

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.8.15>

УДК: 537.874; 537.624

## **МУЛЬТИРЕЖИМНЫЙ ХАРАКТЕР ПРЕЦЕССИИ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ДВУХПОДРЕШЕТОЧНОМ ФЕРРИМАГНЕТИКЕ С ТОЧКОЙ КОМПЕНСАЦИИ**

**Д.А. Суслов, В.И. Щеглов**

**Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
125009, Москва, ул. Моховая, 11 с.7**

Статья поступила в редакцию 14 июля 2026 г.

**Аннотация.** Рассмотрен мультирежимный характер прецессии положения равновесия намагниченности в двухподрешеточном ферритмагнетике с точкой компенсации. Построена фазовая диаграмма, получена и решена система уравнений для прецессии намагниченностей обеих подрешеток. Построены развертки компонент намагниченности по времени и соответствующие прецессионные портреты. Показано, что прецессия равновесного положения намагниченности по полю возможна только между нижней и верхней ветвями фазовой диаграммы. Выявлены четыре режима прецессии положения равновесия намагниченности: режим №1 – малоамплитудная круговая прецессия; режим №2 – прецессия без охвата центра; режим №3 – прецессия с охватом центра; режим №4 – развернутая круговая прецессия. Рассмотрена величина периода прецессии равновесия при вариации различных параметров задачи. Показано, что при увеличении амплитуды переменного поля период прецессии равновесия уменьшается. Показано, что при увеличении постоянного поля период прецессии равновесия увеличивается. Показано, что при увеличении частоты переменного поля период прецессии равновесия

уменьшается. Показано, что при вариации параметра обмена между намагниченностями подрешеток в пределах фазовой диаграммы период прецессии равновесия не меняется. Приведены некоторые замечания о возможном развитии работы.

**Ключевые слова:** фазовая диаграмма, двухподрешеточный ферримагнетик, прецессия равновесия намагниченности.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

**Автор для переписки:** Щеглов Владимир Игнатьевич, [vshcheg@cplire.ru](mailto:vshcheg@cplire.ru)

## Введение

Широкое применение магнитодиэлектрических материалов в устройствах обработки информации в диапазоне СВЧ [1-10], в магниторезистивных и доменных запоминающих устройствах [11-13], в магнитострикционных преобразователях [14-16], в экспериментах с фемтосекундным лазером [17-19], требует подробной информации о параметрах таких материалов.

Для успешного использования значительный интерес представляют редкоземельные ферриты-гранаты, обладающие двумя магнитными подрешетками с точкой температурной компенсации [20, 21]. Важнейшей характеристикой таких материалов является фазовая диаграмма, определяющая зависимости полей ориентационных переходов намагниченностей подрешеток от температуры. Классическая схема построения такой диаграммы приведена в работе [22] (Кларк-Каллен).

В работах [23-27] предложено определение намагниченностей и построение фазовой диаграммы методом двукратного поиска нуля. Удобный инструмент для расчета фазовой диаграммы предложен в работе [28], использующей алгоритм динамического установления [8, стр.216-217], [29-31]. Дальнейшее развитие этот алгоритм получил в работах [32, 33]. В работе [34] на основе такого алгоритма рассмотрена динамика вынужденных колебаний намагниченности в пределах полной фазовой диаграммы. Получены

амплитудно-частотные характеристики колебаний намагниченностей подрешеток, установлен их сложный характер в различных областях фазовой диаграммы.

Однако, несмотря на успешное получение таких характеристик, процесс их формирования исследован недостаточно. Так, широкий круг явлений, сопровождающих прецессию положения равновесия намагниченности, в условиях ориентационных переходов [35, 36], [37, гл.9, стр.387-471], оставлен без должного внимания. Настоящая работа посвящена исследованию прецессии положения равновесия намагниченности двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации в различных областях фазовой диаграммы.

## 1. Геометрия задачи

Общая геометрия задачи, подобная принятой в работе [34], показана на рис. 1.

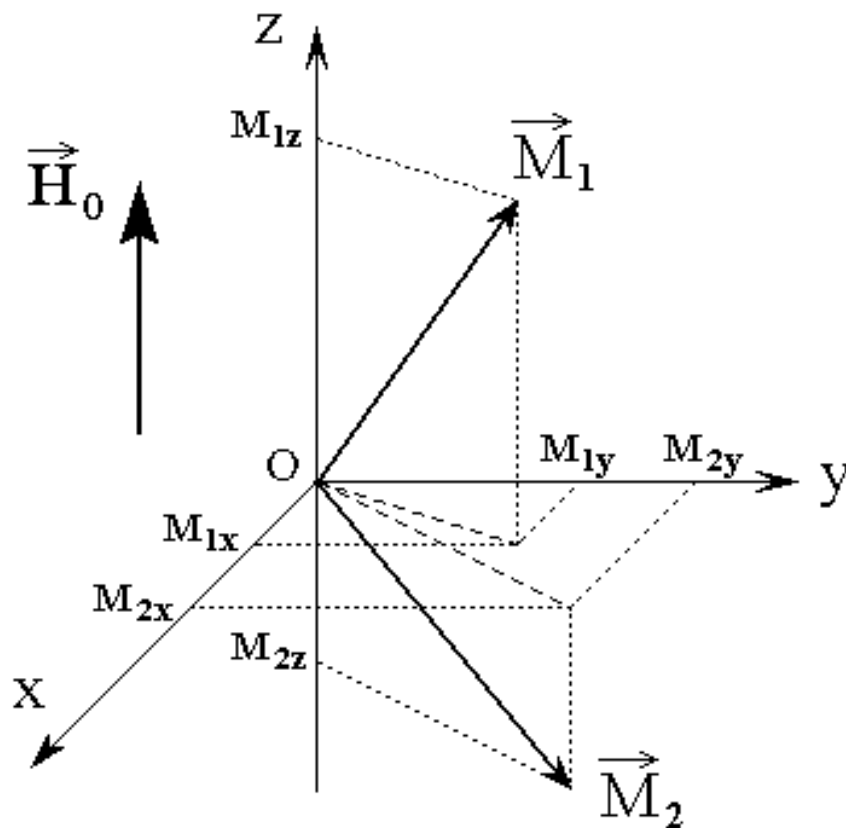


Рис. 1. Общая геометрия задачи.

Задача решается в декартовой системе координат  $Oxyz$ . Постоянное поле  $\vec{H}_0$  направлено вдоль оси  $Oz$ . Ферримагнетик имеет две магнитных подрешетки, векторы намагниченностей которых обозначены как  $\vec{M}_1$  и  $\vec{M}_2$ . Координатные составляющие этих векторов равны:  $M_{1x}$ ,  $M_{1y}$ ,  $M_{1z}$  и  $M_{2x}$ ,  $M_{2y}$ ,  $M_{2z}$ .

## 2. Классическое построение фазовой диаграммы

Подобно [24-26], полагаем, что намагниченности  $M_1$  и  $M_2$  зависят от температуры  $T$  в виде:

$$M_1 = M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{c1}} \right)^2 \right]; \quad (1)$$

$$M_2 = M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{c2}} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где  $M_{10}$ ,  $M_{20}$  – намагниченности той и другой подрешеток при абсолютном нуле температуры,  $T_{c1}$ ,  $T_{c2}$  – температуры Кюри для тех же подрешеток.

Следуя [24-26], рассмотрение проведем с использованием набора нормированных или «относительных» параметров:  $M_{10} = 5$ ;  $M_{20} = 3$ ;  $T_{c1} = 4$ ;  $T_{c2} = 7$ . Параметр обменного взаимодействия между намагниченностями подрешеток:  $\Lambda = 1$ .

На рис. 2 приведены температурные зависимости намагниченностей подрешеток, построенные по формулам (1) и (2).

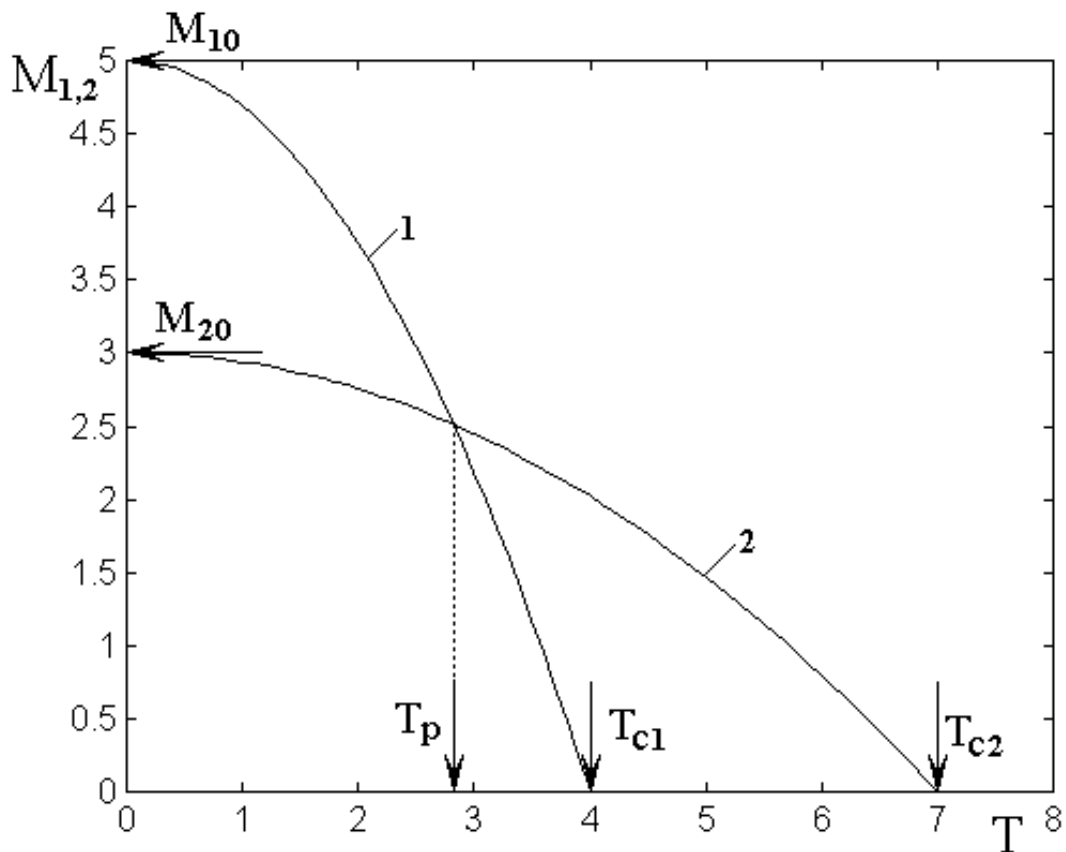


Рис. 2. Температурные зависимости намагниченностей подрешеток. 1 – намагниченность первой подрешетки (1); 2 – намагниченность второй подрешетки (2). Параметры указаны в тексте.

Условие компенсации соответствует равенству обеих намагниченностей, что происходит при температуре  $T_p = 2,8$ , где суммарная намагниченность равна нулю.

Следуя процедуре, описанной в работах [24, 26, 34], получаем фазовую диаграмму, приведенную на рис. 3. Здесь цифры в рамках соответствуют номерам областей диаграммы. Стрелками показаны схемы ориентаций векторов намагниченностей подрешеток в системе  $Oxuz$  (ось  $Oz$  по рисунку вертикальна). Длинная стрелка – намагниченность первой подрешетки, короткая стрелка – намагниченность второй подрешетки.

