

УДК 681.7.012

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ АБЕРРАЦИОННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В КОСМИЧЕСКОЙ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЕ НАБЛЮДЕНИЯ

Е. В. Селиверстова^{1,2}, Г. А. Щербина^{1,2}, Б. М. Шурыгин¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),
141701, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский переулок, 9

² АО «НПО «ЛЕПТОН», 124527, Москва, г. Зеленоград, Солнечная аллея, дом 6

Статья поступила в редакцию 11 декабря 2017 г.

Аннотация. В работе описывается алгоритм поиска аберрационных коэффициентов по изображению точечного тест-объекта. В предлагаемом подходе абберации волнового фронта представляются при помощи полиномов Цернике, коэффициенты при полиномах выступают в роли критерия съюстированности системы. Приведено несколько возможных способов вычисления изображения из коэффициентов Цернике: геометрический, дифракционный с интегралом Киргофа, дифракционный Нижбера-Цернике, а также выполнено их сравнение. Предлагаемый алгоритм поиска аберрационных коэффициентов основан на поэтапном вычислении аберрированного изображения из значений коэффициентов Цернике и сравнении рассчитанного изображения с действительным изображением прибора. Подход был апробирован на осевом зеркально-линзовом объективе Ричи-Кретьн.

Ключевые слова: абберации, полиномы Цернике, юстировка оптико-электронных систем, дистанционное зондирование Земли.

Abstract. This paper describes an algorithm of searching the aberration coefficients from defocused image of a point source. In proposed approach, the wave front aberrations which are caused by optics misalignment are represented by Zernike polynomials. Zernike polynomials coefficients which indicate lens alignment can act as criteria of an optical systems quality. Implementation of the algorithm requires the 'direct task' solution in order to get the aberrated image using the values of the

Zernike coefficients. In the article several possible approaches to obtain the image of a point spread function which is calculated from the values of the Zernike's coefficients are presented: geometric, diffraction by the Kirchhoff integral, diffraction by Nijboer-Zernike approach. Comparison of the methods mentioned above was made at the base of the algorithm's time response and the resulting image accuracy. Algorithm proposed for finding aberrational Zernike coefficients is based on the 'direct task' solution and comparison based on the discrepancy criterion between obtained image and the actual image of the real lens step-by-step. The geometrical approach was used for the 'direct task' solution as the fastest and ideologically simplest algorithm. The approach was tested on the axial catadioptric Ritchey–Chrétien lens. Estimation of the Zernike coefficients gives an ability to define current relative positions of the lens optical components. This allows the system's alignment to be done.

Key words: aberration, Zernike polynomials, lens adjustment, Earth remote sensing.

1. Введение

Последние десятилетия бурно развивается сфера производства космических оптико-электронных систем (ОЭС) наблюдения, для панхроматических телескопов увеличивается пространственное разрешение, угол поля зрения и энергетическая чувствительность [1, 2], а для гиперспектральных систем наблюдения дополнительно повышается спектральное разрешение и рабочий спектральный диапазон. Одновременно с этим производители стремятся разрабатывать приборы с малыми значениями массы и габаритов, что характерно для зеркальных или зеркально-линзовых оптических систем, но для таких камер оптическое качество систем куда более чувствительно к точности ориентации зеркальных элементов по сравнению с линзовыми аналогами. Воздействие дестабилизирующих факторов, возникающих например, при выводе на орбиту, приводит к изменению взаимной ориентации компонент объектива и, как следствие, к потере оптического качества системы. Для компенсации оптических искажений в

объективе требуется разработка специальной системы управления оптическими компонентами, которые анализируют текущие значения aberrаций в оптической системе.

Сказанное выше обуславливает актуальность задачи количественного описания значений aberrаций по реальным лабораторным и космическим снимкам. Наиболее информативными для нахождения aberrационных коэффициентов являются расфокусированные изображения точечного тест-объекта.

Приведем некоторые существующие способы выявления aberrаций, большинство из которых используются при настройке наземных телескопов астрономического назначения и в адаптивной оптике, однако они ограничены в применении для космической оптики.

1) Сенсоры типа Шака-Хартмана способны измерять волновые aberrации с определенной дискретностью (в основном применяются в адаптивной оптике). Данный подход требует использования специального площадного сенсора, расположенного в плоскости определения волнового фронта, что критически ограничивает использование метода в космических оптических системах (увеличение массы и габаритов, падение интенсивности, т.к. требуется направить долю излучения в сенсор) [3].

2) В контексте адаптивной оптики одного изображения может быть достаточно для однозначного определения aberrаций в том случае, если лучи из разных участков апертуры не пересекаются между собой. Например, для действительно большой расфокусировки, при которой не возникает каустик. Минимальный расфокус пропорционален амплитудам aberrаций высшего порядка [4].

3) Дифракционный метод для определения aberrаций низкого порядка в случае малой расфокусировки, когда связь между aberrацией и интенсивностью изображения остаётся приблизительно линейной. В [5] разработана такая техника для малой адаптивной оптики, однако она требует зафокального и предфокального изображений.

4) Метод, требующий одного расфокусированного изображения точечного тест-объекта, основанный на вычислении моментов изображения [6].

Приведенный перечень демонстрирует, что задача нахождения значений aberrаций изучена подробно, но требуется адаптация технологий для использования в космических приборах. Помимо этого, недостаточно изученным является вопрос перехода от определения частных значений aberrаций к определению реального взаиморасположения оптических деталей.

В настоящей работе в пункте 2 проводится описание и сравнение трех алгоритмов вычисления функции рассеяния точки из известных коэффициентов Цернике: дифракционного, дифракционного Нижбера-Цернике и геометрического. В пункте 3 работы предлагается алгоритм решения обратной задачи нахождения коэффициентов Цернике из реальных изображений функций рассеяния точки (ФРТ). Для корректного нахождения искажений, возникших в оптической системе, вычисление коэффициентов производится в 5 точках поля зрения. В дальнейшем нахождение коэффициентов позволит определять текущие взаиморасположения оптических компонент объектива, а это в свою очередь позволит выяснить отклонения системы от съюстированного положения и устранить смещения, приведшие к расстройству системы.

