УДК 621.391.01

# ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ ПЕРЕДАТЧИКА НА МНОГОЧАСТОТНЫЕ СИГНАЛЫ С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ

<sup>1</sup>Л. Е. Назаров, <sup>2</sup>А. С. Зудилин

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, г.Фрязино <sup>2</sup>ОАО "Российские космические системы", г. Москва

Получена 9 декабря 2010 г.

Аннотация. Приведены результаты исследований влияния нелинейностей передатчика на эффективность передачи многочастотных сигналов с ортогональным частотным мультиплексированием, характеризуемых высокими значениями пик/фактор.

Ключевые слова: нелинейности передатчика, OFDM сигналы, интермодуляционные помехи, турбо-коды.

# Введение

Многочастотные сигналы с ортогональным частотным мультиплексированием рассматриваются как одни из наиболее перспективных сигналов для передачи информации по каналам с многолучевостью [1]. Эти сигналы являются базовыми для ряда принятых протоколов, например, IEEE802.16 [2].

Рассматриваемые сигналы имеют высокие значения отношений пиковой мощности к средней мощности (пик/фактор) [1]. Поэтому при передаче данных сигналов с использованием нелинейных передатчиков возникают искажения амплитуда/амплитуда (AM/AM) и амплитуда/фаза (AM/ФМ), определяющие интермодуляционные помехи и фазовые искажения в дополнение к канальным аддитивным шумам [3]. Исследования этих эффектов проведены для

рассматриваемых сигналов без кодирования, а также с использованием с относительно простыми схемами помехоустойчивого кодирования, например, в сочетании со сверточными кодами [4].

В настоящей работе приведены результаты исследований влияния нелинейностей на передачу данных сигналов в сочетании со значительно более эффективной по сравнению со сверточными кодами схемой помехоустойчивого кодирования, входящей в класс турбо-кодов [5,6]. Исследования произведены путем моделирования процедуры обработки сигналов при их приеме с использованием моделей нелинейных амплитудных и фазовых искажений передатчиков на основе лампы бегущей волны.

### 1. Постановка задачи

Многочастотные сигналы с ортогональным частотным мультиплексированием, известные в литературе также как OFDM сигналы (orthogonal frequency-division multiplexing) [1,2], представляют сумму N гармонических парциальных сигналов с различными "созвездиями"  $\dot{a}_i$  при их модуляции и с различными несущими частотами  $f_m, 0 \le m < N$ . Спектры этих сигналов пересекаются в общей полосе, поэтому они характеризуются большей частотной эффективностью по отношению к ортогональным сигналам с частотным разделением, не имеющих пересечения спектров.

Формирование OFDM сигналов производится следующим образом. На основе последовательности двоичных кодовых символов объемом L, поступающей с выхода кодера помехоустойчивого кода на вход модулятора сигналов, формируется блок из N комплексных символов { $\dot{\alpha}_0, \dot{\alpha}_1, ..., \dot{\alpha}_{N-1}$ }, которые определяют комплексную огибающую OFDM сигналов

$$\dot{s}(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \dot{\alpha}_m \cdot \exp(j2\pi f_m t).$$
<sup>(1)</sup>

Здесь  $\dot{\alpha}_m$  принимает одно из *J* возможных значений из сигнального "созвездия"  $\dot{\alpha}_m = a_m + jb_m$ ,  $L = N \log_2 J$ .

Ортогональность парциальных сигналов обеспечивается выбором значения частот  $f_m = \frac{m}{T}$  для двумерных сигналов ("созвездия" многофазовой модуляции ФМ-М или квадратурной фазовой модуляции QAM-M) и  $f_m = \frac{m}{2T}$  для одномерных сигналов ("созвездия двухфазовой модуляции ФМ-2) [1]. Здесь T - длительность сигналов.

Важным параметром радиосигналов является пик/фактор  $\sigma_s^2 = \max_t |s(t)|^2 / P_c$ , где  $P_c$  - средняя мощность радиосигналов [3]. Пик/фактор  $\sigma_s^2$  определяет динамический диапазон радиосигналов и при его высоком необходимо значении снижать выходную мощность передатчика с нелинейностями относительно номинального значения с целью уменьшения интермодуляционных помех и внеполосных излучений до требуемых значений.

