DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.12.3

УДК: 621.396.96

УГЛОВОЕ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ В БОРТОВЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ ВОЗДУШНОГО БАЗИРОВАНИЯ

А. Р. Ильчук¹, Ю. Д. Каргашин¹, В. И. Меркулов², В. С. Чернов²

¹ АО «НПП «Исток» им. А.И. Шокина», 141190, Фрязино, ул. Вокзальная, 2а ² АО «Концерн радиостроения «Вега», 121170, Москва, Кутузовский проспект, 34

Статья поступила в редакцию 18 декабря 2021 г.

Аннотация. В настоящее время при решении задачи оценивания ситуационной обстановки широко используются бортовые радиолокационные системы, размещаемые на летательных аппаратах. При применении летательных аппаратов могут возникать ситуации, когда в бортовой радиолокационной системе (БРЛС) невозможно осуществить разрешение сигналов воздушных объектов в каналах измерения дальности, скорости и угловых координат. Как правило, проблемы с разрешением возникают при действии преднамеренных помех, создаваемых процессе ведения радиоэлектронной борьбы В противостоящей стороной, а также при наличии в воздушном пространстве групповых целей, достаточно близко расположенных друг относительно друга. В этих ситуациях целесообразным является использование в БРЛС процедур углового оценивания со сверхразрешением. Аналогичные процедуры углового оценивания со сверхразрешением могут применяться в радиолокационных головках самонаведения управляемых ракет «воздух-воздух» и бортовых системах радиотехнической разведки. Известны различные методы и алгоритмы углового оценивания со сверхразрешением, каждый из которых обладает своими достоинствами и недостатками и может быть использован в конкретных условиях применения БРЛС. Однако в доступной научно-технической литературе отсутствуют сведения о применяемых в БРЛС алгоритмах углового оценивания со сверхразрешением. Поэтому при создании угломерных устройств перспективных БРЛС целесообразно использовать имеющуюся информацию по

методам и соответствующим алгоритмам углового оценивания со сверхразрешением. В то же время при анализе возможностей их практического применения должны быть учтены конструктивные особенности построения антенных систем БРЛС, в которых для уменьшения количества каналов обработки высокочастотных сигналов антенные элементы объединяются в подрешетки. Данное обстоятельство может существенно повлиять на качество и эффективность функционирования угломерных каналов в подобных БРЛС при использовании алгоритмов, разработанных применительно к обработке в них выходных сигналов антенных элементов.

Ключевые слова: угловое оценивание со сверхразрешением, спектральные методы, параметрические методы, бортовая радиолокационная система, антенная решетка, антенный элемент, пространственная корреляционная матрица, подрешетка.

Abstract. In the practical application of aircraft, situations are possible when in the onboard radar system (onboard radar) it is not possible to resolve the signals of radar targets in the channels for measuring range, velocity, and angular coordinates. In these situations, it is expedient to use superresolution angular estimation procedures in the radar. There are various methods and algorithms for angular estimation with superresolution, each of which has its own advantages and disadvantages. At the same time, in the available scientific and technical literature there is no information on the superresolution angular estimation algorithms used in the radar, the knowledge of which is necessary in the design of promising radar. The article systematizes and analyzes methods and algorithms for angular estimation with superresolution. A classification of methods of angular estimation with superresolution is given. Generalized information about known one-dimensional and two-dimensional methods and algorithms of angular estimation is presented. The algorithms proposed for use in planar antenna arrays (ARs), concentric annular antenna arrays, ring antenna arrays, circular four-quadrant ARs, planar ARs with a total output signal are considered. It is noted that among the features of the construction of an on-board radar is the reduction in the total number of information processing channels, achieved by combining antenna

elements into subarrays, the output signals of which are used to estimate the angular coordinates of radiation sources. The specificity of such antenna arrays is that the antenna subarrays have directional patterns that are narrower than those of weakly directional antenna elements. In addition, the distance between antenna modules can significantly exceed the distance between antenna elements in a conventional antenna array and, at the same time, significantly exceed the wavelength size. To determine the possibilities of practical application of the algorithms of angular two-dimensional estimation with superresolution in an on-board radar with a modular AA, considered in the article, special studies are required.

Key words: superresolution angular estimation, spectral methods, parametric methods, airborne radar system, antenna array, antenna element, spatial correlation matrix, subarray.

Введение.

Эффективность применения летательных аппаратов во многом определяется качеством функционирования информационных каналов бортовых радиолокационных систем. Важнейшим информационным каналом БРЛС является угломерный канал, обеспечивающий оценивание угловых координат воздушных объектов (ВО). В зависимости от режима функционирования БРЛС в качестве принимаемого сигнала могут быть использованы сигналы, отраженные от ВО, либо сигналы, формируемые источниками радиоизлучения, размещенными на ВО.

При практическом применении летательных аппаратов возможны ситуации, когда в БРЛС не представляется возможным осуществление процедуры углового разрешения наблюдаемых радиолокационных объектов. В частности, это имеет место в условиях ведения радиоэлектронной борьбы, когда ВО (воздушные цели) и источники преднамеренных помех одновременно находятся в пределах главного луча диаграммы направленности антенны БРЛС, а ее дальномерный и скоростной каналы подавлены преднамеренными помехами. В результате оценивание угловых координат ВО классическими

методами становится невозможным. Аналогичная ситуация имеет место при наблюдении групповой цели, когда не удается разделить входящие в ее состав отдельные ВО по угловым координатам, дальности и скорости. В подобных случаях для оценивания угловых координат ВО целесообразным является использование методов и соответствующих алгоритмов углового оценивания со сверхразрешением. При этом под угловым сверхразрешением понимается способность раздельного наблюдения объектов при величинах углового разноса между ними, существенно меньших, чем при разрешении по критерию Релея, определяемому шириной диаграммы направленности антенны.