2. Построение изображения функции рассеяния точки из функции задержки волнового фронта (прямая задача)

2.а. Основные положения, зрачковая функция и функция задержки волнового фронта, полиномы Цернике

Метод анализа изображения точки базируется на вычислении задержки волнового фронта как функции от зрачковых координат объектива. Подход к описанию aberrаций изображения состоит в разложении функции волновой aberrации на полиномы Цернике [7]. Представление оптических искажений aberrационными коэффициентами Цернике как на основе геометрической теории aberrации, так и на основе дифракционной теории, подробно изложено в [8].

Зрачковая функция, описывающая необходимую информацию о выходном зрачке, а также о волновом фронте в плоскости выходного зрачка, представляется:

$$P(\rho, \theta) = A(\rho, \theta) \exp[iW(\rho, \theta)] \quad (1)$$

ρ, θ – канонические зрачковые координаты, полярные;

$A(\rho, \theta)$ – передаточная функция, описывающая прозрачность и форму;

$W(\rho, \theta)$ – функция, описывающая aberrации системы через отклонение волнового фронта от опорной сферы Гаусса, называется функцией aberrации или иначе функцией задержки волнового фронта.

Между aberrационной функцией и лучевой aberrацией $((\Delta x; \Delta y)$, $x; y$ – координаты в плоскости изображения, $\rho_x = \rho \cos(\theta)$ $\rho_y = \rho \sin(\theta)$) существует связь:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{A} \frac{\partial W}{\partial \rho_x}; \quad \Delta y = \frac{\lambda}{A} \frac{\partial W}{\partial \rho_y}, \quad (2)$$

где λ – длина волны, A – численная апертура [8].

Для представления aberrационной функции $W(\rho, \theta)$ используются полиномы Цернике:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n,m} C_n^m Z_n^m(\rho, \theta), \quad (3)$$

где C_n^m – коэффициенты при полиномах Цернике. Для примера приведена таблица 1.

Таблица 1. Первые 11 полиномов ряда Цернике.

№	Цилиндрическая система координат	Название aberrации
1	$Z_0^0(\rho, \theta) = 1$	Сдвиг oz
2	$Z_1^{-1}(\rho, \theta) = \rho \sin(\theta)$	Дисторсия ox
3	$Z_1^1(\rho, \theta) = \rho \cos(\theta)$	Дисторсия oy
4	$Z_2^0(\rho, \theta) = 2\rho^2 - 1$	Кривизна поля (расфокусировка)
5	$Z_2^{-2}(\rho, \theta) = \rho^2 \sin(2\theta)$	Астигматизм нечетный
6	$Z_2^2(\rho, \theta) = \rho^2 \cos(2\theta)$	Астигматизм четный

7	$Z_3^{-1}(\rho, \theta) = (3\rho^2 - 2)\rho \sin(3\theta)$	Кома нечетная
8	$Z_3^1(\rho, \theta) = (3\rho^2 - 2)\rho \cos(3\theta)$	Кома четная
9	$Z_4^0(\rho, \theta) = 6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$	Сферическая
10	$Z_3^{-3}(\rho, \theta) = \rho^3 \sin(3\theta)$	Трилистник нечетный
11	$Z_3^3(\rho, \theta) = \rho^3 \cos(3\theta)$	Трилистник четный

Дальнейшие шаги решения прямой задачи различаются в зависимости от модели, взятой за основу. От выбора модели варьируются затрачиваемые ресурсы и ситуации применения полученного результата. Задача может быть решена с минимальными затратами ресурса при использовании модели геометрической оптики, с её помощью удобно производить юстировку оптических схем с «грубой» и «средней» степенями точности. Решение прямой задачи, построенное в предположении дифракционной оптики (в расчетах используется дифракционный интеграл), потребует значительно больших вычислительных ресурсов и, хотя такой подход является наиболее корректным, его преимущества нивелируются объемом времени, требуемого для вычислений. В случае необходимости учета дифракционных эффектов оптимальным решением является использование теории Нижбера-Цернике. С её помощью возможно провести упрощенное моделирование изображения для дифракционной ситуации, эта теория хорошо применима для проведения «тонкой» юстировки оптических схем.

Наиболее точно значения аберраций определяются для расфокусированных изображений точечных тест-объектов, причем оптимальная величина расфокусировки соответствует значению 1-1,7 для 4-ого стандартного коэффициента Цернике.

2.б. Вычисление ФРТ с помощью геометрического подхода

Геометрический подход основан на трассировке лучей по площади выходного зрачка. В работе выбрана равномерная по горизонтальной и вертикальной осям сетка, при необходимости производится учет экранирования

объектива.

Последовательность нахождения ФРТ состоит из нескольких этапов. Вначале (в плоскости, откуда стартует расчет) создается массив начальных лучей с известными пространственными характеристиками, а после для каждого луча вычисляется задержка оптического пути при его прохождении вдоль всей оптической системы вплоть до интересующей нас плоскости изображения. В нашем случае плоскостью задания сетки лучей выступает выходной зрачок, а плоскость изображения ФРТ лежит в предфокальной плоскости с небольшим значением дефокусировки. Функция задержки волнового фронта численно описывается коэффициентами Цернике, знание которых определяет значения aberrаций. Из рассчитанной по коэффициентам функции задержки волнового фронта, производится вычисление поперечных aberrаций (формула 2). Каждому лучу, имеющему определенные зрачковые координаты, вычисляется горизонтальное и вертикальное смещения координат в предфокальной плоскости интереса и формируется точечная диаграмма двумерной ФРТ (рис. 1.а).