Исследуемые OFDM сигналы характеризуются высокими значениями пик/фактора - для "созвездий" с постоянной мощностью верно соотношение  $\sigma_s^2 = 2N$  [1]. Это является недостатком данных сигналов по отношению к сигналам с постоянной огибающей. Поэтому актуальной является проблема исследования влияния нелинейностей передатчика на OFDM сигналы в совокупности со схемами помехоустойчивого кодирования, в частности, с наиболее эффективными кодами, обеспечивающими практически предельные вероятностные характеристики при передаче информации. В качестве подобной схемы кодирования ниже рассмотрен турбо-код, описание его структуры приведены в работе [6].

# 2. Описание сигнально-кодовых конструкций и процедуры их обработки при приеме

Рассматриваемый турбо-код формируется на основе объединения двух кодов - внешнего и внутреннего кодов  $C_1$  и  $C_2$ . Его особенностью является то, что составляющие коды входят в класс простейших блоковых кодов, что обусловливает низкую сложность результирующего алгоритма приема по

отношению к алгоритмам приема известных в литературе турбо-кодов [5]. Блок-схеме кодера рассматриваемого турбо-кода, приведена на рис.1.



Рис.1. Блок-схема кодера турбо-кода на основе рекурсивного сверточного кода с двумя состояниями кодовой решетки (Т – элемент задержки на такт, П - перемежитель).

Код  $C_1$  включает l идентичных блоковых кодов (n,k). Здесь n длительность кодовых слов, k - объем информационного блока. В качестве составляющего кода в составе кода  $C_1$  используется блоковый биортогональный код с параметрами (7,3).

В качестве внутреннего кода  $C_2$  используется блоковый код (nl,kl), эквивалентный усеченному рекурсивному сверточному коду с кодовой скоростью 1 и длиной кодового ограничения 1 (число состояний кодовой решетки равно 2).

При моделировании задавались параметры турбо-кода: l = 500. Информационный объем турбо-кода равен K = 1500 битов, длительность кодовых слов равна L = 3500 символов, кодовая скорость равна 3/7.

На вход канала поступает вещественная реализация  $y(t) = g(\text{Re}\{\dot{s}(t)\exp(j2\pi f_0 t)\}),$  где  $f_0$  - центральная частота радиосигналов, g(x) - функция нелинейности передатчика. Для используемого при исследовании двумерного сигнального "созвездия" ФМ-4 длительность последовательности комплексных символов, определяющая комплексную огибающую OFDM сигналов  $\dot{s}(t)$  (1), равна N = 1750.

В приемном устройстве осуществляется обработка реализации x(t) = y(t) + n(t) с выхода канала с аддитивным белым гауссовским шумом n(t) (АБГШ канал) и принимается решение относительно переданной информационной последовательности. Обработка содержит два этапа. На первом этапе на основе x(t) производятся оценки "мягких" решений комплексных символов { $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, ..., \hat{\alpha}_{N-1}$ } в соответствии с правилом

$$\hat{\alpha}_m = \int_0^T \dot{x}(t) \cdot \exp(j2\pi f_m t), m = 0, 1, 2, ..., N - 1.$$
(2)

Здесь  $\dot{x}(t)$  - комплексная амплитуда реализации x(t).

При цифровой реализации процедур формирования OFDM сигналов (1) и при оценке "мягких" решений (2) применяется производительная процедура быстрого спектрального преобразования в базисе Фурье [1,2].

На втором этапе на основе "мягких" решений  $\{\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, ..., \hat{\alpha}_{N-1}\}$  и априорных вероятностей кодовых символов реализуется прием рассматриваемого турбо-кода. Алгоритм приема итеративный [5,6], суть вычисление отношений правдоподобия для апостериорных которого вероятностей символов кодовых слов турбо-кода и ее представление в виде суммы трех составляющих, связанных с решениями  $\hat{\dot{\alpha}}_{0}, \hat{\dot{\alpha}}_{1}, ..., \hat{\dot{\alpha}}_{N-1},$  с априорных вероятностей символов отношениями кодовых слов и С функционалами от отношений апостериорных вероятностей символов (extrinsic *information*) (EI) [6]. Для последующей итерации величины EI используются как априорные вероятности символов кодовых слов.