Обычно при рассмотрении вопросов, относящихся к угловому оцениванию со сверхразрешением, для названия объекта углового оценивания используется термины «источник излучения», либо «источник радиоизлучения». Поэтому далее вместо термина «воздушный объект» употребляется термин «источник излучения».

Известны различные методы оценивания параметров приходящих сигналов со сверхразрешением, которые условно делятся на два класса: спектральные и параметрические [1-5].

В спектральных методах, к которым относятся метод максимального правдоподобия и его разновидности, метод максимальной энтропии, авторегрессионный метод, метод классификации множественных сигналов (MUSIC), метод минимальной нормы и другие, выполняется последовательный пространственный анализ. При их использовании сканирование поля источников излучения (ИИ) осуществляется таким образом, чтобы оценка выходной величины получалась как непрерывная функция угловой координаты, при этом никаких априорных допущений о количестве ИИ не делается, а лишь предполагается, чаще всего, что они не коррелированы. По существу, они подобны неадаптивным методам, основанным на применении направленных антенн. С помощью этих методов направления на ИИ оцениваются по соответствующим максимумам выходной функции, а это подразумевает применение того или иного алгоритма их поиска. В качестве выходной функции

часто используется зависимость мощности (дисперсии) выходного сигнала от углового положения, на которое настраивается система обработки сигналов антенной решетки (AP). Оценка мощности сигналов ИИ выполняется по максимумам выходной величины.

Таким образом, угловые координаты ИИ при последовательном обзоре пространства находятся путем *математического* сканирования с помощью опорного пространственного сигнала и последующего отыскания положения максимумов. При этом для определения угловых координат ИИ используется непосредственно корреляционная матрица выходных сигналов антенных элементов (АЭ) либо матрица собственных векторов шумового подпространства. В последнем случае предварительно осуществляется процедура разложения корреляционной матрицы выходных сигналов АЭ на сигнальную и шумовую подматрицы.

Главным недостатком спектральных методов является относительно низкий темп обзора. Недостатком этих методов является также то, что пеленгация, основанная на оценке пространственного спектра излучений, сопровождается смещением угловых оценок при наличии временной корреляции между сигналами ИИ в точках приема. Для устранения этого недостатка приходится усложнять алгоритмы обработки входных сигналов.

Параметрические методы углового оценивания позволяют определять параметры амплитудно-фазового распределения падающей на АР электромагнитной волны, содержащие информацию об угловых координатах ИИ. Отличительной особенностью этих методов является одновременность оценивания угловых координат всех ИИ, находящихся в зоне наблюдения. Тем самым, в РЛС обеспечивается параллельный обзор окружающего воздушного пространства.

Известны различные параметрические методы углового оценивания, что обусловлено разнообразием используемых подходов к решению задачи определения информационных параметров.

В параметрическим частности, К методам относятся методы ROOT-MUSIC, Писаренко, поворота подпространства (ESPRIT) и Прони [1, 2]. Первые два метода, также как и методы MUSIC и минимальной нормы, основаны на использовании информации, содержащейся в системе собственных векторов корреляционной матрицы входных сигналов, но при этом отыскиваются корни соответствующих полиномов, а не спектр мощности. При этом подпространство источников рассматривается как подпространство, натянутое на собственные векторы, соответствующие M наибольшим собственным значениям, то есть, как в случае отсутствия шума, а ортогональное подпространство, или подпространство шума, – как натянутое на остальные собственные векторы. В методе ESPRIT угловые координаты оцениваются по результатам нахождения обобщенных собственных значений регулярного пучка из корреляционных матриц.

Основной недостаток указанных методов заключается в необходимости предварительного оценивания выборочных корреляционных матриц, что предъявляет достаточно жесткие требования к располагаемым временным и вычислительным ресурсам радиолокационных систем.

Метод Прони опирается на отыскание корней полинома, коэффициенты которого определяются из системы уравнений, связывающей входные данные с экспоненциальной моделью.

Известны также параметрические методы, основанные на согласовании (подборе) моделей полезных сигналов, предполагающие задание модели пространственно-временного сигнала с определенным набором его параметров (направление прихода, амплитуды, фазы волны, поляризации) и дальнейшую «подгонку» значений этих параметров по критерию наилучшего согласования в некотором смысле с получаемыми результатами измерений [1-3].

Решение задачи углового оценивания в этом случае осуществляется с использованием систем алгебраических уравнений, определяющих математические зависимости комплексных огибающих выходных сигналов АЭ с параметрами пространственно-временных сигналов, поступающих от ИИ.

Таким образом, параметрические методы можно разделить на две группы. В первой группе при оценивании угловых координат ИИ необходима информация о собственных векторах сигнального и шумового подпространств. Вторая группа методов основана на использовании моделей принимаемых сигналов, для составления которых требуется априорная информация об ИИ, в том числе и об их количестве. Данное условие в определенных случаях затрудняет возможность практической реализации параметрических методов. Обусловлено это тем, что если априорно выбранное число источников меньше их истинного числа, то получаемые оценки угловых координат могут не иметь ничего общего с их истинными значениями. Если выбранное априорное число источников больше их истинного числа, то задача получения оценок угловых координат становится плохо обусловленной и, как следствие, получаемые алгоритмы численно неустойчивы [6].