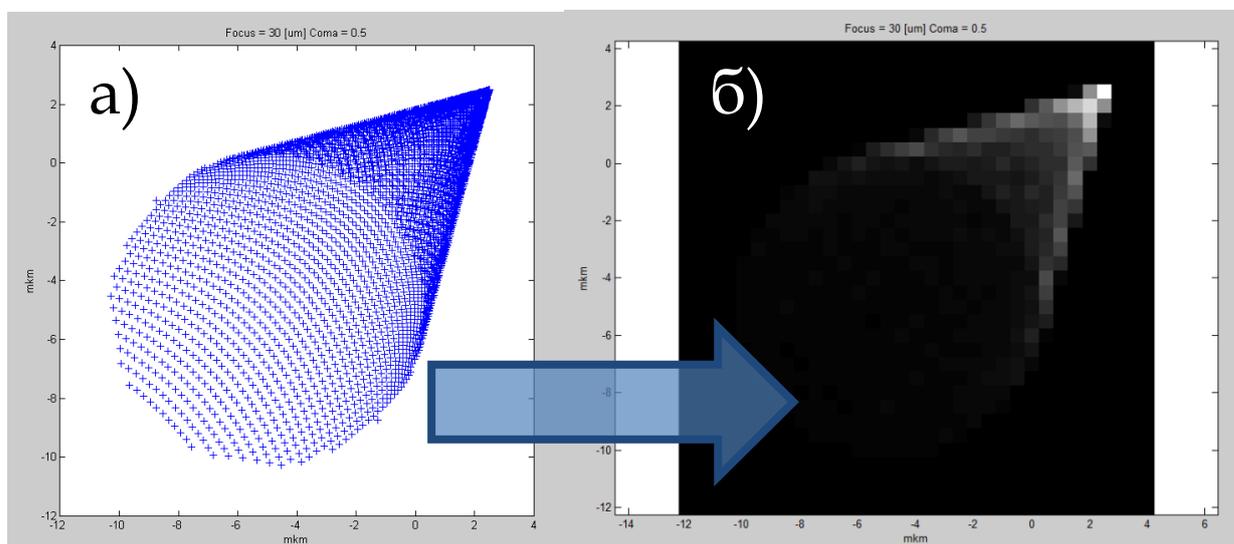


Рис. 1. Переход от точечной диаграммы а) к изображению; б) при помощи гистограммы.

Далее вычисляется двумерная гистограмма с шагом, соответствующим размеру пикселя ОЭС, за счет чего происходит «суммирование» лучей внутри элемента фотоприемного устройства (рис. 1.б). Сравнение расчетной ФРТ с

реальным изображением на фотоприемном устройстве позволяет определить правильность соответствия набора коэффициентов Цернике и реального изображения.

Построение аберрированных изображений точки на основе теории геометрической оптики даёт достоверный результат, для значений стандартных коэффициентов Цернике типа «кома» или «астигматизм» более 0,1 (соответствует максимальной задержке волнового фронта вдоль зрачковых координат $\frac{\lambda}{10}$). В случае меньших значений коэффициентов aberrаций, дифракционный компонент вносит существенный вклад в изображение, поэтому подпункты 2.в и 2.г посвящены описанию алгоритмов построения функции рассеяния точки с учетом дифракции.

2.в. Вычисление ФРТ с помощью дифракционного интеграла Кирхгофа

Известно [8], что ФРТ описывается интегралом Кирхгофа (7), и такое описание является полным и наиболее корректным. Такой подход основан на вычислении значения нормированной интенсивности в точке с координатами в плоскости изображения: f, v, ψ :

$$i(f, v, \psi) = \frac{1}{\pi^2} \left| \int_0^1 \int_0^{2\pi} \exp[-if\rho^2] \times \exp[-iv\rho \cos(\theta - \psi)] \times P(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta \right|^2. (7)$$

Интеграл (7) является функцией цилиндрических координат f, v, ψ , где:

$$v = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{a}{R} \right) \sqrt{x^2 + y^2}, (8)$$

$$f = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{a}{R} \right)^2 z. (9)$$

Для случая абсолютно прозрачного зрачка: $A(\rho, \theta) = 1$.

Подынтегральное выражение (7) состоит из трех смысловых звеньев. В первом звене $\exp[if\rho^2]$ содержится информация о расфокусировке f отдельно от дифракционных компонент. В свою очередь компонента расфокусировки может быть представлена через коэффициент aberrации (при 4-м полиноме Цернике: $2\rho^2 - 1$).

Аргумент второго звена $P(\rho, \theta)$ - зрачковая функция, которая учитывает абберрационные составляющие через коэффициенты Цернике. Третье звено $\exp[i\nu\rho \cos(\theta - \psi)]$ отвечает за формирование интерференционной картины.

Вычисление интеграла в таком виде является очень ресурсозатратным, что приводит к увеличению временного фактора. Поэтому для решения ряда прикладных задач сейчас активно развиваются методы «быстрого» расчета ФРТ. Теория Нижбера-Цернике [9] позволяет производить вычисления ФРТ за значительно меньшее время и с приемлемыми допущениями для ряда задач.

2.г Вычисление с помощью дифракционной теории Нижбера-Цернике

В этой теории рассматривается упрощение вычисления дифракционного интеграла, для этого производится разложение экспоненты, содержащейся в зрачковой функции $\exp[iW(\rho, \theta)]$, в ряд Тейлора, также применяется интегральное представление функций Бесселя первого рода и важное тождество (10), полученное Нижбером и приведенное ниже:

$$\int_0^1 \rho R_n^m(\rho) J_m(2\rho\nu) d\rho = (-1)^{\frac{n-m}{2}} \frac{J_{n+1}(2\nu)}{2\nu} \quad (10)$$

Итоговое выражение напряженности электромагнитного поля представляется в виде:

$$U(\nu, \psi, f = 0) = \frac{J_1(2\nu)}{\pi\nu} + \sum_{n,m}^i i^{n+1} \frac{J_{n+1}(2\nu)}{\pi\nu} [C_n^m \cos(m\psi)], \quad (11)$$

где J_k - функция Бесселя первого рода k – ого порядка.