# 3. Модели нелинейностей

Рассмотрим принятые в литературе модели нелинейностей передатчика АМ/АМ и АМ/ФМ. Для входного узкополосного сигнала с комплексной амплитудой  $\dot{s}(t) = |\dot{s}(t)| \exp(j\theta(t))$  комплексная амплитуда сигнала с выхода передатчика, рассматриваемого как неинерционное нелинейное устройство, имеет вид [7]

$$\dot{y}(t) = G(|\dot{s}(t)|) \cdot \exp(\theta(t) + \Omega(|\dot{s}(t)|)).$$
(2)

Здесь  $G(x), \Omega(x)$  - нелинейности AM/AM и AM/ФМ.

Для передатчиков на основе лампы бегущей волны (ЛБВ) модельные нормализованные представления  $G(x), \Omega(x)$  имеют вид [7]

$$G(x) = \frac{2x}{1+x^2}, \quad \Omega(x) = \frac{\pi}{3} \frac{x^2}{1+x^2}.$$
 (3)

В точке насыщения при x = 1 имеем G(x) = 1,  $\Omega(x) = \pi/6$ .



Рис.2. Фрагменты дискретизированного OFDM сигнала на входе ЛБВ (кривая 1) и на выходе ЛБВ (кривая 2) (*N* = 256, "созвездие" ФМ-4).

В качестве примера на рис.2 приведены фрагменты дискретизированного ОFDM сигнала на входе ЛБВ и на ее выходе. Видны отличия кривых за счет влияния нелинейностей (3). На рис.3 приведены вероятностные кривые (зависимость вероятности ошибки на бит  $P_{\delta}$  от отношения  $E_{\delta}/N_0$ ), полученные путем моделирования приема OFDM сигналов при передаче по АБГШ каналу. Здесь  $E_{\delta}$  - энергия сигналов на бит,  $N_0$  - односторонняя спектральная плотность шума. Кривая 1 соответствует передаче OFDM сигналов без кодирования по линейному каналу (N = 256, "созвездие" ФМ-4), кривая 2 получена для данных сигналов, передаваемых по каналу с нелинейностями (3). В этом случае влияние нелинейностей приводит к существенному ухудшению помехоустойчивости.



Рис.3. Вероятностные кривые OFDM сигналов при передаче по АБГШ каналу: 1 - линейный канал (*N* = 256, "созвездие" ФМ-4 без кодирования), 2 - канал с нелинейностями (*N* = 256, "созвездие" ФМ-4 без кодирования), 3 – линейный канал (*N* = 1750, "созвездие" ФМ-4, турбо-код с кодовой скоростью 3/7), 4 – канал с нелинейностями (*N* = 1750, "созвездие" ФМ-4, турбо-код с кодовой скоростью 3/7).

Кривые 3,4 на рис.3 соответствуют аналогичным вероятностным кривым для OFDM сигналов в совокупности с рассматриваемым турбо-кодом. Кривая 3 получена для линейного канала, кривая 4 получена для канала с нелинейностями (3) ("созвездие" ФМ-4). Энергетические потери для канала с нелинейностями по отношению к линейному каналу превышают 7 дБ.

Известные методы борьбы с нелинейностями основаны на линеаризации каналов, а также на снижении мощности OFDM сигналов на входе передатчика с целью его работы в режиме, близком к линейному режиму.