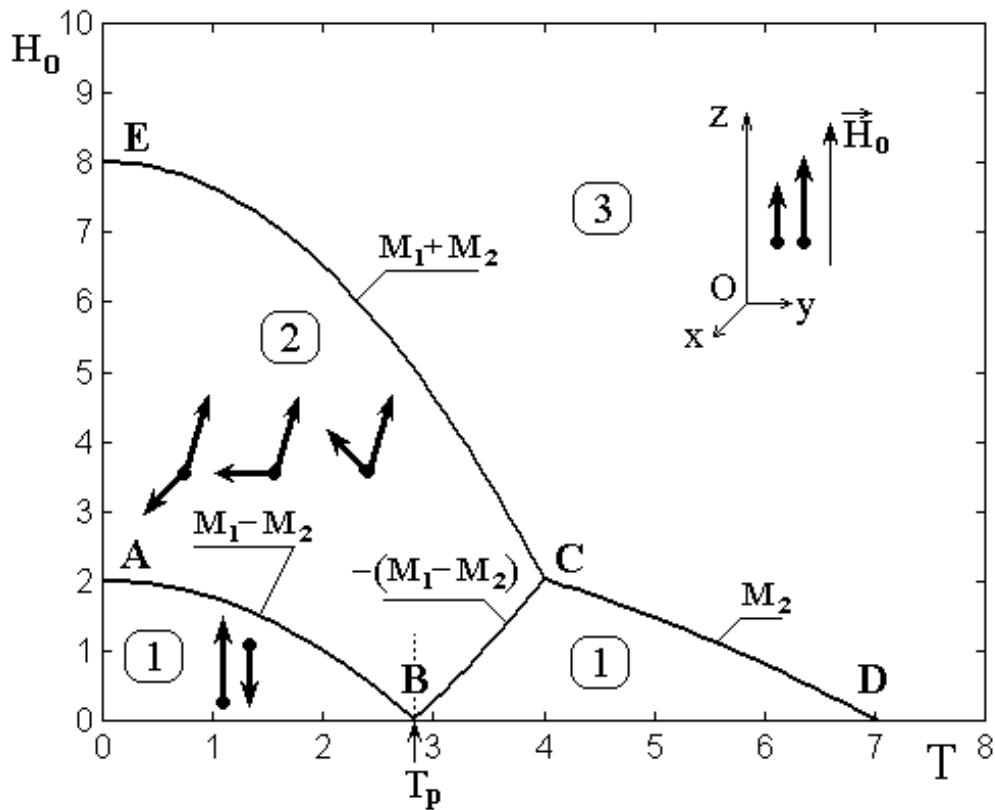


Рис. 3. Схема фазовой диаграммы, построенной классическим методом. Описание – в тексте. Параметры – те же, что на рис. 2.

Из рисунка видно, что по величине поля в полном интервале изменения температуры на диаграмме можно выделить три характерные области:

Область №1 – ниже нижней ветви диаграммы, то есть ниже кривых АВ, ВС, CD. Намагниченности обеих подрешеток ориентированы параллельно и направлены в противоположные стороны (угол между ними равен 180 градусам).

Область №2 – между нижней и верхней ветвями диаграммы, то есть между кривыми ABC и ЕС. В этой области намагниченности подрешеток составляют друг с другом угол, меньший 180 градусов, но нулю не равный.

Область №3 – выше верхней ветви диаграммы, то есть выше кривой ECD. Намагниченности обеих подрешеток параллельны друг другу и ориентированы в одном направлении (угол между ними равен нулю).

Границы между областями, то есть ветви диаграммы, представляют собой фазовые переходы второго рода, а внутри области № 2 происходит ориентационный переход. Важно отметить, что только в области № 2, то есть

между нижней и верхней ветвями диаграммы, равновесная ориентация намагниченности подрешетки №1 (более длинная стрелка на рис. 3), отлична от направления оси  $Oz$ , то есть от направления внешнего поля.

### 3. Математический аппарат решения задачи

Математический аппарат, используемый в настоящей работе, аналогичен аппарату работы [34], поэтому здесь подробно не рассматривается. Отметим лишь некоторые основные его положения. Как и в [34], здесь решаются две задачи. Первая задача – нахождение равновесного состояния намагниченностей подрешеток. Эта задача решается методом динамического установления. Вторая задача – нахождение нелинейных колебаний намагниченности в условиях равновесия. Эта задача решается путем применения к уравнениям движения методом Рунге-Кутты с разверткой по времени. Отличие от работы [34] состоит в том, что там конечным результатом является получение амплитудно-частотной характеристики колебаний в установившемся режиме, а здесь рассматривается их развитие во времени, в промежутке, значительно (на несколько порядков) превышающем период возбуждающего поля.

Приведем некоторые характерные формулы, опираясь на первую подрешетку. В основе аппарата лежит использование классического уравнения Ландау-Лифшица [6, стр.37-41] с учетом затухания в форме Гильберта [2, стр.39, форм. (1.3.2), [9, стр.100-102]:

для первой подрешетки:

$$\frac{\partial \vec{M}_1}{\partial t} = -\gamma [\vec{M}_1 \times \vec{H}_1] + \frac{\alpha_1}{M_{10}} \left[ \vec{M}_1 \times \frac{\partial \vec{M}_1}{\partial t} \right]; \quad (3)$$

для второй подрешетки – то же уравнение с заменой индекса 1 на 2. Здесь  $\gamma$  – гиромагнитное отношение для электрона (равное  $2.8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \text{ Э}^{-1}$ ),  $\vec{M}_{1,2}$  – векторы намагниченностей подрешеток,  $M_{10,20}$  – их абсолютные величины,  $\alpha_{1,2}$  – параметры затухания, а  $\vec{H}_{1,2}$  – эффективные поля, без учета неоднородного обмена имеющие вид: [2, стр.68, форм.(2.1.14), сноска 2)]:

- для первой подрешетки:

$$\vec{H}_1 = - \frac{\partial U}{\partial M_1} = - \vec{i} \frac{\partial U}{\partial M_{1x}} - \vec{j} \frac{\partial U}{\partial M_{1y}} - \vec{k} \frac{\partial U}{\partial M_{1z}}, \quad (4)$$

- для второй подрешетки – то же с заменой индекса 1 на 2. В этом выражении  $U$  – плотность энергии ферромагнетика в целом, имеющая вид:

$$\begin{aligned} U = & - \left( H_x M_{1x} + H_y M_{1y} + H_z M_{1z} \right) - \\ & - \left( H_x M_{2x} + H_y M_{2y} + H_z M_{2z} \right) + \\ & + \Lambda \left( M_{1x} M_{2x} + M_{1y} M_{2y} + M_{1z} M_{2z} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Поля  $H_{1,2}$  полагаем едиными, равными сумме постоянной  $H_0$ , направленной по оси  $Oz$  составляющей, и переменной  $h$  круговой поляризации в плоскости  $Oxy$  синусоидальной составляющей, так что:

$$H_{1,2x} \rightarrow H_x = h_0 \sin(2\pi f_p t); \quad (6)$$

$$H_{1,2y} \rightarrow H_y = -h_0 \cos(2\pi f_p t); \quad (7)$$

$$H_{1,2z} = H_0, \quad (8)$$

где  $f_p$  – частота переменного возбуждающего поля, а компоненты полей  $H_{x,y}$  определяются по (4). Таким образом, компоненты эффективных полей принимают вид:

- для первой подрешетки:

$$H_{1x} = H_x - \Lambda M_{2x}; \quad (9)$$

$$H_{1y} = H_y - \Lambda M_{2y}; \quad (10)$$

$$H_{1z} = H_0 - \Lambda M_{2z}; \quad (11)$$

- для второй подрешетки – то же с заменой 1 на 2 и 2 на 1.

Уравнения движения, записанные в координатах для случая отсутствия нормировки, принимают вид [8, стр.54, форм. ((2,97)-(2,99))]:

- для первой подрешетки:

$$\frac{\partial M_{1x}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha_1^2} \left\{ \left( M_{1y} + \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1x} M_{1z} \right) \cdot H_{1z} - \right. \\ \left. - \left( M_{1z} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1x} M_{1y} \right) \cdot H_{1y} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} (M_{1y}^2 + M_{1z}^2) \cdot H_{1x} \right\}; \quad (12)$$

$$\frac{\partial M_{1y}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha_1^2} \left\{ \left( M_{1z} + \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1y} M_{1x} \right) \cdot H_{1x} - \right. \\ \left. - \left( M_{1x} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1y} M_{1z} \right) \cdot H_{1z} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} (M_{1z}^2 + M_{1x}^2) \cdot H_{1y} \right\}; \quad (13)$$

$$\frac{\partial M_{1z}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha_1^2} \left\{ \left( M_{1x} + \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1z} M_{1y} \right) \cdot H_{1y} - \right. \\ \left. - \left( M_{1y} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} M_{1z} M_{1x} \right) \cdot H_{1x} - \frac{\alpha_1}{M_{10}} (M_{1x}^2 + M_{1y}^2) \cdot H_{1z} \right\}; \quad (14)$$

- для второй подрешетки – то же с заменой индекса 1 на 2.

Вычисление эффективных полей с подстановкой их в уравнения движения приводит к системе из шести дифференциальных уравнений первого порядка, которые решаются методом Рунге-Кутты с разверткой во времени. Результаты решения рассматриваются далее.

#### 4. Основные параметры задачи

Следуя [24-26], рассмотрение проведем с использованием набора нормированных или «относительных» параметров:  $M_{10} = 5$ ;  $M_{20} = 3$ ;  $T_{c1} = 4$ ;  $T_{c2} = 7$  (раздел 2). При этом температура компенсации получается равной:  $T_p = 2,8$ .

В качестве базовых значений параметров возьмем следующие: параметр обменного взаимодействия между намагниченностями подрешеток:  $\Lambda = 1$ ; параметр затухания колебания намагниченности, одинаковый для обеих

подрешеток:  $\alpha = 0,025$ ; частота возбуждения  $f_p = 1$  МГц. Заметим, что, как и в работе [8], эта частота выбрана ниже частоты обычного ферромагнитного резонанса (здесь до 30 МГц), что позволяет выделить прецессию положения равновесия более наглядным образом.

Постоянное поле  $H_0$  будем варьировать от нуля до 10, амплитуду переменного поля  $h_0$  будем варьировать от нуля до 100. Значения остальных параметров будут приведены в тексте.

**Замечание.** Подобно [24-26], а также [8, стр.391], благодаря согласованности всех относительных параметров друг с другом, обозначения размерности «отн. ед.» для простоты указывать не будем. Точная нормировка сохраняется только для обозначений времени «с» и частоты. «МГц».

## 5. Прецессия намагниченности в различных областях фазовой диаграммы

Предварительное рассмотрение показывает, что прецессия намагниченности в различных областях фазовой диаграммы происходит принципиально различным образом. Поэтому рассмотрим прецессию во всех областях по отдельности.

Для простоты на данном этапе ограничимся только первой подрешеткой, причем выберем значение постоянного поля таким, чтобы намагниченность второй подрешетки была ориентирована параллельно плоскости пластины (то есть плоскости Оху на рис. 1). При принятых параметрах такая ориентация намагниченности второй подрешетки требует значения постоянного поля  $H_0 = 3,8$ .

Практика показывает, что сразу после включения возбуждения прецессия претерпевает некоторый период релаксационного установления, после чего наступает режим стационарных колебаний. При принятом параметре затухания установление продолжается около  $10^{-5}$  с, так что рассмотрение колебаний во времени будем начинать именно с этого момента.

Амплитуду возбуждения возьмем такой, чтобы размах колебаний был бы уже заметным, но нелинейные явления еще не проявлялись. Практика показывает, что при принятых параметрах в этом случае довольно удобным является уровень возбуждения  $h_0 = 1$ .

Рассмотрим колебания намагниченности первой подрешетки во всех областях диаграммы последовательно. Начнем рассмотрение с области фазовой диаграммы №1.

## 6. Прецессия намагниченности в области №1

Обратимся к рис. 4, где показаны развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки  $m_{1x}$  (а) и  $m_{1y}$  (б), а также соответствующий прецессионный портрет (в) в области диаграммы №1.

