomial) $\pi(k) = (a_2 k^2 + a_1 k) \bmod N_{sc}$ как

$$\Psi_i = \{\pi(k), k \in \hat{\Psi}_i\}, \quad (18)$$

т.е. для разных наборов индексов будем использовать один и тот же полином. При этом в силу биективности отображения, задаваемого $\pi(k)$, наборы индексов не будут пересекаться и после перестановки, т.е. $\Psi_i \cap \Psi_j = \emptyset \forall i \neq j$. Этот способ иллюстрирует Рис. 8. Отметим также, что для уменьшения взаимной неортогональности (14) в выражении (17) стоит [12] выбирать $a_2 = p_1 p_2 \dots p_T$.

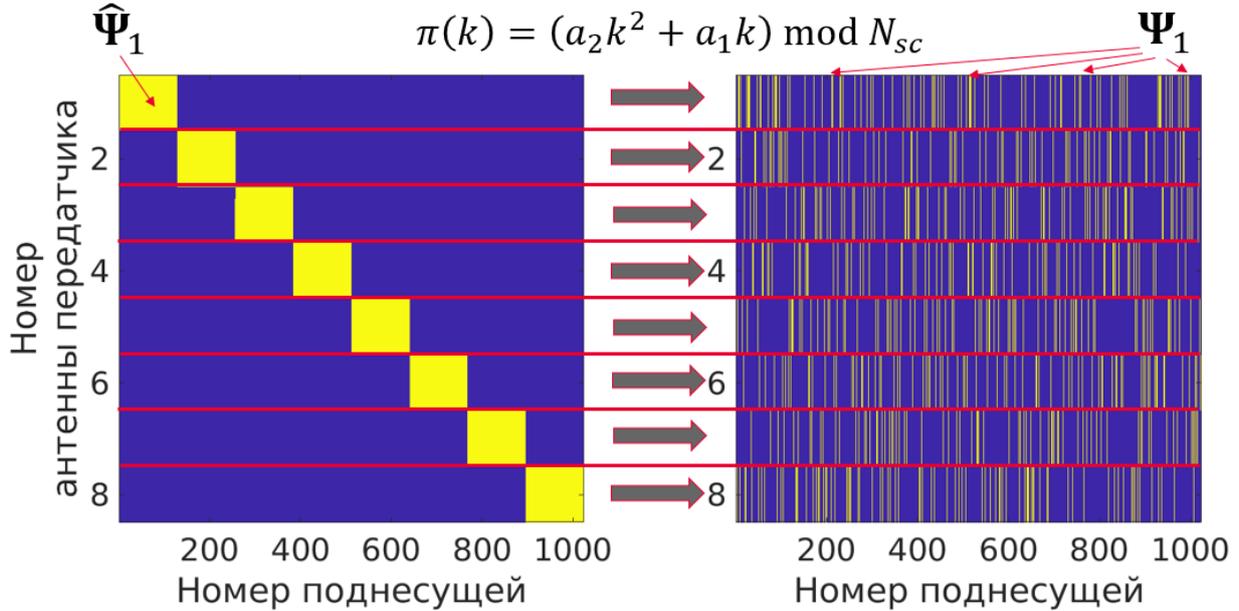


Рис. 8. Мультиплексирование измерительных сигналов нескольких антенн для одновременной передачи с помощью перестановочного полинома. Отсутствие общих поднесущих до перестановки гарантирует отсутствие пересечений после перестановки.

Для задания $\Omega \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{sc}}$ в i -том столбце необходимо указать единицы по индексам из Ψ_i :

$$\Omega(i, n) = \begin{cases} 1, n \in \Psi_i \\ 0, \text{иначе} \end{cases} \quad (19)$$

Так как в рамках одного символа индексы пилотных поднесущих, соответствующие каждой из N_{TX_1} передающих антенн, не пересекаются, на приемной стороне оценку канала можно проводить независимо для каждой антенны передатчика, используя формулировку наподобие (13). Отметим, что с точки зрения взаимной неортогональности (14) можно выбирать довольно широкий класс последовательностей для задания маски $\Omega \in \mathbb{C}^{N_{TX} \times N_{sc}}$. Например, можно воспользоваться последовательностями, использующимися для

ускорения методов Монте-Карло (например, последовательностью Соболя). Однако в этом случае нельзя гарантировать, что не существует двух антенн передатчика с индексами i, j таких, что $\Psi_i \cap \Psi_j \neq \emptyset$. При передаче в рамках одного символа такие сигналы будут интерферировать между собой на стороне приемника. Передача же таких сигналов в отдельных символах во-первых увеличит время оценки канала, а во-вторых технически сложно реализуема, так как для большинства псевдослучайных последовательностей крайне затруднительно получить аналитическое выражение, описывающее возникающие пересечения в зависимости от параметров N_{TX} и N_{sc} . Представленная в данной работе идея использования перестановочных полиномов, таким образом, имеет по большей части практическое значение.

2.3. Оценка широкополосных слоев с помощью методов сжатых измерений

Для импульсной характеристики \mathbf{h}_τ^{ij} и оценки на пилотах $\hat{\mathbf{h}}^{ij}$, соответствующих i -той антенне передатчика и j -той антенне приемника, можно записать

$$\hat{\mathbf{h}}^{ij} = \mathbf{P}_i \mathbf{F} \mathbf{h}_\tau^{ij}, \quad (20)$$

где матрица выбора строк \mathbf{P}_i состоит из строк единичной матрицы с индексами из Ψ_i . Это SMV (Single Measurement Vector) модель измерений. Для оценки канала можно решить $N_{RX} N_{TX}$ уравнений вида (20), например, с помощью жадного алгоритма OMP [13] (англ. Orthogonal Matching Pursuit). Эту идею можно также применить для совместной обработки в пространстве задержек и антенн приемника, предположив, что величины задержек импульсных характеристик, соответствующих разным антеннам приемника, близки между собой в силу пространственной близости антенн. Разумеется, сами коэффициенты импульсных характеристик для различных антенн будут различными, но индексы ненулевых элементов \mathbf{h}_τ^{ij} будут часто совпадать. Для i -той антенны передатчика сгруппируем измерения (20) на одинаковых пилотных поднесущих, но полученные на разных антеннах приемника:

$$\hat{H}_{RX}^i = \left[\hat{h}^{i1}, \hat{h}^{i2}, \dots, \hat{h}^{iN_{RX}} \right] \in \mathbb{C}^{N_p \times N_{RX}}.$$

Аналогичным образом сгруппируем идеальные импульсные характеристики, соответствующие i -той антенне передатчика и всем антеннам приемника:

$$H_{\tau}^i = \left[h_{\tau}^{i1}, h_{\tau}^{i2}, \dots, h_{\tau}^{iN_{RX}} \right] \in \mathbb{C}^{N_{sc} \times N_{RX}}.$$

Объединяя уравнения (20) для всех антенн приемника, получим MMV (multiple measurement vectors) модель измерений:

$$\hat{H}_{RX}^i = P_i F H_{\tau}^i. \quad (21)$$

Уравнения вида (21) можно решать с помощью Simultaneous OMP [6] (сокращенно SOMP) – модификации классического алгоритма OMP. В классическом OMP остаток инициализируется как $\mathbf{r}^{(0)} = \hat{h}^{ij} \in \mathbb{C}^{N_p \times 1}$; на t -той итерации ищется столбец матрицы $M_i = P_i F \in \mathbb{C}^{N_p \times N_{sc}}$, имеющий наибольшее скалярное произведение с текущим вектором остатка:

$$m_{ij} = M_i(:, j), \quad j = \arg \max_k \left| \mathbf{r}^{(t)}, M_i(:, k) \right|,$$