Суть методов линеаризации - искажение сигналов на входе передатчика  $\hat{s}(t) = F(|\dot{s}(t)|) \cdot \exp(\theta(t) + \Phi(|\dot{s}(t)|))$  с целью компенсации амплитудной и фазовой нелинейностей. Для этого необходимо, чтобы функции  $F(x), \Phi(x)$  являлись решениями системы уравнений [7]

$$G(F(|\dot{s}(t)|)) = |\dot{s}(t)|, \qquad (4)$$

$$\Omega(F(|\dot{s}(t)|)) + \Phi(|\dot{s}(t)|) = 0.$$
(5)

Разработаны методы решения системы (4), (5) [4,7]. В работе [4] приведены методы линеаризации, основу которых составляют решения данной системы с использованием приближения функции G(F(x)) к аппроксимирующей функции f(x). В качестве аппроксимирующей функции f(x) в [4] использовалось симметричное ограничение с зоной линейности

$$f(x) = \begin{cases} x, \ \text{если} | x | \le 1 \\ \frac{x}{|x|}, \ \text{если} | x | > 1. \end{cases}$$
(6)

Функция  $\Phi(x)$  соответствовала решению системы (4), (5). В этом случае снижение мощности входных сигналов на *Ibo* (дБ) соответствует близкому к линейному снижению мощности выходного сигнала на *Obo* (дБ), что определяет увеличение вероятности ошибки при приеме. Вместе с тем, снижается мощность интермодуляционных помех. Поэтому существует оптимальное значение *Ibo<sub>onm</sub>* (оптимальное значение *Obo<sub>onm</sub>*), определяющее достижение минимальной вероятности ошибки *P<sub>o</sub>*. Снижение эффективности

передатчика при генерации OFDM сигналов по отношению к сигналам с постоянной огибающей, при генерации которых передатчик работает в режиме насыщения (*Ibo*=0 дБ), можно оценить соотношением  $\Delta = (E_{\tilde{o}} / N_0)_{MUH}$ . Здесь  $(E_{\tilde{o}} / N_0)_{MUH}$  - увеличение мощности сигнала, требуемое для компенсации интермодуляционных помех при значении *Ibo<sub>onm</sub>* и достижения задаваемой вероятности  $P_{\tilde{o}}$  для линейного канала (при моделировании задавалось значение  $P_{\tilde{o}} = 10^{-5}$ ).

Теоретическому анализу интермодуляционных помех и оцениванию значений  $\Delta$  при использовании аппроксимирующих функций f(x) в виде симметричного ограничения с зоной линейности и предельного симметричного ограничения без зоны нелинейности посвящен ряд работ, например [3,8]. В работе [3] аналитические приведены выражения ДЛЯ мощности интермодуляционных помех и оценки  $\Delta$  при использовании функции f(x) для ансамблей ортогональных сигналов, входящих в класс сигналов с частотным разделением. В работе [8] рассмотрено влияние нелинейности в виде предельного симметричного ограничителя без зоны линейности на сумму гармонического сигнала и сильного гауссовского сигнала, одномерная плотность амплитуды огибающей которого распределена по закону Рэлея. Показано, что в этом случае выполняется соотношение  $P_c/P_{umod} \cong 9.35$  дБ на краях полосы сигналов и  $P_c/P_{umod} \cong 7.8$  дБ в центре полосы сигналов с точностью до 1 дБ. Здесь  $P_{umod}$  - мощность интермодуляционных помех в полосе сигналов,  $P_{c}$  - мощность выходного гармонического сигнала.

При теоретическом оценивании мощности интермодуляционных помех  $P_{umod}$  и значений  $\Delta$  для OFDM сигналов и рассматриваемых функций f(x) данные методики также можно применять.

# 4. Анализ результатов моделирования

На рис.4 приведены значения отношения сигнал/помеха  $h(i) = P_{c,n}(i) / P_{umod,n}(i)$  (дБ) для парциальных сигналов при использовании

предельного симметричного ограничителя без зоны линейности (OFDM без кодирования, N = 256, "созвездие" ФМ-4). Здесь  $P_{c,n}(i)$  - мощность выходного парциального сигнала,  $P_{umod,n}(i)$  - мощность интермодуляционной помехи в полосе парциального сигнала с номером i, i = 0, 1, ..., N - 1. Значения h получены путем обработки искаженных OFDM сигналов с выхода нелинейного элемента.



Рис.4. Зависимость отношения сигнал/помеха  $P_{c,n}(i)/P_{umod,n}(i)$  парциальных сигналов от их номера *i*, соответствующие предельному симметричному ограничению без зоны линейности (N = 256, "созвездие" ФМ-4).