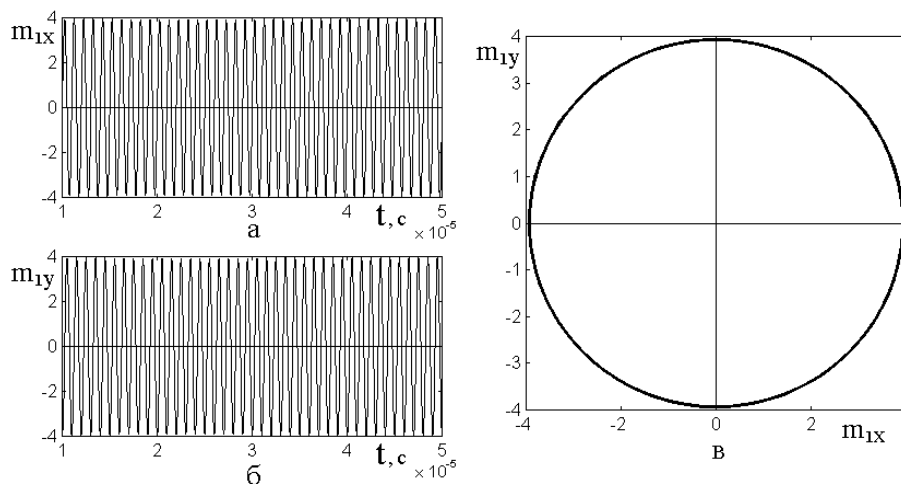


Рис. 4. Развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки  $m_{1x}$  (а) и  $m_{1y}$  (б), а также соответствующий прецессионный портрет (в) в области диаграммы №1. Параметры:  $T = 1$ ;  $H_0 = 1,0$ ;  $h_0 = 1$ ;  $f_p = 1$  МГц.

Из рисунка видно, что колебания обеих компонент намагниченности (а), (б) происходят на частоте возбуждения синусоидальным образом со сдвигом по фазе относительно друг друга на 90 градусов. Амплитуды колебаний обеих компонент намагниченности одинаковы. Параметрический портрет (рис. 4в) имеет вид правильной окружности без каких-либо отклонений в ту или иную сторону. Такой характер колебаний обусловлен тем, что в этой области намагниченности обеих подрешеток ориентированы навстречу друг другу

в одном направлении, причем жестко связаны обменным взаимодействием, так что в сумме представляют собой единый вектор, длина которого равна разности намагниченностей подрешеток (рис. 3, область 1). Этот вектор и прецессирует единым образом как целое, давая прецессионный портрет такого вида, каким он бывает при единой намагниченности.

**Замечание.** В рамках настоящей работы будем полагать, что величина постоянного поля в области №1 достаточна для того, чтобы равновесное положение такого суммарного вектора намагниченности всегда было направлено вдоль поля (то есть вдоль оси  $Oz$  по рис. 1), так что возможность прецессии положения равновесия отсутствует.

## 7. Прецессия намагниченности в области №2

Перейдем теперь к рассмотрению прецессии намагниченности в области №2, для чего обратимся к рис. 5, где показаны развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки  $m_{1x}$  (а) и  $m_{1y}$  (б), а также соответствующий прецессионный портрет (в).

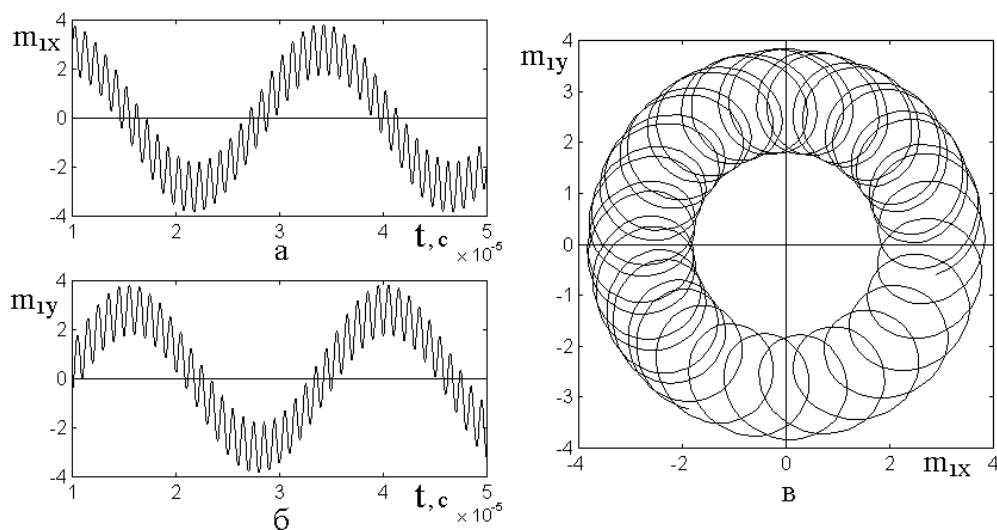


Рис. 5. Развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки  $m_{1x}$  (а) и  $m_{1y}$  (б), а также соответствующий прецессионный портрет (в) в области диаграммы №2. Параметры:  $T = 1$ ;  $H_0 = 3,8$ ;  $h_0 = 1$ ;  $f_p = 1$  МГц.

Из рис. 5а,б видно, что здесь на колебания намагниченности с частотой возбуждения наложился другие, значительно более крупные синусоидальные

колебания, период которых составляет около  $2 \cdot 10^{-4}$  с, что многократно превышает период возбуждения ( $10^{-6}$  с). Амплитуда колебаний по центральной линии уменьшилась до 1,0 отн. ед., однако по огибающей осталась прежней (4,0 отн. ед.). Колебания на частоте возбуждения по-прежнему сдвинуты по фазе на 90 градусов. Колебания низкой частоты также сдвинуты по фазе на 90 градусов. Прецессионный портрет (рис. 5в) имеет вид большого широкого кольца, по образующей которого расположены малые кольца. Радиус большого кольца равен амплитуде, огибающей на рис. 5а, б. Радиусы малых колец равны амплитуде колебаний на частоте возбуждения (рис. 5а, б).

Полученная картина в целом полностью соответствует прецессии положения равновесия, как это показано на рис. 9.2а и рис. 9.2б стр. 392 в работе [8].

Такой характер колебаний обусловлен тем, что в этой области намагниченности подрешеток не параллельны полю и составляют между собой угол, меньший 180 градусов (рис. 3, область 2). Так, при принятых здесь параметрах, угол между намагниченностью первой подрешетки и осью  $Oz$  близок к 40 градусам и при повороте вокруг этой оси не меняется. При этом ориентация совокупности обеих подрешеток относительно оси  $Oz$  может быть произвольной, так что плотность энергии равновесного положения системы в целом при вращении вокруг оси  $Oz$  не меняется, то есть потенциал такой системы является цилиндрически симметричным [8, стр.417, рис. 9.17].

Согласно [8, стр.394-398], такие условия как раз соответствуют проявлению прецессии положения равновесия намагниченности, во всяком случае, для первой подрешетки. Что касается второй подрешетки, то, ввиду ее малости относительно первой, а также благодаря сильной обменной связи, вторая подрешетка полностью следует за первой, так что ее роль является, в основном, пассивной.

## 8. Прецессия намагниченности в области №3

Рассмотрим теперь прецессию намагниченности в области №3. Обратимся к рис. 6, где показаны развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки  $m_{1x}$  (а) и  $m_{1y}$  (б), а также соответствующий прецессионный портрет (в) в области диаграммы №3.

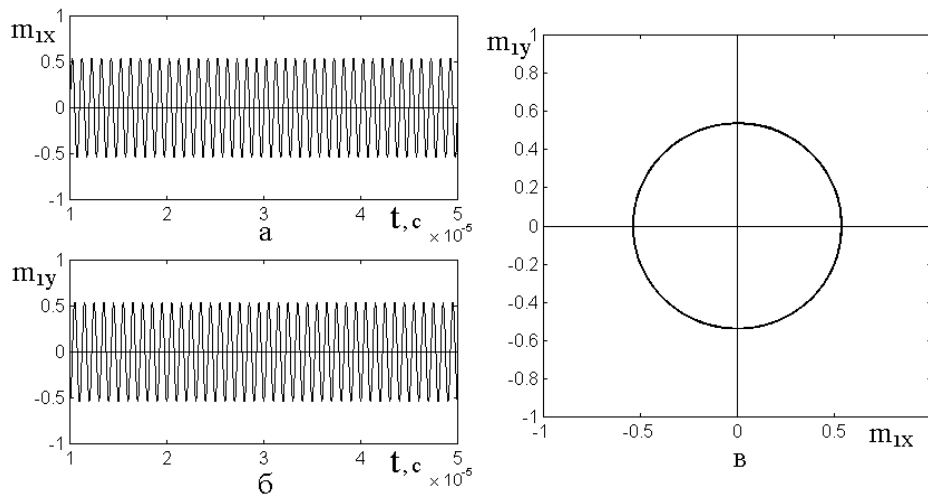


Рис. 6. Развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки  $m_{1x}$  (а) и  $m_{1y}$  (б), а также соответствующий прецессионный портрет (в) в области диаграммы №3. Параметры:  $T = 1$ ;  $H_0 = 9.0$ ;  $h_0 = 1$ ;  $f_p = 1$  МГц.

Из рисунка видно, что колебания обеих компонент намагниченности (а), (б) происходят на частоте возбуждения синусоидальным образом со сдвигом относительно друг друга на 90 градусов. Амплитуды колебаний обеих компонент намагниченности одинаковы. Параметрический портрет (рис. 4в) имеет вид правильной окружности без каких-либо отклонений в ту или иную сторону. В целом картина прецессии здесь полностью подобна таковой в области №1 (рис. 4) с тем отличием, что здесь амплитуда колебаний несколько меньше и составляет 0,5 отн. ед. (вместо 4,0 в обл. №1). Такой характер колебаний обусловлен тем, что в этой области намагниченности обеих подрешеток ориентированы параллельно друг другу в одном направлении, причем жестко связаны обменным взаимодействием, так что в сумме представляют собой единый вектор, длина которого равна сумме намагниченностей подрешеток (рис. 3, область 3). Этот вектор и прецессирует единым образом как целое, давая

прецессионный портрет такого вида, каким он бывает при единой намагниченности.

Таким образом, из проведенного рассмотрения можно видеть, что прецессия положения равновесия намагниченности существует только тогда, когда равновесное положение вектора намагниченности той или другой подрешетки отклонено от направления постоянного поля, так что суммарная намагниченность имеет возможность прецессировать вокруг оси  $Oz$  с сохранением своей проекции на эту ось.

Из характера фазовой диаграммы (рис. 3) можно видеть, что такое положение возможно только в области №3, тогда как в областях №1 и №2 отсутствует. Поэтому дальнейшее рассмотрение проведем только относительно области №2.

## 9. Мультирежимный характер прецессии положения равновесия

В процессе исследования прецессии положения равновесия, наблюдаемой в области диаграммы №2, было выявлено, что по мере увеличения амплитуды переменного поля  $h_0$  наблюдаются последовательно сменяющие друг друга четыре принципиально различных режима прецессии: малоамплитудная круговая прецессия, прецессия положения равновесия без охвата центра, прецессия положения равновесия с охватом центра, развернутая круговая прецессия. Наблюдаемые здесь режимы в некоторой степени свойственны прецессии положения равновесия в ферромагнетике с единственной подрешеткой [8, стр. 409-414]. В рассматриваемом здесь случае двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации эти режимы имеют значительные отличия, поэтому рассмотрим их более подробно. Как и ранее, ограничимся колебаниями только первой подрешетки.

Различные режимы колебаний прецессии равновесия иллюстрируются рис. 7, 8, 9, 10. В левых частях (а) этих рисунков приведены развертки по времени колебаний компонент намагниченности  $m_x$  (сплошные линии) и  $m_y$  (пунктирные линии), а в правых частях (б) представлены соответствующие прецессионные

портреты. При построении использованы параметры, приведенные в разделе 4. Постоянное поле  $H_0$  выбрано равным 3,8 отн. ед., так что равновесная намагниченность второй подрешетки лежит в плоскости пластины (в плоскости  $Oxy$  на рис. 1). Амплитуда переменного поля  $h_0$  варьируется от нуля до 10 отн. ед., частота переменного поля  $f_p$  сохраняется равной 1 МГц.

Рассмотрим различные режимы прецессии по отдельности.

**Режим №1 – малоамплитудная круговая прецессия** (рис. 7). Этот режим является предельным случаем прецессии намагниченности при амплитуде переменного поля, стремящейся к нулю  $h_0 \rightarrow 0$ .

