



DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.8.5>

УДК: 621.391.1

РОБАСТНЫЙ МЕТОД КООРДИНАТОМЕТРИИ ИЗЛУЧАЮЩИХ ЦЕЛЕЙ НА БАЗЕ ТРИАНГУЛЯЦИОННОГО КОМПЛЕКСА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Ю.Г. Булычев, В.Ю. Булычев, Д.Ю. Голубев

**Всероссийский научно-исследовательский институт «Градиент»
344000, Ростов-на-Дону, пр. Соколова, 96**

Статья поступила в редакцию 6 мая 2025 г.

Аннотация. В рамках совместного применения классического статистического подхода, а также нетрадиционного подхода, ориентированного на принципы непрерывности, размножения и кластеризации, для триангуляционного комплекса развит новый метод робастного оценивания местоположения излучающих целей в условиях существенной априорной неопределенности при асинхронных измерениях. Приводятся модели, критерий и алгоритм оценивания, устойчивый к такой неопределенности. Даны практические рекомендации.

Ключевые слова: существенная априорная неопределенность, пеленгатор, триангуляционный комплекс, асинхронные измерения, излучающая цель, робастность, грубая ошибка измерений, принципы непрерывности, размножения и кластеризации, целевая функция, семейство частных оценок, конкурирующий кластер, апостериорные веса, результирующая оценка.

Автор для переписки: Булычев Юрий Гурьевич, ProfBulychev@yandex.ru

Введение

К настоящему времени накоплен большой теоретический и практический задел для построения различных триангуляционных комплексов (ТК), состоящих из разнесенных в пространстве пеленгаторов, используемых для решения задачи оценивания местоположения излучающей цели (ИЦ). Он показывает, что применение традиционного статистического подхода [1–15] (например, в рамках методов максимума апостериорной плотности вероятности, максимального правдоподобия, наименьших квадратов и их различных модификаций, линейной и нелинейной фильтрации) может приводить к существенным погрешностям в условиях существенной неопределенности. Это связано с тем, что указанный подход реализует свои потенциальные возможности только в среднем (на неограниченном массиве выборок при полной адекватности используемых хорошо формализуемых моделей и ограничений).

Однако существует целый класс ТК, для которых характерны условия существенной априорной неопределенности и погрешности оценивания даже на одной частной выборке могут приводить к значительным рискам, например, при наличии грубых ошибок измерений (ГОИ). Для таких ТК обработка измерений должна осуществляться в рамках гибридного метода, сочетающего в себе достоинства как статистического подхода (обеспечивающего оптимальность в среднем), так и некоторого нетрадиционного подхода (обеспечивающего оптимальность в частном), в максимальной степени ориентированного на указанные условия неопределенности.

К числу гибридных можно отнести робастный кластерно-вариационный метод [16], который зарекомендовал себя в качестве эффективного инструмента преодоления априорной неопределенности как в среднем, так и частном. Он базируется на принципе размножения единичных оценок (т.е. рассмотрении множества вариантов решения одной и той же задачи для различных наборов измерений, формируемых на базе исходного входного наблюдения), принципе кластеризации (разбиении данных оценок на несколько конкурирующих кластеров) и алгоритме построения результирующей оценки с учетом этой

кластеризации. К недостаткам указанного метода можно отнести следующее: измерения всех пеленгаторов являются синхронными по времени; построение результирующей оценки не учитывает разноточность единичных оценок в пределах одного кластера, что не соответствует важному принципу адаптивности ТК для более широкого спектра условий наблюдения.

Ниже развивается робастный модифицированный кластерно-вариационный метод (МКВМ), который полностью устраняет все отмеченные недостатки. Метод должен обеспечивать формирование устойчивых оценок местоположения ИЦ как в синхронном, так и асинхронном режиме в условиях существенной априорной неопределенности (таких как отсутствие достоверных знаний о законах распределения ошибок измерений, пропуски в измерениях, наличие инструментальных и методических ошибок, а также ГОИ, «деградация» структуры системы и др.). Зачастую отсутствуют даже минимальные априорные данные, необходимые для эффективного применения известных робастных методов обработки измерений, гарантирующих состоятельность формируемых оценок. Кроме того, эти методы не учитывают специфику построения и функционирования ТК, в частности геометрический фактор, зависящий от размещения в пространстве пеленгаторов и ИЦ. При этом единственным учитываемым фактором зачастую является предположение о максимально возможном количестве недостоверных измерений, при котором еще возможно получение надежной оценки с учетом заданного числа пеленгаторов.

По аналогии с [16] описание предлагаемого метода в основном будет рассматриваться для случая одной ИЦ, что позволит опустить громоздкие обозначения и выкладки. Обобщение метода на случай нескольких ИЦ рассматривается в разделе 4.

1. Основные определения, модели и ограничения. Постановка задачи

В декартовой системе координат XYZ рассматривается ТК, состоящий из множества пеленгаторов $(\Pi_m, m = \overline{1, M})$, при этом положение каждого пеленгатора задается вектором $\mathbf{p}_m = [\rho_{xm}, \rho_{ym}, \rho_{zm}]^T$. ИЦ характеризуется вектором декартовых координат $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_p, p = \overline{1, 3}]^T$, а измеряемые параметры объединяются в вектор $\mathbf{s} = [s_j, j = \overline{1, J}]^T$. В качестве координат данного вектора выступают углы азимута и места ИЦ, которые могут относиться к различным моментам времени (именно это характерно для асинхронного режима).

