

**О СПОСОБЕ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА
ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРОВ В СОСТАВЕ СХЕМЫ
НИЗКОЧАСТОТНОГО ЧЕБЫШЕВСКОГО ФИЛЬТРА ШЕСТОГО
ПОРЯДКА С ЦЕЛЬЮ УВЕЛИЧЕНИЯ СТЕПЕНИ ИХ ИНТЕГРАЦИИ.
ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ**

Е. Л. Панкратов

**Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина 23**

Статья поступила в редакцию 12 декабря 2018 г.

Аннотация. В данной работе предлагается способ увеличения плотности полевых транзисторов, входящих в состав низкочастотного чебышевского фильтра шестого порядка. В рамках данного способа рассматриваемый элемент формируется на базе трехслойной гетероструктуры со специфической конфигурацией. Необходимые ее участки легируются с помощью диффузии или ионной имплантации. Далее рассматривается оптимизированный отжиг примеси и/или радиационных дефектов. В рамках данной работы также проводится анализ возможности уменьшения существующих в гетероструктурах механических напряжений. Предложена аналитическая методика анализа массо- и теплопереноса в гетероструктурах, протекающих в процессе производства интегральных схем, с учётом механических напряжений.

Ключевые слова: чебышевский фильтр; увеличение плотности полевых транзисторов; прогноз технологического процесса; аналитическая методика анализа.

Abstract. In this paper we introduce an approach to increase density of field-effect transistors framework a circuit of a sixth-order Chebyshev low-pass filter. Framework the approach we consider manufacturing the inverter in heterostructure with specific configuration. Several required areas of the heterostructure should be doped by diffusion or ion implantation. After that dopant and radiation defects should be annealed framework an optimized scheme. Framework the optimized scheme user

of the scheme should choose required spatial distribution of dopant (let it be idealized). After that the user shall choose value of annealing time by minimization of approximation error between the above chosen spatial distribution of dopant and nearest real spatial distribution of dopant. We also analyzed influence of mismatch-induced stress in the considered heterostructure on distribution of concentration of dopant. Based on the analysis we formulate recommendations to decrease value of mismatch-induced stress. We introduce an analytical approach to analyze linear and nonlinear mass and heat transports in heterostructures during manufacturing of integrated circuits with account mismatch-induced stress. The approach gives a possibility to take into account spatial and at the same time temporal variations of parameters of both types of transports (such as diffusion and heat diffusion coefficients).

Keywords: sixth-order Chebyshev low-pass filter; increasing integration rate of field-effect heterotransistors; optimization of manufacturing.

Введение

В настоящее время одним из актуальных вопросов является увеличение быстродействия устройств твердотельной электроники (диоды, полевые и биполярные транзисторы, ...) [1-6]. Для увеличения быстродействия данных устройств представляет интерес поиск материалов с большими значениями подвижностей носителей заряда [7-10]. Один из способов уменьшения размеров элементов интегральных схем является их формирование в тонкопленочных гетероструктурах [3-5,11]. В данном случае возможно использование неоднородности (многослойности) гетероструктуры и необходима оптимизация легирования электронных материалов [12,13], а также развитие эпитаксиальной технологии с целью улучшения свойств данных материалов (включая анализ механических напряжений) [14-16]. Альтернативным способом уменьшения размеров элементов интегральных схем является использование лазерного и микроволнового типов отжига [17-19].

В рамках данной работы предлагается метод формирования полевых

гетеротранзисторов в составе схемы низкочастотного чебышевского фильтра шестого порядка, позволяющий увеличить их плотность с одновременным уменьшением их размеров. Также рассматривается возможность уменьшения присутствующих в гетероструктурах механических напряжений для уменьшения количества генерируемых из-за них дефектов гетероструктуры. В данной работе рассматривается представленная на рис. 1 гетероструктура, состоящая из подложки и эпитаксиального слоя. Между данными слоями сформирован буферный слой. После завершения формирования гетероструктуры в эпитаксиальном слое формируются секции из других материалов, которые потом легируются с помощью диффузии или ионной имплантации для формирования в нем необходимого типа проводимости (p или n). Считается, что подложка имеет противоположный тип проводимости (n или p). После легирования эпитаксиального слоя рассматривается оптимизированный отжиг примеси и/или радиационных дефектов для увеличения плотности элементов в рассматриваемой схеме инвертора с одновременным увеличением их плотности. Основной целью данной работы является формулировка рекомендаций для увеличения плотности элементов в рассматриваемой схеме фильтра с одновременным увеличением их плотности и уменьшения величины механических напряжений.

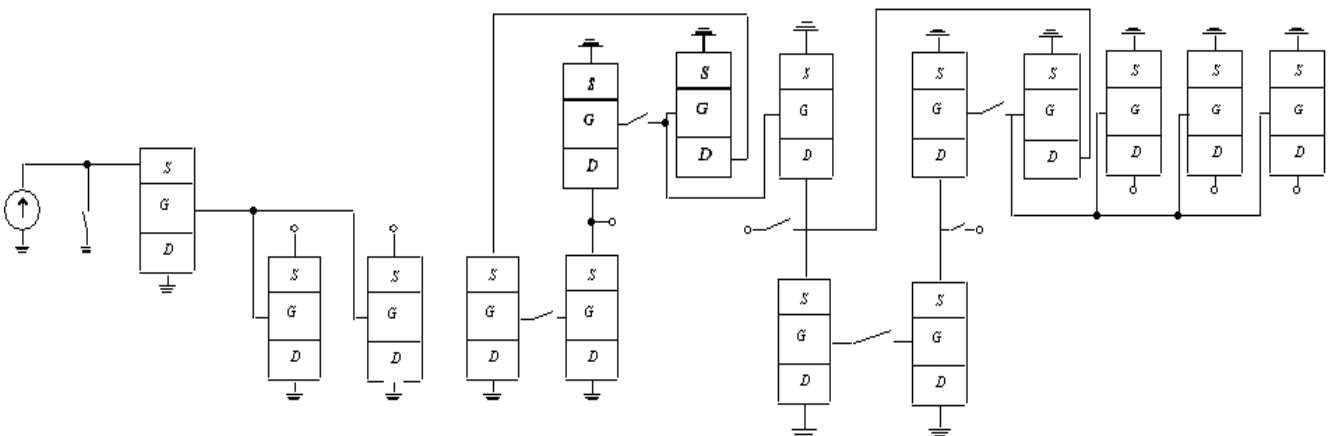


Рис. 1а. Схема рассматриваемого фильтра [15]

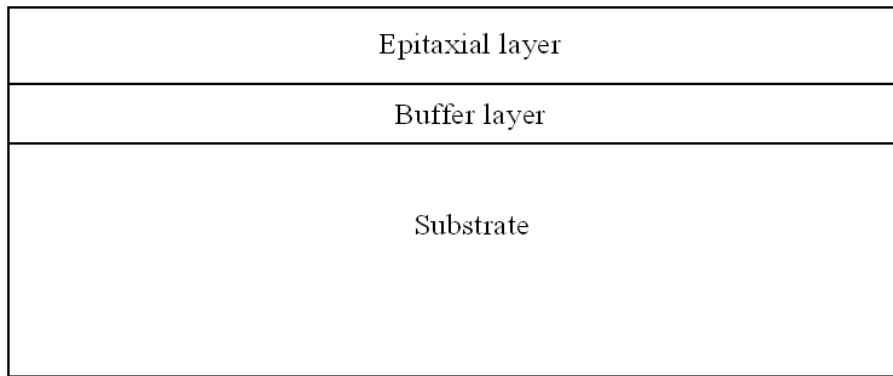


Рис. 1б. Трехслойная гетероструктура, состоящая из подложки, буферного и эпитаксиального слоев (вид сбоку)

Методика анализа

Для решения поставленной цели определим пространственно-временное распределение при-меси в рассматриваемой гетероструктуре и проведем его анализ. Пространственно- временное распределение концентрации примеси определим путем решения второго закона Фика [1,20-24]

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_s}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} C(x, y, W, t) dW \right] + \\ & + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_s}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} C(x, y, W, t) dW \right] \end{aligned} \quad (1)$$

с граничными и начальным условиями

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \quad \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \\ \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{x=L_y} = 0, \quad \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{x=L_z} = 0, \\ C(x, y, z, 0) = f_c(x, y, z). \end{aligned}$$

В данных соотношениях введены следующие обозначения: $C(x, y, z, t)$ - пространственно- временное распределение концентрации примеси; Ω -

атомный вес примеси; символ ∇_s обозначает поверхностный градиент; $\int_0^{L_z} C(x, y, z, t) dz$ - поверхностная концентрация примеси на границе раздела между слоями (в данном случае считалось, что ось Oz перпендикулярна границе раздела между слоями гетероструктуры); $\mu_1(x, y, z, t)$ - химический потенциал, обусловленный наличием механических напряжений; D и D_s - коэффициенты объемной и поверхностной (обусловленной механическими напряжениями) диффузий, величина которых зависит от свойств материалов слоев гетероструктуре, скорости прогрева и охлаждения гетероструктуре, а также от пространственно-временного распределения концентрации примеси. Зависимости коэффициентов диффузии от параметров могут быть аппроксимированы следующими соотношениями [22-24]

$$D_c = D_L(x, y, z, T) \left[1 + \xi \frac{C^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, t)}{(V^*)^2} \right],$$

$$D_s = D_{sL}(x, y, z, T) \left[1 + \xi_s \frac{C^\gamma(x, y, z, t)}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, t)}{(V^*)^2} \right]. \quad (2)$$