Из рис. 7а видно, что обе компоненты намагниченности совершают колебания с частотой возбуждения и довольно малой амплитудой (около 0,02), причем средняя линия обоих колебаний меняется крайне мало (за время  $10^{-4}$  с меняется на 0,05 отн. ед.). Столь малое изменение средних линий соответствует весьма большому периоду прецессии равновесия (по оценке более  $10^{-2}$  с).

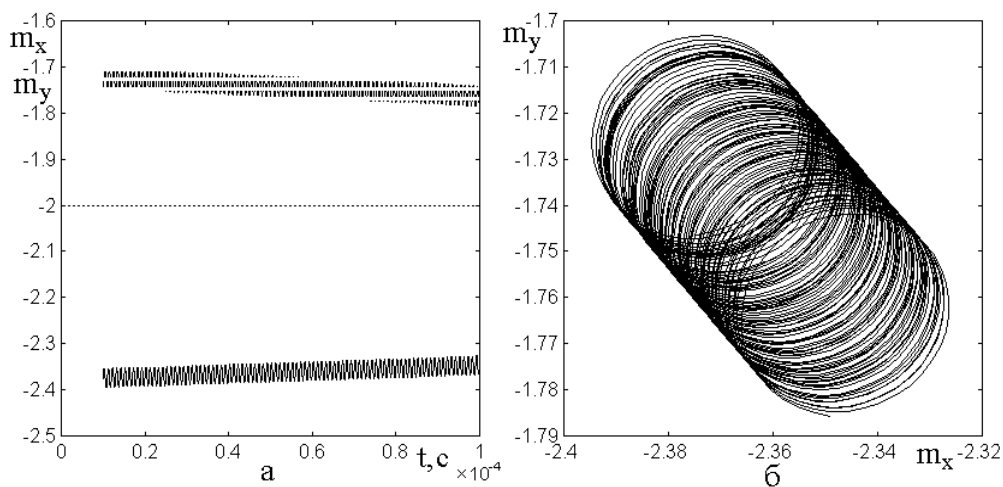


Рис. 7. Развертки по времени колебаний компонент намагниченности (а) и соответствующий прецессионный портрет (б) при амплитуде возбуждающего поля  $h_0 = 0,05$  отн. ед. Режим №1 – малоамплитудная круговая прецессия.

Параметры указаны в разделе 4 и в тексте.

По этой причине на рис. 7б приведена только небольшая часть прецессионного портрета, представляющая собой следующие друг за другом малые кольца, располагающиеся по образующей большого кольца, которое при

принятом масштабе рисунка имеет радиус около 2,5 отн. ед., что рамки рисунка значительно превышает и на рисунке не показано.

В этом режиме при уменьшении уровня возбуждения период прецессии равновесия стремится к бесконечности, а при увеличении уровня возбуждения этот режим плавно переходит в режим №2, рассматриваемый далее.

**Режим №2 – прецессия положения равновесия без охвата центра** (рис. 8). Этот режим реализуется при амплитуде переменного поля в интервале:  $0 < h_0 < 2,5$ . Рис. 8 соответствует  $h_0 = 1$ .

Из рис. 8 видно, что обе компоненты намагниченности совершают колебания с двумя четко выраженными частотами: высокая (частые колебания) и низкая (редкие колебания). Первые из этих колебаний соответствуют частоте возбуждения, вторые – прецессии положения равновесия. Амплитуда колебаний на частоте возбуждения довольно невысока, составляет около 1 отн. ед, и определяется амплитудой возбуждающего поля. Амплитуда колебаний прецессии равновесия соответствует полному отклонению намагниченности от направления поля и составляет около 4 отн. ед.

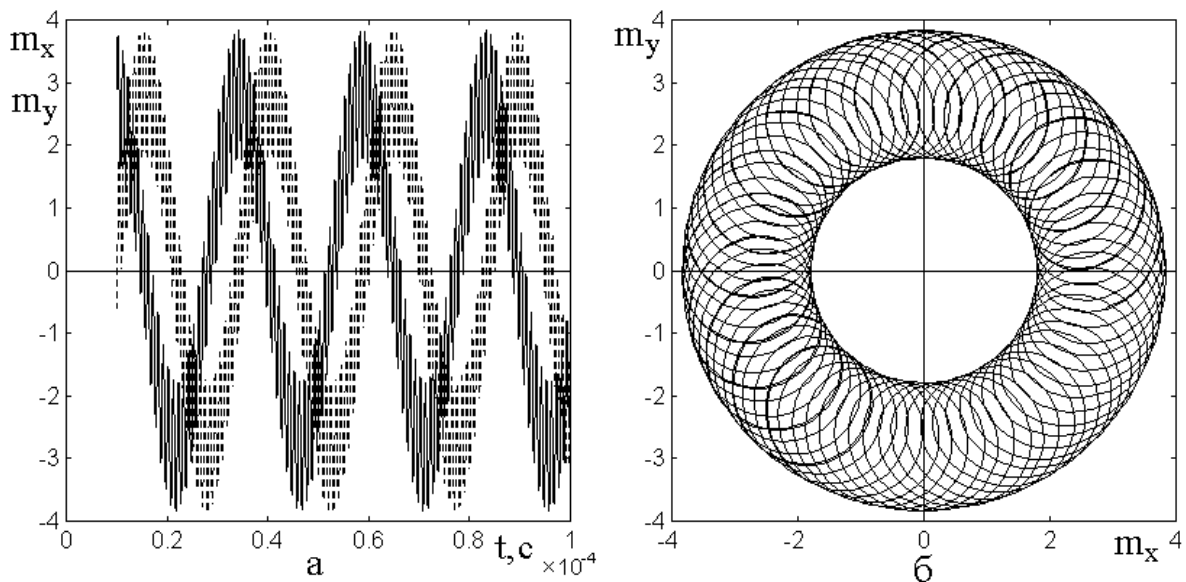


Рис. 8. Развертки по времени колебаний компонент намагниченности (а) и соответствующий прецессионный портрет (б) при амплитуде возбуждающего поля  $h_0 = 1,0$  отн. ед. Режим №2 – прецессия положения равновесия без охвата центра. Параметры указаны в разделе 4 и в тексте.

Колебания компонент намагниченности на частоте возбуждения сдвинуты по фазе на 90 градусов, что на прецессионном портрете дает малые кольца. Колебания компонент намагниченности на частоте прецессии равновесия также сдвинуты по фазе относительно друг друга на 90 градусов, что дает большое кольцо прецессионного портрета.

Получающийся в результате прецессионный портрет представлен на рис. 8б. Видно, что малые кольца располагаются по образующей большого кольца. Диаметры малых колец таковы, что эти кольца полностью размещаются на ширине образующей большого кольца, не достигая его центра, то есть центр не охватывают, что и дает название режиму.

В качестве дополнения можно отметить, что из рис. 8а видно, что в моменты времени, соответствующие максимумам разверток, колебания никогда не достигают средней линии развертки (при  $m_{x,y} = 0$ ), что и обеспечивает на прецессионном портрете отсутствие охвата его центра.

Таким образом, прецессионный портрет имеет вид широкого кругового кольца, заполненного по образующей малыми кольцами, радиусы которых меньше внешнего радиуса основного кольца. Свободная от траекторий незаполненная сердцевина основного кольца, образованная касательной к малым кольцам, расположена вне малых колец.

**Режим №3 – прецессия положения равновесия с охватом центра** (рис. 9). Этот режим реализуется при амплитуде переменного поля в интервале:  $2,5 < h_0 < 6,0$ . Рис. 9 соответствует  $h_0 = 4$ . Из рис. 9а видно, что обе компоненты намагниченности совершают колебания с двумя частотами: высокая (частые колебания) и низкая (редкие колебания).

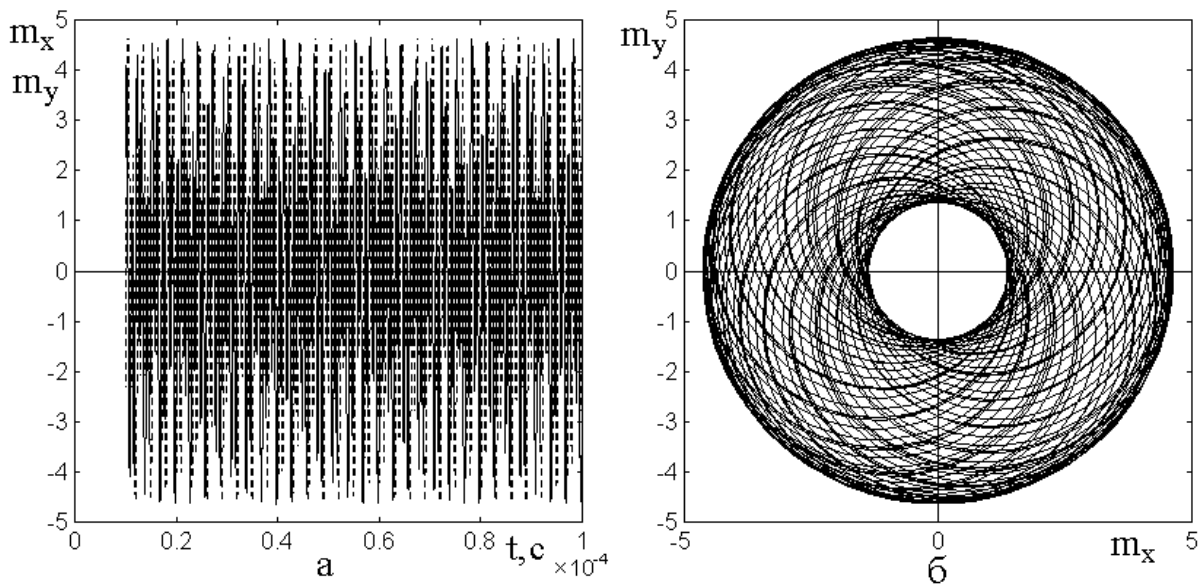


Рис. 9. Развертки по времени колебаний компонент намагниченности (а) и соответствующий прецессионный портрет (б) при амплитуде возбуждающего поля  $h_0 = 4,0$  отн. ед. Режим №3 – прецессия положения равновесия с охватом центра. Параметры указаны в разделе 4 и в тексте.

Первые из этих колебаний соответствуют частоте возбуждения, вторые – прецессии положения равновесия. Здесь, в отличие от предыдущего случая, различие частот не велико, поэтому колебания получаются как бы наложенными друг на друга. Амплитуда колебаний на частоте возбуждения ниже, но довольно близка к амплитуде колебаний прецессии равновесия. Отдельное рассмотрение колебаний той или другой компонент намагниченностей показывает, что в моменты времени, соответствующие максимумам разверток, колебания не просто достигают, но и пересекают среднюю линию развертки (при  $m_{x,y} = 0$ ), что и обеспечивает на прецессионном портрете охват его центра.

Получающийся в результате прецессионный портрет представлен на рис. 9. Видно, что малые кольца, как и прежде, располагаются по образующей большого кольца, однако диаметры малых колец настолько велики (больше половины диаметра большого кольца), что малые кольца центр большого кольца полностью охватывают, что и дает название режиму.

Таким образом, прецессионный портрет имеет вид широкого кругового кольца, заполненного по образующей малыми кольцами, радиусы которых больше внешнего радиуса основного кольца. Свободная от траекторий

незаполненная сердцевина основного кольца, образованная касательной к малым кольцам, расположена внутри малых колец.

**Режим №4 – развернутая круговая прецессия вектора намагниченности** (рис. 10). Этот режим реализуется при амплитуде переменного поля в интервале:  $6,0 < h_0 < 10,0$  и более. Рис. 10 соответствует  $h_0 = 7$ . Из рис. 10а видно, что обе компоненты намагниченности совершают колебания с единой частотой, равной частоте возбуждения. Амплитуды колебаний обеих компонент также совпадают, составляя величину, равную отклонению равновесного положения (около 4,0 отн. ед.).