Входное наблюдение характеризуется вектором

$$\mathbf{h} = \mathbf{s} + \boldsymbol{\Delta} + \boldsymbol{\xi}$$

где $\boldsymbol{\Delta} = [\Delta_j, j = \overline{1, J}]^T$ – неизвестная ошибка измерений, $\boldsymbol{\xi} = [\xi_j, j = \overline{1, J}]^T$ – шум измерений с неизвестным законом распределения, но нулевым математическим ожиданием и заданной корреляционной матрицей.

Для описания ошибки $\boldsymbol{\Delta}$ воспользуемся следующим подходом. Пусть J^Δ – количество тех ненулевых координат вектора $\boldsymbol{\Delta}$, которые приводят к ненадежным результатам оценивания, при этом J_Δ не превышает некоторого заранее установленного для данного ТК значения $J_{\max}^\Delta \in \{0, 1, \dots\}$. Кроме того, должно выполняться ограничение

$$J_{\min} + J_{\max}^\Delta \leq J,$$

где $J_{\min}$ – минимальное число координат вектора $\mathbf{h}$, которых достаточно для качественного решения задачи оценивания при условии, что $\boldsymbol{\Delta} = \mathbf{0}$.

В дальнейшем на базе $\mathbf{h}$ будут формироваться различные наборы измерений $\mathbf{h}_i = [h_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$, где $h_{ij} \in \{h_j, j = \overline{1, J}\}$, $J_i \leq J$, $\mathbf{h}_i \neq \mathbf{h}_r, \forall i \neq r, i, r = \overline{1, I}$, для которых вводится ограничение

$$J_{\min} \leq J_i \leq J.$$

При таком подходе к описанию ошибки Δ часть ее ненулевых координат может принимать произвольные значения (в том числе и аномальные), они могут располагаться в векторе Δ самым произвольным образом и для их описания не существует какой-либо универсальной и удовлетворительной модели. Единственным способом формализации ошибки Δ является введение некоторых количественных ограничений, которые соответствуют практике эксплуатации конкретного ТК.

На вектор состояния λ накладываются традиционные ограничения $\lambda \in \Lambda \subset R^P$, где $\Lambda = \{\Lambda_{\min}^p \leq \lambda_p \leq \Lambda_{\max}^p\}$, $\Lambda_{\min}^p \in R^1$ и $\Lambda_{\max}^p \in R^1$. Считается известным оператор Ψ , такой что $\Psi:s \rightarrow \lambda$, т.е. $\lambda = \Psi(s)$, при этом существует обратный оператор $\Psi^{-1}:\lambda \rightarrow s$, для которого $s = \Psi^{-1}(\lambda)$.

Разрабатываемый МКВМ базируется на трех основных принципах: непрерывности, размножения и кластеризации. Первый принцип связан с утверждением о непрерывной зависимости качества решения задачи оценивания от параметров входного наблюдения достаточной размерности. В частности, последовательное уменьшение параметра J (путем исключения тех или иных координат вектора $\mathbf{h}$) приводит к плавной эволюции точности результирующей оценки. Второй принцип связан с утверждением о возможности формирования мощного множества частных оценок (как хороших, так и плохих), удовлетворяющих сформулированным ограничениям. Третий принцип связан с утверждением о том, что при выполнении данных ограничений все возможные частные оценки можно кластеризовать, при этом среди конкурирующих кластеров есть оптимальный, который служит основой для формирования надежной результирующей оценки.

Согласно принципу размножения основному вектору $\mathbf{h}$ ставится в соответствие семейство частных векторов $\{\mathbf{h}_i, i = \overline{1, I}\}$, где $\mathbf{h}_i = [h_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$, $h_{ij} \in \{h_i, i = \overline{1, I}\}$, $J_i \leq J$, $\mathbf{h}_i \neq \mathbf{h}_r \forall i, r = \overline{1, I}, i \neq r$, $\mathbf{h}_i = \mathbf{s}_i + \Delta_i + \xi_i$, $\mathbf{s}_i = [s_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$,

$\Delta_i = [\Delta_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$, $\xi_i = [\xi_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$, при этом выбор значений $I, J_1, \dots, J_I$ должен отвечать принятым ограничениям, а, кроме того, должно гарантироваться наличие среди $\{\mathbf{h}_i, i = \overline{1, I}\}$ векторов, не содержащих ГОИ. Каждому вектору $\mathbf{h}_i$ можно поставить в соответствие некоторый оператор Ψ^* классического оптимального оценивания (например, оператор метода максимального правдоподобия)

$$\Psi^* : (\mathbf{h}_i, \mathbf{K}_{\xi_i}) \rightarrow \lambda_i^*,$$

где $\lambda_i^* = \Psi^*(\mathbf{h}_i, \mathbf{K}_{\xi_i})$ – частная оценка, характеризуемая корреляционной матрицей $\mathbf{K}_i^*$ ошибок оценивания, $\mathbf{K}_{\xi_i}$ – корреляционная матрица шума ξ_i .

Для вычисления элементов матрицы $\mathbf{K}_i^*$ используются известные формулы (см., например, [1–5]), вид которых полностью определяется геометрией и условиями наблюдения ТК, а также значением матрицы $\mathbf{K}_{\xi_i}$.