В данных соотношениях $D_L(x, y, z, T)$ и $D_{sL}(x, y, z, T)$ - пространственные (за счет многослойности гетероструктуре) и температурные (в соответствии с законом Аррениуса) зависимости коэффициентов диффузии; T - температура отжига; $P(x, y, z, T)$ - предел растворимости примеси; определяемый свойствами материала параметр γ может принимать целые значения в интервале $\gamma \in [1, 3]$ [22]; $V(x, y, z, t)$ - пространственно-временное распределение концентрации радиационных вакансий; V^* - равновесное распределение вакансий. Концентрационная зависимость коэффициентов диффузии подробно обсуждается в [22]. Пространственно-временные распределения концентраций радиационных дефектов определим с помощью следующей системы уравнений [22,23,24]

$$\frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D_x(x, y, z, T) \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_y(x, y, z, T) \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial y} \right] -$$

$$\begin{aligned}
 & -k_{I,I}(x, y, z, T)I^2(x, y, z, t) + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial z} \right] - k_{I,V}(x, y, z, T)I(x, y, z, t) \times \\
 & \quad \times V(x, y, z, t) + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} I(x, y, W, t) dW \right] + \\
 & + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} I(x, y, W, t) dW \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{IS}}{\bar{V} kT} \frac{\partial \mu_2(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \\
 & \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{IS}}{\bar{V} kT} \frac{\partial \mu_2(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{D_{IS}}{\bar{V} kT} \frac{\partial \mu_2(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial t} & = \frac{\partial}{\partial x} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial y} \right] - \\
 & - k_{V,V}(x, y, z, T) V^2(x, y, z, t) + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial z} \right] - k_{I,V}(x, y, z, T) \times \\
 & \quad \times I(x, y, z, t) V(x, y, z, t) + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{VS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} V(x, y, W, t) dW \right] + \\
 & \quad + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{VS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} V(x, y, W, t) dW \right]
 \end{aligned}$$

с граничными и начальными условиями

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} & = 0, \quad \left. \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \quad \left. \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0, \\
 \left. \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} & = 0, \quad \left. \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=L_z} = 0, \quad \left. \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \\
 \left. \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} & = 0, \quad \left. \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0, \quad \left. \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=L_z} = 0, \\
 I(x, y, z, 0) & = f_I(x, y, z), \quad V(x, y, z, 0) = f_V(x, y, z). \quad (4)
 \end{aligned}$$

В соотношениях (3) и (4) $I(x,y,z,t)$ - пространственно-временное распределение концентрации междуузельных атомов; I^* - равновесное распределение междуузельных атомов; $D_I(x,y,z,T)$, $D_V(x,y,z,T)$, $D_{IS}(x,y,z,T)$, $D_{VS}(x,y,z,T)$ - коэффициенты объемной и поверхностной диффузий междуузельных атомов и вакансий; слагаемые $V^2(x,y,z,t)$ и $I^2(x,y,z,t)$ соответствуют образованию дивакансий и аналогичных комплексов междуузельных атомов (см., например, [24] и соответствующие ссылки в данной работе); $k_{I,V}(x,y,z,T)$, $k_{I,I}(x,y,z,T)$ и $k_{V,V}(x,y,z,T)$ - соответственно, параметры рекомбинации точечных дефектов и образования комплексов.

Пространственно-временные распределения концентраций дивакансий $\Phi_V(x,y,z,t)$ и аналогичных комплексов междуузельных атомов $\Phi_I(x,y,z,t)$ определим с помощью следующей системы уравнений [20,23,24]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{\Phi_I}(x,y,z,T) \frac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{\Phi_I}(x,y,z,T) \frac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{\Phi_I}(x,y,z,T) \frac{\partial \Phi_I(x,y,z,t)}{\partial z} \right] + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{\Phi_{IS}}}{kT} \nabla_s \mu_1(x,y,z,t) \int_0^{L_z} \Phi_I(x,y,W,t) dW \right] + \\ & + k_I(x,y,z,T) I(x,y,z,t) + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{\Phi_{IS}}}{kT} \nabla_s \mu_1(x,y,z,t) \int_0^{L_z} \Phi_I(x,y,W,t) dW \right] + \\ & + k_{I,I}(x,y,z,T) I^2(x,y,z,t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{\Phi_V}(x,y,z,T) \frac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{\Phi_V}(x,y,z,T) \frac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{\Phi_V}(x,y,z,T) \frac{\partial \Phi_V(x,y,z,t)}{\partial z} \right] + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{\Phi_{VS}}}{kT} \nabla_s \mu_1(x,y,z,t) \int_0^{L_z} \Phi_V(x,y,W,t) dW \right] + \\ & + k_V(x,y,z,T) V(x,y,z,t) + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{\Phi_{VS}}}{kT} \nabla_s \mu_1(x,y,z,t) \int_0^{L_z} \Phi_V(x,y,W,t) dW \right] + \\ & + k_{V,V}(x,y,z,T) V^2(x,y,z,t) \end{aligned}$$

с граничными и начальными условиями

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \\
 \left. \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=L_z} = 0, \\
 \left. \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad (6) \\
 \left. \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=L_z} = 0,
 \end{aligned}$$

$$\Phi_I(x, y, z, 0) = f_{\Phi I}(x, y, z), \quad \Phi_V(x, y, z, 0) = f_{\Phi V}(x, y, z).$$

В последних соотношениях введены следующие обозначения: $D_{\Phi I}(x, y, z, T)$, $D_{\Phi V}(x, y, z, T)$, $D_{\Phi IS}(x, y, z, T)$ и $D_{\Phi VS}(x, y, z, T)$ - коэффициенты объемной и поверхностной диффузий комплексов точечных дефектов; $k_I(x, y, z, T)$ и $k_V(x, y, z, T)$ - параметры распада комплексов точечных дефектов.

Химический потенциал μ_1 в уравнении (1) может быть определен с помощью следующего соотношения [20]

$$\mu_1 = E(z) \Omega \sigma_{ij} [u_{ij}(x, y, z, t) + u_{ji}(x, y, z, t)] / 2, \quad (7)$$

где E - модуль растяжения (Юнга); σ_{ij} - тензор напряжений; $u_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

- тензор деформаций; u_i, u_j - компоненты $u_x(x, y, z, t)$, $u_y(x, y, z, t)$ и $u_z(x, y, z, t)$ вектора смещений $\vec{u}(x, y, z, t)$; x_i, x_j - координаты x, y, z . Соотношение (7) может быть преобразовано к следующему виду

$$\begin{aligned}
 \mu_1(x, y, z, t) = E(z) \frac{\Omega}{2} \left[\frac{\partial u_i(x, y, z, t)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(x, y, z, t)}{\partial x_i} \right] \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i(x, y, z, t)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(x, y, z, t)}{\partial x_i} \right] - \right. \\
 \left. - \varepsilon_0 \delta_{ij} + \frac{\sigma(z) \delta_{ij}}{1 - 2\sigma(z)} \left[\frac{\partial u_k(x, y, z, t)}{\partial x_k} - 3\varepsilon_0 \right] - K(z) \beta(z) [T(x, y, z, t) - T_0] \delta_{ij} \right\},
 \end{aligned}$$

где σ - коэффициент Пуассона; $\varepsilon_0=(a_s-a_{EL})/a_{EL}$ - параметр несоответствия решетки; a_s, a_{EL} - постоянные решеток подложки и эпитаксиального слоя; K - модуль всестороннего сжатия; β - коэффициент теплового расширения; T_r - совпадающая с комнатной равновесная температура. Компоненты вектора смещений могут быть определены с помощью следующей системы уравнений [25]

$$\begin{cases} \rho(z) \frac{\partial^2 u_x(x, y, z, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}(x, y, z, t)}{\partial z} \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{yx}(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}(x, y, z, t)}{\partial z} \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{zx}(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}(x, y, z, t)}{\partial z} \end{cases}$$

где $\sigma_{ij} = \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial u_i(x, y, z, t)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(x, y, z, t)}{\partial x_i} - \frac{\delta_{ij}}{3} \frac{\partial u_k(x, y, z, t)}{\partial x_k} \right] + \frac{\partial u_k(x, y, z, t)}{\partial x_k} \times$
 $\times K(z) \delta_{ij} - \beta(z) K(z) [T(x, y, z, t) - T_r]$, $\rho(z)$ - плотность материалов гетероструктуры, δ_{ij} - символ Кронекера. С учетом такого соотношения данная система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \rho(z) \frac{\partial^2 u_x(x, y, z, t)}{\partial t^2} &= \left\{ K(z) + \frac{5E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2 u_x(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \left\{ K(z) - \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right\} \times \\ &\times \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} + \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \left\{ K(z) + \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right\} \times \\ &\times \frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} - K(z) \beta(z) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial t^2} &= \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} \right] - \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \times \\ &\times K(z) \beta(z) + \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial y^2} \left\{ \frac{5E(z)}{12[1+\sigma(z)]} + K(z) \right\} + \left\{ K(z) - \frac{E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial u_y(x, y, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x, y, z, t)}{\partial y} \right] \right\} + K(z) \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \rho(z) \frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial t^2} = & \left[\frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_y(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \right] \times \\ & \times \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K(z) \left[\frac{\partial u_x(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial u_y(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial u_x(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} - \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \times \\ & \times K(z) \beta(z) + \frac{1}{6} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{E(z)}{1+\sigma(z)} \left[6 \frac{\partial u_z(x, y, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial u_x(x, y, z, t)}{\partial x} - \frac{\partial u_y(x, y, z, t)}{\partial y} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\partial u_z(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Система условий для данных уравнений представима в следующей форме

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}(0, y, z, t)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \bar{u}(L_x, y, z, t)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \bar{u}(x, 0, z, t)}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \bar{u}(x, L_y, z, t)}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial \bar{u}(x, y, 0, t)}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \bar{u}(x, y, L_z, t)}{\partial z} = 0; \quad \bar{u}(x, y, z, 0) = \bar{u}_0; \quad \bar{u}(x, y, z, \infty) = \bar{u}_0. \end{aligned}$$

Пространственно-временное распределение концентрации примеси определим с помощью метода осреднения функциональных поправок [26]. Для применения данного метода запишем уравнения (1), (3) и (5) с учетом начальных распределений рассматриваемых концентраций, т.е.