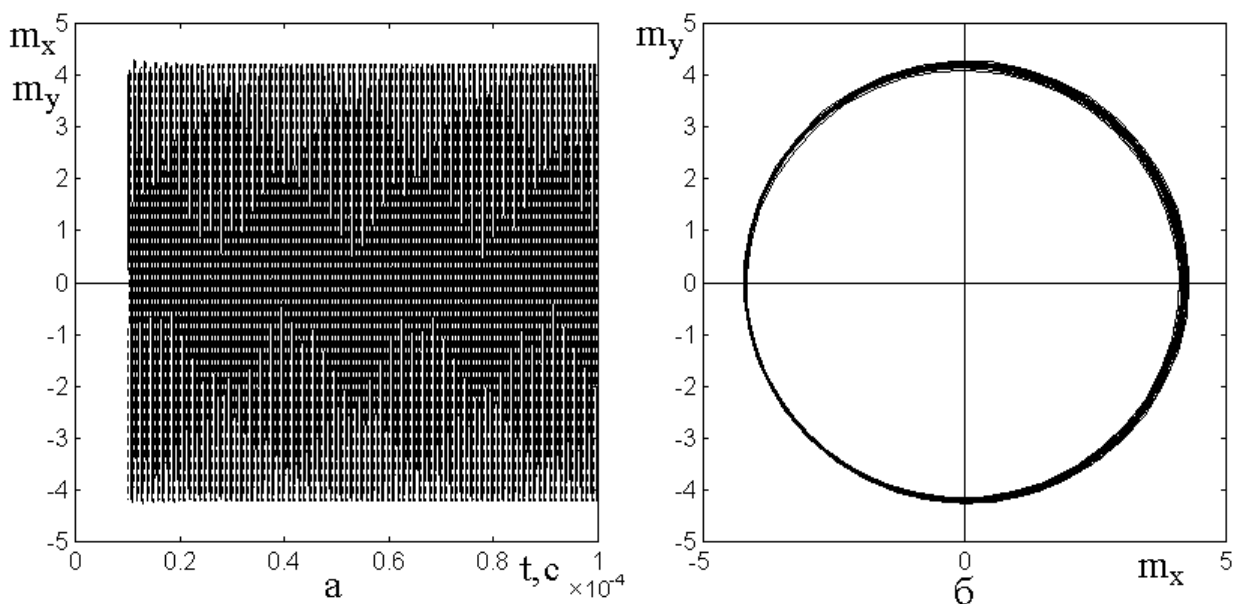


Рис. 10. Развертки по времени колебаний компонент намагниченности (а) и соответствующий прецессионный портрет (б) при амплитуде возбуждающего поля  $h_0 = 7,0$  отн. ед. Режим №4 – развернутая круговая прецессия намагниченности. Параметры указаны в разделе 4 и в тексте.

Ввиду равенства частот и амплитуд колебания получаются как бы наложенными друг на друга со сдвигом по фазе на 90 градусов, что дает прецессионный портрет в виде единого правильного кольца, образующая которого минимальна и близка к ширине траектории одного оборота по полному кольцу.

Таким образом, прецессионный портрет имеет вид правильного кругового кольца, образующая которого формируется на уровне траектории одного полного оборота кольца в целом. Предельным случаем этого режима,

реализуемым при амплитудах переменного поля  $h_0$  более 10-20 отн. ед. является полностью развернутая круговая прецессия, при которой вектор намагниченности прецессирует по кругу вблизи плоскости пластины.

## **10. Период прецессии равновесия при вариации амплитуды переменного поля**

Перейдем теперь к рассмотрению параметров колебаний намагниченности при вариации параметров задачи.

В предыдущем разделе (раздел 9) установлены четыре возможных режима колебаний, сменяющие друг друга при вариации амплитуды переменного поля, из которых наиболее характерными, по-видимому, можно считать режимы №2 и №3, то есть прецессию без охвата и с охватом центра. При этом режим №1 является как бы частным случаем режима №2, когда амплитуда переменного поля стремится к нулю, а режим №4 уже не обеспечивает прецессии равновесного положения намагниченности, которая переходит в простую круговую прецессию.

В то же время, проверка показывает, что зависимость периода прецессии равновесного положения от амплитуды переменного поля в режимах №2 и №3 проявляет себя сходным образом, поэтому подробно остановимся на рассмотрении режима №2, то есть прецессии без охвата центра, как достаточно типичном.

Для простоты рассмотрения постоянное поле  $H_0$  опять положим равным 3,8 отн. ед., при котором равновесная намагниченность второй подрешетки лежит в плоскости пластины.

Обратимся к рис. 11, где приведена зависимость периода прецессии положения равновесия  $T$  от амплитуды переменного поля  $h_0$ .

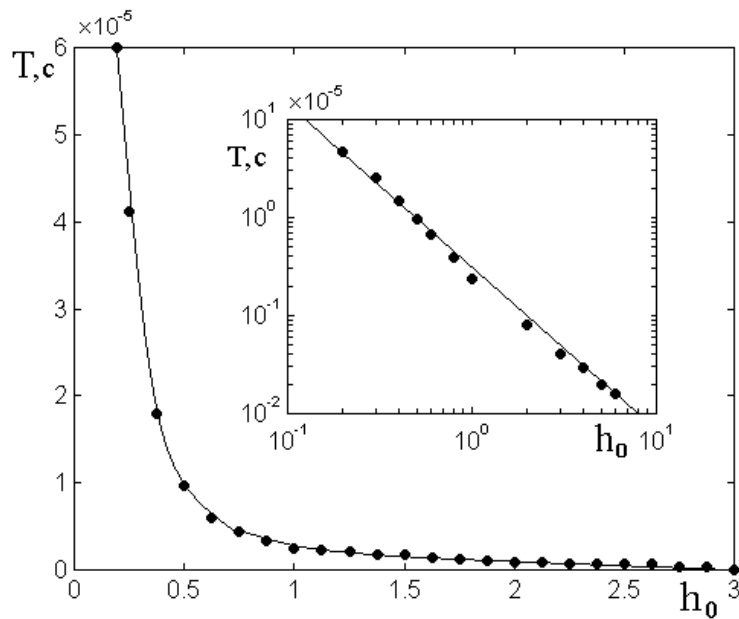


Рис. 11. Зависимость периода прецессии положения равновесия от амплитуды переменного поля. Точки – результаты расчета с использованием аппарата, описанного в разделе 3. Сплошная линия построена по формуле (15). На врезке – та же зависимость в двойном логарифмическом масштабе. Параметры – те же, что в разделе 4.

Из основной части рисунка видно, что период прецессии равновесия при увеличении амплитуды возбуждения уменьшается, начиная со стремления к бесконечности при амплитуде, стремящейся к нулю, когда намагниченность пребывает в покое. При этом, чем больше амплитуда возбуждения, тем период меньше, так как сила воздействия переменного поля на намагниченность с его увеличением возрастает.

В то же время, спад зависимости таков, что при стремлении амплитуды к бесконечности величина периода стремится к нулю (в рамках режимов №2 и №3).

Весьма резкий спад зависимости при малой амплитуде и стремление к нулю при большой говорит о недостаточности для ее описания простой обратной пропорциональности, так что обратная пропорциональность стремится к квадратичной. Так, сплошная кривая на рисунке построена по следующей эмпирической формуле:

$$T = \frac{6 \cdot 10^{-7}}{(h_0 - 0.1)^2} \cdot \quad (15)$$

Видно, что эта формула обеспечивает совпадение с расчетными точками в пределах единиц процентов.

В качестве дополнения, из приведенной врезки можно видеть, что в двойном логарифмическом масштабе полученная зависимость весьма близко аппроксимируется прямой линией, что говорит о довольно простой структуре возможного механизма.

**Замечание.** Заметим, что обратная пропорциональность квадрату возбуждения для случая единственной подрешетки отмечалась в работе [8, стр.430, рис. 9.22]. Приведенная там более сложная формула связана с учетом размагничивания и постоянного поля, однако сходный характер обеих кривых говорит о возможном единстве механизмов для того и другого случаев.

## 11. Период прецессии равновесия при вариации постоянного поля

В предыдущем разделе 10 рассмотрен период прецессии равновесия при вариации амплитуды переменного поля. При этом постоянное поле задавалось таким, чтобы обеспечить для равновесного положения намагниченности второй подрешетки параллельность плоскости пластины. Рассмотрим теперь случай вариации постоянного поля. При этом намагниченность второй подрешетки уже будет отклонена от плоскости пластины, однако отвлечемся от такого обстоятельства и по-прежнему сосредоточим внимание на колебаниях намагниченности первой подрешетки, а вторую оставим до отдельного рассмотрения.

Как и в предыдущем разделе 10, различия между режимами №2 и №3 делать не будем, полагая их сходными сторонами одного явления.

Допустимый интервал вариации постоянного поля положим заключенным между нижней и верхней ветвями фазовой диаграммы (рис. 3), так как вне этого интервала прецессия равновесия отсутствует (раздел 7).

При температуре  $T = 1$  отн. ед. (раздел 4) намагниченность первой подрешетки составляет:

$$M_1(T=1) = 4,6875, \quad (16)$$

а второй подрешетки равна:

$$M_2(T=1) = 2,9338. \quad (17)$$

При этом поле нижней ветви равно:

$$H_0^{(b)}(T=1) = M_1(T=1) - M(T=1) = 1,7487, \quad (18)$$

а поле верхней ветви равно:

$$H_0^{(t)}(T=1) = M_1(T=1) + M(T=1) = 7,6263. \quad (19)$$

То есть допустимый интервал изменения поля, в котором прецессия равновесия может существовать, имеет вид:

$$1,7487 < H_0 < 7,6263. \quad (20)$$

Практика показывает, что довольно удобным для настоящего рассмотрения является интервал вариации постоянного поля  $H_0$  от 1 до 7 отн. ед., который и будем использовать далее. Ниже этого интервала прецессия равновесия отсутствует, а выше, вплоть до 7,6273 отн. ед., никаких особенностей не проявляет.

Обратимся к рис. 12, где приведены зависимости периода прецессии положения равновесия от величины постоянного поля  $H_0$  при некоторых характерных значениях амплитуды переменного поля  $h_0$ . В качестве базовой (раздел 4) выбрана амплитуда  $h_0 = 1$  (кривая 2), а также в два раза ниже (кривая 1) и в два раза выше (кривая 3) этого значения.

На рисунке точки – результаты расчета с использованием аппарата, описанного в разделе 3. Сплошные линии построены по эмпирическим формулам:

- для кривой 1:

$$T = 7 \cdot 10^{-5} \cdot (H_0)^2; \quad (21)$$

- для кривой 2:

$$T = 10^{-5} \cdot (1,5 + 0,86 \cdot H_0); \quad (22)$$

- для кривой 3:

$$T = 0,36 \cdot 10^{-5} H_0. \quad (23)$$

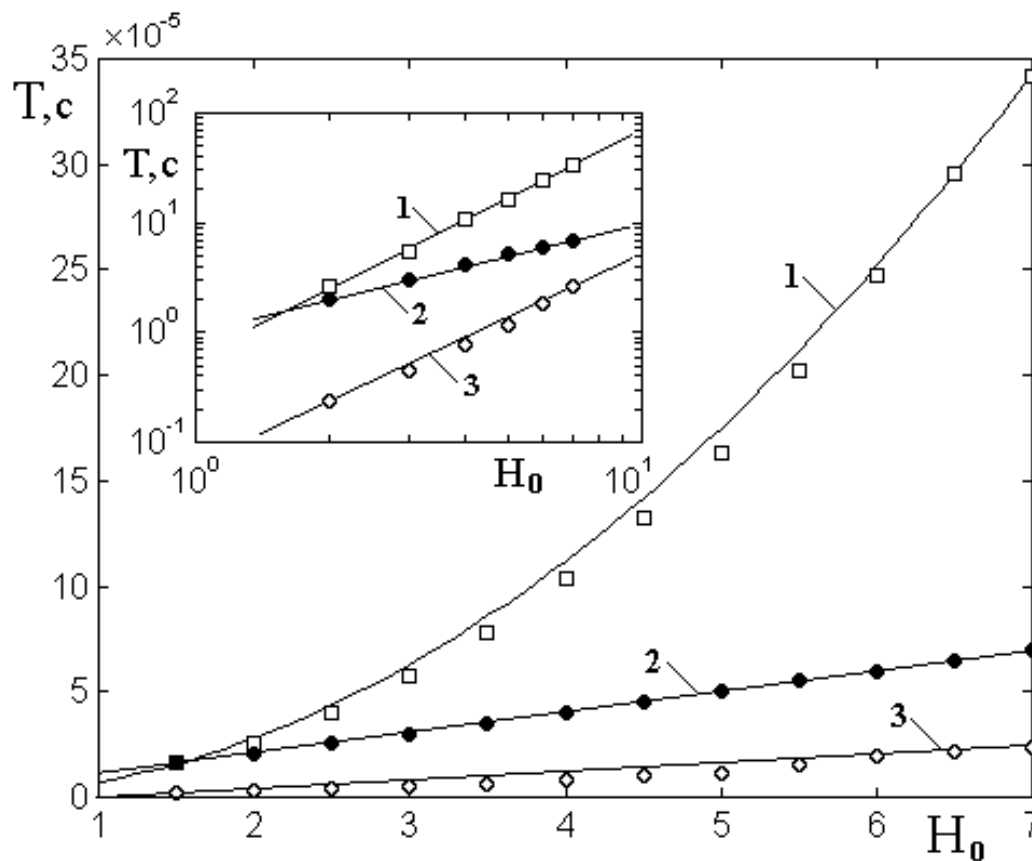


Рис. 12. Зависимости периода прецессии положения равновесия от величины постоянного поля при различных значениях амплитуды переменного поля: 1 –  $h_0 = 0,5$ ; 2 –  $h_0 = 1,0$ ; 3 –  $h_0 = 2,0$ . Построение точек и кривых пояснено в тексте. На врезке – те же зависимости в двойном логарифмическом масштабе. Параметры – те же, что в разделе 4.