Применительно к каждой оценке λ_i^* с помощью известного оператора Θ (также зависящего от геометрии и параметров ТК) формируется оценка вектора вторичных измерений $\Theta : \lambda_i^* \rightarrow \mathbf{s}_i^*$, где $\mathbf{s}_i^* = \Theta(\lambda_i^*)$, $\mathbf{s}_i^* = [s_{ij}^*, j = \overline{1, J_i}]^T$. Следует помнить, что в общем случае вектор $\mathbf{s}_i^*$ имеет размерность J_i , не совпадающую с размерностью J вектора $\mathbf{s}$. При вычислении $\mathbf{s}_i^*$ учитываются декартовы координаты только тех пеленгаторов ТК, которые используются в формировании частного вектора $\mathbf{h}_i$.

Применение вторичных измерений позволяет отсеять плохие частные оценки λ_i^* путем проверки условия $|s_{ij}^* - h_{ij}| \leq \varepsilon_{ij} \quad \forall j = \overline{1, J_i}$, где ε_{ij} – максимальная величина невязки, вычисляемая с учетом матрицы $\mathbf{K}_i^*$. Если это условие не выполняется или оценка λ_i^* не попадает в область Λ , то данная частная оценка отсеивается. Оставшиеся после отсева частные оценки обозначим через $\lambda_{[n]}^*$,

$n = \overline{1, N}$, где $\lambda_{[n]}^* \in \{\lambda_1^*, \dots, \lambda_I^*\}$. Очевидно, что множество таких оценок не пусто, если выполнены сформулированные выше ограничения.

Сформированное множество $\mathbf{X}^* = \{\lambda_{[1]}^*, \dots, \lambda_{[N]}^*\}$ разбивается на конкурирующие кластеры $\mathbb{K}_q$, $q = \overline{1, Q}$ (для кластеризации применяется иерархический агломеративный алгоритм с евклидовой нормой по аналогии с [17–20]). Согласно данному алгоритму оценки $\lambda_{[1]}^*, \dots, \lambda_{[N]}^*$ последовательно (по шагам) объединяются в группы: сначала самые близкие, а затем все более отдаленные друг от друга. На первом шаге каждая оценка $\lambda_{[n]}^*$ рассматривается как отдельный кластер.

Алгоритм кластеризации устанавливает отображение $\Upsilon: \mathbf{X}^* \rightarrow \{\mathbb{K}_q, q = \overline{1, Q}\}$, при этом должно выполняться условие $\mathbf{X}^* = \bigcup_{q=1}^Q \mathbb{K}_q$, где $\mathbb{K}_k \cap \mathbb{K}_r = \emptyset$, $k, r \in \{1, \dots, Q\}$, $k \neq r$ и $\mathbb{K}_q \neq \emptyset \quad \forall q = \overline{1, Q}$. Для каждого кластера будем использовать представление $\mathbb{K}_q = \{\lambda_{[q,n]}^*, n = \overline{1, N_q}\}$, где $\lambda_{[q,n]}^*$ – частная оценка, которая попала в кластер $\mathbb{K}_q$ и ей присвоен номер n . Каждой $\lambda_{[q,n]}^*$ соответствует оценка вектора вторичных полномерных измерений $\mathbf{s}_{[q,n]}^* = \Theta(\lambda_{[q,n]}^*)$, где $\mathbf{s}_{[q,n]}^* = [s_{j[q,n]}^*, j = \overline{1, J}]^T$. Под полномерностью понимается то, что размерности векторов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{s}_{[q,n]}^*$ совпадают.

Выбор семейства кластеров $\{\mathbb{K}_1, \dots, \mathbb{K}_Q\}$ подробно обсуждается в [16], где предложен новый робастный алгоритм кластеризации, в том числе и при неизвестном Q . Он позволяет разбить все семейство $\{\lambda_{[1]}^*, \dots, \lambda_{[N]}^*\}$ на кластеры автономно (без участия оператора), достаточно прост для компьютерной реализации и не требует больших вычислительных затрат. Результаты применения данного алгоритма показали его высокую эффективность и хорошие асимптотические свойства.

Требуется разработать в оптимальной постановке робастный МКВМ, устойчивый к ошибке Δ и учитывающий при построении результирующей оценки $\lambda^* = [\lambda_p^*, p = \overline{1, P}]^T$ асинхронность измерений пеленгаторов и разноточность частных оценок, входящих в конкурирующие кластеры. Метод должен включать в себя построение и обоснование целевой функции, критерий и алгоритм выбора оптимального кластера, а также оптимальной результирующей оценки.

2. Обоснование и построение целевой функции. Критерий и алгоритм оценивания

В случае, когда $\Delta = \mathbf{0}$ и априорная информация о шуме ξ ограничивается знанием корреляционной матрицы $\mathbf{K}_\xi$, предпочтение отдается традиционному статистическому методу, в котором используется весовая матрица $\mathbf{W}_\xi = \mathbf{K}_\xi^{-1}$ (это обеспечивает оптимизацию в среднем). В рамках разрабатываемого МКВМ, применительно к условиям существенной неопределенности, необходимо сформировать новую целевую функцию, которая учитывала бы все параметры, входящие в используемые ограничения и описывающие конкурирующие кластеры. В данной функции должны фигурировать весовые коэффициенты, которые в отличие от любого оптимального статистического метода вычисляются апостериорно по одной фиксированной выборке измерений (это обеспечивает оптимизацию в частном).