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + (1a) \\ + f_c(x, y, z) \delta(t) + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_s}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, t) \int_0^{L_z} C(x, y, W, t) dW \right] + \\ + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_s}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, t) \int_0^{L_z} C(x, y, W, t) dW \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial y} \right] - \\
 & - k_{I,I}(x, y, z, T) I^2(x, y, z, t) + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + f_I(x, y, z) \delta(t) - \\
 & - k_{I,V}(x, y, z, T) I(x, y, z, t) V(x, y, z, t) + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} I(x, y, W, t) dW \right] + \\
 & + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} I(x, y, W, t) dW \right] \quad (3a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial z} \right] - k_{I,V}(x, T) I(x, y, z, t) V(x, y, z, t) + f_V(x, y, z) \delta(t) + \\
 & - k_{V,V}(x, y, z, T) V^2(x, y, z, t) + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{VS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} V(x, y, W, t) dW \right] + \\
 & + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{VS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} V(x, y, W, t) dW \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{\Phi I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{\Phi I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{\Phi I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_I(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{\Phi IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} \Phi_I(x, y, W, t) dW \right] + \\
 & + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{\Phi IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} \Phi_I(x, y, W, t) dW \right] + k_{I,I}(x, y, z, T) I^2(x, y, z, t) + \\
 & + f_{\Phi_I}(x, y, z) \delta(t) + k_I(x, y, z, T) I(x, y, z, t) \quad (5a)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{\Phi V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{\Phi V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial y} \right] +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{\Phi_V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_V(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{\Phi_{VS}}}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} \Phi_V(x, y, W, t) dW \right] + \\
 & + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{\Phi_{VS}}}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} \Phi_V(x, y, W, t) dW \right] + f_{\Phi_I}(x, y, z) \delta(t) + k_V(x, y, z, T) \times \\
 & \quad \times V(x, y, z, t) + k_{V,V}(x, y, z, T) V^2(x, y, z, t).
 \end{aligned}$$

Далее заменим искомые функции в правых частях уравнений (1а), (3а) и (5а) на их пока неизвестные значения $\alpha_{1\rho}$. В результате получим уравнения для первых приближений искомым концентрациям в следующей форме

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C_1(x, y, z, t)}{\partial t} = \alpha_{1C} \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[z \frac{D_S}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \right] + \alpha_{1C} \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[z \frac{D_S}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \right] + \\
 + f_C(x, y, z) \delta(t) \quad (1б)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial I_1(x, y, z, t)}{\partial t} = \alpha_{1I} z \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{IS}}{kT} \nabla_S \mu(x, y, z, t) \right] + \alpha_{1I} \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[z \frac{D_{IS}}{kT} \nabla_S \mu(x, y, z, t) \right] + \\
 + f_I(x, y, z) \delta(t) - \alpha_{1I}^2 k_{I,I}(x, y, z, T) - \alpha_{1I} \alpha_{1V} k_{I,V}(x, y, z, T) \quad (3б)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V_1(x, y, z, t)}{\partial t} = \alpha_{1V} z \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{VS}}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \right] + \alpha_{1V} \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[z \frac{D_{VS}}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \right] + \\
 + f_V(x, y, z) \delta(t) - \alpha_{1V}^2 k_{V,V}(x, y, z, T) - \alpha_{1I} \alpha_{1V} k_{I,V}(x, y, z, T)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi_{I1}(x, y, z, t)}{\partial t} = \alpha_{1\Phi_I} z \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{\Phi_{IS}}}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \right] + \alpha_{1\Phi_I} z \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{\Phi_{IS}}}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \right] + \\
 + f_{\Phi_I}(x, y, z) \delta(t) + k_I(x, y, z, T) I(x, y, z, t) + k_{I,I}(x, y, z, T) I^2(x, y, z, t) \quad (5б)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi_{V1}(x, y, z, t)}{\partial t} = \alpha_{1\Phi_V} z \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{D_{\Phi_{VS}}}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \right] + \alpha_{1\Phi_V} z \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{D_{\Phi_{VS}}}{kT} \nabla_S \mu_1(x, y, z, t) \right] + \\
 + f_{\Phi_V}(x, y, z) \delta(t) + k_V(x, y, z, T) V(x, y, z, t) + k_{V,V}(x, y, z, T) V^2(x, y, z, t).
 \end{aligned}$$

Интегрирование левых и правых частей уравнений (1б), (3б) и (5б) позволяет

получить соотношения для первых приближений искомых концентраций в окончательной форме

$$\begin{aligned}
 C_1(x, y, z, t) = & \alpha_{1c} \Omega \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t D_{SL}(x, y, z, T) \frac{z}{kT} \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times \\
 & \times \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) \left[1 + \frac{\xi_s \alpha_{1c}^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] d\tau \left\{ + f_c(x, y, z) + \alpha_{1c} \Omega \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^t \left[1 + \frac{\xi_s \alpha_{1c}^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \times \right. \\
 & \times \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) \frac{z}{kT} \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \left. \left[1 + \frac{\xi_s \alpha_{1c}^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \times \right. \\
 & \left. \times D_{SL}(x, y, z, T) d\tau \right. \quad (1\text{в})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_1(x, y, z, t) = & \alpha_{1I} z \Omega \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t \frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) d\tau + \alpha_{1I} z \Omega \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^t \frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) d\tau + \\
 & + f_I(x, y, z) - \alpha_{1I}^2 \int_0^t k_{I,I}(x, y, z, T) d\tau - \alpha_{1I} \alpha_{1V} \int_0^t k_{I,V}(x, y, z, T) d\tau \quad (3\text{в})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_1(x, y, z, t) = & \alpha_{1V} z \Omega \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t \frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) d\tau + \alpha_{1V} z \Omega \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^t \frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) d\tau + \\
 & + f_V(x, y, z) - \alpha_{1V}^2 \int_0^t k_{V,V}(x, y, z, T) d\tau - \alpha_{1I} \alpha_{1V} \int_0^t k_{I,V}(x, y, z, T) d\tau
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_{1I}(x, y, z, t) = & \alpha_{1\Phi_I} z \Omega \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t \frac{D_{\Phi_I S}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) d\tau + \alpha_{1\Phi_I} z \Omega \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t \frac{D_{\Phi_I S}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) d\tau + \\
 & + f_{\Phi_I}(x, y, z) + \int_0^t k_I(x, y, z, T) I(x, y, z, \tau) d\tau + \int_0^t k_{I,I}(x, y, z, T) I^2(x, y, z, \tau) d\tau \quad (5\text{в})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_{1V}(x, y, z, t) = & \alpha_{1\Phi_V} z \Omega \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t \frac{D_{\Phi_V S}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) d\tau + \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t \frac{D_{\Phi_V S}}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, \tau) d\tau \times \\
 & \times z \Omega \alpha_{1\Phi_V} + f_{\Phi_V}(x, y, z) + \int_0^t k_V(x, y, z, T) V(x, y, z, \tau) d\tau + \int_0^t k_{V,V}(x, y, z, T) V^2(x, y, z, \tau) d\tau .
 \end{aligned}$$

Средние значение первых приближений искомых функций определим с помощью стандартного соотношения [26]

$$\alpha_{1\rho} = \frac{1}{\Theta L_x L_y L_z} \int_0^{\Theta} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \rho_1(x, y, z, t) d z d y d x d t. \quad (9)$$

Подстановка соотношений (16), (36) и (56) в соотношение (9) позволяет получить искомые средние значения в следующей форме

$$\alpha_{1C} = \frac{1}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_C(x, y, z) d z d y d x,$$

$$\alpha_{1I} = \sqrt{\frac{(a_3 + A)^2}{4 a_4^2} - 4 \left(B + \frac{\Theta a_3 B + \Theta^2 L_x L_y L_z a_1}{a_4} \right)} - \frac{a_3 + A}{4 a_4},$$

$$\alpha_{1V} = \frac{1}{S_{IV00}} \left[\frac{\Theta}{\alpha_{1I}} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_I(x, y, z) d z d y d x - \alpha_{1I} S_{II00} - \Theta L_x L_y L_z \right],$$

где $S_{\rho\rho ij} = \int_0^{\Theta} (\Theta - t) \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} k_{\rho, \rho}(x, y, z, T) I_1^i(x, y, z, t) V_1^j(x, y, z, t) d z d y d x d t$, $a_4 = S_{II00} \times$