Метод Нижбера-Цернике применим при небольших значениях численной апертуры ($0 < \frac{a}{R} < 0,6$) оптической системы, где R – радиус опорной сферы Гаусса, a – радиус выходного зрачка объектива, при равномерной засветке входного зрачка, при небольших значениях расфокусировки $|f| < 5\pi$, а также невысоких значениях аббераций ($C_n^m < 1$) [9].

На рисунке 2 представлены изображения – результаты моделирования ФРТ по приведенным выше трем подходам. Время, затрачиваемое на моделирование изображения геометрическим методом, менее 0,1 секунды, соответственно дифракционный метод Нижбера-Цернике срабатывает менее,

чем за 1 секунду. На метод, использующий дифракционный интеграл, уходит до 10 минут.

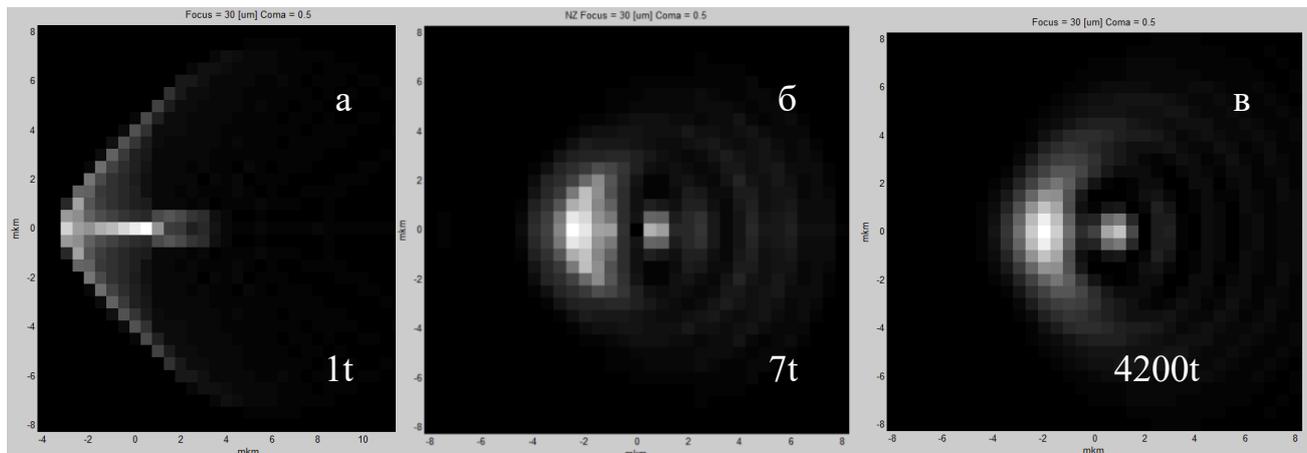


Рис. 2. Итоги моделирования изображения точки с aberrацией типа комы ($C_3^1 = 0,5$). Изображения получены при решении прямой задачи а) геометрическим методом; б) дифракционным Нижбера-Цернике; в) дифракционным.

3. Алгоритм определения aberrационных коэффициентов Цернике из изображения точечного тест-объекта (решение обратной задачи)

Для проведения расчета и отработки алгоритма определения aberrационных коэффициентов была выбрана оптическая схема типа Ричи-Кретьена, приведенная на рисунке 3, с фокусным расстоянием 210 мм, экранирование 0,5; $D/F=5$. Такая схема имеет широкое распространение в космических оптико-электронных системах наблюдения, так как наряду с относительно невысокими массо-габаритными характеристиками обладает высоким контрастом, широким полем зрения (обеспечивается наличием корректора поля), и практически отсутствуют хроматические aberrации. Одной из особенностей такой оптической схемы является наличие экранирования входной апертуры, учет которого необходим для качественного восстановления aberrационных коэффициентов. В случае вычисления коэффициентов Цернике с помощью геометрического подхода трассировка лучей выполняется по апертуре «бублик». Соответствующая маска является диапазоном интегрирования при расчете дифракционных интегралов.