Для решения задачи оценивания используем следующую безразмерную нормированную целевую функцию:

$$F(\lambda, q) = J^{-1} \sum_{j=1}^J \left\{ \left[\frac{s_j(\lambda) - h_j}{\delta_j} \right]^2 w(h_j, q) \right\}, \quad 0 \leq F(\lambda, q) \leq 1, \quad (1)$$

где $s_j(\lambda)$ – известная зависимость измеряемого параметра s_j от вектора состояния λ , $w(h_j, q)$ – апостериорный вес измерения h_j , $0 \leq w(h_j, q) \leq 1$ –

коэффициент, ограничивающий величину $|s_j(\lambda) - h_j|$ для всех просматриваемых (модельных) значений $\lambda \subset \Lambda$ и обеспечивающий соответствующую нормировку.

Для нахождения всех весов заметим, что применительно к кластеру $\mathbb{K}_q$ и его любой частной оценке $\lambda_{[q,n]}^*$ необходимо проверять условие

$$|s_{j[q,n]}^* - h_j| \leq \varepsilon_{j[q,n]}. \quad (2)$$

Левая часть в (2) характеризует невязку между первичными h_j и вторичными $s_{j[q,n]}^*$ измерениями для всех возможных значений j , q и n . Для учета ограничения на данную невязку воспользуемся индикаторной функцией

$$\varphi(p) = \begin{cases} 1-p, & 0 \leq p \leq 1, \\ \varphi(p) = 0, & p > 1. \end{cases} \quad (3)$$

Принимая $p = (s_{j[q,n]}^* - h_j)^2 / \varepsilon_{j[q,n]}^2$, весовые коэффициенты, учитывающие все принятые ограничения задачи оценивания, а также результаты размножения частных оценок и их кластеризации, находятся так

$$w(h_j, q) = N_q^{-1} \sum_{n=1}^{N_q} \varphi \left(\frac{(s_{j[q,n]}^* - h_j)^2}{\varepsilon_{j[q,n]}^2} \right), \quad 0 \leq w(h_j, q) \leq 1, \quad (4)$$

где N_q^{-1} играет роль нормирующего множителя.

Формула (4) позволяет учесть количество N_q частных оценок в каждом кластере $\mathbb{K}_q$, пороги $\varepsilon_{j[q,n]}$ допустимых погрешностей вторичных измерений и наличие грубых ошибок измерений (одиночных и групповых) путем введения индикаторной функции $\varphi(p)$. Коэффициент $w(h_j, q)$ показывает удельный вклад измерения h_j в образование всех отметок кластера $\mathbb{K}_q$. Его можно назвать коэффициентом соответствия измерения h_j элементам кластера $\mathbb{K}_q$. Чем больше

значение коэффициента, тем больше доверия к первичному измерению h_j , с которым связан этот коэффициент.

С учетом (1)–(4) искомая целевая функция принимает вид

$$F(\lambda, q) = (JN_q)^{-1} \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^{N_q} \left[\frac{s_j(\lambda) - h_j}{\delta_j} \right]^2 \varphi \left(\frac{(s_{j[q,n]}^* - h_j)^2}{\varepsilon_{j[q,n]}^2} \right). \quad (5)$$

Критерий оптимального оценивания сводится к следующему

$$\lambda^* = \arg \min_{\lambda} F(\lambda, q^*), \quad (6)$$

$$q^* = \arg \max_q w(\mathbf{h}, q) = \arg \max_q \left\{ J^{-1} \sum_{j=1}^J w(h_j, q) \right\}, \quad 0 \leq w(\mathbf{h}, q) \leq 1, \quad (7)$$

где $w(\mathbf{h}, q)$ – интегральный безразмерный нормированный весовой коэффициент.

Минимизация решающей функции $F(\lambda, q)$ по векторному аргументу λ приводит к уравнению $[\partial F(\lambda, q) / \partial \lambda]^T = 0$. Раскрывая частные производные, получим систему скалярных уравнений

$$\sum_{j=1}^J \left\{ \left(\frac{s_j(\lambda) - h_j}{\delta_j} \right) w(h_j, q) \frac{\partial s_j(\lambda)}{\partial \lambda_p} \right\} = 0, \quad p = \overline{1, P}, \quad (8)$$

где частные производные раскрываются с учетом известной зависимости $\mathbf{s} = \Psi^{-1}(\lambda)$.

Системе (8) соответствуют частные оценки $\lambda^*(q)$, $q = \overline{1, Q}$. В качестве результирующей оценки $\lambda^* \in \{\lambda^*(1), \dots, \lambda^*(Q)\}$ выбирается та частная оценка $\lambda^*(q^*)$ (где $q^* \in \{1, \dots, Q\}$), которая удовлетворяет критерию (для фиксированного $\mathbf{h}$)

$$w(\mathbf{h}, q^*) > w(\mathbf{h}, q) \quad \forall q = \overline{1, Q}, \quad q \neq q^*. \quad (9)$$

При правильном планировании измерительного эксперимента (см., например, [21]) практически всегда обеспечивается надежное обнаружение

результатирующего кластера $\mathbb{K}_q^*$, содержащего наибольшее число частных оценок, образованных достоверными частными наблюдениями $\mathbf{h}_i$. В свою очередь, параметры $\varepsilon_{j[q,n]}$ существенно влияют на точность оценивания.