$\times (S_{IV00}^2 - S_{II00} S_{VV00})$, $a_2 = S_{IV00} S_{IV00}^2 \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_V(x, y, z) d z d y d x + (S_{IV00} - S_{VV00}) \Theta L_x^2 L_y^2 L_z^2 -$

$- S_{IV00}^2 \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_I(x, y, z) d z d y d x + 2 S_{VV00} S_{II00} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_I(x, y, z) d z d y d x$, $a_3 = S_{IV00} S_{II00} +$

$+ S_{IV00}^2 - S_{II00} S_{VV00}$, $a_0 = S_{VV00} \left[\int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_I(x, y, z) d z d y d x \right]^2$, $A = \sqrt{8 y + \Theta^2 \frac{a_3^2}{a_4^2} - 4 \Theta \frac{a_2}{a_4}}$,

$a_1 = S_{IV00} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_I(x, y, z) d z d y d x$, $B = \frac{\Theta a_2}{6 a_4} + \sqrt[3]{\sqrt{q^2 + p^3} - q} - \sqrt[3]{\sqrt{q^2 + p^3} + q}$, $q = \frac{\Theta^3}{24} \times$

$\times \frac{a_2}{a_4} \left(4 a_0 - \Theta L_x L_y L_z \frac{a_1 a_3}{a_4} \right) - \frac{a_0 \Theta^2}{8 a_4^2} \left(4 \Theta a_2 - \Theta^2 \frac{a_3^2}{a_4} \right) - \frac{\Theta^3 a_2^3}{54 a_4^3} - L_x^2 L_y^2 L_z^2 \frac{\Theta^4 a_1^2}{8 a_4^2}$, $p = \frac{\Theta^2}{12 a_4^2} \times$

$\times (4 a_0 a_4 - \Theta L_x L_y L_z a_1 a_3) - \Theta a_2 / 18 a_4$,

$$\alpha_{1\Phi_I} = \frac{R_{I1}}{\Theta L_x L_y L_z} + \frac{S_{II20}}{\Theta L_x L_y L_z} + \frac{1}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_{\Phi_I}(x, y, z) d z d y d x$$

$$\alpha_{1\Phi_V} = \frac{R_{V1}}{\Theta L_x L_y L_z} + \frac{S_{VV20}}{\Theta L_x L_y L_z} + \frac{1}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} f_{\Phi_V}(x, y, z) d z d y d x,$$

где $R_{\rho_i} = \int_0^{\Theta} (\Theta - t) \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} k_I(x, y, z, T) I_1^i(x, y, z, t) dz dy dx dt$.

Приближения второго и более высокого порядков концентраций примеси и радиационных дефектов определим в рамках стандартной итерационной процедуры метода осреднения функциональных поправок [26]. В рамках данной процедуры для нахождения приближения n -го порядка концентраций примеси и радиационных дефектов заменим в правых частях уравнений (1a), (3a), (5a) искомые распределения концентраций $C(x, y, z, t)$, $I(x, y, z, t)$, $V(x, y, z, t)$, $\Phi_I(x, y, z, t)$ и $\Phi_V(x, y, z, t)$ на сумму среднего значения n -го приближения и $n-1$ -го приближения данных функций, т.е. на сумму $\alpha_{n\rho} + \rho_{n-1}(x, y, z, t)$. После такой замены получаем соотношения для вторых приближений искомых концентраций

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_2(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[1 + \xi \frac{[\alpha_{2c} + C_1(x, y, z, t)]^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right] \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, t)}{(V^*)^2} \right] \times \right. \\ & \times D_L(x, y, z, T) \frac{\partial C_1(x, y, z, t)}{\partial x} \left. \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, t)}{(V^*)^2} \right] \frac{\partial C_1(x, y, z, t)}{\partial y} \times \right. \\ & \times D_L(x, y, z, T) \left. \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2c} + C_1(x, y, z, t)]^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left[1 + \zeta_1 \frac{V(x, y, z, t)}{V^*} + \zeta_2 \frac{V^2(x, y, z, t)}{(V^*)^2} \right] \times \right. \\ & \times D_L(x, y, z, T) \frac{\partial C_1(x, y, z, t)}{\partial z} \left. \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2c} + C_1(x, y, z, t)]^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} \right\} + f_c(x, y, z) \delta(t) + \quad (1z) \\ & + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{D_s}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} [\alpha_{2c} + C(x, y, W, t)] dW \right\} + \\ & + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{D_s}{kT} \nabla_s \mu_1(x, y, z, t) \int_0^{L_z} [\alpha_{2c} + C(x, y, W, t)] dW \right\} \\ \frac{\partial I_2(x, y, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I_1(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I_1(x, y, z, t)}{\partial y} \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -k_{I,I}(x, y, z, T)[\alpha_{I1} + I_1(x, y, z, t)]^2 + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_I(x, y, z, T) \frac{\partial I_1(x, y, z, t)}{\partial z} \right] - k_{I,V}(x, y, z, T) \times \\
 & \times [\alpha_{I1} + I_1(x, y, z, t)][\alpha_{IV} + V_1(x, y, z, t)] + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, t) \int_0^{L_z} [\alpha_{2I} + I_1(x, y, W, t)] dW \right\} + \\
 & + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{D_{IS}}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, t) \int_0^{L_z} [\alpha_{2I} + I_1(x, y, W, t)] dW \right\} \quad (3z)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V_2(x, y, z, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V_1(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V_1(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V_1(x, y, z, t)}{\partial z} \right] - k_{V,V}(x, y, z, T)[\alpha_{IV} + V_1(x, y, z, t)]^2 - k_{I,V}(x, y, z, T) \times \\
 & \times [\alpha_{I1} + I_1(x, y, z, t)][\alpha_{IV} + V_1(x, y, z, t)] + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \nabla_s \mu(x, y, z, t) \int_0^{L_z} [\alpha_{2I} + V_1(x, y, W, t)] dW \times \right. \\
 & \left. \times \frac{D_{VS}}{kT} \right\} + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{D_{VS}}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, t) \int_0^{L_z} [\alpha_{2V} + V_1(x, y, W, t)] dW \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi_{2I}(x, y, z, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{\Phi_I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_{I1}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{\Phi_I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_{I1}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{\Phi_I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_{I1}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_0^{L_z} [\alpha_{2\Phi_I} + \Phi_{I1}(x, y, W, t)] dW \frac{D_{\Phi_{IS}}}{kT} \times \right. \\
 & \left. \times \nabla_s \mu(x, y, z, t) \right\} + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{D_{\Phi_{IS}}}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, t) \int_0^{L_z} [\alpha_{2\Phi_I} + \Phi_{I1}(x, y, W, t)] dW \right\} + \\
 & + k_{I,I}(x, y, z, T)I^2(x, y, z, t) + k_I(x, y, z, T)I(x, y, z, t) + f_{\Phi_I}(x, y, z)\delta(t) \quad (5z)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi_{2V}(x, y, z, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{\Phi_V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_{IV}(x, y, z, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{\Phi_V}(x, y, z, T) \times \right. \\
 & \left. \times \frac{\partial \Phi_{IV}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{\Phi_V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_{IV}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{D_{\Phi_{VS}}}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, t) \times \right.
 \end{aligned}$$

$$\times \int_0^{L_z} [\alpha_{2\Phi_V} + \Phi_{1V}(x, y, W, t)] dW \Big\} + k_V(x, y, z, T)V(x, y, z, t) + f_{\Phi_V}(x, y, z) \delta(t) +$$

$$+ \Omega \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{D_{\Phi_V S}}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, t) \int_0^{L_z} [\alpha_{2\Phi_V} + \Phi_{1V}(x, y, W, t)] dW \right\} + k_{V,V}(x, y, z, T)V^2(x, y, z, t).$$

Интегрирование левой и правой части уравнений (1z), (3z) и (5z) позволяет получить соотношения для второго приближения искомых концентраций примеси и радиационных дефектов в следующей форме

$$C_2(x, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^t \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2c} + C_1(x, y, z, \tau)]^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} \left[1 + \varsigma_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \varsigma_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times$$

$$\times D_L(x, y, z, T) \frac{\partial C_1(x, y, z, \tau)}{\partial x} d\tau + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^t \left[1 + \varsigma_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \varsigma_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \times$$

$$\times D_L(x, y, z, T) \frac{\partial C_1(x, y, z, \tau)}{\partial y} \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2c} + C_1(x, y, z, \tau)]^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^t \frac{\partial C_1(x, y, z, \tau)}{\partial z} \times$$

$$\times D_L(x, y, z, T) \left[1 + \varsigma_1 \frac{V(x, y, z, \tau)}{V^*} + \varsigma_2 \frac{V^2(x, y, z, \tau)}{(V^*)^2} \right] \left\{ 1 + \xi \frac{[\alpha_{2c} + C_1(x, y, z, \tau)]^\gamma}{P^\gamma(x, y, z, T)} \right\} d\tau +$$

$$+ f_c(x, y, z) + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \int_0^t \frac{D_s}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) \int_0^{L_z} [\alpha_{2c} + C_1(x, y, W, \tau)] dW d\tau + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \int_0^t \frac{D_s}{kT} \times$$

$$\times \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) \int_0^{L_z} [\alpha_{2c} + C_1(x, y, W, \tau)] dW d\tau \quad (1d)$$