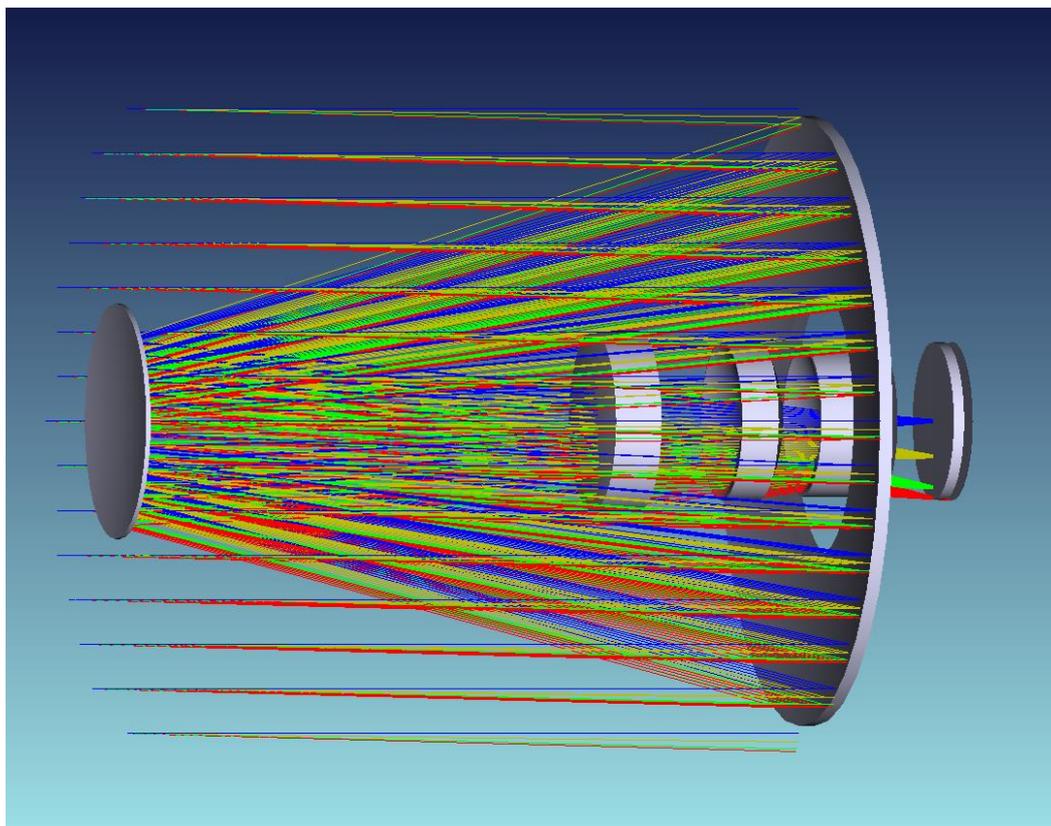


Рис. 3. Испытуемая схема Ричи-Кретьена.

Реализованный алгоритм решения обратной задачи основан на последовательном решении прямой задачи для изменяющегося набора коэффициентов Цернике. Для вычисления набора коэффициентов выполнялась следующая последовательность действий:

1. Регистрация исследуемого изображения.
2. Проведение инициализации n -начальных коэффициентов Цернике.
3. Решение прямой задачи с использованием значений коэффициентов Цернике (описание в предыдущем пункте работы).
4. Вычисление значения критерия невязки исследуемого изображения с изображением, полученным в результате решения прямой задачи.
5. Представление величины невязки на графике (рис. 4) для текущего набора коэффициентов Цернике.
6. Изменение текущего коэффициента Цернике (в данном случае в пределах от -1 до 1), возвращение к пункту 3, если величина невязки не удовлетворяет условию выхода из цикла.

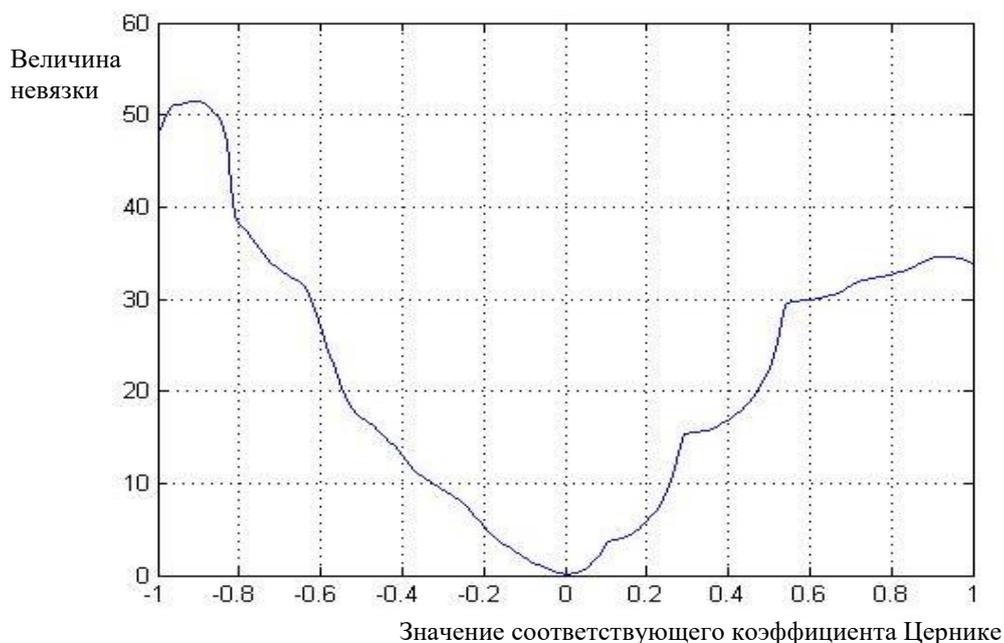


Рис. 4. Пример изменения невязки при коррекции и подборе 5-ого коэффициента Цернике.

Последовательность операций в алгоритме не зависит от того, какой будет выбран способ расчета прямой задачи (геометрический, дифракционный интеграл, дифракционный Нижбера-Цернике). Но выбор характерным образом влияет на быстроту алгоритма и его точность. В данной работе в качестве алгоритма решения прямой задачи была выбрана геометрическая модель трассировки лучей.

Последовательность вычисления отдельных aberrаций должна соответствовать степени их вовлеченности в зрачковую или волновую функции. Например, коэффициент расфокусировки следует определить в первую очередь. Следующие типы aberrаций по порядку их вычисления: смещения вдоль горизонтальной и вертикальной оси (для полевых точек - дисторсия), кома, астигматизм, сферическая 1-го порядка, трилистник и т. д. Описанный выше алгоритм решения обратной задачи представлен на блок-схемах (см. рис. 5, и рис. 6).

После «первоначального» подбора значений aberrационных коэффициентов выполняется их пересчет с начальными значениями, соответствующими предыдущему циклу вычисления. Такой механизм

позволяет последовательно приблизиться к надлежащим значениям коэффициентов Цернике.



Рис. 5. Блок-схема алгоритма решения обратной задачи.