Введение ограничений позволяет отсеять так называемые некорректные области оценивания, в которых может нарушаться условие единственности решения. Например, для ТК, состоящего из двух пеленгаторов, речь идет об областях, для которых треугольник, образуемый базой и двумя линиями визирования, имеет слишком маленький угол при его вершине (в ней находится ИЦ). В этих случаях линии визирования почти параллельны и даже незначительные ошибки пеленгования, не говоря уже об ГОИ, могут приводить к существенным ошибкам координатометрии. Кроме того, среди конкурирующих кластеров могут появиться такие, которые находятся на одном направлении, разнесены на большие расстояния и имеют приблизительно одинаковое число элементов. Для борьбы с такой некорректностью либо вводят ограничения, либо используют дополнительные измерения от некоторой внешней системы, которая в совокупности с рассматриваемым ТК устраняет некорректные области. Это также относится к задачам оптимального планирования эксперимента.

Если ограничиться одним кластером, снять принятые ограничения, а весовым коэффициентам $w(h_1, q), \dots, w(h_J, q)$ поставить в соответствие обратные величины дисперсий ошибок первичных измерений (распределенных по нормальному закону), то приведенное решение (1)–(9) будет соответствовать известной максимально правдоподобной оценке для случая отсутствия ГОИ.

В классической статистической постановке задача оценивания решается на базе всех измерений (независимо от того, хорошие они или плохие), подлежащих совместной оптимальной обработке с учетом заранее назначаемых априорных весов. Развиваемый гибридный робастный метод оценивания также оперирует со всеми измерениями, но учитывает как априорную информацию (в виде весовых матриц $\mathbf{W}_{\xi_i} = \mathbf{K}_{\xi_i}^{-1}$, используемых при построении частных оценок),

так и апостериорную информацию (в виде весов $w(h_1, q), \dots, w(h_J, q)$ и $w(\mathbf{h}, q)$), которая требуется для нахождения оптимального кластера и построения результирующей оценки.

Реализация предлагаемого метода оценивания (с учетом подготовки исходных данных) связана со следующими вычислительными затратами $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$, где Γ_1 – затраты на построение семейства частных оценок, Γ_2 – затраты на кластеризацию этих оценок и выбор результирующего кластера, Γ_3 – затраты на построение результирующей оценки. Реализация указанных операций в специализированных вычислительных средах не представляет особых сложностей и позволяет обеспечить режим реального времени.

3. Конкретизация разработанного метода на примере случая синхронных измерений

Рассмотрим ТК, в котором в качестве Π_m используются двухканальные пеленгаторы, измеряющие азимут α_m и угол места β_m . В этом случае: $P = 3$, $J = 2M$, $\lambda = [x, y, z]^T$, $J = 2M$, $\mathbf{s} = [\alpha_m, \beta_m, m = \overline{1, M}]^T$, $\mathbf{h} = [h_m^\alpha, h_m^\beta, m = \overline{1, M}]^T$, $\delta_j = \pi$. В качестве $\mathbf{s} = \Psi^{-1}(\lambda)$ используются известные формулы:

$$\begin{cases} \alpha_m(\lambda) = \arccos \left\{ (x - x_m) \left[(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 \right]^{-1/2} \right\}, \\ \beta_m(\lambda) = \arcsin \left\{ (z - z_m) \left[(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 + (z - z_m)^2 \right]^{-1/2} \right\}. \end{cases} \quad (10)$$

На базе (10) формируется система уравнений (8).

Вводятся ограничения

$$\begin{cases} \left| \alpha_{m[q,n]}^* - h_m^\alpha \right| \leq \varepsilon_{m[q,n]}^\alpha, \\ \left| \beta_{m[q,n]}^* - h_m^\beta \right| \leq \varepsilon_{m[q,n]}^\beta, \end{cases}$$

и целевая функция

$$F(\lambda, q) = \sum_{m=1}^M \left[\left(\frac{\alpha_m(\lambda) - h_m^\alpha}{\pi} \right)^2 w(h_m^\alpha, q) + \left(\frac{\beta_m(\lambda) - h_m^\beta}{\pi} \right)^2 w(h_m^\beta, q) \right],$$

$$\begin{cases} w(h_m^\alpha, q) = N_q^{-1} \sum_{n=1}^{N_q} \varphi \left(\frac{(\alpha_{m[q,n]}^* - h_m^\alpha)^2}{(\varepsilon_{m[q,n]}^\alpha)^2} \right), \\ w(h_m^\beta, q) = N_q^{-1} \sum_{n=1}^{N_q} \varphi \left(\frac{(\beta_{m[q,n]}^* - h_m^\beta)^2}{(\varepsilon_{m[q,n]}^\beta)^2} \right). \end{cases}$$

Интегральный весовой коэффициент вычисляется так

$$w(\mathbf{h}, q) = M^{-1} \sum_{m=1}^M [w(h_m^\alpha, q) + w(h_m^\beta, q)].$$

В качестве примера рассмотрим плоскостную задачу, принимая $\rho_{zm} = 0$ и $\lambda_3 = z = 0$, т.е. $\beta_m = 0 \quad \forall m = \overline{1, M}$. Матрицу первичных азимутальных ошибок примем диагональной, т.е. $\mathbf{K}_\xi = \text{diag}[\sigma_{\alpha 1}^2, \dots, \sigma_{\alpha M}^2]$. В этом случае на базе известного оператора Ψ^* (см., например, [3], стр. 503–506) можно сформировать семейство частных оценок $\lambda_i^* = [x_i^*, y_i^*]^T$, где

$$\begin{cases} x_i^* = (B_i E_i - C_i D_i)(A_i C_i - B_i^2)^{-1}, \\ y_i^* = (B_i D_i - A_i E_i)(A_i C_i - B_i^2)^{-1}. \end{cases}$$