Оценивание значений h(i) осуществлялось в соответствие с методикой, приведенной в [8]. Оценивание суммарной мощности  $P_{umo\partial,n}(i) + P_{c,n}(i)$ производилось при помощи свертки искаженного OFDM сигнала с выхода нелинейного элемента с данным парциальным сигналом с номером i. При этом полагался малым вклад в суммарную мощность за счет корреляции парциального сигнала и интермодуляционных помех. Оценивание мощности интермодуляционной помехи  $P_{umo\partial,n}(i)$  производилось при отсутствии парциального сигнала с номером i при помощи свертки искаженного OFDM сигнала с выхода нелинейного элемента с базисной функцией  $\exp(j2\pi f_i t)$ .

Поведение кривой на рис.4 согласуется с результатами теоретического анализа - наблюдается повышение рассматриваемого отношения сигнал/помеха на краях полосы сигналов (h(0) = h(256) = 9.16 дБ) и понижение в центре полосы сигналов (h(128) = 7.8)дБ). Различие приведенных значений сигнал/помеха достигает 1.36 дБ, что практически совпадает с приведенной выше теоретической оценкой данных величин. Объяснение этому заключается в том, что OFDM сигнал при большом количестве парциальных сигналов (N >> 1) можно рассматривать как гауссовский сигнал [9]. В этом случае для OFDM сигнала справедлива модель суммы гармонического парциального сигнала и сильного гауссовского сигнала, для анализа интермодуляционных помех этой модели можно применить рассмотренную методику [8].



Рис.5. Зависимость вероятности  $P_{\tilde{o}}(i)$  ошибочного приема битов парциального сигнала с номером *i* для OFDM сигналов без кодирования и с использованием нелинейной функции предельного симметричного ограничения без зоны линейности (N = 256, "созвездие" ФМ-4).

На рис.5 приведена зависимость вероятности  $P_{\tilde{o}}(i)$  ошибочного приема битов парциального сигнала с номером *i* для рассмотренного ансамбля OFDM сигналов без кодирования и с использованием предельного симметричного

ограничения без зоны линейности. Данная зависимость получена получена путем моделирования. Видно, что значения P<sub>o</sub>(i) максимальны в центре  $P_{\tilde{0}}(128) = 0.0068$ полосы сигналов и минимальны на краях полосы  $P_{\tilde{0}}(0) = P_{\tilde{0}}(256) = 0.0017$ . Поведение данной вероятностной кривой согласуется с кривой h(i) на рис.4. Для сигнального "созвездия" ФМ-4 выполняется соотношение  $h(i) = 2E_{\delta}(i)/N_0$ . С учетом этого вычислены теоретические вероятности ошибки  $P_{0}(i)$  для величины  $E_{0}(128)/N_{0} \cong 6.16$  дБ в центре полосы и  $E_{\tilde{o}}(0)/N_0 \cong 4.8$  дБ на краях полосы, равные  $P_{\tilde{o}} = 0.0065$  и  $P_{\tilde{o}} = 0.002$ соответственно. Эти значения вероятностей практически совпадают со значениями, полученными при моделировании.



Рис.6. Вероятностные кривые для сигнально-кодовых конструкций при изменении параметра *Ibo*: 1 - OFDM сигналы без кодирования; 2 - OFDM сигналы со сверточным кодом с кодовой скоростью 1/2; 3 - OFDM сигналы с турбо-кодом с кодовой скоростью 3/7.

На рис.6 приведены зависимости вероятности ошибки  $P_{\delta}$  при изменении параметра *Ibo*, полученные путем моделирования соответствующих алгоритмов приема для ряда сигнально-кодовых конструкций на основе OFDM сигналов при использовании симметричного ограничения с зоной линейности

(6). Кривая 1 соответствует приему OFDM сигналов без кодирования (N = 256, "созвездие" ФМ-4). Видно, что  $Ibo_{onm} = 9.5$  дБ, при этом вероятность ошибки  $P_{\tilde{o}} = 10^{-5}$  достигается при значении  $(E_{\tilde{o}}/N_0)_{MUH} = 4.9$  дБ. То есть для данной конструкции снижение эффективности передатчика при генерации OFDM сигналов по отношению к сигналам с постоянной огибающей оценивается значением  $\Delta = 4.9$  дБ.