Алгоритм нахождения абберационных коэффициентов Цернике был проверен по реальным изображениям точечных тест-объектов в лабораторных условиях. С этой целью был скомплексирован стенд для получения изображений состоящий из: коллиматора, тест-объекта (точечная мира), антивибрационного стола и поворотной платформы на которую установлен тестируемый объектив Ричи-Кретъен. Управлением поворотной платформы перенаправлялись лучи в разные области поля зрения камеры, а изображения регистрировались и подвергались обработке в пяти точках поля. После вычисления коэффициентов Цернике для каждого из изображений,

приведенных на рисунке 6, решалась прямая задача восстановления изображения точки.

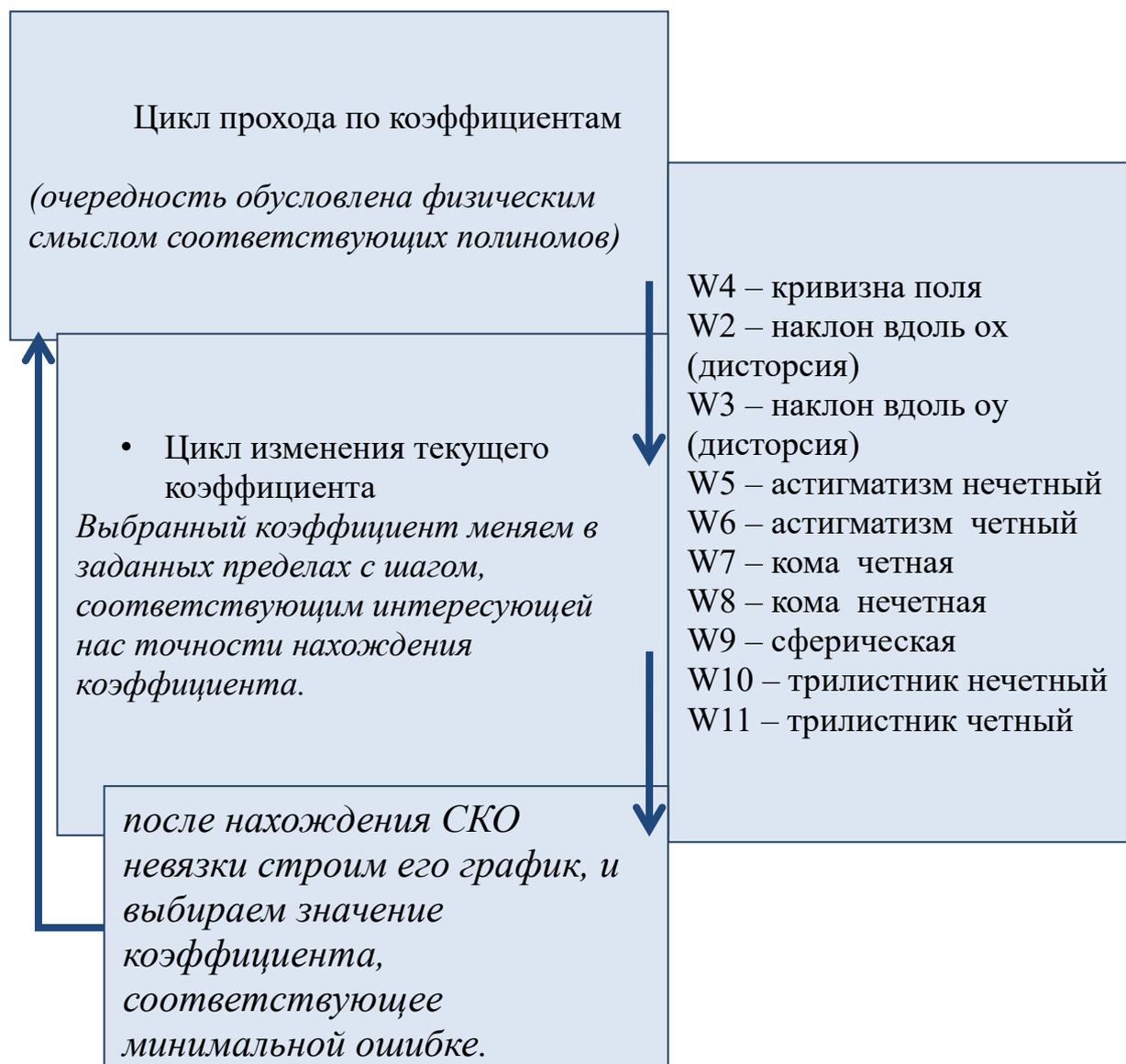


Рис. 6. Блок-схема внутреннего цикла алгоритма решения обратной задачи и порядок изменения коэффициентов.

Среднеквадратичное отклонение интенсивностей оригинальной картины от картины, рассчитанной с помощью коэффициентов Цернике, являлось критерием поиска. Итоговый результат представляет из себя значения коэффициентов Цернике в пяти точках поля, занесённых в таблицу (Таблица-2). Так для всех точек поля, помимо расфокусировки, наблюдается aberrация типа кома, а также регистрируется астигматизм, различный по полю зрения объектива, в свою очередь коэффициенты других aberrаций имеют значения не более 0.1.

Таблица 2. Набор коэффициентов Цернике по 5-ти углам поля зрения полученные в результате решения обратной задачи.

№ коэффициентов Цернике \ Углы поля зрения	центр (0°, 0°)	право (-0.7°, 0°)	низ (0°, 0.7°)	лево (0.7°, 0°)	верх (0°, -0.7°)
1) смещение oz	0	0	0	0	0
2) наклон ox	-0.16	-0.18	-0.26	0.51	0.14
3) наклон oy	-0.36	0.0	-0.04	0.48	0.64
4) расфокусировка	1.49	1.5	1.54	1.24	1.40
5) астигматизм нечетный	0.00	0.3	0.11	-0.45	0
6) астигматизм четный	-0.01	0.01	-0.34	-0.00	0.34
7) кома нечетная	-0.11	-0.06	-0.13	-0.29	-0.18
8) кома четная	0.09	0.03	-0.11	0.05	0.13
9) сферическая aberrация	0.02	0.03	0.05	0.14	0.06

Результат в виде изображений ФРТ, построенных в Zemax по коэффициентам, представленным в таблице 2, приведен на рис. 8.