$$\text{Здесь} \quad A_i = \sum_{m=1}^M \cos^2 \alpha_{mi} / \gamma_{mi}, \quad B_i = 2^{-1} \sum_{m=1}^M \sin 2\alpha_{mi} / \gamma_{mi}, \quad C_i = \sum_{m=1}^M \sin^2 \alpha_{mi} / \gamma_{mi},$$

$$D_i = \sum_{m=1}^M \varphi_{mi} / \gamma_{mi}, \quad E_i = \sum_{m=1}^M \mu_{mi} / \gamma_{mi}, \quad \gamma_{mi} = \tilde{R}_{mi}^2 \sigma_{mi}^2, \quad \varphi_{mi} = \rho_{xmi} \cos^2 \alpha_{mi} - 2^{-1} \rho_{ymi} \sin 2\alpha_{mi},$$

$$\mu_{mi} = 2^{-1} \rho_{xmi} \sin 2\alpha_{mi} - \rho_{ymi} \sin^2 \alpha_{mi}, \quad \tilde{R}_{mi} - \text{ориентировочная дальность от ИЦ до } \Pi_m.$$

В [3] приводятся также выражения для всех параметров эллипсов ошибок оценивания, на базе которых (с учетом частных оценок и геометрии ТК) можно получить соотношения, позволяющие рассчитать константы $\varepsilon_{m[q,n]}^\alpha$ для каждого кластера и входящих в него частных оценок. В виду громоздкости данные соотношения опущены.

Выше был рассмотрен одноэтапный МКВМ. Но, по аналогии с [16], можно воспользоваться и двухэтапным МКВМ для ТК в двух вариантах. Первый вариант основан на том, что есть возможность реализации двухэтапного МКВМ сначала только на азимутальных каналах (первый этап), что позволяет сформировать семейство плоскостных частных оценок и кластеров, а затем определить оценки $\lambda_1^* = x^*$ и $\lambda_2^* = y^*$ двух декартовых координат ИЦ ($\lambda_1 = x$ и $\lambda_2 = y$). Точке (x^*, y^*) в трехмерном пространстве соответствует своя линия положения ИЦ. Объединяя эту линию и всевозможные конусы положения, соответствующие углам места, строим недостающую оценку $\lambda_3^* = z^*$ пространственной координаты $\lambda_3 = z$ (второй этап).

Второй вариант основан на том, что применительно только к азимутальным каналам с использованием коэффициентов соответствия $w(h_m^\alpha, q)$ находятся недостоверные азимутальные каналы, измерения которых исключаются из дальнейшей обработки (первый этап). Далее на оставшихся приоритетных азимутальных и всех угломестных каналах реализуется МКВМ в полном объеме (второй этап). В этом случае возрастает количество исследуемых частных оценок (по сравнению с первым вариантом), что обеспечивает повышение качества триангуляционного оценивания в условиях неопределенности.

Очевидно, что двухэтапный МКВМ для двух рассмотренных вариантов не исчерпывает потенциальных возможностей одноэтапного оптимального МКВМ в условиях неопределенности, но является более экономичным с вычислительной точки зрения. Это связано, в первую очередь, с существенным сокращением числа частных триангуляционных оценок и конкурирующих кластеров.

4. Обобщение метода на случай многих излучающих целей

Распространение развиваемого робастного МКВМ на этот случай зависит от назначения, принципов построения и организации вычислительного процесса в конкретном ТК. Можно выделить два основных варианта реализации МКВМ на случай многих ИЦ.

Вариант 1. Когда разбиение измерений на классы по признаку принадлежности к данной ИЦ выделено в отдельный этап (задача отождествления измерений). Такая усеченная постановка задачи весьма распространена на практике при соответствующей декомпозиции вычислительного процесса. В этом случае МКВМ применяется к каждому выделенному классу. Для этого формируются векторы измерений $\mathbf{h}_{(l)} = [h_{(l)j}, j = \overline{1, J_{(l)}}]^T$, где $l \in \overline{1, L}$ – номер ИЦ (класса). Для l -го класса (по аналогии с разделом 2) формируются элементы $\mathbb{K}_{(l)q}$, $N_{(l)q}$, $w_{(l)}(h_j, q)$, $w_{(l)}(\mathbf{h}, q)$, $q_{(l)}^*$ и на их основе результирующие оценки $\lambda_{(l)}^* = [\lambda_{(l)j}^*, j = \overline{1, J}]^T$, $l = \overline{1, L}$. Вариант 1, наиболее эффективный с вычислительной точки зрения, позволяет организовать L параллельных каналов обработки измерений, однако он не исчерпывает потенциальных возможностей совместной обработки доступных измерений.

Примечание 1. Если в ходе решения задачи отождествления допущены неверные решения, то ложные измерения, попавшие в чужой класс, можно рассматривать как измерения, содержащие ГОИ. Предлагаемый МКВМ позволяет эффективно бороться с такими ошибками независимо от их природы.

Примечание 2. Возможно привлечение для решения задачи отождествления вспомогательных измерений (например, в радиолокации и радиотехнической разведке к ним можно отнести несущую частоту, период следования импульсов, их длительность, вид внутриимпульсной модуляции и т.д.), которыми «нагружены» основные измерения.