после чего вклад этого столбца в остаток вычитается из самого остатка, а индекс j запоминается как индекс ненулевой компоненты искомого вектора h_{τ}^{ij} . В случае же SOMP остаток представляет собой не вектор, а матрицу $\mathbf{R}^{(0)} = \hat{H}_{RX}^i \in \mathbb{C}^{N_p \times N_{RX}}$; столбец матрицы $M_i = P_i F \in \mathbb{C}^{N_p \times N_{sc}}$ с наибольшим вкладом в остаток ищется как

$$m_{ij} = M_i(:, j), \quad j = \arg \max_k \left(\mathbf{R}^{(t)} \right)^H M_i(:, j)_p,$$

где под знаком нормы стоит вектор длины N_{RX} , а при вычислении нормы обычно выбирают $p = 1, 2$ [14]. Это выражение можно интерпретировать как среднее степенное скалярных произведений столбца $M_i(:, j)$ с каждым из векторов измерений вида $\mathbf{r}_k^{(t)} = \mathbf{R}^{(t)}(:, k), k = 1, \dots, N_{RX}$. За счет такого усреднения MMV постановка задачи и алгоритм SOMP в частности оказываются более устойчивы к шуму, чем SMV постановка задачи с алгоритмом OMP [15].

Методы сжатых измерений позволяют существенно сократить число пилотных поднесущих без потери точности оценки во многих сценариях [16], [17]. По этой причине мы предлагаем вместо «гребенчатого» расположения измерительных сигналов с последующей одномерной интерполяцией (см. Рис. 6) использовать псевдослучайный выбор пилотных поднесущих согласно (18) с последующей оценкой импульсных характеристик с помощью алгоритма SOMP. Частотная характеристика канала может быть восстановлена с помощью ДПФ оцененных импульсных характеристик. В силу биективности отображения, задаваемого полиномом, в рамках одного символа можно передавать измерительные сигналы без общих поднесущих с нескольких передающих антенн, как показывает Рис. 8. Отметим, что точность такой оценки может быть в дальнейшем повышена с использованием методов сверхразрешения [18].

Для удобства сравнения со случаем периодического расположения мы будем при использовании псевдослучайных масок (18) под параметром $comb$ здесь и далее понимать эквивалентный шаг гребенки, определяемый как

$$comb_{eq} = \frac{N_{sc}}{N_p}$$

и зависящий только от количества пилотных поднесущих N_p , но не от их расположения. Число пилотных поднесущих $N_p = N_{sc} / comb_{eq}$ для каждого такого измерительного сигнала при этом уже не ограничено эффектом наложения, N_p можно выбрать меньше, чем в случае с периодически расположенными пилотами. При реализации SOMP мы снизим [19] параметр $comb_{eq}$ в два раза по сравнению с периодом гребенки при периодическом расположении пилотов (3) и примем его равным $comb_{eq} = 16$.

Алгоритм SOMP и перестановки (18) будем использовать для оценки «широкополосных» слоев. Затраты частотно-временных ресурсов при такой оценке будут определяться выражением

$$P_{cross}^{OPP} = \frac{N_{sc} N_{TX_1}}{comb_{eq}} + \frac{N_{sc} N_{TX_2}}{comb_{sc}} = \frac{N_{sc} N_{TX}}{comb_{TX}} \left(\frac{1}{comb_{eq}} + \frac{comb_{TX} - 1}{comb_{sc}} \right).$$

Уменьшение используемых частотно-временных ресурсов по сравнению с периодически расположенными пилотами и одномерной интерполяцией (5) в таком случае будет определяться выражением

$$G_{QPP} = \frac{P_{baseline}}{P_{cross}^{QPP}} = \frac{comb_{TX}}{comb \left(\frac{1}{comb_{eq}} + \frac{comb_{TX} - 1}{comb_{sc}} \right)}. \quad (22)$$

Зависимость уменьшения частотно-временных ресурсов, необходимых для измерений в размах представлена на Рис. 9.

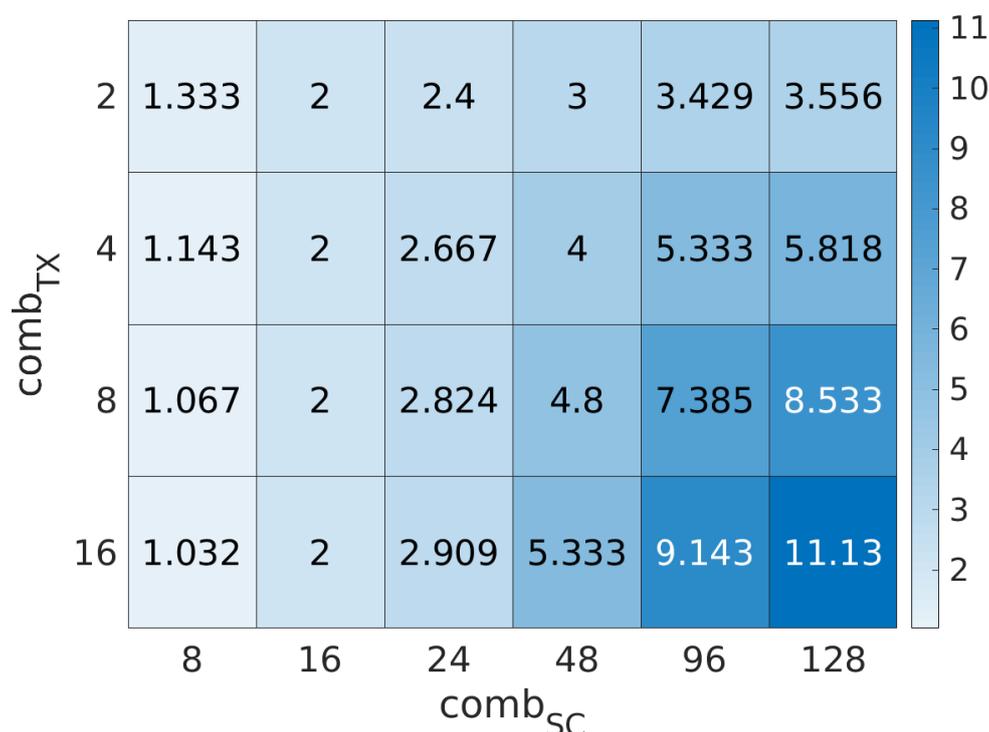


Рис. 9. Снижение затрат частотно-временных ресурсов (в размах) согласно (27) при применении крестовых измерений с оценкой широкополосных слоёв алгоритмом SOMР при нерегулярном расположении пилотных поднесущих (23).

Отметим, что помимо использования перемежителя (15) для оценки широкополосных слоев методами разреженных измерений, этот перемежитель может также использоваться для задания положения слоев вдоль антенн передатчика (красные слои на Рис. 4). В этом случае использовать ступенчатую аппроксимацию (7) напрямую не представляется возможным, так как перестановка (15) не дает никаких гарантий на минимальное расстояние между пилотными поднесущими. Например, в результате такой перестановки некоторые из пилотных поднесущих вполне могут оказаться соседними. Чтобы

обойти это ограничение, мы предлагаем комбинировать периодическое и псевдослучайное расположение слоев.

Рис. 10 иллюстрирует эту идею. В этом примере одновременно передаются разреженные измерительные сигналы $c_{max} = 4$ антенн. Пилотные поднесущие каждой антенны при этом могут быть сосредоточены только на «гребенках» с шагом $comb = c_{max} = 4$, причем гребенки соседних антенн сдвинуты друг относительно друга на одну поднесущую. Снижение числа пилотов при этом достигается путем выбора N_p из N_{sc} / c_{max} поднесущих внутри каждой «гребенки» с использованием перестановочного полинома (18). Восстановление импульсной характеристики методами разреженных измерений при этом остается возможным, если шаг изначальной гребенки $comb = 4$ не приводит к эффекту наложения. Разумеется, помимо снижения доли частотно-временных ресурсов, необходимо принимать во внимание и точность восполнения (итоговой оценки) по таким измерениям. Исследованию этого вопроса посвящены следующие разделы.