$$I_2(x, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^t D_l(x, y, z, T) \frac{\partial I_1(x, y, z, \tau)}{\partial x} d\tau + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^t D_l(x, y, z, T) \frac{\partial I_1(x, y, z, \tau)}{\partial y} d\tau +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \int_0^t D_l(x, y, z, T) \frac{\partial I_1(x, y, z, \tau)}{\partial z} d\tau - \int_0^t k_{l,l}(x, y, z, T) [\alpha_{2l} + I_1(x, y, z, \tau)]^2 d\tau -$$

$$- \int_0^t k_{l,v}(x, y, z, T) [\alpha_{2l} + I_1(x, y, z, \tau)] [\alpha_{2v} + V_1(x, y, z, \tau)] d\tau + \Omega \frac{\partial}{\partial x} \int_0^t \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) \times$$

$$\times \frac{D_{IS}}{kT} \int_0^{L_z} [\alpha_{2l} + I_1(x, y, W, \tau)] dW d\tau + \Omega \frac{\partial}{\partial y} \int_0^t \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) \int_0^{L_z} [\alpha_{2l} + I_1(x, y, W, \tau)] dW \times$$

$$\times \frac{D_{IS}}{kT} d\tau + f_I(x, y, z) \quad (3d)$$

$$\begin{aligned} V_2(x, y, z, t) = & \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V_1(x, y, z, \tau)}{\partial x} d\tau + \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^t D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V_1(x, y, z, \tau)}{\partial y} d\tau + \\ & + \frac{\partial}{\partial z_0} \int_0^t D_V(x, y, z, T) \frac{\partial V_1(x, y, z, \tau)}{\partial z} d\tau - \int_0^t k_{v,v}(x, y, z, T) [\alpha_{2v} + V_1(x, y, z, \tau)]^2 d\tau - \\ & - \int_0^t k_{I,v}(x, y, z, T) [\alpha_{vI} + I_1(x, y, z, \tau)] [\alpha_{2v} + V_1(x, y, z, \tau)] d\tau + \Omega \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) \times \\ & \times \frac{D_{vS}}{kT} \int_0^{L_z} [\alpha_{2v} + V_1(x, y, W, \tau)] dW d\tau + \Omega \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^{L_z} \frac{D_{vS}}{kT} \int_0^{L_z} [\alpha_{2v} + V_1(x, y, W, \tau)] dW \times \\ & \times \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) d\tau + f_v(x, y, z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{2I}(x, y, z, t) = & \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t D_{\Phi_I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_{1I}(x, y, z, \tau)}{\partial x} d\tau + \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^t \frac{\partial \Phi_{1I}(x, y, z, \tau)}{\partial y} \times \\ & \times D_{\Phi_I}(x, y, z, T) d\tau + \frac{\partial}{\partial z_0} \int_0^t D_{\Phi_I}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_{1I}(x, y, z, \tau)}{\partial z} d\tau + \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t \frac{D_{\Phi_I S}}{kT} \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) \times \\ & \times \Omega \int_0^{L_z} [\alpha_{2\Phi_I} + \Phi_{1I}(x, y, W, \tau)] dW d\tau + \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^{L_z} \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) \int_0^{L_z} [\alpha_{2\Phi_I} + \Phi_{1I}(x, y, W, \tau)] dW \times \\ & \times \Omega \frac{D_{\Phi_I S}}{kT} d\tau + \int_0^t k_{I,I}(x, y, z, T) I^2(x, y, z, \tau) d\tau + \int_0^t k_I(x, y, z, T) I(x, y, z, \tau) d\tau + \\ & + f_{\Phi_I}(x, y, z) \quad (5d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{2V}(x, y, z, t) = & \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t D_{\Phi_V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_{1V}(x, y, z, \tau)}{\partial x} d\tau + \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^t \frac{\partial \Phi_{1V}(x, y, z, \tau)}{\partial y} \times \\ & \times D_{\Phi_V}(x, y, z, T) d\tau + \frac{\partial}{\partial z_0} \int_0^t D_{\Phi_V}(x, y, z, T) \frac{\partial \Phi_{1V}(x, y, z, \tau)}{\partial z} d\tau + \Omega \frac{\partial}{\partial x_0} \int_0^t \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) \times \\ & \times \frac{D_{\Phi_V S}}{kT} \int_0^{L_z} [\alpha_{2\Phi_V} + \Phi_{1V}(x, y, W, \tau)] dW d\tau + \Omega \frac{\partial}{\partial y_0} \int_0^{L_z} \frac{D_{\Phi_V S}}{kT} \int_0^{L_z} [\alpha_{2\Phi_V} + \Phi_{1V}(x, y, W, \tau)] dW \times \end{aligned}$$

$$\times \nabla_s \mu(x, y, z, \tau) d\tau + \int_0^t k_{v,v}(x, y, z, T) V^2(x, y, z, \tau) d\tau + \int_0^t k_v(x, y, z, T) V(x, y, z, \tau) d\tau + f_{\Phi_v}(x, y, z).$$

Средние значение вторых приближений искомым функций определим с помощью стандартного соотношения [26]

$$\alpha_{2\rho} = \frac{1}{\Theta L_x L_y L_z} \int_0^{\Theta L_x} \int_0^{\Theta L_y} \int_0^{\Theta L_z} [\rho_2(x, y, z, t) - \rho_1(x, y, z, t)] dz dy dx dt. \quad (10)$$

Подстановка соотношений (1д), (3д), (5д) в соотношение (10) позволяет получить соотношения для искомым величин $\alpha_{2\rho}$

$$\alpha_{2c}=0, \alpha_{2\phi I}=0, \alpha_{2\phi V}=0, \alpha_{2V} = \sqrt{\frac{(b_3 + E)^2}{4b_4^2} - 4 \left(F + \frac{\Theta a_3 F + \Theta^2 L_x L_y L_z b_1}{b_4} \right)} - \frac{b_3 + E}{4b_4},$$

$$\alpha_{2I} = \frac{C_V - \alpha_{2V}^2 S_{VV00} - \alpha_{2V} (2S_{VV01} + S_{IV10} + \Theta L_x L_y L_z) - S_{VV02} - S_{IV11}}{S_{IV01} + \alpha_{2V} S_{IV00}},$$

$$\text{где } b_4 = \frac{1}{\Theta L_x L_y L_z} S_{IV00}^2 S_{VV00} - \frac{1}{\Theta L_x L_y L_z} S_{VV00}^2 S_{II00}, \quad b_3 = -\frac{S_{II00} S_{VV00}}{\Theta L_x L_y L_z} (2S_{VV01} + S_{IV10} +$$

$$+ \Theta L_x L_y L_z) + \frac{S_{IV00} S_{VV00}}{\Theta L_x L_y L_z} (S_{IV01} + 2S_{II10} + S_{IV01} + \Theta L_x L_y L_z) + \frac{2S_{VV01} + S_{IV10} + \Theta L_x L_y L_z}{\Theta L_x L_y L_z} \times$$

$$\times S_{IV00}^2 - S_{IV00}^2 S_{IV10} / \Theta^3 L_x^3 L_y^3 L_z^3, \quad b_2 = \frac{S_{II00} S_{VV00}}{\Theta L_x L_y L_z} (S_{VV02} + S_{IV11} + C_V) - (\Theta L_x L_y L_z - 2S_{VV01} +$$

$$- 2S_{VV01})^2 + \frac{S_{IV01} S_{VV00}}{\Theta L_x L_y L_z} (\Theta L_x L_y L_z + 2S_{II10} + S_{IV01}) + (\Theta L_x L_y L_z + S_{IV01} + 2S_{II10} + 2S_{IV01}) \times$$

$$\times S_{IV00} \frac{2S_{VV01} + \Theta L_x L_y L_z + S_{IV10}}{\Theta L_x L_y L_z} - S_{IV00}^2 \frac{C_V - S_{VV02} - S_{IV11}}{\Theta L_x L_y L_z} + \frac{C_I S_{IV00}^2}{\Theta^2 L_x^2 L_y^2 L_z^2} - \frac{S_{IV10} S_{IV00} S_{IV01}}{\Theta L_x L_y L_z},$$

$$b_1 = S_{II00} \frac{S_{IV11} + S_{VV02} + C_V}{\Theta L_x L_y L_z} (2S_{VV01} + S_{IV10} + \Theta L_x L_y L_z) + S_{IV01} \frac{\Theta L_x L_y L_z + 2S_{II10} + S_{IV01}}{\Theta L_x L_y L_z} \times$$

$$\times (2S_{VV01} + S_{IV10} + \Theta L_x L_y L_z) - S_{IV00} \frac{C_V - S_{VV02} - S_{IV11}}{\Theta L_x L_y L_z} (3S_{IV01} + 2S_{II10} + \Theta L_x L_y L_z) + 2C_I \times$$