Для ситуаций, когда число источников излучения априорно неизвестно, разработаны параметрические методы, позволяющие с помощью синтезированных алгоритмов одновременно оценивать число ИИ и их угловые координаты [1, 6, 7].

Следует отметить также, что в зависимости от характера, получаемой при определении угловых координат ИИ информации алгоритмы оценивания делятся на одномерные и двумерные. В первом случае оцениваются только азимуты ИИ, а во втором — азимуты и углы места ИИ. Реализация двумерных алгоритмов углового оценивания оказывается существенно сложней, чем одномерных алгоритмов.

Для реализации одномерных алгоритмов оценивания достаточно иметь в составе угломерного канала линейную антенную решетку. Двумерное угловое оценивание осуществляется с помощью более сложных пространственных конфигураций антенной системы, в частности плоской антенной решетки, характерной для антенных систем перспективных БРЛС.

К настоящему времени разработано значительное количество методов и соответствующих алгоритмов углового оценивания со сверхразрешением,

сведения о которых опубликованы в многочисленных научных источниках. Как показывает анализ [1-31], каждый из методов обладает определенными достоинствами и недостатками.

Поэтому при разработке БРЛС необходимо выбрать наиболее подходящий сверхразрешением, обеспечивающий метод углового оценивания co эффективное функционирование БРЛС в конкретных условиях применения летательных аппаратов. Выбор метода для решения задачи пеленгования при разработке радиолокационной системы должен осуществляться с учетом наличия априорной информации об источниках излучения, имеющейся информации о сигнально-помеховой обстановке, а также с учетом конфигурации АР, ее геометрических параметров и количества антенных элементов [1, 2, 16]. При этом при создании перспективных БРЛС следует также учитывать, что функционирование успешное алгоритмов углового сверхразрешения обеспечивается лишь при достаточно высоком уровне отношения сигнал-шум [5].

Далее приводятся краткие сведения о методах и алгоритмах одномерного и двумерного углового оценивания со сверхразрешением, необходимые для выбора рационального варианта построения угломерных каналов в перспективных БРЛС. Следует отметить, что некоторые из двумерных методов получены в результате переноса известных методов одномерного углового оценивания со сверхразрешением на случай двумерного оценивания.

1. Методы одномерного углового оценивания со сверхразрешением.

Антенные системы во многом определяют облик БРЛС нового поколения. Одним из перспективных направлений развития БРЛС является применение в них активных и пассивных фазированных антенных решеток. Используемая при этом пространственно-временная обработка сигналов позволяет существенно расширить информационные возможности БРЛС и значительно повысить их помехозащищенность.

Для изложения существа современных методов углового оценивания со сверхразрешением вначале поясним используемые в дальнейшем обозначения применительно к плоской антенной решетке.

Пусть сигнал s(t) ИИ распространяется в виде плоской волны со скоростью "с" с направления $-\mathbf{r}_0$, где \mathbf{r}_0 – единичный вектор, определяющий направление на ИИ (рис. 1). Этот сигнал воспринимается AP из N элементов, показанных на рис. 1 точками. Предполагается, что сигнал s(t) является узкополосным в пространственно-временном смысле. Это означает, что интервал корреляции комплексной огибающей сигнала (для сигналов без внутриимпульсной модуляции – длительность импульса) существенно превышает временной интервал между моментами прихода сигнала в наиболее разнесенные точки апертуры приемной антенны. Данное допущение позволяет пространственно-временную обработку разделить сигналов на пространственную и временную, выполняемые в произвольном порядке.

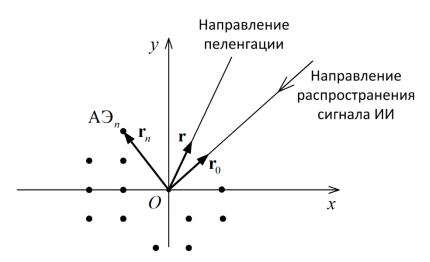


Рис. 1. Геометрия плоской антенной решетки.

Сигнал, измеряемый в пространственной точке \mathbf{r}_n расположения n-го антенного элемента, определяется формулой [1, 2]

$$x_n(t) = s\left(t + \frac{\mathbf{r}_n \mathbf{r}_0}{c}\right) + \xi_n(t),$$

где $\xi_n(t)$ — аддитивный шум, а $\mathbf{r}_n\mathbf{r}_0$ — скалярное произведение векторов \mathbf{r}_n и \mathbf{r}_0 . Предполагается, что соотношение размеров AP и расстояние до ИИ таково, что

фазовый фронт приходящей волны можно считать плоским. Начало координат может быть выбрано произвольным, например, в центре AP. В случае линейной эквидистантной AP $\mathbf{r}_n\mathbf{r}_0=(n-1)d\sin\theta_0$, где \mathbf{r}_n – вектор, характеризующий пространственное положение n-го AЭ, θ_0 – угол между направлением распространения сигнала ИИ и нормалью к AP, d – расстояние между АЭ, n – порядковый номер антенного элемента.