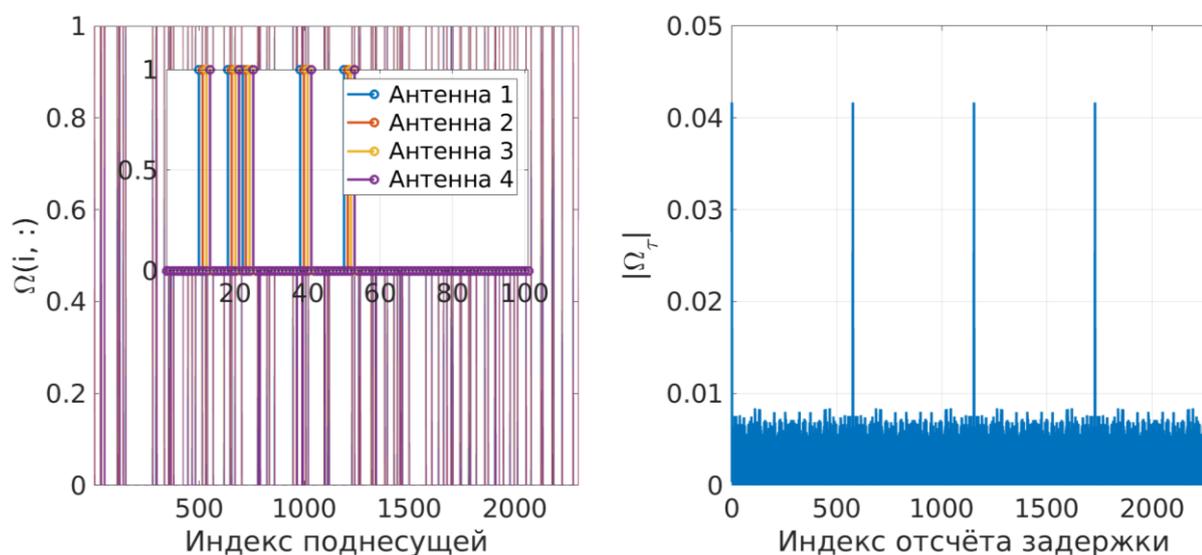


Рис. 10. Псевдослучайное перемежение позиций пилотов внутри периодической структуры для поддержки ступенчатой аппроксимации при измерениях.

3. Результаты численных экспериментов

Этот раздел представляет результаты численного моделирования с использованием платформы QuaDRiGa [20] и модели канала 3GPP UMa NLoS. Размер антенной решетки базовой станции $N_{BS} = 16 \cdot 16 = 256$ антенных элементов, размер антенной решетки пользовательского устройства $N_{UE} = 4 \cdot 8 = 32$ антенных элемента. Используется $N_{sc} = 2304$ поднесущих с расстоянием между ними $SCS = 30$ кГц, тем самым общая полоса сигнала составляет $B = N_{sc} \cdot SCS = 69.12$ МГц. Частота несущей составляет $f_c = 12$ ГГц. Помимо спектральной эффективности, основной метрикой при предварительных исследованиях является нормированная средняя ошибка

$$NME = \frac{\mathcal{H} - \hat{\mathcal{H}}_F}{\hat{\mathcal{H}}_F}, \quad (23)$$

где \mathcal{H} – идеальный тензор, $\hat{\mathcal{H}}$ – оценка или малоранговая аппроксимация \mathcal{H} .

В предыдущей части работы было проведено исследование взаимосвязей между рангами тензорных моделей, количеством слоев и их расположением при восстановлении канала в предположении, что перекрестные слои для восполнения уже измерены. В этой же работе численные эксперименты посвящены деталям реализации таких измерений, причем особое внимание уделено устойчивости к шуму.

В разделе 3.1 сравниваются способы практической реализации измерений слоев по размерности антенн пользовательского устройства (передатчика) (1) и по размерности поднесущих (2). С использованием выбранного метода измерения слоев в разделе 3.2 повторяется исследование зависимости точности восполнения от количества слоев по двум размерностям, но ошибка измерений уже определяется способом измерения слоев, в отличие от предыдущей работы, где элементы тензора предполагались просто зашумленными АБГШ с высоким SNR. Наконец, используя выбранные в разделе 3.2 количество слоев и способ их расположения, в разделе 3.3 приводится сравнение спектральной эффективности

системы в нисходящем канале с использованием предложенного метода оценки восходящего канала при различном SNR в восходящем канале.

3.1. Сравнение методов оценки слоев

Для оценки широкополосных слоев (1) можно использовать как периодически расположенные пилотные сигналы с последующей ДПФ-интерполяцией (3), так и нерегулярные пилотные сигналы (18) с последующим применением алгоритма SOMP, оценкой импульсных характеристик для каждой пары антенн приемника (21) и передатчика и восстановлением частотных характеристик.

Отношение сигнал-шум в восходящем канале при численных экспериментах будем задавать как

$$SNR_{UL} = \frac{\mathbf{Y}_{idF}^2}{N_{RX} N_{sc} \sigma^2}, \quad (24)$$

где $\mathbf{Y}_{id} \in \mathbb{C}^{N_{BS} \times N_{sc}}$ – принятый сигнал в отсутствие шума:

$$Y_{id}(i, k) = \sum_{j=1}^{N_{TX}} \mathcal{H}(i, j, k) S(j, k),$$

а $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times N_{sc}}$ – матрица измерительных сигналов, передаваемых за один символ всеми антеннами пользовательского устройства на всех поднесущих. Такая нормировка отражает поведение реальных систем и раскрывает преимущество предлагаемого подхода. При уменьшении числа пилотов или при уменьшении числа антенн, передающих измерительные сигналы одновременно, матрица \mathbf{S} будет содержать больше нулевых элементов. Следовательно, SNR на пилотных поднесущих увеличится пропорционально увеличению $comb_{sc}$.

Результаты моделирования для описанных двух методов оценки широкополосных слоев представлены на Рис. 11. В случае периодического расположения пилотных поднесущих параметр $comb$ характеризует сам период. В случае псевдослучайного расположения пилотов параметр $comb = N_{sc} / N_p$ характеризует эквивалентный период. Как видно из Рис. 11, ошибка оценки канала в случае классического подхода резко увеличивается при $comb \geq 16$, что объясняется возникающим эффектом наложения. Кроме того, оценка канала таким методом неустойчива к шуму: при переходе от SNR 10 дБ к SNR 0 дБ ошибка возрастает с 0.3 до 1.0. В случае оценки каналов алгоритмом SOMP с псевдослучайным расположением пилотов (18) ошибка оценки канала с увеличением параметра $comb$ растет практически линейно. Более того, такой метод оценки канала более устойчив к шуму: при SNR 0 дБ ошибка оценки возрастает только до 0.38. Для оценки широкополосных слоев выберем псевдослучайное расположение пилотов при $comb = 16$ и алгоритм SOMP.