$$\begin{aligned} & \times S_{IV00} S_{IV01} - \frac{S_{IV10} S_{IV01}^2}{\Theta L_x L_y L_z}, b_0 = S_{II00} \frac{(S_{IV00} + S_{VV02})^2}{\Theta L_x L_y L_z} + S_{IV01} \frac{\Theta L_x L_y L_z + 2S_{II10} + S_{IV01}}{\Theta L_x L_y L_z} (S_{VV02} + \\ & + S_{IV11} - C_V) + 2C_I S_{IV01}^2 - S_{IV01} \frac{C_V - S_{VV02} - S_{IV11}}{\Theta L_x L_y L_z} (\Theta L_x L_y L_z + 2S_{II10} + S_{IV01}), C_I = \frac{\alpha_{1I} \alpha_{1V}}{\Theta L_x L_y} \times \\ & \times \frac{S_{IV00}}{L_z} + \frac{\alpha_{1I}^2 S_{II00}}{\Theta L_x L_y L_z} - \frac{S_{II20} S_{II20}}{\Theta L_x L_y L_z} - \frac{S_{IV11}}{\Theta L_x L_y L_z}, C_V = \alpha_{1I} \alpha_{1V} S_{IV00} + \alpha_{1V}^2 S_{VV00} - S_{VV02} - S_{IV11}, \\ E & = \sqrt{8y + \Theta^2 \frac{a_3^2}{a_4^2} - 4\Theta \frac{a_2}{a_4}}, F = \frac{\Theta a_2}{6a_4} + \sqrt[3]{\sqrt{r^2 + s^3} - r} - \sqrt[3]{\sqrt{r^2 + s^3} + r}, r = \frac{\Theta^3 b_2}{24b_4^2} (4b_0 - \\ & - \Theta L_x L_y L_z \frac{b_1 b_3}{b_4}) + \frac{b_0 \Theta^3}{8b_4^2} \left(\Theta \frac{b_3^2}{b_4} - 4b_2 \right) - \frac{\Theta^3 b_2^3}{54b_4^3} - L_x^2 L_y^2 L_z^2 \frac{\Theta^4 b_1^2}{8b_4^2}, s = \Theta^2 \frac{4b_0 b_4 - \Theta L_x L_y L_z b_1 b_3}{12b_4^2} - \\ & - \Theta b_2 / 18b_4. \end{aligned}$$

Далее определим решения уравнений системы (8), решения которых являются компонентами вектора смещений. Для определения первых приближений искомых компонент в рамках метода осреднения функциональных поправок подставим в правую часть рассматриваемых уравнений пока неизвестные средние значения α_i . Такая подстановка приводит к следующему результату

$$\begin{aligned} \rho(z) \frac{\partial^2 u_{1x}(x, y, z, t)}{\partial t^2} & = -K(z) \beta(z) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x}, \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial t^2} & = -K(z) \beta(z) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y}, \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_{1z}(x, y, z, t)}{\partial t^2} & = -K(z) \beta(z) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z}. \end{aligned}$$

Интегрирование правых и левых частей полученных соотношений по времени t приводит к следующему результату

$$u_{1x}(x, y, z, t) = K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^t \int_0^{\vartheta} T(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta -$$

$$- K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^g \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta + u_{0x},$$

$$u_{1y}(x, y, z, t) = K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^t \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta -$$

$$- K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^g \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta + u_{0y},$$

$$u_{1z}(x, y, z, t) = K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^t \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta -$$

$$- K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^g \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta + u_{0z}.$$

Приближения второго и более высоких порядков компонент вектора смещений определяются с помощью стандартной замены искомым функций в правой части уравнений (8) на следующую сумму $\alpha_i + u_i(x, y, z, t)$ [26]. Такая замена приводит к следующему результату

$$\begin{aligned} \rho(z) \frac{\partial^2 u_{2x}(x, y, z, t)}{\partial t^2} &= \left\{ K(z) + \frac{5E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2 u_{1x}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \left\{ K(z) - \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right\} \times \\ &\times \frac{\partial^2 u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} + \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2 u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{1z}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \left\{ K(z) + \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right\} \times \\ &\times \frac{\partial^2 u_{1z}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} - K(z) \beta(z) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} \\ \rho(z) \frac{\partial^2 u_{2y}(x, y, z, t)}{\partial t^2} &= \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2 u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{1x}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} \right] - \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} \times \\ &\times K(z) \beta(z) + \frac{\partial^2 u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial y^2} \left\{ \frac{5E(z)}{12[1+\sigma(z)]} + K(z) \right\} - \frac{\partial^2 u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \left\{ \frac{E(z)}{6[1+\sigma(z)]} - \right. \\ &\left. - K(z) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_{1z}(x, y, z, t)}{\partial y} \right] \right\} + K(z) \frac{\partial^2 u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial x \partial y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho(z) \frac{\partial^2 u_{2z}(x, y, z, t)}{\partial t^2} = & \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2 u_{1z}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{1z}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{1x}(x, y, z, t)}{\partial x \partial z} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial y \partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K(z) \left[\frac{\partial u_{1x}(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial u_{1x}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} + \\ & + \frac{E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left[6 \frac{\partial u_{1z}(x, y, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial u_{1x}(x, y, z, t)}{\partial x} - \frac{\partial u_{1y}(x, y, z, t)}{\partial y} - \frac{\partial u_{1z}(x, y, z, t)}{\partial z} \right] \right\} - \\ & - K(z) \beta(z) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z}. \end{aligned}$$

Интегрирование правых и левых частей полученных соотношений по времени t приводит к следующему результату

$$\begin{aligned} u_{2x}(x, y, z, t) = & \frac{1}{\rho(z)} \left\{ K(z) + \frac{5E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \frac{1}{\rho(z)} \times \\ & \times \left\{ K(z) - \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \right] \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]\rho(z)} + \frac{1}{\rho(z)} \left\{ K(z) + \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right\} \times \\ & \times \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} - K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^g \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} - \frac{1}{\rho(z)} \times \\ & \times \left\{ K(z) + \frac{5E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} - \frac{1}{\rho(z)} \left\{ K(z) - \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right\} \times \\ & \times \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} - \frac{E(z)}{2\rho(z)[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \right] - \frac{1}{\rho(z)} \left\{ K(z) + \frac{E(z)}{3[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \\ & + u_{0x} + K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^g \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_{2y}(x, y, z, t) = & \frac{E(z)}{2\rho(z)} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \right] \times \\
 & \times \frac{1}{1+\sigma(z)} + \frac{K(z)}{\rho(z)} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \times \\
 & \times \left\{ K(z) + \frac{5E(z)}{12[1+\sigma(z)]} \right\} + \frac{1}{2\rho(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{E(z)}{1+\sigma(z)} \left[\frac{\partial}{\partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \right] \right\} + \left\{ K(z) - \frac{E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \times \\
 & \times \frac{1}{\rho(z)} - \frac{E(z)}{2\rho(z)[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \right] - \\
 & - K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \int_0^g \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} - K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \int_0^g \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} - \frac{K(z)}{\rho(z)} \times \\
 & \times \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \left\{ K(z) + \frac{5E(z)}{12[1+\sigma(z)]} \right\} \times \\
 & \times \frac{1}{\rho(z)} - \frac{1}{2\rho(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{E(z)}{1+\sigma(z)} \left[\frac{\partial}{\partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \right] \right\} - \\
 & - \frac{1}{\rho(z)} \left\{ K(z) - \frac{E(z)}{6[1+\sigma(z)]} \right\} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + u_{0y} \\
 u_z(x, y, z, t) = & \frac{E(z)}{2[1+\sigma(z)]} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1y}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \right] \frac{1}{\rho(z)} + \frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K(z) \times \right. \\
 & \left. \times \left[\frac{\partial}{\partial x} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\mathcal{G} \right] \right\} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{6\rho(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{E(z)}{1+\sigma(z)} \left[6 \frac{\partial}{\partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^g \int_0^g u_{1x}(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\partial}{\partial z} \int_0^g \int_0^g u_{1z}(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta \right] - K(z) \frac{\beta(z)}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^g \int_0^g T(x, y, z, \tau) d\tau d\vartheta + u_{0z} \right\}.
 \end{aligned}$$

В рамках данной работы искомые концентрации примеси и радиационных дефектов, а также компонент вектора смещения определены во втором приближении по методу осреднения функциональных поправок. Данного приближения обычно достаточно для получения качественных выводов и получения некоторых количественных результатов. Результаты аналитических расчетов проверялись путем их сопоставления с результатами численного моделирования.

Результаты анализа

В данном разделе проведем анализ динамики перераспределения примеси и радиационных дефектов в процессе их отжига с учетом релаксации механических напряжений. Типичные распределения концентраций примесей в гетероструктурах приведены на рис. 2 и 3 в случае диффузионного и ионного типов легирования. Данные распределения получены для случая, когда значение коэффициента диффузии примеси в легированной области превышает значение коэффициента диффузии примеси в подложки. Из данных рисунков следует, что неоднородность гетероструктуры сформировать транзисторы более компактными. Одновременно увеличивается и равномерность распределения концентрации примеси в обогащенной ею области (в данном случае - в эпитаксиальном слое). Увеличение компактности транзисторов позволяет увеличить плотность элементов схемы. Следствием второго эффекта является уменьшение разогрева легированного материала в процессе функционирования транзисторов или уменьшение его размера при фиксированной величине допуска на локальный разогрев материала. Однако в рамках данного метода формирования *p-n*-перехода необходима оптимизация длительности отжига. Причина данной оптимизации отжига заключается в

следующем. При малой длительности отжига примесь не успевает достичь границы раздела между слоями гетероструктуры, что не приводит к изменению распределения концентрации примеси. При большой длительности отжига распределение концентрации примеси становится слишком равномерным. Оптимизацию длительности отжига проведем с помощью введенного ранее критерия [16,25-32]. В рамках данного критерия реальное распределение примеси аппроксимируем с помощью скачкообразной функции (см. рис. 4 и 5).