Кривая 2 соответствует приему OFDM сигналов в сочетании со сверточным кодом с кодовой скоростью 1/2 (N = 1750, "созвездие" ФМ-4). В этом случае значение  $Ibo_{onm}$  равно  $Ibo_{onm} = 4.5$  дБ, при этом вероятность ошибки  $P_{\vec{0}} = 10^{-5}$  достигается при значении  $(E_{\vec{0}}/N_0)_{MUH} = 2.75$  дБ. Для данной сигнальной конструкции снижение эффективности передатчика при генерации OFDM сигналов по отношению к сигналам с постоянной огибающей оценивается значение  $\Delta = 2.75$  дБ.

Кривая 3 соответствует приему OFDM сигналов в сочетании с рассматриваемым турбо-кодом с кодовой скоростью 3/7 ("созвездие" ФМ-4). В этом случае оптимальное значение равно  $Ibo_{onm} = 1.15$  дБ, при этом вероятность ошибки  $P_{\delta} = 10^{-5}$  достигается при значении  $(E_{\delta}/N_0)_{MUH} = 2.05$  дБ. Для данной сигнальной конструкции на основе турбо-кода снижение эффективности передатчика при генерации OFDM сигналов по отношению к сигналам с постоянной огибающей оценивается значением  $\Delta = 2.05$  дБ.

# Заключение

Приведены результаты исследований по оцениванию влияния нелинейностей передатчика типа АМ/АМ, АМ/ФМ на передачу сигнальнокодовых конструкций на основе многочастотных сигналов с ортогональным частотным мультиплексированием в сочетании с сигнальным "созвездием" ФМ-4 и со схемами помехоустойчивого кодирования. При теоретическом анализе интермодуляционных помех для искаженных OFDM сигналов на выходе симметричного ограничения с зоной линейности и предельного

симметричного ограничения без зоны нелинейности можно применять известные методики, разработанные для сигналов с частотным разделением.

Рассмотрена схема помехоустойчивого кодирования, входящая в класс турбо-кодов и более эффективная по сравнению со сверточными кодами. Путем моделирования алгоритмов приема для линеаризованного канала на основе функции амплитудной нелинейности в виде симметричного ограничения с зоной линейности показано, что снижение эффективности передатчика при генерации OFDM сигналов в сочетании с турбо-кодом по отношению к сигналам с постоянной огибающей не превышает 2.05 дБ. Это значение меньше на 0.7 дБ по отношению к сигнальным конструкциям на основе сверточных кодов с эквивалентной кодовой скоростью и меньше на 2.85 дБ по отношению к сигнальной конструкции без кодирования.

# Литература

1. Hara S., Prasad R. Multicarrier Techniques for 4G Mobile Communications. Artech House. Boston. 2003.

2. Liu H., Li G. OFDM-Based Broadband Wireless Networks. A John Wiley & Sons. New Jersey. 2005.

3. Тепляков И.М., Рощин Б.В., Фомин А.И., Вейцель В.А. Радиосистемы передачи информации. М.: Радио и связь. 1982.

4. Benedetto M-G.D., Mandarini P. An Application of MMSE Predistortion to OFDM Systems.// IEEE Transactions on Communications. 1996. Vol.44. N11. P.1417-1420.

5. Solemani M.R., Gao Y., Vilaipornsawai U. Turbo Coding for Satellite and Wireless Communications. New York. Kluwer Academic Publishers. 2002. 214 p.

6. Назаров Л.Е., Головкин И.В. Последовательные турбо-коды с пониженной сложностью алгоритмов приема.// Радиотехника и электроника. 2010. №10. С.1193-1199.

7. Saleh A.A.M., Salz J. Adaptive Linearization of Power Amplifiers in Digital Radio Systems.// The Bell System Technical Journal. 1983. Vol.62. N4. P.1019-1033.

8. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь. Пер. с англ. М.:Связь. 1979.

9. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь. 1986.