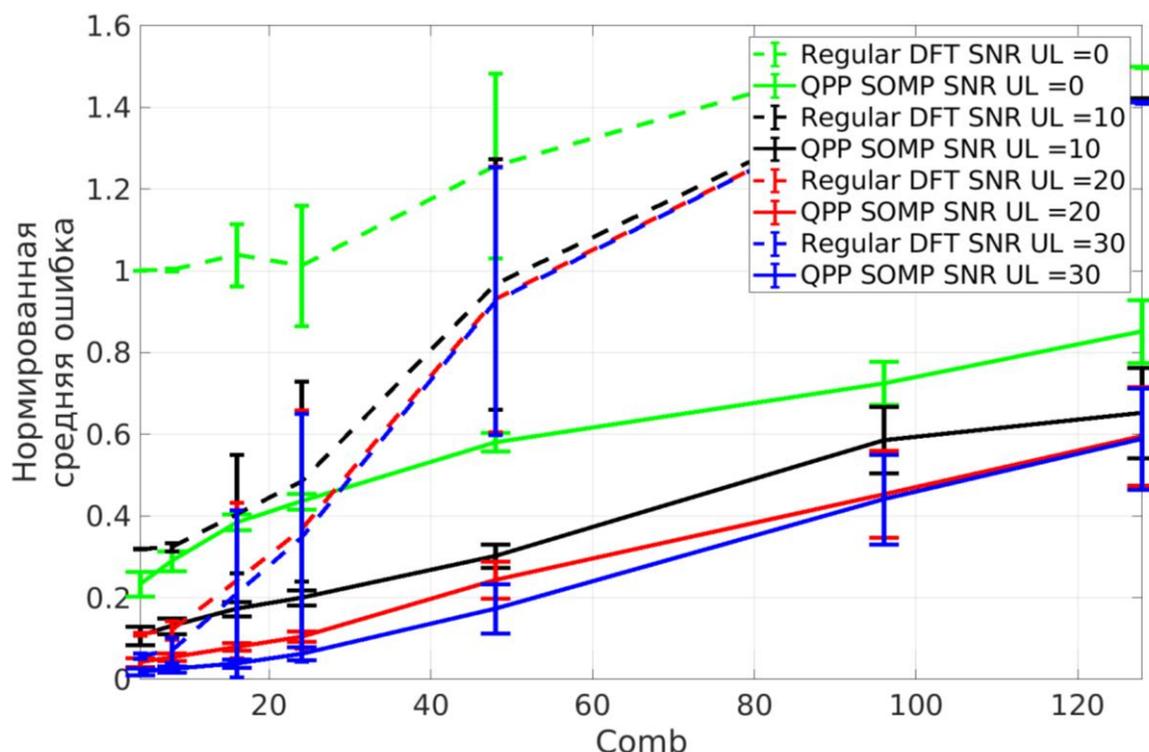


Рис. 11. Зависимость точности оценки частотной характеристики канала от эквивалентного периода расположения пилотных поднесущих для классического метода оценки с интерполяцией по регулярным пилотам и для оценки по псевдослучайно расположенным пилотам с помощью SOMP.

Перейдем теперь к выбору метода оценки разреженных по поднесущим (2) слоев (красные на Рис. 4). Как следует из результатов предыдущей работы, предложенные алгоритмы могут работать при $comb_{sc}$ вплоть до 128. По этой причине использование алгоритма SOMP с псевдослучайным расположением пилотов для оценки и этих слоев тензора нецелесообразно – из Рис. 11 следует, что даже при SNR 30 дБ ошибка оценки канала алгоритмом SOMP при $comb = 128$ составляет 0.6, что чрезвычайно высоко для дальнейшего восполнения и не позволит реализовать весь потенциал тензорных методов. Кроме того, при использовании алгоритма SOMP становится невозможным использование периодически расположенных слоев при $comb_{sc} \geq 16$, в то время как восполнение в формате TT дает приемлемую ошибку даже при регулярном расположении пилотов.

Альтернативный метод оценки разреженных по поднесущим слоев – ступенчатая аппроксимация (7). Его преимущество заключается в том, что ошибка такой оценки зависит только от скорости изменения частотной характеристики и не зависит от расположения слоев. Нормированная средняя ошибка при таком методе оценки показана на Рис. 12. Заметим, что в диапазоне SNR от 10 до 30 дБ ошибка такой оценки растет медленнее, чем при оценке с помощью SOMP, резкое увеличение ошибки наблюдается только при SNR 0 дБ. Для оценки разреженных по поднесущим слоев (2) выберем этот метод.

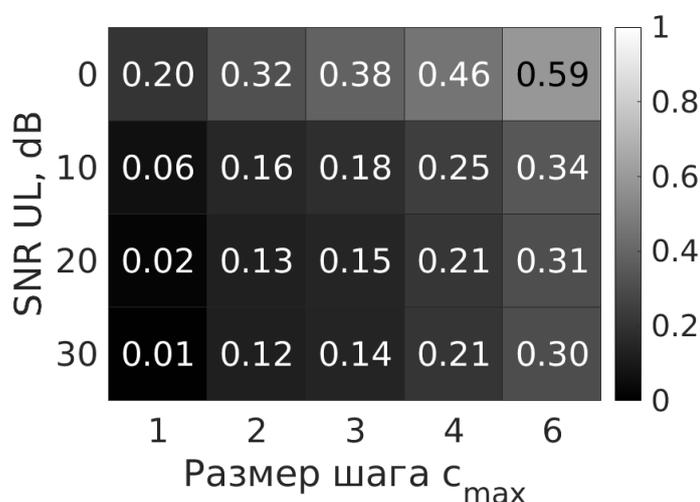


Рис. 12. Зависимость ошибки ступенчатой аппроксимации (12) от величины ступеньки c_{max} (см. Рис. 4) и SNR.

3.2. Зависимость ошибки восполнения от количества слоев и способа их расположения

Для определения параметров $comb_{sc}$ и $comb_{TX}$ для алгоритмов восполнения обратимся к результатам предыдущей работы. В таблице 1 мы повторим ранги в модели ТТ, гарантирующие среднюю ошибку аппроксимации полного тензора ниже, чем 0.1. На Рис. 13 приведена зависимость ошибки восполнения тензора по формулам при восполнении в ТТ формате в предположении, что необходимые слои измерены с небольшим шумом (SNR 30 дБ). Аналогичные результаты для восполнения канонического тензора представлены на Рис. 14.

В случае с восполнением канонического тензора, использование $comb_{TX} > 2$ приведет к значительной ошибке восполнения. При этом при увеличении $comb_{sc}$ вплоть до 96 ошибка растет незначительно, как показывает Рис. 14. В то же время, использование псевдослучайной перестановки слоев оказывает лишь незначительное повышение точности. Аналогичная ситуация наблюдается для восполнения ТТ при $N_{BS_1} = N_{BS_2} = 16$, как следует из Рис. 13 и Рис. 14 соответственно. По этим причинам для этих трех алгоритмов будем использовать $comb_{TX} = 2, comb_{sc} = 96$ с **периодическим** расположением слоев. При этом на оценку $N_{TX_1} = 16$ широкополосных слоев с помощью SOMP при $comb_{eq} = 16$ будет затрачен 1 символ, на оценку оставшихся $N_{TX_2} = 16$ разреженных по частоте слоев при $c_{max} = 2$ потребуется 8 символов. Таким образом, реализация таких измерений может быть выполнена за 9 символов.