Для оценивания углового положения ИИ выходные сигналы АЭ подвергаются некоторому преобразованию, которое можно представить в матричном виде. Для этого определяют вектор-столбец \mathbf{x} размерностью N, состоящий из временных преобразований Фурье выходных сигналов АЭ, и вводят вектор-столбец \mathbf{a} , называемый вектором пеленгационного направления (управляющим вектором), элементы a_n которого равны

$$a_n = w_n e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{r}_n\mathbf{r}},$$

где w_n — весовые коэффициенты (ВК) ($n=\overline{1,N}$), \mathbf{r} — единичный вектор, характеризующий пеленгуемое направление (направление наблюдения), λ — длина волны.

Преобразованный сигнал $y(f,\mathbf{r}) = \mathbf{a}^H \mathbf{x}$, где через \mathbf{a}^H — обозначен вектор, сопряженный и транспонированный по отношению к вектору \mathbf{a} , представляет собой скалярное произведение комплексных векторов. При обычной обработке сигналов в AP происходит формирование диаграммы направленности (ДН) путем суммирования выходных сигналов x_n AЭ с весами w_n и задержками $\mathbf{r}_n\mathbf{r}_0/c$. В процессе образования ДН задержки сигналов подбираются таким образом, чтобы получить существенное увеличение сигнала, распространяющегося с направления $-\mathbf{r}_0$. Если для компенсации запаздывания ($\mathbf{r}_n\mathbf{r}_0/c$) в каждом n-ом АЭ задержка выходного сигнала подобрана идеально точно, то максимум ДН будет направлен на ИИ. Вектор \mathbf{x} определяется выражением $\mathbf{x} = \mathbf{s} + \mathbf{\xi}$, где \mathbf{s} — вектор, характеризующий сигнал в виде плоской волны с компонентами $s_n = \sqrt{P_s}e^{\frac{j^2\pi}{\lambda}\mathbf{r}_n\mathbf{r}_0}$; P_s — мощность сигнала; $\mathbf{\xi}$ — вектор шума. Мощность

результирующего сигнала, когда исследуемое направление задается вектором ${\bf r}$, а сигнал приходит с направления $-{\bf r}_0$, выражается в виде

$$P(\mathbf{r}) = \mathbf{a}^H \mathbf{R} \mathbf{a}$$
,

где $\mathbf{R} = \langle \mathbf{x} \mathbf{x}^H \rangle$ – пространственная корреляционная матрица выходных сигналов элементов AP. Символ $\langle \bullet \rangle$ обозначает операцию взятия математического ожидания. При равенстве ВК единице приходим к так называемой спектральной оценке Бартлетта. В этом случае вектор $\mathbf{a} = \mathbf{a}_0$, где \mathbf{a}_0 – опорный (управляющий) вектор, характеризующий идеальную плоскую волну в точках расположения AЭ, распространяющуюся в направлении вектора визирования r [1, 2]:

$$\mathbf{a}_0 = e^{j2\pi \frac{\mathbf{r}_n \mathbf{r}_0}{\lambda}}.$$

В частности, для линейной AP \mathbf{r} можно трактовать как вектор, совпадающий с осью ДН AP и расположенный под углом θ по отношению к линии, проведенной перпендикулярно к раскрыву AP. Для линейной эквидистантной AP

$$\mathbf{a}_0 = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(N-1)d\sin\theta} \end{bmatrix}^T.$$

Оценка Бартлетта, представленная в виде

$$P_{\rm B}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}_0^H \mathbf{R} \mathbf{a}_0$$
,

характеризует мощность результирующего сигнала, распространяющегося с направления \mathbf{r}_0 при совпадении максимума ДН антенны с вектором \mathbf{r} .

Для сравнительной оценки методов углового оценивания со сверхразрешением используются три показателя [1, 2, 4]. Первый из них – разрешающая способность, т.е. способность AP обнаруживать наличие сигналов двух ИИ равной мощности, расположенных в близких направлениях. Следует отметить, что методы спектрального и параметрического углового оценивания позволяют получать более высокое разрешение, чем при обычном способе формирования ДН, поэтому эти методы принято называть методами сверхразрешения. Вторым показателем является степень смещения оценки,

поскольку положения разрешаемых спектральных максимумов не обязательно соответствуют действительным направлениям на ИИ. Указанные два показателя могут оказаться противоречивыми: хорошее разрешение зачастую достигается за счет появления смещения оценки. Третий показатель - вариабельность оценки, т.е. область угловых координат, в пределах которой положение спектрального максимума, характеризующего направление на ИИ, может меняться под действием шумовых факторов.

Далее приводятся общие сведения о методах одномерного углового оценивания, необходимые для понимания процедур, выполняемых в процессе углового оценивания со сверхразрешением в БРЛС.

1.1. Метод максимального правдоподобия.

Одним из наиболее известных методов обработки сигналов в АР, обладающим достаточно высокой разрешающей способностью, является так называемый метод максимального правдоподобия (МП), впервые предложенный Кейпоном. Соответствующая оценка строится путем нахождения вектора пеленгационного (опорного) направления a, при введении которого результирующий сигнал $\mathbf{a}^H \mathbf{R} \mathbf{a}$ имеет максимальную мощность при ограничении $\mathbf{a}^H \mathbf{a}_0 = 1$, где \mathbf{a}_0 — как и прежде, представляет собой вектор, характеризующий идеальную плоскую волну, распространяющуюся по линии визирования. Смысл принятого ограничения состоит в том, чтобы для каждого направления наблюдения уровень принимаемого сигнала при обработке в антенной решетке не изменялся.