Сравнение изображений, приведенных на рисунках 7 и 8, подтверждает факт недостаточной точности геометрического подхода к решению прямой задачи (явно видны дифракционные искажения), и одновременно демонстрирует то, что геометрический подход отлично применим для первичного нахождения значений aberrаций в частности астигматизма и комы.

4. Заключение

В работе предлагается и реализованы алгоритмы решения прямой и обратной задачи. Получены результаты моделирования изображения (решение прямой задачи) с использованием трех подходов, по итогам моделирования сделан вывод об оптимальности использования геометрического подхода для быстрого и грубого решения обратной задачи, а для более точного решения

использование метода Нижбера-Цернике. В итоге предполагается что для оптимизации затраты времени и получения наиболее точного в конечном итоге результата оба метода будут применяться последовательно. Приведены результаты решения обратной задачи с геометрическим подходом в основе алгоритма.

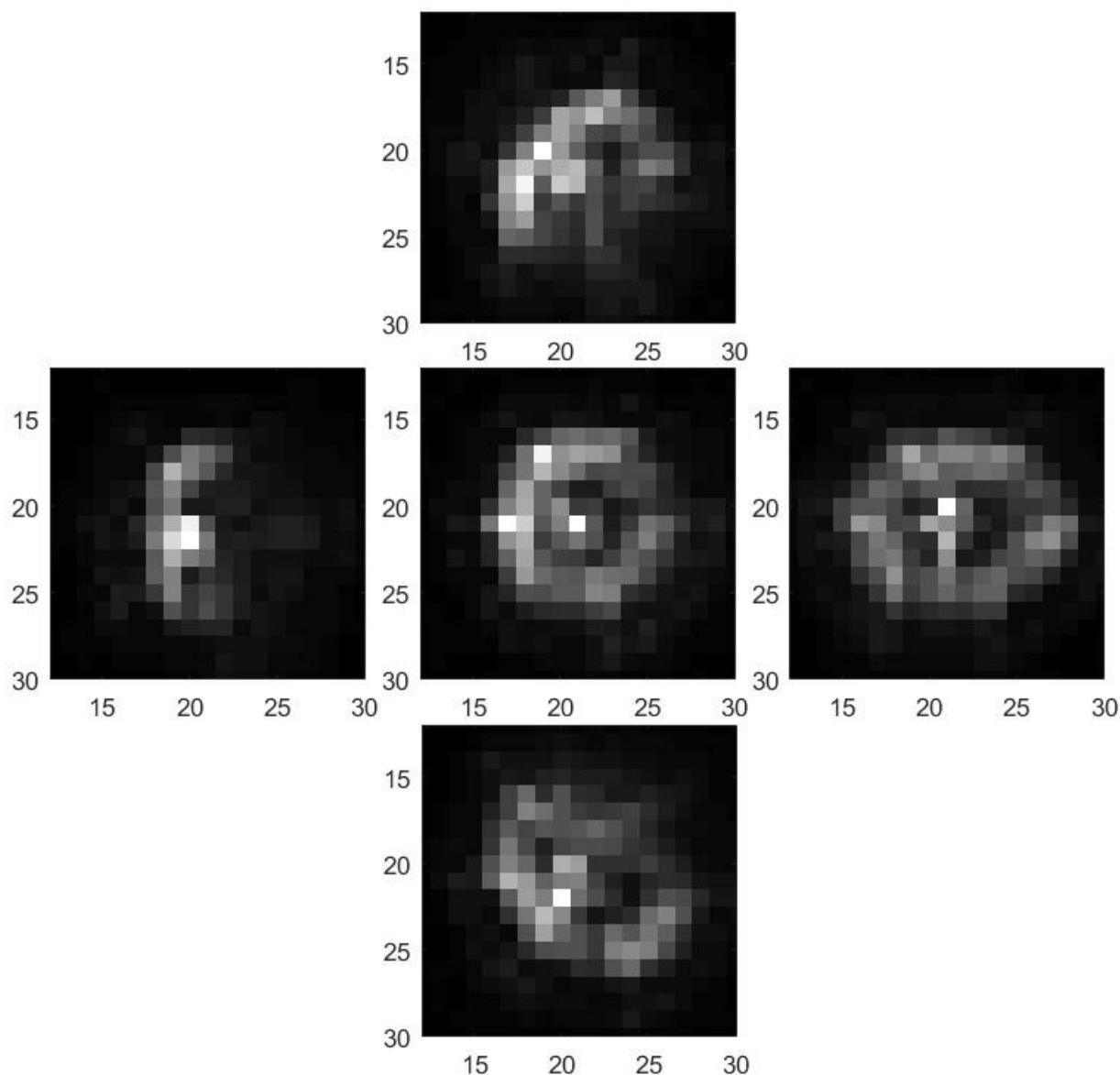


Рис. 7. Изображения расфокусированного точечного объекта по углам поля зрения объектива, полученные на лабораторном стенде.