Таблица 1. Ранги ТТ, гарантирующие среднюю нормированную ошибку аппроксимации полного тензора ниже, чем $NME = 0.1$

| 256x1 | 128x2 | 64x4 | 32x8 | 16x16 |
|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|
| $R_1 = 85$ | $R_1 = 67$ | $R_1 = 42$ | $R_1 = 26$ | $R_1 = 16$ |
| $R_2 = 25$ | $R_2 = 43$ | $R_2 = 63$ | $R_2 = 70$ | $R_2 = 75$ |

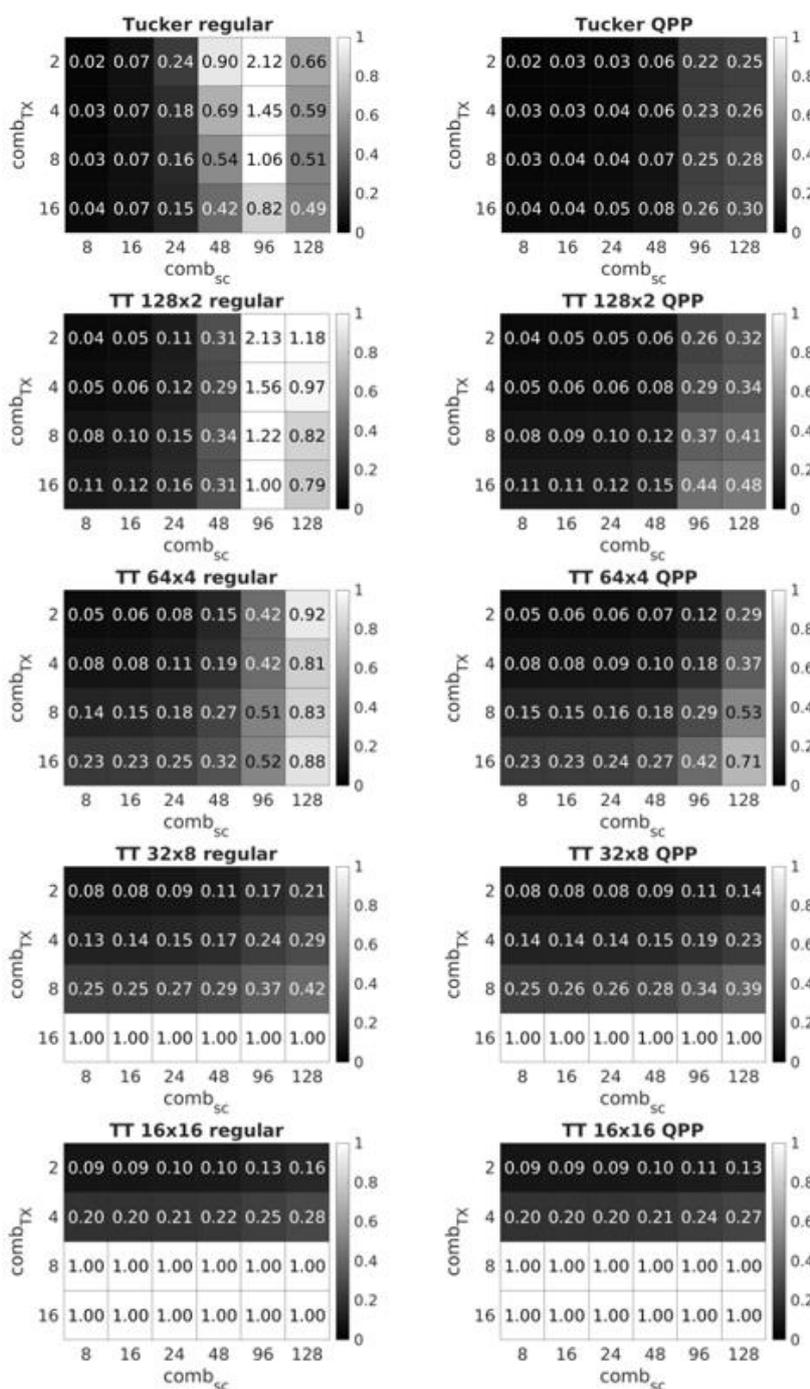


Рис. 13. Зависимость средней нормированной ошибки выполнения от количества слоёв и способа их расположения при переходе от модели Таккера к модели ТТ с использованием рангов из таблицы 1.

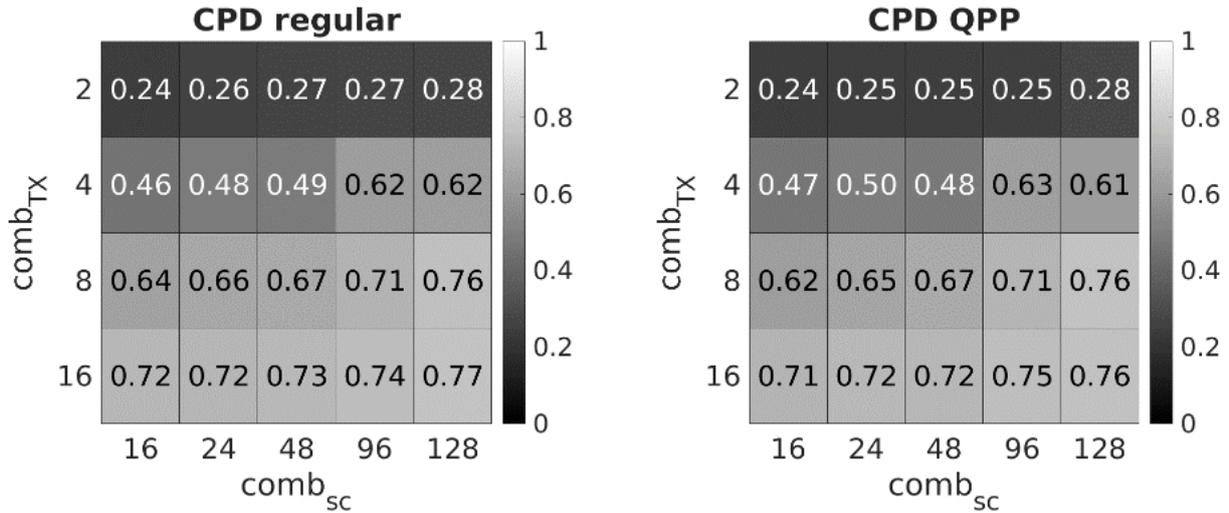


Рис. 14. Зависимость средней нормированной ошибки восполнения от количества слоёв и способа их расположения при восполнении тензора в каноническом формате.

Для восполнения в формате Таккера использование псевдослучайного расположения слоёв крайне важно. Кроме того, максимальное значение $comb_{sc}$ ограничено 48, как следует из Рис. 13. В то же время максимальное значение $comb_{TX}$ ограничено интервалом когерентности. Для иллюстрации этого ограничения рассмотрим пример при $N_{TX} = 32$, $comb_{TX} = 8$. Оценка широкополосных слоёв для $N_{TX_1} = 4$ антенн пользовательского устройства с помощью SOMP займет 1 символ (при неполном заполнении поднесущих). Канал для оставшиеся $N_{TX_2} = 28$ антенн на выбранных поднесущих необходимо измерить при помощи ступенчатой аппроксимации (7). Количество требуемых символов будет определяться как

$$T_{SLAB_{sc}} = \frac{N_{TX_2}}{c_{max}}.$$

При выборе малого размера ступеньки $c_{max} = 2$ оценка слоёв займет 14 символов, что в совокупности с оценкой широкополосных слоёв превышает длительность оценки в случае TT и CPD. В то же время увеличение $c_{max} = 2$ до 4 приведет к высокой ошибке оценки слоёв, как показывает Рис. 12. По этой причине при оценке слоёв для восполнения в формате Таккера мы будем использовать $c_{max} = 3$, а дополнительного снижения количества символов

добьемся уменьшением N_{TX_2} за счет выбора $comb_{TX} = 4$. Параметры конфигурации слоев для различных способов восполнения приведены в таблице 2. В этой же таблице согласно Рис. 9 приведено снижение доли частотно-временных ресурсов в разях относительно классической оценки канала с $comb = 8$, максимально возможным значением, не приводящим к эффекту наложения.