Вариант 2. В этом случае МКВМ применяется сразу ко всем измерениям с образованием кластеров $\mathbb{K}_q$, $q = \overline{1, Q}$. Первоначально требуется определить номера $q_{(l)}^* \in \{1, 2, \dots, Q\}$ приоритетных (оптимальных) кластеров $\mathbb{K}_{q_{(l)}^*}$, что достигается введением критерия $w_{(l)}(\mathbf{h}, q_{(l)}^*) \geq \gamma$, где γ – заданный порог распознавания ИЦ, $\gamma > 0$. Далее для всех этих кластеров строятся результирующие оценки $\lambda_{(l)}^* = [\lambda_{(l)j}^*, j = \overline{1, J}]^T$, $l = \overline{1, L}$.

Вариант 2 является достаточно затратным с вычислительной точки зрения, так как приводит к большому числу кластеров Q . Достоинство варианта состоит в том, что задача оценивания для случая многих ИЦ реализует потенциальные возможности МКВМ в условиях неопределенности.

5. Сравнительный анализ

Для сравнительного анализа была использована методика, предложенная в [16]. Согласно этой методике рассмотрим ТК, пеленгаторы которого расположены на окружности: $\mathbf{p}_m = [\rho_{xm}, \rho_{ym}, \rho_{zm}]^T$, $\rho_{xm} = 10^4 \cos[2\pi(m-1)/M]$, $\rho_{ym} = 10^4 \sin[2\pi(m-1)/M]$, $\rho_{zm} = 0$, $M = 5$, $m = \overline{1, 5}$. Для точечной ИЦ исследовалось множество ее возможных положений, при этом каждому положению соответствует свой вектор: $\lambda_k = [x_k, y_k, z_k]^T$, $x_k = 5 \cdot 10^4 \cos(2\pi k / K)$, $y_k = 5 \cdot 10^4 \sin(2\pi k / K)$, $z_k = 3 \cdot 10^3$, $k = \overline{1, 180}$. Здесь и далее координаты ИЦ и $\mathbf{p}_m$ задаются в метрах, азимут, угол места и ошибки пеленгования в радианах. Для каждого k принималось, что шумы измерений различных равноточных пеленгаторов независимы, распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, а корреляционная матрица $\mathbf{P}_m$ имеет диагональный вид $\mathbf{K}_m = \text{diag}[\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2]$, где $\sigma_\alpha = \pi / 360$ и $\sigma_\beta = \pi / 360$. Ошибки формировались с помощью датчика случайных чисел. Номера недостоверных каналов (не более, чем половина всех азимутальных и не более, чем половина всех угломестных

каналов), содержащих ГОИ, выбирались случайным образом. В каналах формировалась результирующая ошибка измерений (это сумма ГОИ и допустимой случайной ошибки), принадлежащая интервалам возможных значений $(3\sigma_\alpha, \pi/6)$ для азимутального канала и $(3\sigma_\beta, \pi/6)$ – для угломестного.

Для сравнительного анализа рассматривались четыре алгоритма, соответствующие известным кластерно-вариационным методам (КВМ) и МКВМ: A_1 – алгоритм КВМ с заранее заданным количеством кластеров Q , A_2 и A_3 – соответственно алгоритмы одноэтапного и двухэтапного КВМ с оптимальным выбором количества кластеров Q при заданном начальном условии Q_0 , A_4 – алгоритм, соответствующий МКВМ. Требовалось сравнить эти алгоритмы по точности и оперативности.

Процедура оценивания проводилась для каждого k с последующим усреднением по ста экспериментам. В алгоритме A_1 принято $Q = 7$, а в алгоритмах A_2 и A_3 в качестве начального условия принято $Q_0 = 2$. Для сравниваемых алгоритмов использовались две числовые характеристики: $S(A_i)$ – интегральная характеристика точности (выражается в метрах), $T(A_i)$ – характеристика вычислительной оперативности (выражается в секундах).

Для интегральной характеристики точности имеем

$$S(A_i) = \sum_{k=1}^{180} S_k(A_i) = (2\pi / 180) \sum_{k=1}^{180} \tau_k(A_i),$$

где $\tau_k(A_i) = \|\bar{\lambda}_k^*(A_i) - \lambda_k\|_2$ – частная невязка, соответствующая k -му положению ИЦ,

$$\bar{\lambda}_k^*(A_i) = \sum_{p=1}^{100} \lambda_{kp}^*(A_i) / 100$$

– усредненная оценка вектора λ_k (для 100 экспериментов), $\lambda_{kp}^*(A_i)$ – единичная оценка (для k -го положения ИЦ и p -го эксперимента).

Для сравнительного анализа алгоритмов A_i далее используются относительная интегральная характеристика

$$\delta S(A_i) = 100S(A_i)S^{-1}(A_1)[\%]$$

и относительная вычислительная оперативность

$$\delta T(A_i) = 100T(A_i)T^{-1}(A_2)[\%],$$

принимая во внимание, что алгоритм A_1 менее точный, а A_4 требует больше временных затрат по сравнению с другими алгоритмами. Результаты моделирования представлены в таблице 1.

Таблица 1. Сравнение алгоритмов.

Алгоритмы(A_i)	A_1	A_2	A_3	A_4
$\delta S(A_i), \%$	100	50	67	39
$\delta T(A_i), \%$	81	92	14	100

Видим, что в аномальных условиях функционирования ТК алгоритм (для МКВМ), учитывающий апостериорное изменение весов в зависимости от положения ИЦ, номера конкурирующего кластера и положения каждой частной оценки в этом кластере, существенно лучше (в плане точности) по сравнению с альтернативными алгоритмами. Моделирование также показало (по аналогии с [16]), что при данных аномальных условиях наблюдения метод максимального правдоподобия не применим ни в простом, ни в расширенном варианте. Так, ошибка координатометрии на базе рассматриваемого ТК на ряде направлений достигает 100 %.