Для нахождения комплексного вектора **a** минимизируется функция $\mathbf{a}^H \mathbf{R} \mathbf{a} + \alpha \left(\mathbf{a}^H \mathbf{a}_0 - 1 \right)$, где α — множитель Лагранжа. В результате решение принимает вид [1]:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}_0}{\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}_0}.$$

Мощность результирующего сигнала AP, ориентированной в направлении, задаваемом вектором \mathbf{a}_0 , описывается выражением

$$P_{\text{\tiny MII}}(\mathbf{r}) = \left(\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0\right)^{-1}. \tag{1}$$

Кейпон назвал $P_{\text{мп}}(\mathbf{r})$ оценкой высокого разрешения, так как описанный выше метод оценивания обладает более высокой разрешающей способностью, чем оценка по методу Бартлетта. Спектральная оценка по данному методу описывает относительные компоненты спектра и не является оценкой истинной спектральной плотности мощности [1, 2]. Поэтому название метода не совсем точно, так как данный метод не дает оценки максимального правдоподобия для функции спектральной плотности мощности. К достоинствам максимально правдоподобной оценки необходимо отнести то, что она дает спектр, высоты пиков в котором прямо пропорциональны мощности гармоник, присутствующих в анализируемом процессе.

Согласно выражению (1), процедура определения спектра состоит из двух этапов. На первом этапе по входным данным \mathbf{x} вычисляется корреляционная матрица \mathbf{R} . На втором этапе задается некоторое начальное опорное направление \mathbf{r} и, следовательно, начальный вектор \mathbf{a}_0 и для него рассчитывается значение $P_{\text{мп}}$. Затем вводится следующее значение опорного направление и вычисление повторяется. Вычисления проводятся во всем возможном диапазоне углов визирования в отдельных достаточно близко расположенных направлениях. Поскольку метод МП относится к группе последовательных методов, то далее отыскиваются положения максимумов. По положению последних оцениваются угловые координаты ИИ, а по их числу — количество ИИ.

Наряду с алгоритмом (1) Кейпона для оценивания угловых координат ИИ возможно применение статистики Кейпона:

$$L_{K} = \frac{1}{\mathbf{a}_{0}^{H} \left(\mathbf{x} \mathbf{x}^{H}\right)^{-1} \mathbf{a}_{0}}.$$

Необходимость использования статистики Кейпона возникает при приеме не гауссовских и нестационарных сигналов ИИ большой интенсивности [1]. Следует заметить, что в подобной ситуации лучшие точностные показатели имеют более сложные в вычислительном плане, но близкие по структуре

алгоритмы по статистикам "отношения Релея" и "теплового шума", имеющие соответственно вид:

$$L_{\mathrm{p}} = \frac{\mathbf{a}_{0}^{H} \left(\mathbf{x}\mathbf{x}^{H}\right)^{-2} \mathbf{a}_{0}}{\mathbf{a}_{0}^{H} \left(\mathbf{x}\mathbf{x}^{H}\right)^{-1} \mathbf{a}_{0}}, \qquad L_{\mathrm{rm}} = \frac{1}{\mathbf{a}_{0}^{H} \left(\mathbf{x}\mathbf{x}^{H}\right)^{-2} \mathbf{a}_{0}}.$$

Оценки угловых координат, пеленгуемых ИИ находятся по максимуму функций, описывающих данные статистики, путем последовательного поиска.

Следует отметить, что указанные статистики приводят к получению смещенных оценок [1].

Из последней формулы можно получить так называемый алгоритм "теплового шума", если вместо $\mathbf{x}\mathbf{x}^H$ подставить значение корреляционной матрицы \mathbf{R} выходных сигналов AP.

1.2. Метод MUSIC.

Предположим, что имеются M ИИ и N - элементная линейная AP, на выходе которой в k-й момент времени наблюдается векторный сигнал

$$\mathbf{S}(k) = \left[\sum_{m=1}^{M} S_m(k) \quad \sum_{m=1}^{M} S_m(k) e^{j\omega_m} \quad \dots \quad \sum_{m=1}^{M} S_m(k) e^{j(N-1)\omega_m} \right] + \xi(k).$$

Здесь: $\omega_m = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_m$ — пространственная частота; θ_m — угол прихода плоской волны от m-го ИИ ($m=\overline{1,M}$); λ — длина волны; d — расстояние между соседними элементами АР; $S_m(k)$ — комплексная амплитуда сигнала m-го ИИ; $\xi(k)$ — гауссов случайный вектор с корреляционной функцией $\left\langle \xi(k)\xi^H(i)\right\rangle = D_{_{\rm II}}\delta_{ki}$; δ_{kj} — символ Кронекера.

Введение термина "пространственная частота" объясняется тем, что ω_m , представляя собой, по существу, относительный сдвиг фаз в соседних элементах AP, одновременно характеризует скорость изменения фазы принимаемого от m-го ИИ радиосигнала в линейной эквидистантной AP при дискретном изменении номера AЭ.