Заметим, что точность восполнения при таких измерениях, вообще говоря, может отличаться от результатов, представленных на Рис. 13 и Рис. 14. Ошибка оценки слоев может значительно повысить ошибку восполнения. Кроме того, при оценке с помощью SOMP в слоях остается строго определенное количество Фурье-компонент, что также может изменить точность.

Таблица 2. Итоговые параметры измерений слоев для восполнения.

| Метод | $comb_{TX}$ | $comb_{sc}$ | c_{max} | Уменьшение ресурсов на измерения (в разях) | Кол-во символов | QPP |
|---------------------|-------------|-------------|-----------|--|-----------------|-----|
| CPD | 2 | 96 | 2 | 3.43 | 9 | - |
| Tuck | 4 | 48 | 3 | 4 | 9 | + |
| ТТ _{16×16} | 2 | 96 | 2 | 3.43 | 9 | - |

Для исследования этих зависимостей повторим исследования из Рис. 13, но уже с учетом процедуры оценки слоев при $SNR_{UL} = 30$ дБ (24). Будем также исследовать различные значения $comb_{TX}$ и $comb_{sc}$ при значениях c_{max} из таблицы 2 и с оценкой широкополосных слоев с помощью SOMP при $comb_{eq} = 16$. Результаты численного моделирования приведены на Рис. 15. Заметим, что для значений параметров $comb_{TX}$ и $comb_{sc}$ из таблицы 2 точность восполнения отличается незначительно в сравнении с результатами из Рис. 13. Так, для CPD ошибка увеличилась с 0.25 до 0.26, для Таккера – с 0.06 до 0.14 и для ТТ 16×16 – с 0.13 до 0.16. Итоговые параметры алгоритмов восполнения в таблице 2 и представляют собой эмпирический компромисс между снижением количества используемых частотно-временных ресурсов и возрастанием ошибки восполнения.

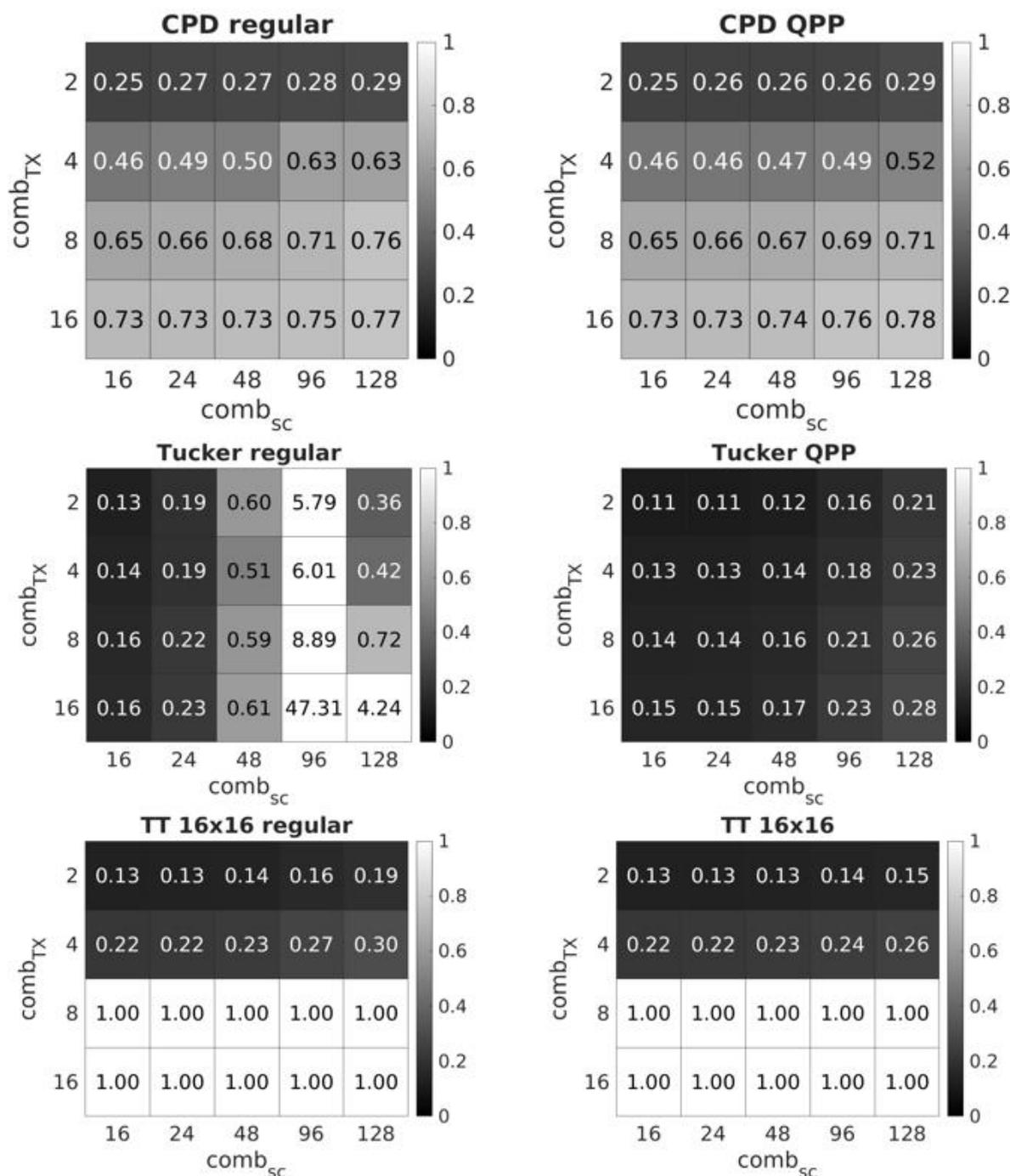


Рис. 15. Зависимость нормированной средней ошибки восполнения от $comb_{TX}$ и $comb_{sc}$ с учётом практических методов оценки слоёв. Разреженные по поднесущим слою оцениваются с помощью ступенчатой аппроксимации при значениях c_{max} из таблицы 2.

3.3. Сравнение спектральной эффективности системы при различных способах оценки канала

Приступим, наконец, к сравнению спектральной эффективности системы. Оценку канала предложенными методами будем выполнять в восходящем

канале, то есть в качестве передатчика будет выступать пользовательское устройство, в качестве приемника – базовая станция. По оценке канала будем строить пространственный фильтр (прекодер) со стороны базовой станции с помощью сингулярного разложения на каждой поднесущей. Под спектральной эффективностью нисходящего канала на i -той поднесущей будем понимать

$$C_i = \sum_{r=1}^{R_d} \log_2(1 + SINR_{i,r}),$$

где $SINR_{i,r} = \frac{P_{sig, i,r}}{P_{interf, i,r} + \sigma^2}$ – отношение мощности сигнала к мощности шума и интерференции. Полагаем, что матрица канала на i -той поднесущей имеет единичную норму $\mathcal{H}(:, :, i)_F = 1$ и что мощность шума σ^2 рассчитывается исходя из заданного SNR в нисходящем канале SNR_{DL} . Будем также считать, что шум равномерно распределяется между всеми $R_d = 8$ слоями передачи. Мощность сигнала на r -том слое вычисляется как

$$P_{sig, i,r} = \left| \mathcal{U}(:, r, i)^H \cdot \mathcal{H}(:, :, i) \cdot \hat{\mathcal{W}}(:, r, i) \right|^2,$$

где $\mathcal{U} \in \mathbb{C}^{N_{UE} \times R_d \times N_{sc}}$ – тензор пространственных фильтров со стороны приемника (пользователя), вычисленный с помощью сингулярного разложения по идеальному каналу на каждой поднесущей. Для распределения мощности по слоям передачи используется водоналивной алгоритм (см. раздел 4.2.5 в [21] и раздел 2.3 в [22]). Интерференция на r -том слое передачи и i -той поднесущей вычисляется как

$$P_{interf, i,r} = \sum_{r=1, r \neq j}^R \left| \mathcal{U}(:, r, i)^H \cdot \mathcal{H}(:, :, i) \cdot \hat{\mathcal{W}}(:, r, i) \right|^2,$$

где $\hat{\mathcal{W}} \in \mathbb{C}^{N_{BS} \times R_d \times N_{sc}}$ – пространственный фильтр передатчика со стороны базовой станции, вычисленный по оценке восходящего канала с помощью сингулярного разложения. Разумеется, для построения пространственного фильтра могут использоваться более сложные алгоритмы, например, MMSE-пространственные фильтры. Однако такие фильтры подавят часть интерференции, вносимой

неточной оценкой канала, и итоговые результаты не будут в полной мере характеризовать работу алгоритмов оценки канала.