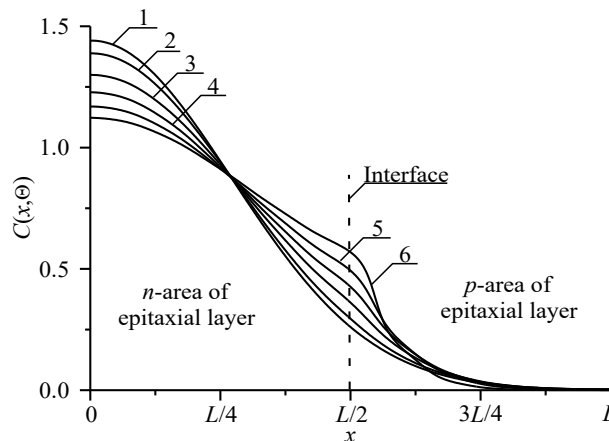


Рис.2. Распределения концентрации введенной диффузионно примеси в представленной на рис. 1 гетероструктуре в направлении, перпендикулярном границе раздела между подложкой и эпитаксиальными слоями. Увеличение номера кривой соответствует увеличению разницы между значениями коэффициента диффузии примеси в слоях для случая, когда коэффициент диффузии примеси в эпитаксиальном слое, чем в подложке

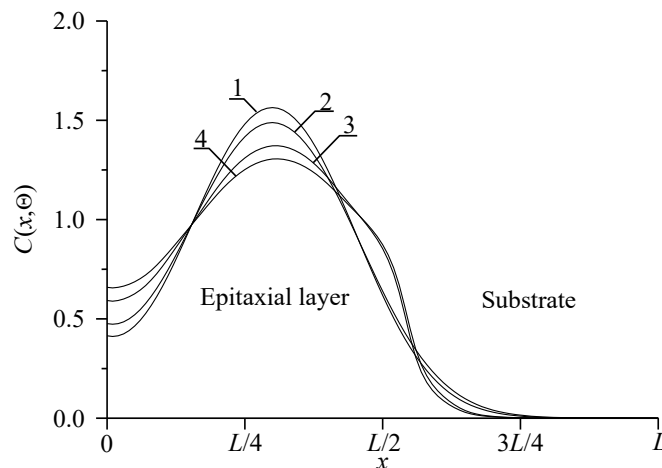


Рис. 3. Пространственное распределение имплантированной примеси после отжига длительностью $\Theta = 0,0048(L_x^2 + L_y^2 + L_z^2)/D_0$ (кривые 1 и 3) и $\Theta = 0,0057(L_x^2 + L_y^2 + L_z^2)/D_0$ (кривые 2 и 4). Кривые 1 и 2 - расчетные распределения в однородной структуре; кривые 3 и 4 - расчетные распределения примеси в многослойной структуре для случая, когда коэффициент диффузии примеси легированном слое больше, чем в эпитаксиальном слое, чем в подложке

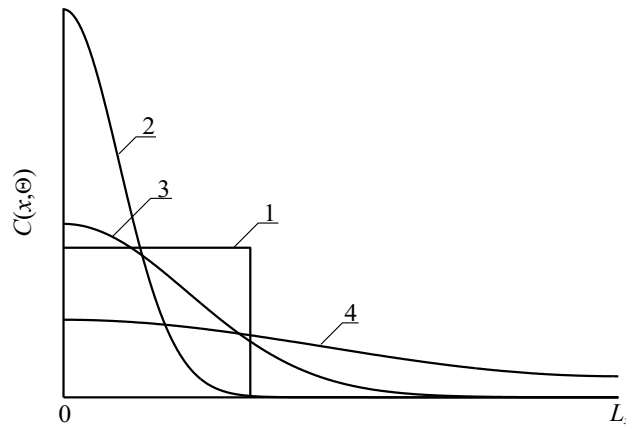


Рис.4. Пространственные распределения примеси в гетероструктуре при диффузионном легировании. Кривая 1 - требуемое идеализированное распределение примеси. Кривые 2-4 - реальные распределения примеси в различные моменты времени (увеличение номера кривой соответствует увеличению длительности отжига)

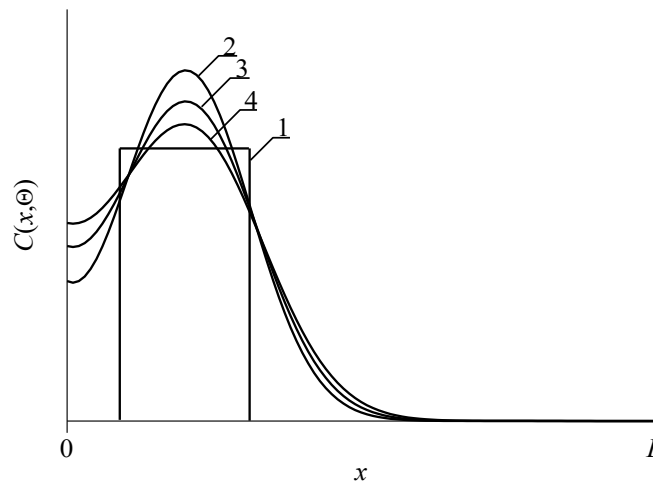


Рис.5. Пространственные распределения примеси в гетероструктуре при ионном легировании. Кривая 1 - требуемое идеализированное распределение примеси. Кривые 2-4 - реальные распределения примеси в различные моменты времени (увеличение номера кривой соответствует увеличению длительности отжига)

Далее определим оптимальные значения длительности отжига определим из условия минимума среднеквадратической ошибки

$$U = \frac{1}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} [C(x, y, z, \Theta) - \psi(x, y, z)]^2 dz dy dx, \quad (15)$$

где $\psi(x, y, z)$ - аппроксимирующая функция. Зависимости оптимальной длительности отжига от параметров приведены на рис. 6 и 7 для диффузионного и ионного типов легирования, соответственно.

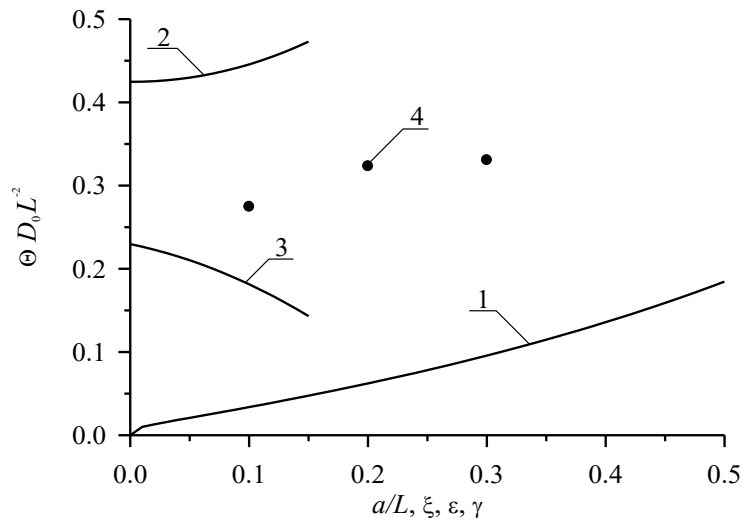


Рис.6. Зависимости безразмерного оптимального времени отжига введенной диффузионно примеси, полученного из условия минимума среднеквадратической ошибки, от различных параметров гетероструктуры.

Кривая 1 - зависимость времени отжига от отношения a/L и $\xi = \gamma = 0$ при попарном равенстве коэффициентов диффузии. Кривая 2 - зависимость времени отжига от параметра ϵ при $a/L = 1/2$ и $\xi = \gamma = 0$. Кривая 3 - зависимость времени отжига от параметра ξ при $a/L = 1/2$ и $\epsilon = \gamma = 0$. Кривая 4 - зависимость времени отжига от параметра γ при $a/L = 1/2$ и $\epsilon = \xi = 0$

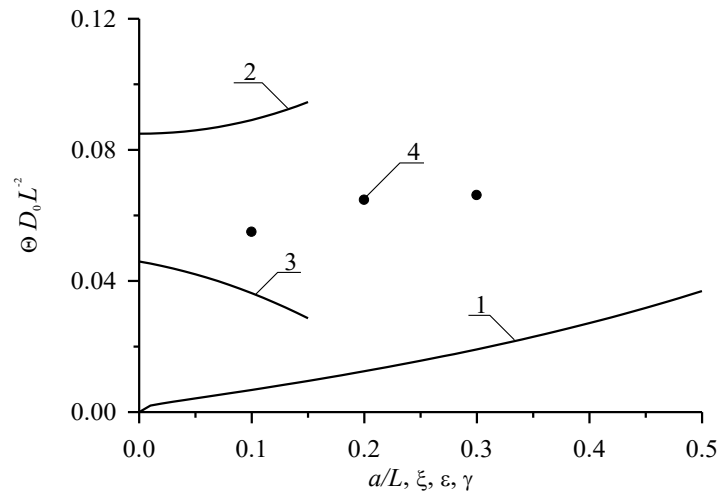


Рис.7. Зависимости безразмерного оптимального времени отжига введенной с помощью ионной имплантации примеси, полученного из условия минимума среднеквадратической ошибки, от различных параметров гетероструктуры.