Корреляционная матрица вектора $\mathbf{x}(k)$

$$\mathbf{R} = \left\langle \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^{H}(k) \right\rangle = \sum_{n=1}^{N} \lambda_{n} \mathbf{V}_{n} \mathbf{V}_{n}^{H} = \mathbf{V} \Lambda \mathbf{V}^{H} = \mathbf{V}_{S} \Lambda_{S} \mathbf{V}_{S}^{H} + D_{\mathbf{m}} \mathbf{I}, \qquad (2)$$

где $\mathbf{V} = [\mathbf{V}_1 \quad \mathbf{V}_2 \quad \dots \quad \mathbf{V}_N]$ — матрица размером $N \times N$, состоящая из двух сигнальной \mathbf{V}_{s} и шумовой \mathbf{V}_{m} ; векторы-столбцы $\mathbf{V}_{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{n1} & \mathbf{V}_{n2} & \dots & \mathbf{V}_{nN} \end{bmatrix}$ представляют собой ортогональные собственные векторы матрицы \mathbf{R} ; $\mathbf{V}_{\scriptscriptstyle S} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\scriptscriptstyle 1} & \mathbf{V}_{\scriptscriptstyle 2} & \dots & \mathbf{V}_{\scriptscriptstyle M} \end{bmatrix}$ — матрица размерности $N \times M$, составленная из сигнальных собственных векторов матрицы ${\bf R}$, отвечающих M наибольшим (числам) \mathbf{R} ; $\Lambda = \operatorname{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_N]$, собственным значениям $\Lambda_{S}=\mathrm{diag}ig[\lambda_{S1}\quad\lambda_{S2}\quad\dots\quad\lambda_{SM}ig];\;\lambda_{n}-\mathrm{cooctbehhoe}$ значение матрицы \mathbf{R} , причем

$$\lambda_{\rm l}=\lambda_{\rm S1}+D_{\scriptscriptstyle \rm III}>\lambda_{\rm 2}=\lambda_{\rm S2}+D_{\scriptscriptstyle \rm III}>\ldots>\lambda_{\rm M}=\lambda_{\rm SM}+D_{\scriptscriptstyle \rm III}>\lambda_{\rm M+l}=\lambda_{\rm N}+D_{\scriptscriptstyle \rm III};$$

diag - one patop, on pedeляющий диагональную матрицу. Индекс <math>S относится к сигнальному подпространству; $\mathbf{V}_{_{\mathrm{II}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{_{M+1}} & \mathbf{V}_{_{M+2}} & \dots & \mathbf{V}_{_{N}} \end{bmatrix}$ — матрица собственных векторов шумового подпространства.

На практике обычно имеют дело с выборками

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^{H}(k) = \hat{\mathbf{V}} \hat{\Lambda} \hat{\mathbf{V}}^{H},$$

где $\hat{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_1 & \hat{\mathbf{V}}_2 & \dots & \hat{\mathbf{V}}_N \end{bmatrix}$, $\hat{\Lambda} = \operatorname{diag} \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_1 & \hat{\lambda}_2 & \dots & \hat{\lambda}_N \end{bmatrix}$, $\hat{\mathbf{V}}_n = \mathbf{V}_n + \boldsymbol{\zeta}_n$ и $\hat{\lambda}_n = \lambda_n + \boldsymbol{\beta}_n$, $\zeta_{\scriptscriptstyle n}$ и $\beta_{\scriptscriptstyle n}$ – ошибки оценивания собственных векторов и собственных значений соответственно.

Метод MUSIC, дальнейшим развитием которого является метод ROOT-MUSIC, основан на анализе спектра [1]

$$S\left(e^{j\omega}\right) = \frac{1}{D\left(e^{j\omega}\right)},\tag{3}$$

где $D(e^{j\omega})$, называемый "нуль"-спектром, определяется выражением

$$D(e^{j\omega}) = \mathbf{a}_0^H(\omega) \left[\sum_{n=M+1}^N \mathbf{V}_n \mathbf{V}_n^H \right] \mathbf{a}_0(\omega).$$

Здесь $\mathbf{a}_0(\omega)$ – опорный (управляющий) вектор волнового фронта

$$\mathbf{a}_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\omega} & e^{j2\omega} & \dots & e^{j(N-1)\omega} \end{bmatrix}^T.$$

Для вычисления спектра (3) необходимо изменять значения $\omega = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$, предварительно определив собственные векторы шумового подпространства. Оценка угловых координат и числа ИИ выполняется в результате последовательного анализа так же, как и при методе МП.

Возможен и другой вариант выражения для $D(e^{j\omega})$, если воспользоваться известным представлением $\mathbf{P}_{\text{III}} = \mathbf{I} - \mathbf{P}_{S}$, где матрицы $\mathbf{P}_{\text{III}} = \sum_{n=M+1}^{N} \mathbf{V}_{n} \mathbf{V}_{n}^{H}$,

$$\mathbf{P}_{S} = \sum_{n=1}^{M} \mathbf{V}_{n} \mathbf{V}_{n}^{H}$$
. В этом случае "нуль"-спектр

$$D(e^{j\omega}) = 1 - \mathbf{a}_0^H(\omega) \left[\sum_{n=1}^M \mathbf{V}_n \mathbf{V}_n^H \right] \mathbf{a}_0(\omega).$$

В методе MUSIC используется положение о том, что сигнальное и шумовое подпространства ортогональны и, следовательно,

$$\mathbf{a}_{0}^{H}(\omega_{i})\mathbf{V}_{n}=0, \quad n=M+1,M+2,...,N,$$

где ω_i — сигнальная пространственная частота, соответствующая сигналу i-го ИИ.

Теоретически при $D(e^{j\omega})=0$ спектр $S(e^{j\omega})$ на сигнальной частоте ω_i должен иметь бесконечное значение. На практике, из-за ошибок оценивания, функция (3) будет иметь конечные значения, но очень острые пики на сигнальных частотах у нее сохранятся.