Результаты моделирования при различных SNR в восходящем канале представлены на Рис. 16 при SNR в нисходящем канале $SNR_{DL} = 30$ дБ. Как следует из графиков, классическая оценка канала при $comb = 8$ дает хорошие результаты при высоких SNR. Увеличение же параметра $comb$ до 16 приводит к резкому падению спектральной эффективности из-за эффекта наложения импульсных характеристик. По этой причине за референсный метод мы примем классическую оценку канала при $comb = 8$, требующую $T_{symb} = \frac{N_{TX}}{comb} = 4$ символов с выделением поднесущих под пилоты различных антенн. Итоговое количество частотно-временных ресурсов в этом случае составляет согласно формуле (5) $P_{baseline} = \frac{N_{sc} N_{TX}}{comb} = 4N_{sc}$ частотно-временных ресурсных элементов. К каждой кривой в скобках в легенде на Рис. 16 указано уменьшение количества используемых частотно-временных ресурсов в разях относительно $P_{baseline} = 4N_{sc}$.

Согласно таблице 2 при использовании восполнения в формате Таккера расположение слоев, разреженных по поднесущим, определялось псевдослучайной перестановкой при помощи квадратичного перестановочного полинома (15) (QPP, quadratic permutation polynomial) с коэффициентами $a_1 = 5, a_2 = 6$. Расположение слоев при использовании восполнения канонического тензора (CPD) и ТТ оставалось периодическим. Помимо классических методов и описанных методов восполнения в качестве еще одного метода оценки канала мы используем алгоритм SOMP с псевдослучайным расположением пилотов и $comb_{eq} = 16$. Это эквивалентно заданию $comb_{TX} = 1$ при крестовых измерениях тензора, т.е. в качестве широкополосных слоев выступает весь тензор.

Как следует из Рис. 16, при $SNR_{UL} = 20$ дБ оценка канала при помощи SOMP с $comb_{eq} = 16$ показывает такой же результат, как и классическая оценка канала при $comb = 8$. Таким образом, SOMP позволяет снизить затраты частотно-временных ресурсов на оценку канала в 2 раза без потери точности. Более того, оценка при

помощи SOMP оказывается более устойчивой к шуму, чем классическая оценка. Так, при $SNR_{UL} < 10$ дБ система с оценкой канала с помощью SOMP показывает большую спектральную эффективность, чем классические методы оценки. Это связано с увеличением эффективного SNR на поднесущую при разреженных измерениях, а также с фильтрующими свойствами SOMP (выбор сильнейших ДПФ-компонент). При $SNR_{UL} = 0$ дБ оценка канала с помощью SOMP дает на 50% большую спектральную эффективность, чем классическая оценка.

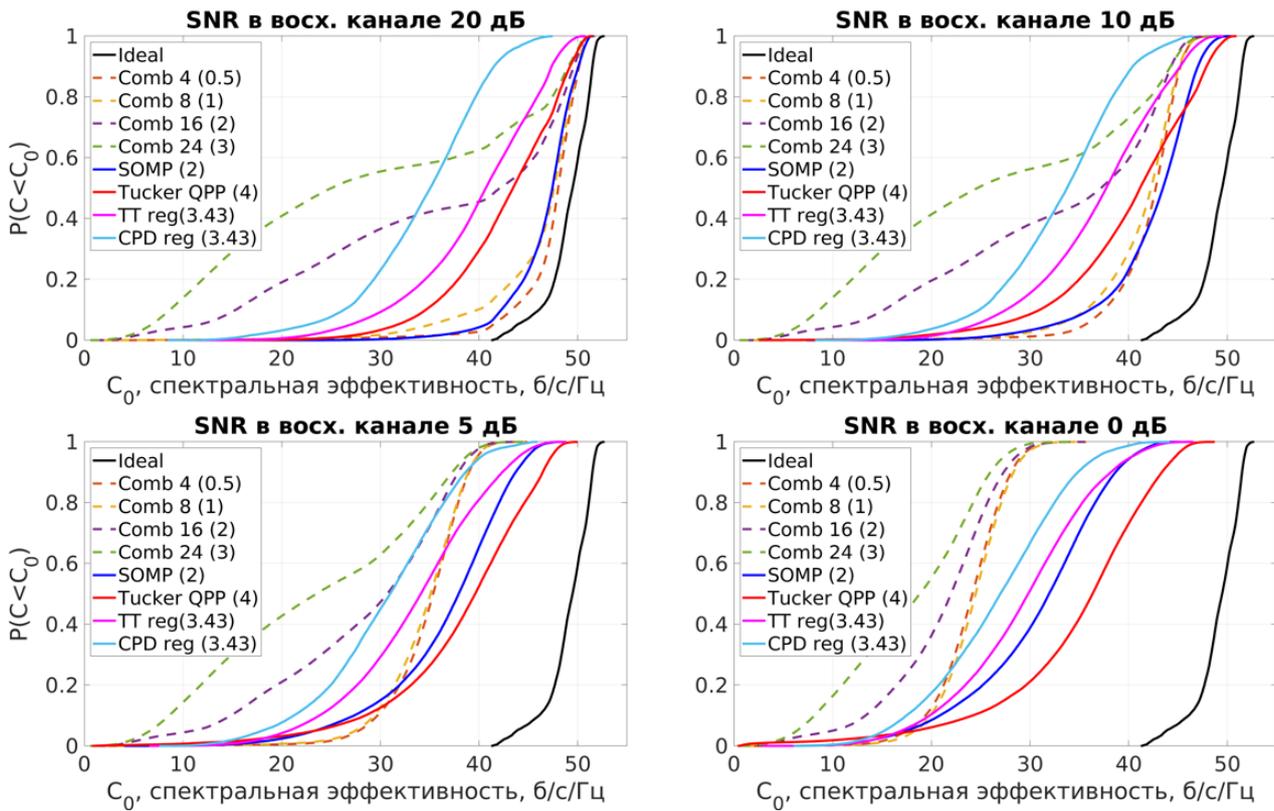


Рис. 16. Сравнение оценки функции распределения спектральной эффективности в нисходящем канале при различных SNR и способах оценки восходящего канала.

Устойчивость к шуму SOMP как метода оценки широкополосных слоев для восполнения тензора также объясняет устойчивость к шуму тензорных методов. Особенно выделяется восполнение тензора в формате Таккера, так как при низких SNR_{UL} этот алгоритм показывает лучший результат, чем SOMP. При $SNR_{UL} = 0$ дБ восполнение в формате Таккера дает спектральную эффективность на 12.5% больше, чем при оценке SOMP, и требует в 2 раза меньше частотно-временн ресурсов, чем SOMP.