Кривая 1 - зависимость времени отжига от отношения a/L и $\xi = \gamma = 0$ при попарном равенстве коэффициентов диффузии. Кривая 2 - зависимость времени отжига от параметра ϵ при $a/L = 1/2$ и $\xi = \gamma = 0$. Кривая 3 - зависимость времени отжига от параметра ξ при $a/L = 1/2$ и $\epsilon = \gamma = 0$. Кривая 4 - зависимость времени отжига от параметра γ при $a/L = 1/2$ и $\epsilon = \xi = 0$

Следует заметить, что после проведения ионной имплантации проводится отжиг радиационных дефектов. В течении данного отжига происходит

уширение распределения примеси. В идеальном случае с окончанием отжига радиационных дефектов примесь достигает границы раздела между материалами гетероструктуры. Если к моменту окончания отжига радиационных дефектов примесь не достигает границы раздела между материалами гетероструктуры, целесообразно проводить дополнительный отжиг примеси. По этой причине оптимальная величина дополнительного отжига имплантированной примеси принимает меньшие значения, чем в случае диффузионного легирования.

На следующем этапе проведем анализ влияния механических напряжений на распределения примесей в легированных частях гетероструктуры. При условии $\varepsilon_0 < 0$ происходит сжатие распределения концентрации примеси в окрестности границ раздела между материалами гетероструктуры. В обратном случае (при $\varepsilon_0 > 0$) происходит уширение распределения концентрации примеси в данной области. Возникающее изменение распределения концентрации примеси может быть по крайней мере частично компенсировано использованием лазерного отжига [30]. Данный тип отжига за счет неоднородности температурного поля и закона Аррениуса позволяет ускорить диффузию примеси и дефектов, а также других процессов в отжигаемой лазерным лучом области. Наличие механических напряжений в гетероструктуре может изменять значения оптимальной длительности отжига. В тоже время наличие буферного слоя с постоянной решетки, имеющей промежуточное значение между постоянными решетки подложки и эпитаксиального слоя, позволяет уменьшить механические напряжения в рассматриваемой многослойной структуре. С одной стороны механический напряжения могли бы быть использованы для увеличения плотности элементов интегральных схем. С другой стороны наличие механических напряжений может привести к возникновению дислокаций несоответствия. На рис. 8 приведены зависимости компоненты вектора смещений от координаты, перпендикулярной к граница раздела между слоями гетероструктуры, в многослойной структуре с буферным слоем и без него.

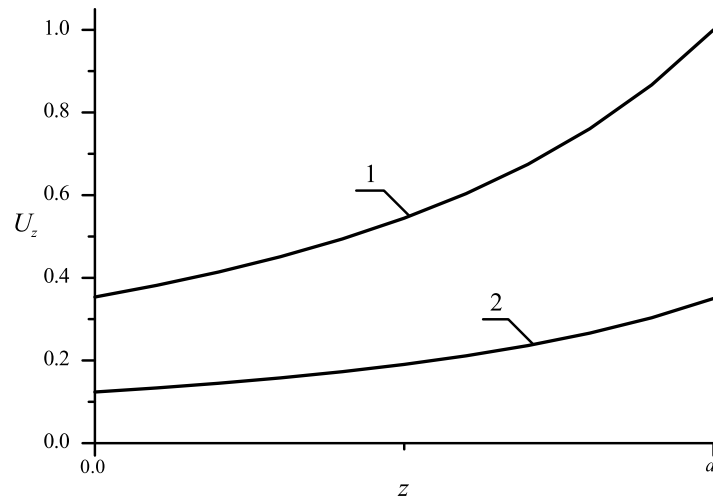


Рис.8. Нормированные зависимости компоненты вектора смещений u_z от координаты z для многослойной структуры без буферного слоя (кривая 1) и с буферным слоем (кривая 2)

Заключение

В данной работе проводился анализ перераспределения введенных с помощью диффузии и ионной имплантации примесей в процессе формирования полевых гетеротранзисторов, входящих в состав схемы низкочастотного чебышевского фильтра шестого порядка. Сформулированы рекомендации по оптимизации отжига с целью уменьшения размеров гетеротранзисторов с одновременным увеличением их плотности, а также с целью уменьшения механических напряжений. Предложена аналитическая методика моделирования диффузионного и ионного типов легирования, позволяющая одновременно учесть и пространственные, и временные изменения параметров, а также нелинейность рассматриваемых процессов.

Литература

1. В.И. Лачин, Н.С. Савелов. *Электроника*. Ростов-на-Дону: Феникс, 2001.
2. А. Полищук. *Современная электроника*. 2004. Вып. 12. С. 8-11.
3. Г. Волович. *Современная электроника*. 2006. Вып. 2. С. 10-17.
4. А. Керенцев, В. Ланин. *Силовая электроника*. 2008. Вып. 1. С. 34-38.
5. А.О. Агеев, А.Е. Беляев, Н.С. Болтовец, В.Н. Иванов, Р.В. Конакова, Я.Я. Кудрик, П.М. Литвин, В.В. Миленин, А.В. Саченко. *ФТП*. 2009. Т. 43 (7). С. 897-903.

6. Jung-Hui Tsai, Shao-Yen Chiu, Wen-Shiung Lour, Der-Feng Guo. ФТП.2009. Т. 43 (7). С. 971-974.
7. О.В. Александров, А.О. Захарьин, Н.А. Соболев, Е.И. Шек, М.М. Маковийчук, Е.О. Паршин. ФТП. 1998. Т. 32 (9). С. 1029-1032.
8. И.Б. Ермолович, В.В. Миленин, Р.А. Редько, С.М. Редько. ФТП. 2009. Т. 43 (8). С. 1016-1020.
9. P. Sinsermsuksakul, K. Hartman, S.B. Kim, J. Heo, L. Sun, H.H. Park, R. Chakraborty, T. Buonassisi, R.G. Gordon. Appl. Phys. Lett. 2013. Vol. 102 (5). P. 053901-053905.
10. J.G. Reynolds, C.L. Reynolds, Jr.A. Mohanta, J.F. Muth, J.E. Rowe, H.O. Everitt, D.E. Aspnes. Appl. Phys. Lett. 2013. Vol. 102 (15). P. 152114-152118.
11. Н.И. Волокобинская, И.Н. Комаров, Т.В. Матюхина, В.И. Решетников, А.А. Руш, И.В. Фалина, А.С. Ястребов. ФТП. 2001. Т. 35 (8). С. 1013-1017.
12. E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. Reviews in Theoretical Science. 2013. Vol. 1 (1). P. 58-82.
13. A.E. Boukili. The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering. 2017. Vol. 36 (1). P. 78-89.
14. С.А. Кукушкин, А.В. Осипов, А.И. Романычев. Физика твердого тела. 2016. Vol. 58 (7). P. 1398-1402.
15. Zh. Zhang, Zh. Duan, Y. Long, L. Yuan. Analog Integr. Circ. Sig. Process. 2014. Vol. 81. P. 289-297.
16. E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. Reviews in Theoretical Science. 2015. Vol. 3 (4). P. 365-398.
17. K.K. Ong, K.L. Pey, P.S. Lee, A.T.S. Wee, X.C. Wang, Y.F. Chong, Appl. Phys. Lett. Vol. 2006. 89 (17). С. 172111-172114.
18. H.T. Wang, L.S. Tan, E. F. Chor. J. Appl. Phys. 2006. Vol. 98 (9). С. 094901-094905.
19. Ю.В. Быков, А.Г. Еремеев, Н.А. Жарова, И.В. Плотников, К.И. Рыбаков, М.Н. Дроздов, Ю.Н. Дроздов, В.Д. Скупов. Известия вузов. Радиофизика. 2003. Т. 43 (3). С. 836-843.

20. Y.W. Zhang, A.F. Bower. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1999. Vol. 47 (11). P. 2273-2297.
21. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика. Т.7 (Теория упругости)* М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
22. З.Ю. Готра. *Технология микроэлектронных устройств/* М.: Радио и связь. 1991.
23. P.M. Fahey, P.V. Griffin, J.D. Plummer. *Rev. Mod. Phys.* 1989. Vol. 61 (2). P. 289-388.
24. В.Л. Винецкий, Г.А. Холодарь. *Радиационная физика полупроводников.* Наукова Думка, Киев, 1979.
25. E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. *Int. J. Micro-Nano Scale Transp.* 2014. Vol. 4 (1). P. 17-31.
26. Ю.Д. Соколов. *Прикладная Механика.* 1955. Т.1 (1). С. 23-35.
27. E.L. Pankratov. *Russian Microelectronics.* 2007. Vol. 36 (1). P. 33-39.
28. E.L. Pankratov. *Int. J. Nanoscience.* 2008. Vol. 7 (4-5). P. 187-197.
29. E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. *Int. J. Micro-Nano Scale Transp.* 2012. Vol. 3 (3). P. 119-130.
30. E.L. Pankratov. *Nano.* 2011. Vol. 6 (1). P. 31-40.
31. E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. *J. Comp. Theor. Nanoscience.* 2013. Vol. 10 (4). P. 888-893.
32. E.L. Pankratov, E.A. Bulaeva. *Journal of Nanoengineering and Nanomanufacturing.* 2016. Vol. 6 (4). P. 313-326.

Для цитирования:

Е. Л. Панкратов. О способе оптимизации технологического процесса формирования полевых транзисторов в составе схемы низкочастотного чебышевского фильтра шестого порядка с целью увеличения степени их интеграции. Влияние механических напряжений. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 12. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/dec18/17/text.pdf>
DOI 10.30898/1684-1719.2018.12.17