Из рисунка видно, что увеличение постоянного поля приводит к увеличению периода колебаний положения равновесия. При этом наиболее значительное увеличение периода происходит при малом уровне возбуждения (кривая 1), а при увеличении такого уровня рост периода замедляется (от кривой 1 до кривой 3).

Из сравнения данного рисунка с рис. 11 (раздел 10) можно видеть, что большой период имеет место именно при малом уровне возбуждения. Причина такого характера зависимости периода от уровня возбуждения состоит в том, что слабое возбуждение раскачивает прецессию медленнее из-за своей слабости, тогда как сильное возбуждение раскачивает прецессию быстрее благодаря своей силе. То есть результаты рис. 12 и рис. 11 друг с другом полностью согласуются.

Дополнительно к рис. 12 можно отметить, что характер зависимости периода от постоянного поля при слабом возбуждении (кривая 1) близок к квадратичному (формула (21)), тогда как по мере увеличения уровня возбуждения (кривые 2 и 3) приближается к линейному (формулы (22), (23)).

Из врезки на рис. 12 видно, что в двойном логарифмическом масштабе все кривые близки к линейным, так что различие между квадратичностью и линейностью не выявляется. Однако заметим, что наблюдаемая сложность приведенных явлений требует отдельного рассмотрения.

## 12. Период прецессии равновесия при вариации частоты возбуждения

В предыдущих разделах 10,11 рассмотрен период прецессии равновесия при вариации величины постоянного и амплитуды переменного полей. Рассмотрим теперь случай вариации частоты возбуждающего переменного поля  $f_p$ . Постоянное поле зададим таким, чтобы обеспечить для равновесного положения намагниченности второй подрешетки параллельность плоскости пластины, то есть  $H_0 = 3,8$ , а амплитуду переменного поля зададим по трем уровням:  $h_0 = 1$  отн. ед., а также в два раза ниже и выше этого значения. Как и ранее, сосредоточим внимание на колебаниях намагниченности первой подрешетки, а вторую оставим до отдельного рассмотрения.

Как и в предыдущих разделах 10,11, различия между режимами №2 и №3 делать не будем, полагая их сходными сторонами одного явления.

В предыдущем рассмотрении частота возбуждения всегда имела базовое значение 1 МГц (раздел 4), теперь же будем варьировать частоту в обе стороны от этого значения.

Практика показывает, что довольно удобным для настоящего рассмотрения является интервал вариации частоты возбуждения от 0,1 до 5 МГц, в рамках которого и будем находиться далее. Ниже этого интервала период прецессии равновесия стремится к бесконечности, а выше становится настолько малым, что его величина становится сравнимой с периодом частоты возбуждения. В этом последнем случае (когда частота возбуждения превышает

5 МГц) характер прецессии равновесия становится более сложным, отличным от описанных в разделе 9 режимов, так что может явиться предметом рассмотрения для отдельной задачи.

Обратимся к рис. 13, где приведены зависимости периода прецессии положения равновесия от частоты переменного поля при различных значениях его амплитуды. В качестве базовой (раздел 4) выбрана амплитуда  $h_0 = 1$  (кривая 2), а также в два раза ниже (кривая 1) и в два раза выше (кривая 3) этого значения.

На рисунке точки – результаты расчета с использованием аппарата, описанного в разделе 3. Сплошные линии построены по эмпирическим формулам, в которых частота  $f_p$  берется в МГц:

- для кривой 1:

$$T = \frac{10^{-4}}{f_p} - 1; \quad (24)$$

- для кривой 2:

$$T = \frac{3,4 \cdot 10^{-5}}{f_p} - 0,6; \quad (25)$$

- для кривой 3:

$$T = \frac{0,9 \cdot 10^{-3}}{f_p}. \quad (26)$$

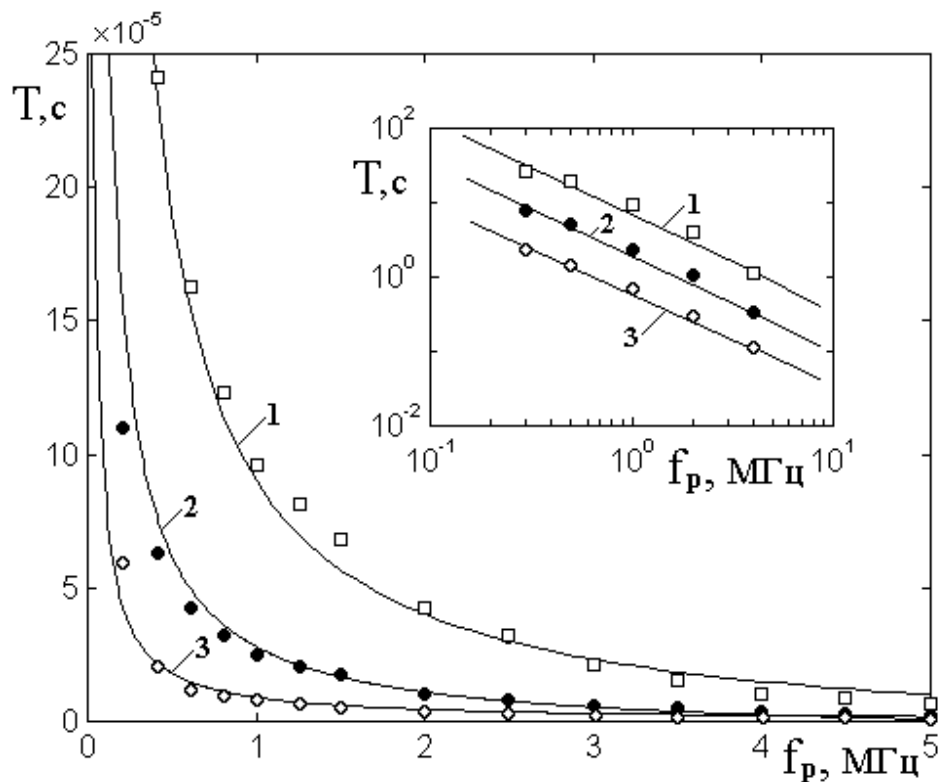


Рис. 13. Зависимости периода прецессии положения равновесия от частоты переменного поля при различных значениях его амплитуды: 1 –  $h_0 = 0,5$ ; 2 –  $h_0 = 1,0$ ; 3 –  $h_0 = 2,0$ . Построение точек и кривых пояснено в тексте. На врезке – те же зависимости в двойном логарифмическом масштабе. Параметры – те же, что в разделе 4.

Из рисунка можно видеть, что при всех уровнях возбуждения увеличение частоты переменного поля приводит к уменьшению периода прецессии равновесия, вплоть до стремления его к нулю.

Можно полагать, что такая тенденция к уменьшению периода обусловлена тем, что переменное поле как бы «увлекает» за собой прецессирующую намагниченность, стремясь приблизить ее частоту к своей собственной. При этом сила такого увлечения по мере роста амплитуды возбуждения  $h_0$  возрастает, так что кривые, оставаясь подобными друг другу, располагаются тем ниже, чем величина  $h_0$  выше (то есть кривая 2 располагается ниже кривой 1, а кривая 3 – еще ниже первых двух).

Из рисунка видно, что все зависимости довольно близки (с точностью не хуже 10 %) к обратной пропорциональности относительно частоты возбуждения. Из врезки, где те же зависимости представлены в двойном логарифмическом

масштабе видно, что все они близки к прямым линиям, отрицательный наклон которых отражает обратную пропорциональность от частоты.

Из основного рисунка видно, что увеличение амплитуды переменного поля (от кривой 1 к кривой 3) приводит к уменьшению периода прецессии равновесия, подобно тому, как это отмечалось при вариации постоянного поля на рис. 12 (раздел 11). Причина такого уменьшения – та же самая, то есть, чем больше амплитуда возбуждения, тем сильнее переменное поле заставляет двигаться равновесную намагниченность.

### 13. Замечание о вариации обменного взаимодействия

При принятых значениях намагниченностей подрешеток (раздел 4), кроме постоянного и переменного полей, а также частоты возбуждения, вариацию допускает обменное взаимодействие между подрешетками, определяемое величиной константы  $\Lambda$ , которая в проведенном рассмотрении полагалась равной единице.

Относительно фазовой диаграммы (рис. 3) вариация полей и частоты является независимой, то есть изменение любого из этих параметров фазовую диаграмму не меняет. Не так, однако, обстоит дело с вариацией обменного взаимодействия, ибо значение константы  $\Lambda$  линейным образом определяет положение нижней и верхней ветвей диаграммы. Так, при температуре ниже точки компенсации поле нижней ветви диаграммы имеет вид:

$$H_0^{(b)} = \Lambda (M_1 - M_2). \quad (27)$$

а поле верхней ветви диаграммы равно соответственно:

$$H_0^{(t)} = \Lambda (M_1 + M_2). \quad (28)$$

Как показано в разделе 7, необходимым условием существования прецессии равновесия является задание значения постоянного поля внутри диаграммы, то есть в интервале между этими значениями, то есть для него должно выполняться соотношение:

$$H_0^{(b)} < H_0 < H_0^{(t)}. \quad (29)$$

Если внешнее поле  $H_0$  задано условиями задачи, то вариация константы  $\Lambda$  может привести к выходу значения  $H_0$  за пределы интервала полей между  $H_0^{(b)}$  и  $H_0^{(t)}$ . Таким образом, чтобы рабочая точка по полю оставалась в пределах диаграммы, значение константы обмена должно находиться в пределах, определяемых приведенными соотношениями.

Как показано в разделе 11 (формулы (16)-(19)), при принятой температуре  $T = 1$ , намагниченности равны соответственно:  $M_1 = 4,6873$ ,  $M_2 = 2,9337$ , так что:

$$M_1 + M_2 = 7,6263; M_1 - M_2 = 1,7487. \quad (30)$$

Как и ранее, зададим значение постоянного поля исходя из положения намагниченности второй подрешетки в плоскости пластины, то есть положим  $H_0 = 3,8$ .