Другие тензорные методы оценки канала (CPD и TT) позволяют добиться меньшей, чем OMP, спектральной эффективности во всем диапазоне SNR_{UL} . Однако эти тензорные методы, как и восполнение в формате Таккера, позволяют добиться большего снижения частотно-временных ресурсов на оценку канала (в 3.43 раза по сравнению со снижением в 2 раза у SOMP). В то же время, эти методы не требуют псевдослучайного расположения разреженных вдоль поднесущих слоев, в отличие от восполнения в формате Таккера. Это может оказаться преимуществом при практической реализации, так как использование периодических пилотов предпочтительнее с точки зрения обратной совместимости. Среди алгоритмов восполнения, использующих периодически расположенные слои, худший результат показывает восполнение канонического тензора, что объясняется высокой ошибкой аппроксимации тензора канала моделью канонического тензора и чувствительностью алгоритма восполнения к ошибке аппроксимации тензора выбранной моделью. Предлагаемое восполнение в TT формате в среднем показывает улучшение спектральной эффективности относительно восполнения канонического тензора: от 12% при $SNR_{UL} = 20$ дБ до 20% при $SNR_{UL} = 0$ дБ.

Заключение

В данной работе исследованы практические аспекты реализации измерений тензоров по перекрестным слоям с целью их дальнейшего восполнения. Показано, что при оценке широкополосных слоев перспективно использование методов разреженных измерений (например, SOMP) при псевдослучайном расположении пилотов (на базе перестановочных полиномов). Этот подход можно также использовать для оценки всего тензора канала. При SNR 10-20 дБ это позволяет снизить затраты частотно-временных ресурсов по сравнению с классической интерполяцией по периодическим пилотам в 2 раза без потери спектральной эффективности системы. При SNR 0-5 дБ такой метод помимо экономии ресурсов также показывает большую помехоустойчивость, увеличивая спектральную эффективность системы на 10-50%. Дальнейшего

снижения требуемого количества ресурсов можно добиться при использовании алгоритма SOMP только для оценки широкополосных слоев и применении тензорных алгоритмов восполнения. Число символов на оценку разреженных по частоте слоев при этом можно снизить с помощью ступенчатой аппроксимации в 2-3 раза с повышением ошибки оценки слоев до 0.15. Восполнение в формате Таккера позволяет снизить требуемое количество ресурсов еще в 2 раза по сравнению с SOMP (в 4 раза в сравнении с классическим подходом). При SNR 10-20 дБ восполнение в формате Таккера дает падение спектральной эффективности на 5-10 %, однако при SNR 0-5 дБ этот алгоритм показывает увеличение спектральной эффективности относительно SOMP на 12.5 %. Для восполнения в формате Таккера при этом критично псевдослучайное расположение разреженных слоев. Периодические же слои можно использовать при восполнении в формате ТТ, однако при этом достигается несколько меньшее снижение количества используемых ресурсов (в 3.43 раза) и несколько меньшая пропускная способность (на 7.5-15 % ниже, чем при восполнении в формате Таккера). В качестве направления дальнейших исследований перспективным выглядит добавление адаптивной оценки рангов.

Литература

1. Wang C.X. et al. On the road to 6G: Visions, requirements, key technologies, and testbeds // IEEE Communications Surveys & Tutorials. – 2023. – Т. 25. – №. 2. – С. 905-974.
2. Alhamed A., Gültepe G., Rebeiz G.M. 64-element 16–52-GHz transmit and receive phased arrays for multiband 5G-NR FR2 operation // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 2022. – Т. 71. – №. 1. – С. 360-372.
3. Lin X. The bridge toward 6G: 5G-Advanced evolution in 3GPP Release 19 // IEEE Communications Standards Magazine. – 2025. – Т. 9. – №. 1. – С. 28-35.
4. Kanatsoulis C.I. et al. Tensor completion from regular sub-Nyquist samples // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2019. – Т. 68. – С. 1-16.

5. Dorokhin S., Lyashev V., Makurin M. 6G XL-MIMO Channel Estimation with Sub-Nyquist Tensor Completion // 2025 27th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA). – IEEE, 2025. – С. 1-6.
6. Determe J.F. et al. On the exact recovery condition of simultaneous orthogonal matching pursuit // IEEE Signal Processing Letters. – 2015. – Т. 23. – №. 1. – С. 164-168.
7. Fertl P., Matz G. Channel estimation in wireless OFDM systems with irregular pilot distribution // IEEE Transactions on signal processing. – 2010. – Т. 58. – №. 6. – С. 3180-3194.
8. Temlyakov V. Greedy approximation. – Cambridge University Press, 2011. – Т. 20.
9. Tropp J.A. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation // IEEE Transactions on Information theory. – 2004. – Т. 50. – №. 10. – С. 2231-2242.
10. Haupt J., Applebaum L., Nowak R. On the restricted isometry of deterministically subsampled Fourier matrices // 2010 44th Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS). – IEEE, 2010. – С. 1-6.
11. Takeshita O.Y. On maximum contention-free interleavers and permutation polynomials over integer rings // IEEE Transactions on Information Theory. – 2006. – Т. 52. – №. 3. – С. 1249-1253.
12. Дорохин С.В. и др. Измерительные сигналы на основе перестановочных полиномов для восполнения тензоров канала OFDM MIMO // Т Comm. – 2025. – Т. 19. – №. 5.
13. Tropp J.A., Gilbert A.C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit // IEEE Transactions on information theory. – 2007. – Т. 53. – №. 12. – С. 4655-4666.
14. Tropp J.A., Gilbert A.C., Strauss M.J. Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part I: Greedy pursuit // Signal processing. – 2006. – Т. 86. – №. 3. – С. 572-588.
15. Liutkus A. et al. Compressed sensing under strong noise. Application to imaging through multiply scattering media // 2014 22nd European Signal Processing Conference (EUSIPCO). – IEEE, 2014. – С. 716-720.

16. He X., Song R., Zhu W.P. Pilot allocation for distributed-compressed-sensing-based sparse channel estimation in MIMO-OFDM systems // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. – 2015. – Т. 65. – №. 5. – С. 2990-3004.
17. Singh I., Kalyani S., Giridhar K. A practical compressed sensing approach for channel estimation in OFDM systems // *IEEE Communications Letters*. – 2015. – Т. 19. – №. 12. – С. 2146-2149.
18. Shuvalov D., Dorokhin S., Makurin M. Complexity Reduction of the Super-Resolution Iterative Reweighted Algorithm // *2025 27th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA)*. – IEEE, 2025. – С. 1-6.
19. Huang H., Zhang J., Jiang J. Low complexity hybrid-field channel estimation based on simultaneous weighted OMP algorithm in Extreme Large-scale MIMO systems // *IEEE Access*. – 2024. – Т. 12. – С. 46551-46561.
20. Jaeckel S. et al. QuaDRiGa: A 3-D multi-cell channel model with time evolution for enabling virtual field trials // *IEEE transactions on antennas and propagation*. – 2014. – Т. 62. – №. 6. – С. 3242-3256.
21. Cho Y.S. et al. *MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB*. – John Wiley & Sons, 2010.
22. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Елохин А.В., Сорокин И.С. Пространственная обработка сигналов в ММО системах сотовой связи. – Нижний Новгород: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет, 2020. – 134 с.
23. Мансур С.Х., Чубариков В.Н. Об одном обобщении суммы Гаусса // *Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика*. – 2009. – №. 2. – С. 77-80.

Для цитирования:

Дорохин С.В., Шувалов Д.В., Ляшев В.А. Оценка канала больших ММО OFDM систем как восполнение субдискретизированного тензора: Часть 2 // *Журнал радиоэлектроники*. – 2025. – №. 8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.8.4>