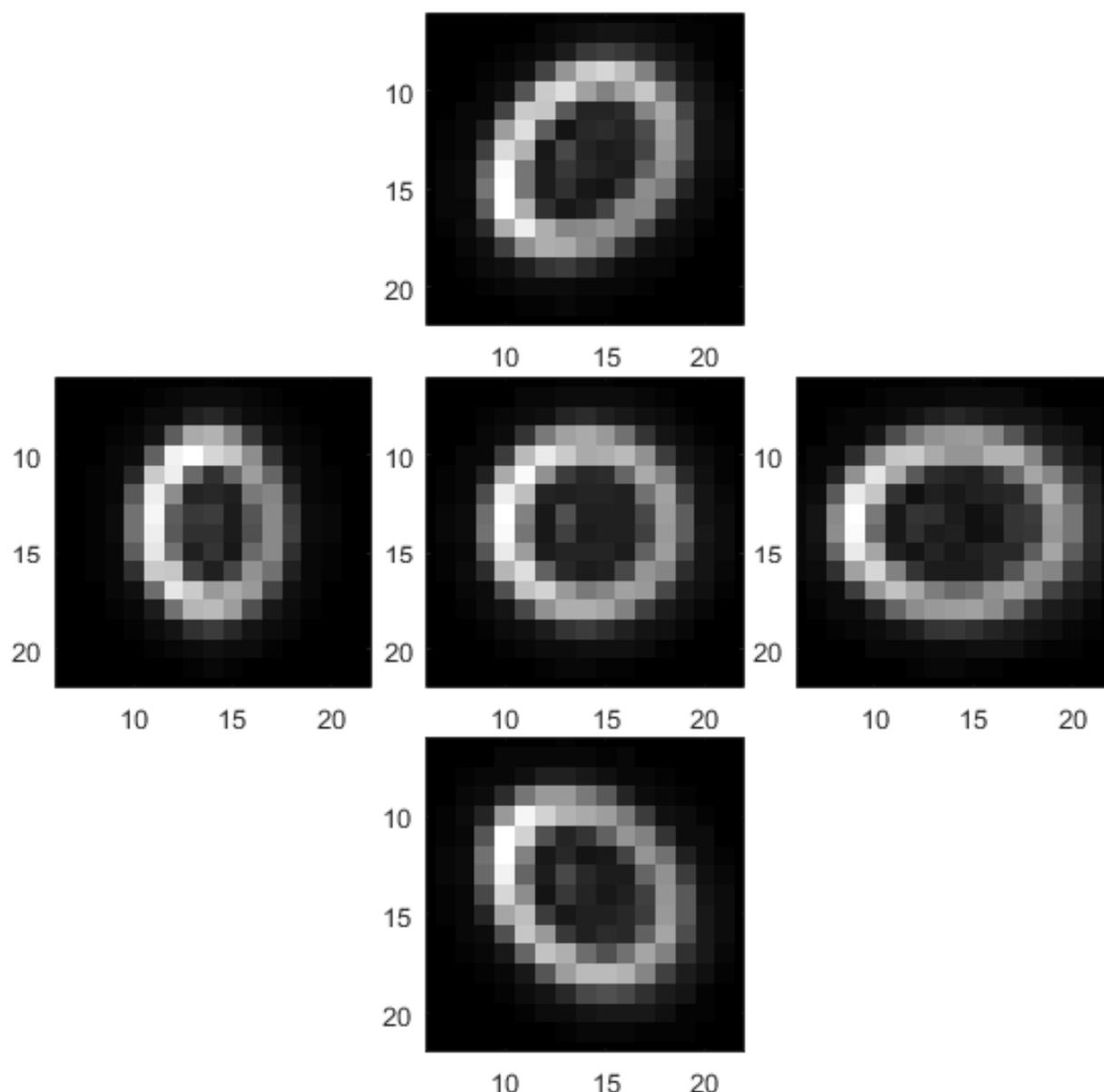


Рис. 8. Смоделированные изображения расфокусированного точечного объекта по имеющимся значениям aberrаций найденных решением обратной задачи на основе геометрического подхода.

Количественное определение значений aberrаций непосредственно при проведении космического эксперимента позволит провести моделирование текущего состояния оптической системы и определить отклонения оптических компонент от идеального положения. Помимо коррекции системы в космосе, другая сфера использования - это наземная юстировка ОЭС в лабораторных условиях. Ее важность обусловлена экономией времени производителями ОЭС. Проведенная работа позволяет в дальнейшем использовать выработанную

концепцию для создания систем автоматизированной юстировки объективов различных схем и компоновок.

Литература

1. Бакланов А. И. Новые тенденции развития космических систем оптико-электронного наблюдения земли высокого разрешения. // Материалы 14-й научно-технической конференции «Системы наблюдения мониторинга и дистанционного зондирования Земли», Сентябрь, 2017, Сочи, Россия, с. 32-45.
2. Бакланов А. И. Анализ состояния и тенденции развития систем наблюдения высокого и сверхвысокого разрешения. // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, №2, 2010
3. Научно-образовательный проект «Лазерный портал» факультета «Информационные и управляющие системы» Балтийского государственного технического университета [электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.laser-portal.ru/content_706
4. Paul Hickson 1994 “Wave-front curvature sensing from a single defocused image”. J. Opt. Am. A, Vol.11, No. 5/May 1994 1667
5. Bharmal N.A., Buscher D.F., Haniff. C.A. Near-focus high-sensitivity wavefront sensing. Mon. Not. R. Astron. Soc. 360, issue 4, 2005, pp. 1325-1332
6. A. Tokovinin, S. Heathcote “Donut: Measuring Optical Aberrations from a Single Extrafocal Image”, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 2006.
7. Зверев В.А., Точилина Т.В. Специальные разделы прикладной математики для опто механиков. Учебное пособие. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2005. – 235с.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973. – 720с.
9. Joseph J.M. Braat, Peter Dirksen, Sven van Haver, Augustus J.E.M. Janssen. Detailed description of the ENZ approach [electronic resource]. 2013. 39 p. Available at:
http://www.nijboerzernike.nl/_PDF/NijboerZernike_webpage_detailed_20151023.pdf

Ссылка на статью:

Е. В. Селиверстова, Г. А. Щербина, Б. М. Шурыгин. Алгоритм нахождения абберационных коэффициентов в космической оптико-электронной аппаратуре наблюдения. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №12. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/dec17/8/text.pdf>