Таким образом, угловая оценка местоположения ИРИ методом MUSIC определяется путем нахождения вектора пеленгационного (опорного) направления, при введении которого выражение для спектра $S\left(e^{j\omega}\right)$ имеет максимальное значение. При этом процедура определения спектра состоит из трех этапов. На первом этапе по входным данным \mathbf{x} вычисляется корреляционная матрица \mathbf{R} . На втором этапе находится шумовая $\mathbf{V}_{\scriptscriptstyle \parallel}$ или

сигнальная матрица \mathbf{V}_s . На третьем этапе задается некоторое начальное опорное направление \mathbf{r} и, следовательно, начальный вектор \mathbf{a}_0 и для него рассчитывается значение $S\left(e^{j\omega}\right)$. Затем вводятся следующие значения опорных направлений и вычисления повторяются. После построения спектра (3) отыскиваются положения максимумов. По положению последних оцениваются угловые координаты ИИ, а по их числу — количество ИИ.

Известен также алгоритм разрешения, обобщающий алгоритм MUSIC на случай пространственной AP и позволяющий получать асимптотически несмещенные оценки пространственных координат ИИ.

В методе ROOT-MUSIC ортогональность сигнального вектора и собственного шумового вектора используется для нахождения угловых координат ИИ. При этом скалярное произведение этих векторов представляется в виде полинома [1], корни которого содержат информацию о пространственных частотах, по которым определяются угловые координаты ИИ. Формулы для нахождения корней полинома по его коэффициентам существуют только для $N \leq 5$. При большем N необходимо применять численные методы, что вызывает определенные трудности.

1.3. Метод Прони.

Информация об угловой координате ИИ заключена в параметрах амплитудно-фазового распределения падающей на AP волны. В качестве такого параметра часто рассматривают комплексные амплитуды огибающих сигналов, наблюдаемых на выходах АЭ. Применительно к линейной эквидистантной AP совокупность комплексных огибающих может быть объединена в комплексный вектор с компонентами $S_m e^{j(n-1)\omega_m}$. Компоненты этого вектора можно рассматривать как дискретные выборки из комплексной экспоненты, являющейся функцией пространственной координаты и номера n АЭ. Так как в общем случае имеется M ИИ, то результирующий вектор представляет собой сумму векторов комплексных огибающих, каждый из которых отображает амплитудно-фазовое распределение поля одного из ИИ. Таким образом,

результирующий сигнал есть выборочное значение суммы комплексных гармоник с различными частотами, который можно представить следующим образом:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}^{(N,M)} \mathbf{S}^{(M)}(k) + \boldsymbol{\xi}(k), \quad k = \overline{1,K},$$
(4)

где $\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \dots & x_N(k) \end{bmatrix}^T$ — вектор, *n*-й элемент которого $x_n(k)$ комплексная огибающая сигнала на выходе n-го элемента ($n = \overline{1,N}$) AP в k-й дискретный момент времени; $\mathbf{F}^{(N,M)} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1^{(N)} & \mathbf{F}_2^{(N)} & \dots & \mathbf{F}_M^{(N)} \end{bmatrix}$ — матрица амплитуднофазового столбец распределения, т-й которой $\mathbf{F}_{m}^{\scriptscriptstyle (N)} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\omega_{m}} & e^{j2\omega_{m}} & \dots & e^{j(N-1)\omega_{m}} \end{bmatrix}^{T}$ характеризует амплитудно-фазовое распределение поля m-го ИИ ($m = \overline{1, M}$) на выходе элементов AP; $\mathbf{S}^{^{(M)}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1(k) & \mathbf{S}_2(k) & \dots & \mathbf{S}_M(k) \end{bmatrix}^T$ — вектор комплексных огибающих сигналов ИИ, m-й элемент которого $\mathbf{S}_m(k)$ — комплексная огибающая сигнала m-го ИИ в к-й момент времени на выходе элемента АР, находящегося в начале системы координат AP; $\xi(k) = \begin{bmatrix} \xi_1(k) & \xi_2(k) & \dots & \xi_N(k) \end{bmatrix}^T$ – вектор, n-й элемент которого $\xi_{\scriptscriptstyle n}(k)$ — шум на выходе n-го элемента AP в k-й момент времени. Предполагается, что $\xi(k)$ – гауссовский случайный процесс с характеристиками $\langle \xi(k) \rangle = 0$, $\langle \boldsymbol{\xi}(k)\boldsymbol{\xi}^{H}(i)\rangle = D_{\mathbf{m}}\delta_{ki}\mathbf{I}.$

Из выражения (4) следует, что m-я монохроматическая плоская волна, падающая на AP под углом θ_m , после равномерной дискретизации с интервалом d на пространственной апертуре решетки длиной (N-1)d будет иметь форму комплексной экспоненциальной функции $S_m e^{j(n-1)\omega_m}$.

Задача углового оценивания состоит теперь в том, чтобы по выборочным данным (N отсчетам) определить значения пространственных частот отдельных гармоник, а уже по ним угловые координаты ИИ. Эффективным инструментом решения данной задачи является метод Прони, состоящий в представлении выборочных данных посредством линейной комбинации экспоненциальных

функций [1, 2]. С помощью метода Прони осуществляется аппроксимация данных с использованием некоторой детерминированной экспоненциальной модели в противоположность авторегрессионным методам, с помощью которых стремятся приспособить вероятностные модели при представлении статистик второго порядка для имеющихся данных.