Изменение параметра обмена  $\Lambda$  приводит к смещению диаграммы как целого вверх или вниз. Из условия совпадения ветвей диаграммы с заданным значением поля  $H_0 = 3,8$  получаем два уравнения для определения соответствующих значений параметра обмена:

- из нижней ветви:

$$H_0 = \Lambda^{(b)}(M_1 - M_2), \quad (31)$$

- из верхней ветви:

$$H_0 = \Lambda^{(t)}(M_1 + M_2). \quad (32)$$

Полагая  $H_0 = 3,8$  и решая эти уравнения, получаем границы допустимых значений параметра  $\Lambda$  в виде:

$$\Lambda^{(b)} = 2,1739; \Lambda^{(t)} = 0,4983. \quad (33)$$

Поскольку прецессия равновесия существует только между нижней и верхней ветвями диаграммы, то допустимый интервал значений константы обмена имеет вид:

$$0,4983 < \Lambda < 2,1730. \quad (34)$$

Практика показывает, что при принятых параметрах задачи (раздел 4) изменение характера прецессии равновесия намагниченности невелико (менее 10 %), поэтому ограничимся рассмотрением прецессии вблизи крайних значений константы обмена, определяемых соотношением (34). Как и ранее, рассмотрим только первую подрешетку.

Положим сначала параметр обмена вблизи нижнего предельного значения, а именно  $\Lambda = 0,55$ . Обратимся к рис. 14, где для этого случая показаны развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки (сплошные линии). Для сравнения здесь же приведены аналогичные данные при  $\Lambda = 1$  (пунктир).

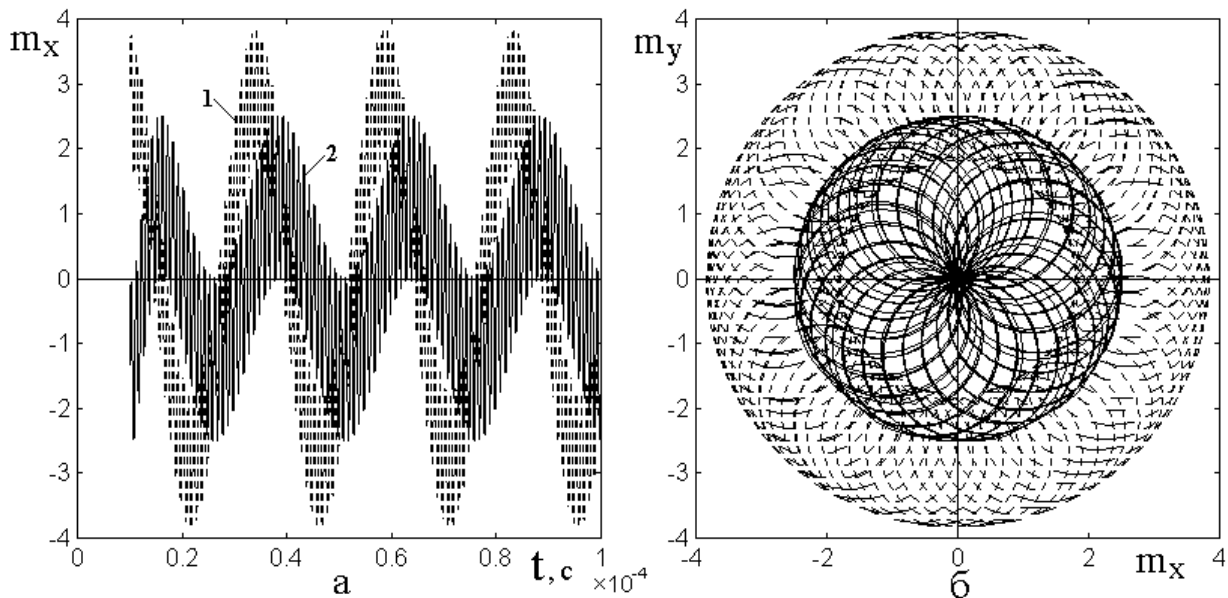


Рис. 14. Развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки  $m_x$  (а) при различных значениях константы обмена: 1 –  $\Lambda = 1$  (пунктир); 2 –  $\Lambda = 0,55$  (сплошные линии), а также соответствующие прецессионные портреты (б) (пунктир и сплошные линии – те же).  
Параметры:  $T = 1$ ;  $H_0 = 3,8$ ;  $h_0 = 1$ ;  $f_p = 1$  МГц.

Из рисунка можно видеть, что период прецессии равновесия при изменении параметра обмена от 1 до 0,55 отн. ед. не меняется. Однако амплитуда колебаний уменьшается, составляя 65 % от соответствующего максимуму значения при  $\Lambda = 1$  (уменьшается от 0,385 до 0,250 отн. ед.).

Соответствующие прецессионные портреты, показанные на рис. 14б, как бы «вложены» друг в друга, по угловой координате сохраняя одинаковый

порядок. Заметным отличием является переход от режима «без охвата центра» при  $\Lambda = 1$  к границе перехода к режиму «с охватом центра» при  $\Lambda = 0,55$ , что дает на рис. 14б четкую затемненную сердцевину.

Положим теперь параметр обмена вблизи верхнего предельного значения, а именно  $\Lambda = 2,10$ . Обратимся к рис. 15, где для этого случая показаны развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки (сплошные линии) Для сравнения здесь же приведены аналогичные данные при  $\Lambda = 1$  (пунктир).

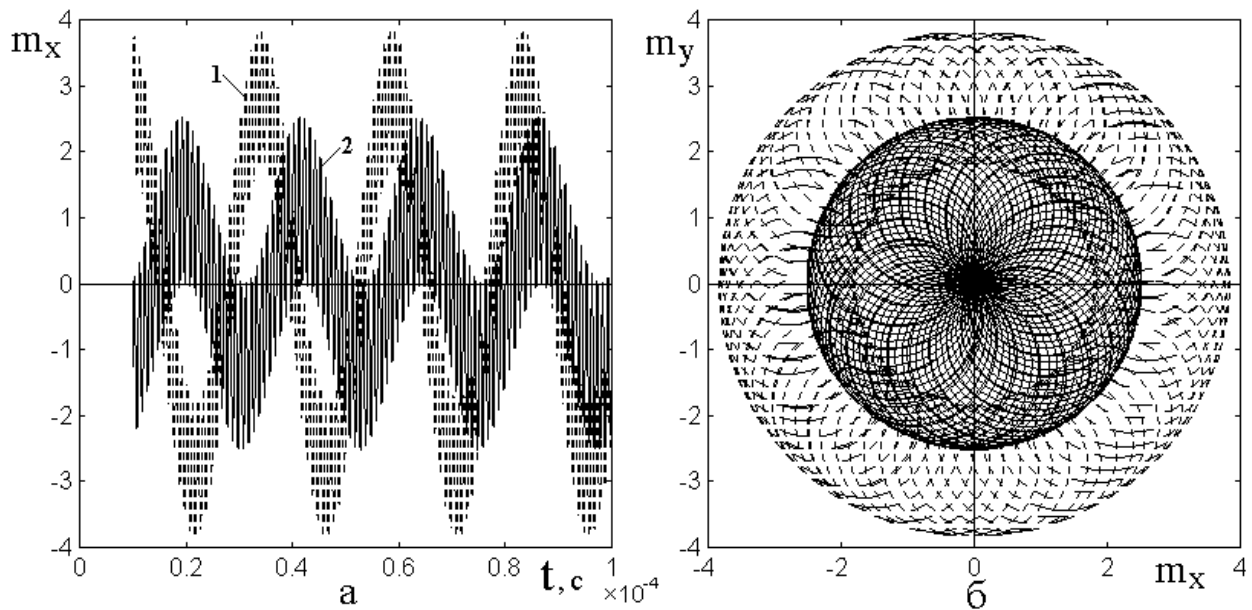


Рис. 15. Развертки по времени колебаний компонент намагниченности первой подрешетки  $m_x$  (а) при различных значениях константы обмена:

1 –  $\Lambda = 1$  (пунктир); 2 –  $\Lambda = 2,10$  (сплошные линии), а также соответствующие прецессионные портреты (б) (пунктир и сплошные линии – те же).

Параметры:  $T = 1$ ;  $H_0 = 3,8$ ;  $h_0 = 1$ ;  $f_p = 1$  МГц.

Из рисунка можно видеть, что общий характер изменения развертки по времени, а также соответствующего прецессионного портрета, довольно близок к предыдущему случаю. Некоторым отличием можно считать небольшое уменьшение периода прецессии с  $0,24 \cdot 10^{-4}$  с при  $\Lambda = 1$  (пунктир) до  $0,22 \cdot 10^{-4}$  с (сплошные линии) при  $\Lambda = 2,20$ , то есть на 0,8 %.

Амплитуда колебаний уменьшается в том же соотношения, что на рис. 14, а прецессионный портрет также отражает переход от режима «без охвата центра»

к режиму «с охватом центра», давая такую же выделенную затемненную сердцевину.

Таким образом, можно полагать, что вариация параметра обмена в крайних пределах по допустимому интервалу, продолжительность периода прецессии равновесия если и меняет, то менее чем на 1 %, амплитуду прецессии уменьшает до 65 % от максимума (соответствующего  $\Lambda = 1$ ), а также меняет характер режима прецессии с режима «без охвата центра» к режиму «с охватом центра».

#### **14. Некоторые замечания о возможном развитии работы**

Приведем некоторые замечания о возможном развитии работы.

Прежде всего отметим, что все проведенное рассмотрение было выполнено относительно первой подрешетки, а вторая предполагалась в качестве балласта, полностью следующего за первой. Можно полагать, что такое рассмотрение приемлемо только в тех случаях, когда намагниченность первой подрешетки значительно превышает намагниченность второй. Не так, однако обстоит дело вблизи точки компенсации, где вторая подрешетка может участвовать в общей динамике наравне с первой. Таким образом, в качестве первой задачи можно указать всестороннее исследование роли второй подрешетки, в том числе при температуре вблизи компенсации, а также выше таковой.

Все сделанное рассмотрение выполнено в предположении возбуждения движения намагниченности переменным полем чисто круговой поляризации. В то же время, в случае одной подрешетки, параметры прецессии равновесия весьма критичны к степени поляризации переменного поля [8, 450-462]. Предварительная проверка показывает, что в рассматриваемом случае двухподрешеточного ферромагнетика критичность существования прецессии равновесия к степени поляризации возбуждения значительно снижается. Авторы настоящей работы полагают, что исследование характера прецессии равновесия при изменении степени поляризации возбуждающего поля может составить предмет для отдельной работы.

В качестве другого момента, не рассмотренного в настоящей работе, следует отметить ограничение крайне простой степенью геометрии задачи (раздел 1). Так, не учтены такие факторы, как размагничивание пластины и анизотропия. Исходя из кругового характера прецессии равновесия, можно сделать вывод, что она возможна только тогда, когда для ориентации обеих намагниченностей имеются условия какой-то цилиндрической симметрии. Так, в чистом виде рассматриваемой здесь геометрии (рис. 1) можно видеть, что совокупная намагниченность обеих подрешеток при любом угле между ними имеет цилиндрическую симметрию относительно оси  $Oz$ , то есть плотность энергии системы в целом при повороте вокруг этой оси не меняется. Такое положение сохранится при учете размагничивания пластины при условии нормального намагничивания, то есть плоскость пластины будет параллельна плоскости  $Oxy$ , а постоянное поле будет направлено вдоль оси  $Oz$  по нормали к пластине. Учет размагничивания такой ситуации не меняет, одноосная анизотропия, параллельная оси  $Oz$ , цилиндрическую симметрию также не нарушает. Однако введение хотя бы небольшого отклонения постоянного поля от оси  $Oz$  возможность сохранения энергии при вращении системы нарушает. То же касается отклонения одноосной анизотропии и введении кубической даже при симметричной ориентации типа  $[111]$ . Таким образом, здесь условия возбуждения прецессии равновесия к перечисленным факторам будут уже критичны, так что этот вопрос требует более подробного рассмотрения.

В рамках настоящей работы основные параметры материала (раздел 4) были приняты в нормированных единицах. В этом плане в качестве важнейшего вопроса, касающегося развития настоящей работы, следует указать привязку описываемых явлений к непосредственно наблюдаемым параметрам материала, например, приведенным в работах [24,25]. Можно полагать, что такая привязка значительно повысит практическую ценность настоящей работы, обеспечивая непосредственные указания для проведения экспериментов. Таким образом,

авторы рассматривают подобную привязку в качестве важного предмета для отдельной работы.

## Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

1) Главным предметом рассмотрения в настоящей работе является исследование мультирежимного характера прецессии намагниченности в двухподрешеточном ферримагнетике с точкой компенсации. Выполнен краткий обзор предшествующих работ, сформулирована постановка задачи и приведены основные алгоритмы исследования. Особое внимание уделено основным режимам прецессии первой подрешетки в условиях вариации различных параметров задачи.

2) Приведена общая геометрия задачи, представляющая собой нормально намагниченную тонкую пластину. Приведены зависимости намагниченностей подрешеток от температуры. На их основе построена фазовая диаграмма, связывающая постоянные поля ориентационных переходов намагниченностей с их температурой. По величине постоянного поля отмечены три характерные области фазовой диаграммы, отличающиеся взаимной ориентацией намагниченностей подрешеток: первая – ниже нижней ветви диаграммы, где намагниченности подрешеток ориентированы навстречу друг другу, вторая – между нижней и верхней ветвями диаграммы, где намагниченности подрешеток составляют между собой угол, меньший 180 градусов, третья – выше верхней ветви диаграммы, где намагниченности подрешеток ориентированы точно в одном направлении.

3) Приведен математический аппарат задачи, состоящий в решении системы уравнений для прецессии намагниченностей обеих подрешеток в условиях вариации эффективных полей задачи. Предложено решение полученной системы уравнений методом Рунге-Кутты с построением для компонент намагниченности разверток по времени и соответствующих прецессионных портретов.

4) Рассмотрена прецессия намагниченности в различных областях фазовой диаграммы. Показано, что в первой области колебания обеих компонент намагниченности происходят на частоте возбуждения синусоидальным образом со сдвигом по фазе относительно друг друга на 90 градусов, так что параметрический портрет (рис. 4в) имеет вид правильной окружности без каких-либо отклонений в ту или иную сторону. Прецессия положения равновесия отсутствует.

5) Во второй области на колебания намагниченности с частотой возбуждения наложены другие значительно более крупные синусоидальные колебания, период которых многократно превышает период возбуждения. Прецессионный портрет имеет вид большого широкого кольца, по образующей которого расположены малые кольца. Полученная картина в целом полностью соответствует прецессии положения равновесия.

6) В третьей области колебания обеих компонент намагниченности происходят на частоте возбуждения со сдвигом на 90 градусов. Параметрический портрет имеет вид правильной окружности без каких-либо отклонений в ту или иную сторону. Прецессия положения равновесия отсутствует.

7) Полученные режимы колебаний во всех трех областях интерпретированы на основе модели, учитывающей взаимную ориентацию намагниченностей обеих подрешеток. Установлено, что прецессия положения равновесия намагниченности достаточно эффективно происходит только во второй области, расположенной между нижней и верхней ветвями фазовой диаграммы, которой и посвящено дальнейшее рассмотрение.

8) На основе вариации амплитуды переменного поля выявлены четыре режима прецессии положения равновесия намагниченности: режим №1 – малоамплитудная круговая прецессия; режим №2 – прецессия положения равновесия без охвата центра; режим №3 – прецессия положения равновесия с охватом центра; режим №4 – развернутая круговая прецессия. Установлено, что по мере увеличения амплитуды переменного поля, начиная с нулевой

его величины, эти режимы сменяют друг друга в последовательном порядке. При этом режим №1 является как бы частным видом режима №2, имеющим место при стремлении амплитуды возбуждения к нулю, режимы №2 и №3 плавно переходят друг в друга, представляя собой две стороны одного явления, а режим №4 возникает при увеличении возбуждения пороговым образом, а при уменьшении возбуждения снова переходит в режим №3 без заметного гистерезиса.

9) Прецессионный портрет для прецессии равновесия при вариации возбуждения имеет наиболее характерный вид в режимах №2 и №3, где он образован одним большим кольцом, сопровождаемым по образующей малыми кольцами. При этом радиус большого кольца определяется углом отклонения намагниченности от направления постоянного поля в равновесном положении, а радиусы малых колец определяются прецессией намагниченности вокруг такого отклоненного положения, причем эти радиусы тем больше, чем уровень возбуждения выше.

10) Рассмотрена величина периода прецессии равновесия при вариации различных параметров задачи. Показано, что при вариации амплитуды переменного поля период прецессии равновесия по мере увеличения амплитуды поля уменьшается пропорционально обратной квадратичной зависимости от поля. В качестве возможной причины отмечен рост силы воздействия переменного поля на намагниченность по мере увеличения его амплитуды. При этом, чем больше амплитуда возбуждения, тем период меньше, так как сила воздействия переменного поля на намагниченность с его увеличением возрастает. Предложена эмпирическая формула, описывающая наблюдаемую зависимость с точностью не хуже 10 %.

11) Рассмотрена величина периода прецессии равновесия при вариации постоянного поля в условиях различного уровня возбуждения. Показано, что по мере увеличения постоянного поля период прецессии равновесия увеличивается тем сильнее, чем амплитуда переменного поля больше. В качестве возможной причины такого характера зависимости отмечено, что слабое

возбуждение раскачивает прецессию равновесия медленнее из-за своей слабости, тогда как сильное возбуждение раскачивает прецессию быстрее благодаря своей силе. Предложены эмпирические формулы, отражающие наблюдаемые зависимости с точностью не хуже 10 %.

12) Рассмотрена величина периода прецессии равновесия при вариации частоты переменного поля при различных уровнях возбуждения. Показано, что по мере увеличения частоты переменного поля период прецессии равновесия уменьшается тем скорее, чем уровень возбуждения выше, причем при росте уровня возбуждения стремится к нулю. В качестве возможной причины указано увлечение переменным полем намагниченности за собой, стремясь приблизить ее частоту к своей собственной. Предложены эмпирические формулы типа обратной пропорциональности относительно частоты возбуждения, отражающие наблюдаемые зависимости с точностью не хуже 10 %.

13) Рассмотрена величина периода прецессии равновесия при вариации параметра обменного взаимодействия между намагниченностями подрешеток. Установлен допустимый интервал значений константы обмена, необходимых для существования прецессии равновесия при заданном значении постоянного поля, соответствующего ориентации намагниченности второй подрешетки в плоскости пластины. Показано, что величина этого интервала определяется расстоянием между нижней и верхней ветвями фазовой диаграммы. Построены развертки колебаний намагниченности по времени и соответствующие прецессионные портреты для двух крайних значений константы обмена, близких к краям допустимого интервала. Установлено, что вариация обмена в таких пределах продолжительность периода прецессии равновесия меняет менее, чем на 1 %, амплитуду прецессии уменьшает до 65 % от максимума, причем меняет характер режима прецессии с режима «без охвата центра» к режиму «с охватом центра».

14) Приведены некоторые замечания о возможном развитии работы. Предложено учесть влияние второй подрешетки более подробно, в том числе при температурах большей и равной температуре компенсации. В качестве полезных

факторов предложено учесть размагничивание формы пластины, а также одноосную и кубическую анизотропию различных ориентаций. Значительный интерес представляет рассмотрение несимметричности поля возбуждения, в том числе с учетом его ориентации. Полезным обобщением может явиться переход от нормированных параметров к известным из независимых экспериментов температурным зависимостям намагниченностей подрешеток, а также структуры наблюдаемой фазовой диаграммы.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

### Литература

1. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики. – М.: Мир. 1965.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. – М.: Наука. 1973.
3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. – М.: Физматлит. 1994.
4. Курушин Е.П., Нефедов Е.И. Применение тонких монокристаллических пленок ферритов в устройствах СВЧ микроэлектроники // Микроэлектроника. 1977. Т.6. №6. С.549-561.
5. Гласс Х.Л. Ферритовые пленки для СВЧ-устройств // Труды института инженеров по электронике и радиоэлектронике. – 1988. – Т. 76. – №. 2. – С. 64-72.
6. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях – М.: Физматлит. – 2016.
7. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. – М.: Физматлит. 2017.

8. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. – М.: Физматлит. – 2018.
9. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. – М.: Физматлит. – 2019.
10. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. – М.: Физматлит. – 2021.
11. Романова И. Магниторезистивная память MRAM компании Everspin Technologies // Электроника: Наука, технология, бизнес. – 2014. – №. 8. – С. 72-79.
12. Лисовский Ф.В. Физика цилиндрических магнитных доменов. – Сов. радио, 1979.
13. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. – М.: Мир. 1982.
14. Kikuchi E. The ultra-sound converters. – М.: Mir. – 1972.
15. Голямина И.П. Магнитострикционный преобразователь // В кн: Ультразвук. Маленькая энциклопедия. Гл. ред. И.П. Голямина. – М.: Советская энциклопедия. – 1979. – С.196-200.
16. Голямина И.П. Магнитострикционные излучатели из ферритов // Физика и техника мощного ультразвука. Кн. 1. – 1967. – С. 111-148.
17. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order // Reviews of Modern Physics. – 2010. – Т. 82. – №. 3. – С. 2731-2784.
18. Bigot J.Y., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures // Annalen der Physik. – 2013. – Т. 525. – №. 1-2. – С. 2-30.
19. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И., Ломоносов А.М., Темнов В.В. Современные проблемы сверхбыстрой магнитоакустики // АЖ (Акустический журнал). – 2022. – Т.68. – №1.
20. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Переходы спиновой переориентации в редкоземельных магнетиках // УФН. 1976. Т.119. №3. С.447-486.

21. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. – М.: Наука. 1979.
22. Clark A.E., Callen E. Neel ferromagnets in large magnetic fields // J. Appl. Phys. 1968. V.39. №13. P.5972-5082.
23. Горанский Б.П., Звездин А.К. О развороте подрешеток ферримагнетика в магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т.10. С.196-200.
24. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 1. Фазовая диаграмма // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.2>
25. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 2. Степенное приближение // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.3>
26. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Фазовая диаграмма двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации в присутствии одноосной анизотропии // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.2.1>
27. Коледов В.В., Суслов Д.А., Щеглов В.И. Влияние анизотропии на фазовую диаграмму двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.4>
28. Суслов Д.А., Щеглов В.И. Применение метода динамического установления для построения фазовой диаграммы двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.9.11>
29. Антонов Л.И., Терновский В.В., Хапаев М.М. О расчете периодических доменных структур в ферромагнитных материалах // Физика металлов и металловедение. – 1989. – Т. 67. – №. 1. – С. 52-56.

30. Антонов Л.И., Лукашева Е.В., Миронова Г.А., Скачков Д.Г. Динамическое установление равновесного периода в структуре намагниченности ферромагнитных пленок // ФММ. 2000. Т.90. №3. С.5-11.
31. Антонов Л.И. и др. Поле вектора намагниченности одноосной ферромагнитной пленки // Журнал технической физики. – 2004. – Т. 74. – №. 3. – С. 83-84.
32. Суслов Д.А., Щеглов В.И. Фазовая диаграмма двухподрешеточного ферромагнетика с точкой компенсации в присутствии анизотропии, размагничивания и неоднородного обмена // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – №. 2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.2.6>
33. Суслов Д.А., Щеглов В.И. Влияние анизотропии и обменного взаимодействия на фазовую диаграмму тонкой пленки из двухподрешеточного ферромагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – №. 3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.3.7>
34. Суслов Д.А., Щеглов В.И. Амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний намагниченности в пределах фазовой диаграммы двухподрешеточного ферромагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.8.5>
35. Власов В.С. и др. Вынужденная нелинейная прецессия вектора намагниченности в условиях ориентационного перехода // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56. – №. 1. – С. 84-96.
36. Власов В.С. и др. Мультирежимный характер нелинейной прецессии намагниченности второго порядка в условиях ориентационного перехода // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56. – №. 9. – С. 1120-1120.
37. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. – М.: Физматлит. – 2018.

**Для цитирования:**

Суслов Д.А., Щеглов В.И. Мультирежимный характер прецессии положения равновесия намагниченности в двухподрешеточном ферромагнетике с точкой компенсации. // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.8.15>