Заключение

Предложенный МКВМ позволяет распространить идею синхронного кластерно-вариационного триангуляционного оценивания на более сложную задачу робастной координатометрии для ТК, оперирующего с асинхронными и разноточными измерениями. Метод позволяет строить устойчивую к влиянию ГОИ результирующую оценку в условиях существенной априорной неопределенности. МКВМ, как самостоятельно, так и в совокупности с традиционными статистическими подходами, может быть эффективно

использован при совершенствовании существующих и разработке перспективных ТК. В случае ограниченности вычислительных ресурсов и/или большом количестве пеленгаторов и высокой размерности вектора наблюдений рассмотренный двухэтапный вариант реализации МКВМ может позволить существенно повысить оперативность оценивания.

Современный прогресс в области построения ЭВМ параллельного действия позволяет надеяться, что предложенный принцип размножения частных оценок и их кластеризации в оптимальном варианте не станет препятствием для практической реализации МКВМ применительно к перспективным ТК реального времени. Однако далеко не для всех существующих ТК возможен такой подход, который на выборках большого объема может потребовать слишком большого числа каналов параллельной обработки данных и существенных вычислительных затрат.

Дальнейшее направление совершенствования МКВМ будет связано с учетом стохастического характера движения ИЦ в условиях указанной ранее существенной априорной неопределенности.

Литература

1. Сайбель А.Г. Основы теории точности радиотехнических методов местоопределения. – М.: Оборонгиз, 1958.
2. Кукес И.С., Старик М.Е. Основы радиопеленгации. – М.: Сов. Радио, 1964.
3. Теоретические основы радиолокации / Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: Сов. радио, 1970.
4. Черняк В.С., Заславский Л.П., Осипов Л.В. Многопозиционные радиолокационные станции и системы // Зарубежная радиоэлектроника. – 1987. №1. С. 9–69.
5. Мельников Ю.П., Попов С.В. Радиотехническая разведка. Методы оценки эффективности местоопределения источников излучения. – М.: Радиотехника, 2008.

6. Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы. – М.: Радио и связь, 1986.
7. Булычев Ю.Г., Булычев В.Ю., Ивакина С.С. и др. Обоснование методов оптимального оценивания параметров движения цели в триангуляционной измерительной системе // Теория и системы управления. – 2015. – № 4. – С. 94–110.
8. Wax M. Position Location from Sensors with Position Uncertainty // IEEE Trans. –1983. –V. AES-19. – № 5. – С. 658–662.
9. Gustafsson F. Particle filters for positioning, navigation and tracking // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2002. – Т. 50. – № 2. – С. 425–437.
10. Valente de Oliveira J., Pedrycz W. Advances in Fuzzy Clustering and Its Applications. New York: John Wiley & Sons. 2007.
11. Zekavat S., Buehrer R. Handbook of Position Location: Theory Practice and Advances. Second ed. Hoboken. New Jersey: Wiley-IEEE Press 2019.
12. Zhao J., Renzhou G., Xudong D. A new measurement association mapping strategy for DOA tracking // Digital Signal Processing. – 2021. – Т. 118. – С. 103–228.
13. L. Peng, W. Wenhui, Q. Junda, Y. Congzhe, S. Zhenqiu. Robust Generalized Labeled Multi-Bernoulli Filter and Smoother for Multiple Target Tracking using Variational Bayesian // KSII Transactions on Internet and Information Systems. –2022. – Т. 16. – №. 3. – С. 908–928.
14. Wang X., Wang A., Wang D., Xiong Y., Liang B., Qi Y. A modified Sage-Husa adaptive Kalman filter for state estimation of electric vehicle servo control system // Energy Reports. – 2022. – Т. 8. – № 5. – С. 20-27.
15. Чепель Е.Н., Булычев Ю.Г., Жучков К.Н. и др. Инновационное решение для мониторинга охранных зон газопроводов на основе численной реализации альтернативных методов триангуляции с учетом «овражности» целевых функций // Автоматизация, телемеханизация и связь. – 2021. – №8 (577). – С. 36–53.

16. Булычев Ю.Г., Чепель Е.Н. Оптимизация кластерно-вариационного метода построения многопозиционной пеленгационной системы для условий априорной неопределенности // Автоматика и телемеханика. – 2023. – №4. – С. 96–114.
17. Мандель И. Д. Кластерный анализ. – М.: Финансы и статистика, 1988.
18. Уиллиамс У. Т., Ланс Д. Н. Методы иерархической классификации / Под ред. М. Б. Малютова. – М.: Наука, 1986.
19. Lance G. N., Willams W. T. A general theory of classification sorting strategies. 1. Hierarchical systems // Comput J. – 1967. – Т. 9. – № 4. – С. 373–380.
20. Паклин Н.Б., Орешков В.И. Кластерные силуэты. Системный анализ в проектировании и управлении // Сб. тр. XX Междунар. научно-практ. конф.; Санкт-Петербург, 29 июня–1июля, СПб. – 2016. – С. 314–321.
21. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. –М.: Сов.радио, 1978.

Для цитирования:

Булычев Ю.Г., Булычев В.Ю., Голубев Д.Ю. Робастный метод координатометрии излучающих целей на базе триангуляционного комплекса в условиях неопределенности // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.8.5>