Современная версия экспоненциального моделирования, обобщенная и на модели, состоящие из затухающих синусоид, базируется на исходной процедуре Прони. В ней используется анализ по методу наименьших квадратов для приближенной подгонки экспоненциальной модели в тех случаях, когда количество точек данных превышает число, необходимое для подгонки с помощью предлагаемого числа экспоненциальных функций. Одна из модификаций современного метода Прони позволяет использовать чисто синусоидальную модель с незатухающими компонентами.

Решение задачи методом Прони состоит из трех этапов, практическая реализация которых обеспечивается с помощью алгоритмов, приведенных в [31]. На первом этапе определяются параметры линейного предсказания, с помощью которых осуществляется подгонка имеющихся данных. На втором этапе из коэффициентов линейного предсказания формируется полином и определяются его корни, которые будут давать оценки коэффициентов затухания и частот гармоник для каждого экспоненциального члена. На третьем этапе ищется решение системы линейных уравнений, которое дает оценки амплитуд экспонент и начальных фаз синусоид. Третий этап выполняется в случае, когда необходимо оценивать мощности ИИ.

В исходном методе Прони предполагается, что число N используемых отсчетов данных измерений равно числу экспоненциальных параметров. В этом случае возможна точная аппроксимация имеющихся данных суммой экспонент. В действительности число синусоид неизвестно, что приводит к необходимости предварительного определения числа комплексных экспоненциальных функций.

Отметим, что при решении задачи спектрального анализа по методу Прони обычно N больше числа оцениваемых экспоненциальных параметров. Для этого

случая в настоящее время разработаны различные методы оценки числа экспонент [31].

Между методом Прони И спектрального методом анализа cиспользованием авторегрессионного процесса существует тесная связь. Поэтому в тех ситуациях, когда уровень шумов низок, число экспонент p, называемое также числом полюсов применительно к авторегрессионной модели, можно оценить, используя следующие наиболее известные правила выбора порядка модели [31]: по авторегрессионной критерию окончательной ошибки информационному предсказания, ПО критерию Акаике, ПО критерию авторегрессионной передаточной функции. При высоких уровнях шума находят применение три метода, основанные на использовании соответственно нулей полинома линейного предсказания вперед и назад, больших порядков предсказания и разложения по сингулярным числам.

В [1, 2] отмечается, что данные методы оценивания числа ИИ либо не отличаются высокой достоверностью, либо требуют выполнения достаточно сложных вычислений, например определения сингулярных чисел и собственных векторов матриц данных.

В работе [2] для решения исходной системы нелинейных уравнений в задаче Прони предложено использовать метод Берлекэмпа, позволяющий в рамках единой итеративной процедуры определять число неизвестных и их значения. Достоинство метода Берлекэмпа состоит в том, что при его использовании существенно упрощаются вычисления, хотя сама процедура вычислений становится более сложной для понимания, чем в методе Прони.

2. Методы двумерного углового оценивания со сверхразрешением.

Известно [1, 3], что в зависимости от характера, получаемой при определении угловых координат ИИ информации методы и алгоритмы углового оценивания делятся на одномерные и двумерные.

Вначале на основе методов нелинейного спектрального анализа были разработаны алгоритмы оценивания числа и угловых координат ИИ применительно к одномерному угловому оцениванию, однако их обобщение на

двумерный случай натолкнулось на определенные трудности. Объясняется это, в частности, тем, что основная теорема алгебры о корнях полинома, степень которого равна числу ИИ, а его корни однозначно соответствуют их угловым координатам, не имеют прямого аналога в двумерном случае. Одновременно приходится сталкиваться с вычислительными сложностями. Так, учитывая малую ширину максимумов спектральных оценок высокого разрешения, двумерные спектры приходится рассчитывать по большому числу точек, что сопряжено со значительными вычислительными затратами времени на обработку сигналов. Кроме того, имеют место особенности в обработке импульсных сигналов с гармоническим заполнением, характерных для задач радиолокации, а также сигналов ИИ при наличии взаимной корреляции, так как в данном случае невозможно непосредственное применение методов сверхразрешения узкополосных сигналов, поэтому для решения этих сложных задач потребовалась разработка новых и модификация известных алгоритмов.

Следует отметить, что для решения задачи двумерного углового оценивания в БРЛС могут использоваться плоские (с эквидистантным и не эквидистантным размещением АЭ), концентрические кольцевые и кольцевые АР. В общем случае форма плоской АР на практике может быть прямоугольной, круглой и шестиугольной. Концентрические кольцевые АР представляют собой группу кольцевых АР с разными диаметрами и общим центром. Кольцевые антенные решетки могут входить в состав так называемых совмещенных (комбинированных) АР, имеющих в своем излучающем раскрыве два или более типа излучателей, каждый из которых работает в своем частотном диапазоне. В БРЛС кольцевая антенная решетка обеспечивает в пассивном режиме работы радиосигналов установленных на BO источников излучения, формируемых в диапазоне частот, отличном от диапазона частот активной БРЛС.

Для указанных конфигураций антенных систем разработаны различные методы двумерного углового оценивания ИИ, обеспечивающие повышенную разрешающую способность радиолокационных систем по азимуту и углу места.

Далее приводятся общие сведения о методах углового оценивания, которые необходимы при выборе алгоритмов двумерного углового оценивания для БРