

УДК 621.396

## ОБНАРУЖЕНИЕ КОГЕРЕНТНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ КВАЗИРАДИОСИГНАЛОВ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Ю. Э. Корчагин, К. Д. Титов, О. Н. Завалишина

Воронежский государственный университет,  
394018, Воронеж, Университетская площадь, 1

Статья поступила в редакцию 3 декабря 2019 г.

**Аннотация.** Рассмотрен максимально правдоподобный алгоритм обнаружения когерентной последовательности сверхширокополосных (СШП) квазирадиосигналов (КРС) прямоугольной формы с неизвестными амплитудой и начальной фазой, наблюдаемой на фоне гауссовского белого шума. Среди множества СШП сигналов был выделен отдельный наиболее перспективный класс – СШП КРС, структура которых подобна узкополосным радиосигналам, но условие относительной узкополосности для них не выполняется. Полагалось, что амплитуды и фазы сигнала неизвестны на приёмной стороне, но одинаковы для всех импульсов последовательности (когерентная последовательность). Задача обнаружения последовательности сигналов на фоне гауссовского белого шума была интерпретирована как задача обнаружения при многоканальном приёме. Каналы при этом разнесены во времени, а шум в разных каналах статистически независим. В работе была синтезирована структура обнаружителя методом максимального правдоподобия и найдены его статистические характеристики. Выполнено сравнение эффективности обнаружения последовательности СШП КРС и последовательности узкополосных радиосигналов. Приведённые результаты позволяют построить оптимальный обнаружитель последовательности СШП КРС, с учётом неузкополосного характера импульсов.

**Ключевые слова:** сверхширокополосный, квазирадиосигнал, последовательность квазирадиосигналов, сверхкороткий импульс, обнаружение, оценка параметров.

**Abstract.** The most plausible algorithm for detecting a coherent sequence of ultra-wideband (UWB) quasi-radio signals (QRS) of rectangular shape with unknown amplitude and initial phase observed against the background of Gaussian white noise is researched. Among the many UWB signals, a separate most promising class was identified – UWB QRS, the structure of which is similar to narrowband radio signals, but the condition of relative narrowband is not fulfilled for them. It was assumed that the amplitudes and phases of the signal are unknown on the receiving side, but are the same for all pulses of the sequence (coherent sequence). The problem of detecting a sequence of signals against a background of white Gaussian noise was interpreted as a detection problem in the case of multichannel reception. The channels are spaced in time, and the noise in different channels is statistically independent. The structure of the detector was synthesized by the maximum likelihood method and its statistical characteristics were found. The efficiency of detection of the sequence of UWB QRS and the sequence of narrowband radio signals are compared. These results allow us to build an optimal sequence detector of UWB QRS, taking into account the non-narrowband nature of the pulses.

**Key words:** ultra-wideband, quasi-radio signal, the sequence of quasi-radio signals, ultrashort pulse, detection, estimation of parameters.

## Введение

Последовательности различного рода импульсов находят широкое применение в статистической радиотехнике, радиолокации и связи. Большое число практических задач требует обнаружения последовательности импульсов на фоне случайных искажений [1-4]. В книгах [1,2], ставших уже классическими, описаны алгоритмы обнаружения последовательности узкополосных радиоимпульсов с неизвестными амплитудами и начальными фазами. В работах [3,4] исследованы алгоритмы обнаружения последовательности сверхширокополосных (СШП) импульсов. Среди множества СШП сигналов выделяют отдельный класс – СШП квазирадиосигналы (КРС) [5], структура которых подобна узкополосным

радиосигналам, но условие относительной узкополосности для них не выполняется. Вопросам оптимального и квазиоптимального обнаружения одиночных КРС посвящён ряд работ [5-8]. В [5] выполнен синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения СШП КРС с произвольной формой модулирующей функции, в [6-8] – ряда алгоритмов обнаружения СШП КРС с неизвестной длительностью. Целью данной работы является исследование алгоритмов обнаружения последовательности СШП КРС с прямоугольной формой модулирующей функции и неизвестными амплитудой и начальной фазой.

Основные результаты работы были доложены на XIII Всероссийской конференции "Радиолокация и радиосвязь".

## 1. Постановка задачи

Последовательность СШП КРС запишем в виде

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\nu-1} s_1(t - kT_0, a_k, \varphi_k), \quad (1)$$

где  $\nu$  – количество импульсов в последовательности,  $T_0$  – период повторения. Каждый импульс последовательности представляет собой СШП КРС [5], определяемый выражением

$$s_1(t, a, \varphi) = \begin{cases} a \cos(\omega t - \varphi), & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t < 0, t > \tau. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $a$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\tau$  – амплитуда, начальная фаза, частота и длительность СШП КРС соответственно [5]. Если полоса частот  $\Delta\omega$  и частота  $\omega$  сигнала (1) удовлетворяют условию

$$\Delta\omega \ll \omega, \quad (3)$$

то сигнал (2) является узкополосным радиосигналом [1,2]. Будем аналогично [5-8] считать, что если условие (3) не выполняется, тогда формула (2) описывает СШП КРС. Величины  $a$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\tau$  являются параметрами гармонического колебания, используемого для его формирования. Тем не менее, аналогично [5-8], для краткости далее будем называть  $a$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\tau$

соответственно амплитудой, начальной фазой, частотой и длительностью СШП КРС (2).

Рассмотрим задачу обнаружения последовательности СШП КРС (1) с неизвестными амплитудами  $a_k$  и начальными фазами  $\varphi_k$  на фоне белого гауссовского шума  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ . При этом амплитуды и фазы СШП КРС неизвестны на приёмной стороне, но одинаковы для всех импульсов последовательности  $a_k = a$ ,  $\varphi_k = \varphi$ ,  $k = \overline{1, \nu}$  (когерентная последовательность), тогда сигнал (1) зависит от двух неизвестных параметров  $s(t) = s(t, a, \varphi)$ .

Наблюдаемую в течение интервала времени  $t \in [0, T]$  аддитивную смесь сигнала (1) и шума  $n(t)$  запишем в виде

$$\xi(t) = \gamma_0 s(t, a_0, \varphi_0) + n(t), \quad (4)$$

где  $a_0$ ,  $\varphi_0$  – истинные значения неизвестных параметров,  $\gamma_0$  – дискретный параметр состояния, принимающий значение  $\gamma_0 = 0$  при отсутствии сигнала и  $\gamma_0 = 1$  – при наличии сигнала. Располагая принятой реализацией (4), приёмное устройство должно выносить решение о наличии или отсутствии сигнала. Тогда задача обнаружения сводится к оценке параметра состояния  $\gamma_0$  на основе наблюдаемых данных (4).

## 2. Синтез алгоритма обнаружения

Обнаружение последовательности сигналов на фоне гауссовского белого шума, аналогично работам [1,9], можно интерпретировать как задачу обнаружения при многоканальном приёме. Каналы при этом разнесены во времени, а шум в разных каналах статистически независим. Для синтеза алгоритма обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma_0$ ) воспользуемся методом максимального правдоподобия (МП) [1,2,9]. Согласно этому методу, по наблюдаемым данным (4) нужно формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР)  $L(\gamma, a, \varphi)$ , зависящий от параметра состояния

$\gamma$  и неизвестных значений  $a$  и  $\varphi$  [10]. Тогда оценка МП  $\hat{\gamma}$  параметра  $\gamma_0$  определяется как значение параметра  $\gamma$ , при котором логарифм ФОП принимает максимальное значение. Согласно [10] логарифм ФОП для последовательности импульсов можно представить в виде

$$L(\gamma, a, \varphi) = \frac{2a\gamma}{N_0} \sum_{k=0}^{\nu-1} \int_0^{\tau} \xi_k(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{\gamma a^2}{N_0} \sum_{k=0}^{\nu-1} \int_0^{\tau} \cos^2(\omega t - \varphi) dt, \quad (5)$$

где  $\xi_k(t) = \xi(t - kT_0)$  – отрезок наблюдаемой реализации на интервале импульса с номером  $k$ . МП алгоритм обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma_0$ ) можно аналогично работам [5,6,9] представить в виде

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & L > h, \\ 0, & L < h. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь

$$L = \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi) = L(\hat{a}, \hat{\varphi}), \quad (7)$$

$L(a, \varphi) = L(\gamma = 1, a, \varphi)$ , а  $(\hat{a}, \hat{\varphi}) = \arg \sup L(a, \varphi)$  – оценки МП неизвестных амплитуды и начальной фазы сигнала (1). Порог  $h$  в формуле (6) выбирается в соответствии с заданным критерием оптимальности [1,2].

Подставив в выражение (5) явный вид СШП КРС (1), перепишем логарифм ФОП в виде

$$L(a, \varphi) = a \left[ X \cos \varphi + Y \sin \varphi \right] - \frac{a^2 \nu}{2} \left[ Q_1 + P_{c1} \cos 2\varphi + P_{s1} \sin 2\varphi \right], \quad (8)$$

где

$$X = \sum_{k=0}^{\nu-1} X_k, \quad Y = \sum_{k=0}^{\nu-1} Y_k, \quad k = \overline{1, \nu},$$

$$X_k = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau} \xi_k(t) \cos \omega t dt, \quad Y_k = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau} \xi_k(t) \sin \omega t dt, \quad (9)$$

$$Q = \frac{\nu \tau}{N_0}, \quad P_c = \frac{\nu \tau}{N_0} \frac{\sin(4\pi \kappa)}{4\pi \kappa}, \quad P_s = \frac{\nu \tau}{N_0} \frac{1 - \cos(4\pi \kappa)}{4\pi \kappa}.$$

Для получения решающей статистики (7) выполним аналитически максимизацию логарифма ФОП (8) по переменным  $a$  и  $\varphi$ , и получим

$$L = \max_{a, \varphi} L(a, \varphi) = \frac{X^2(Q - P_c) + Y^2(Q + P_c) - 2XY P_s}{2(Q^2 - P_c^2 - P_s^2)}, \quad (10)$$

где обозначено

$$Q = \nu Q_1, P_c = \nu P_{c1}, P_s = \nu P_{s1}. \quad (11)$$

МП обнаружитель последовательности (1) СШП КРС (2) можно реализовать на основе блок-схемы, приведённой на рис. 1, где линия задержки имеет  $\nu$  отводов через время  $T_0$ , интеграторы работают на интервале времени  $t \in [0, \tau]$ , РУ – решающее устройство, которое выносит решение о наличии или отсутствии сигнала на основе сравнения величины (10)  $L$  с порогом  $h$ .

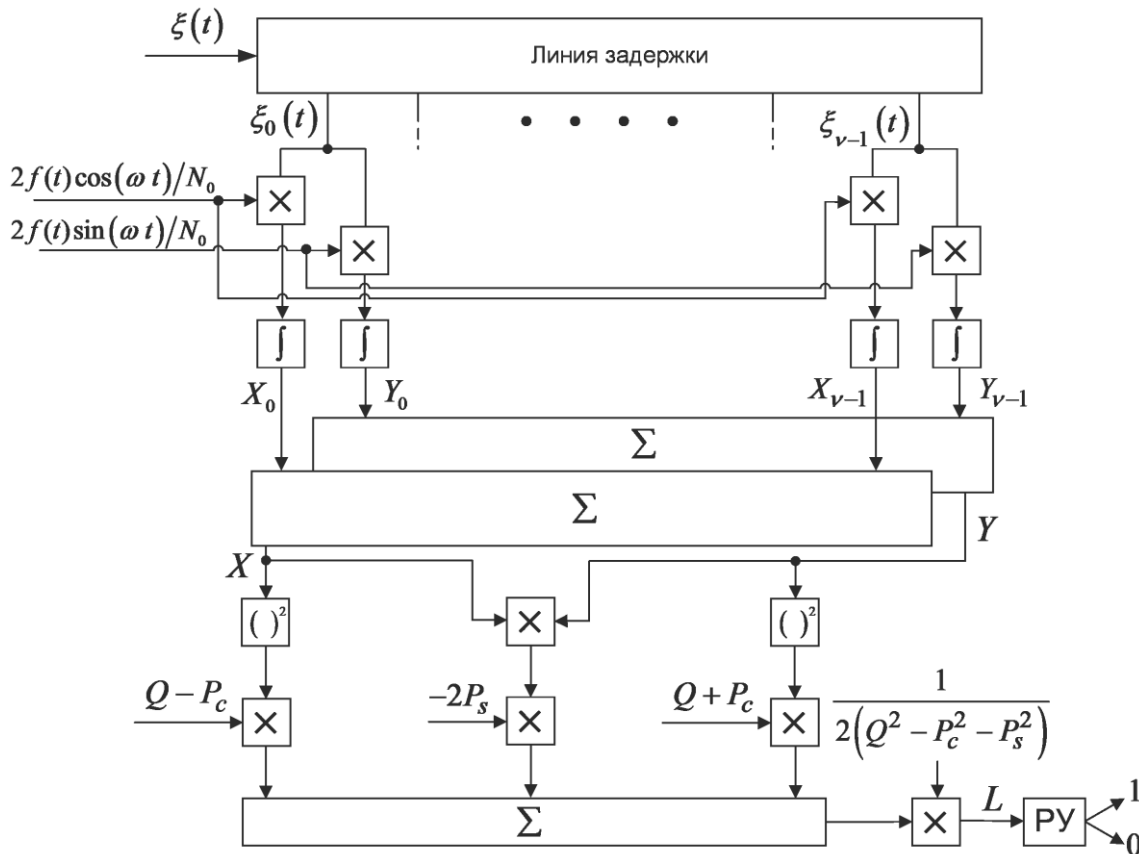


Рис 1. Блок-схема МП обнаружителя когерентной последовательности СШП КРС.

Если полоса частот  $\Delta\omega$  импульсов последовательности много меньше  $\omega$ , т.е. обнаруживается последовательность узкополосных радиосигналов и

выполняется условие (3), то  $P_c, P_s \ll Q$ . Положив в (10)  $P_c, P_s = 0$ , получим выражение для логарифма ФОП

$$\tilde{L} = \max_{a, \varphi} L(a, \varphi) = \frac{X^2 + Y^2}{2Q}. \quad (12)$$

Алгоритм обнаружения узкополосного радиосигнала аналогично (6) можно записать в виде

$$\tilde{\gamma} = \begin{cases} 1, & \tilde{L} > h, \\ 0, & \tilde{L} < h. \end{cases} \quad (13)$$

Из сопоставления выражений (10) и (12) видим, что оба обнаружителя формируют суммы квадратурных компонент (9), дальнейшая обработка которых отличается при обнаружении СШП КРС и узкополосных радиоимпульсов. Обнаружитель (6), (10) последовательности СШП КРС имеет более сложную структуру, чем обнаружитель последовательности узкополосных радиоимпульсов.

### 3. Анализ алгоритма обнаружения

Эффективность обнаружения характеризуется вероятностями ложной тревоги  $\alpha$  и пропуска сигнала  $\beta$  [1,2]. Найдём вероятности ошибок МП алгоритма обнаружения (6), (10), применив ход рассуждений, аналогичный работам [5,6]. Чтобы найти вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала необходимо знать плотность вероятности случайной величины (СВ)  $L$  (10). Так как решающая статистика  $L$  (10) является функцией СВ  $X$  и  $Y$ , то плотность вероятности  $L$  можно найти, зная совместную плотность вероятности СВ  $X$  и  $Y$ . По определению (9) величины  $X$  и  $Y$  представляют собой суммы гауссовских СВ  $X_k$  и  $Y_k$ , следовательно сами являются гауссовскими и полностью статистически описываются первыми двумя моментами. Для плотностей вероятностей СВ  $L$  (10) при отсутствии и наличии сигнала можно воспользоваться выражениями, найденными в [6]

$$W(L|\gamma_0 = 0) = \exp(-L), \quad L \geq 0, \quad (14)$$

$$W(L|\gamma_0 = 1) = \exp\left\{-\frac{Qa_0^2}{2}V\right\} \exp(-L)I_0\left[a_0\sqrt{2LQV}\right], \quad (15)$$

где  $I_0(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента [11],

$$V = [Q + P_c \cos(2\varphi_0) + P_s \sin(2\varphi_0)]/Q, \quad (16)$$

а под  $Q$ ,  $P_c$ ,  $P_s$  понимаются выражения (11). Используя плотность вероятности (14), находим вероятность ложной тревоги для обнаружителя (6), (13) в виде

$$\alpha = \int_h^\infty W(L|\gamma_0 = 0)dL = \begin{cases} \exp(-h), & h \geq 0, \\ 1, & h < 0. \end{cases} \quad (17)$$

Выражение (17) совпадает с вероятностью ложной тревоги МП алгоритма обнаружения СШП КРС, найденной в [5]. С учётом (15) находим вероятность пропуска сигнала для обнаружителя (6)

$$\beta = \int_0^h W(L|\gamma_0 = 1)dL = \exp\left\{-\frac{Qa_0^2}{2}V\right\} \int_0^h \exp(-L)I_0\left(a_0\sqrt{2LQV}\right)dL.$$

Введём далее обозначение

$$z_0^2 = a_0^2 Q/N_0$$

– отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приёмника МП для последовательности узкополосных радиосигналов [1,2]. Тогда вероятность пропуска сигнала обнаружителем (6) можно переписать в виде

$$\beta = \exp\left\{-\frac{z_0^2}{2}V\right\} \int_0^h \exp(-L)I_0\left(z_0\sqrt{2LV}\right)dL. \quad (18)$$

Если выполняется условие (3), т.е. сигнал является узкополосным, то  $P_c, P_s \ll Q$ . Положив в (16)  $P_c, P_s = 0$  можно убедиться, что вероятность ложной тревоги обнаружителя последовательности узкополосных радиоимпульсов совпадает с (17), а вероятность пропуска сигнала определяется выражением

$$\beta_0 = \exp\left\{-\frac{z_0^2}{2}\right\} \int_0^h \exp(-L)I_0\left(z_0\sqrt{2L/\Delta}\right)dL. \quad (19)$$



Сравним эффективность обнаружения последовательности узкополосных радиоимпульсов с помощью алгоритма (12), (13) с эффективностью обнаружения последовательности СШП КРС алгоритмом (6). Обнаружители (6) и (13) имеют одинаковую вероятность ложной тревоги, описываемую выражением (17). Формулы (18) и (19) для вероятностей пропуска сигнала отличаются наличием множителя  $V$  при ОСШ  $z_0^2$ . Обозначим  $z^2 = Vz_0^2$  – ОСШ на выходе приёмника МП для последовательности СШП КРС. Значит эффективность обнаружения при одинаковой вероятности ложной тревоги зависит от величины  $V = z^2/z_0^2$ . Если  $V > 1$ , то  $\beta < \beta_0$ , и наоборот. Следовательно, величина  $V$  является мерой отличия эффективности обнаружения последовательности СШП КРС по сравнению с обнаружением последовательности узкополосных радиоимпульсов.

На рис. 2 приведены зависимости величины  $V = z^2/z_0^2$  (16) от параметра узкополосности  $\kappa$  при разных значениях начальной фазы. Сплошная кривая построена при  $\varphi_0 = 0$ , пунктирная – при  $\varphi_0 = \pi/8$ , штрихпунктирная – при  $\varphi_0 = \pi/4$ .

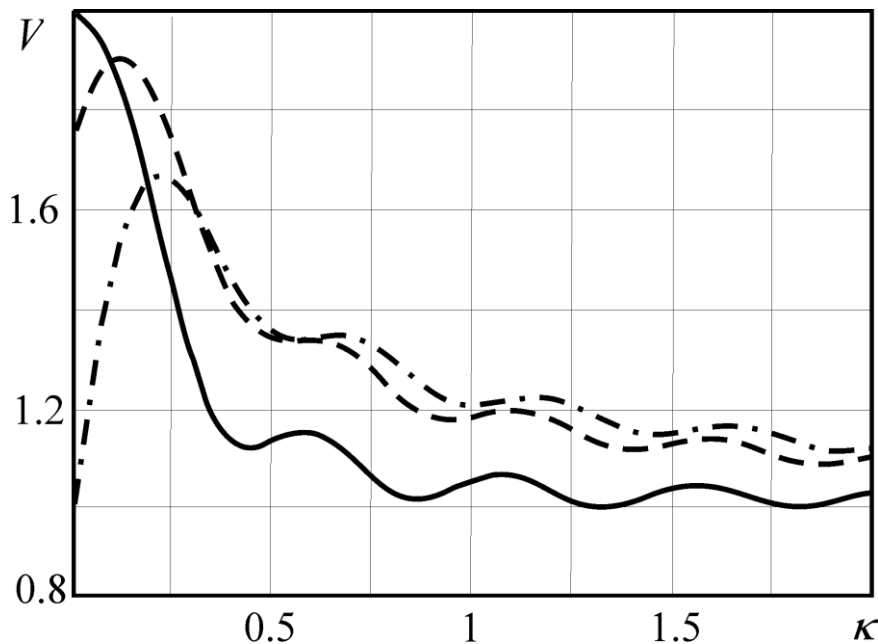


Рис. 2. Зависимость  $V$  от параметра узкополосности при разных значениях начальной фазы.

Рисунок 2 и выражение (16) дают представление о количественном значении параметра  $\kappa$ , при котором сигнал можно считать узкополосным.

### **Заключение**

Приведённые результаты позволяют построить оптимальный обнаружитель последовательности СШП КРС, с учётом неузкополосного характера импульсов. Выражения для вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала когерентной последовательности СШП КРС совпадают с аналогичными выражениями для одиночного СШП КРС с тем отличием, что ОСШ по мощности увеличивается пропорционально количеству импульсов в последовательности. В зависимости от начальной фазы эффективность оптимального обнаружения СШП КРС может быть как выше, так и ниже эффективности обнаружения последовательности узкополосных радиоимпульсов.

### **Литература**

1. Хелстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов. М.: Издательство иностранной литературы, 1963. 432 с.
2. Филькенштейн М.И. Основы радиолокации: учебник для вузов. М.: Радио и связь, 1983. 536 с.
3. Трифонов А.П., Беспалова М.Б. Сверхширокополосное обнаружение цели при зондировании разрывными импульсами // Известия вузов. Радиоэлектроника. 2003. Т.46. №5. С. 3-10.
4. Трифонов П.А. Обнаружение последовательности сверхширокополосных сигналов с неизвестным временем прихода при наличии узкополосных помех // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2007, Т.10. №1. С. 27-32.
5. Трифонов А.П., Руднев П.Е. Обнаружение сверхширокополосного квазирадиосигнала на фоне белого шума // Известия вузов. Радиофизика. 2009. Т.52. №9. С. 749-760.

6. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э., Титов К.Д. Квазиправдоподобное обнаружение сверхширокополосного квазирадиосигнала произвольной формы с неизвестной // Радиотехника. 2016. №6. С. 99-105.
7. Корчагин Ю.Э., Титов К.Д. Сравнение характеристик алгоритмов обнаружения сверхширокополосных сигналов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2016. – №11. С. 193-199.
8. Трифонов А.П. Эффективность обнаружения одного класса сверхширокополосных сигналов в условиях параметрической априорной неопределенности / А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов // Журнал технической физики. 2018. №8. С. 1235-1240.
9. Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. [и др.]. Теория обнаружения сигналов / под ред. П.А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984. 440 с.
10. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
11. Справочник по специальным функциям / [под ред. М. Абрамовица, И. Стиган]. М.: Наука, 1979. 832 с.

**Для цитирования:**

Корчагин Ю.Э., Титов К.Д., Завалишина О.Н. Обнаружение когерентной последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов прямоугольной формы. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 12. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/dec19/7/text.pdf>  
DOI 10.30898/1684-1719.2019.12.7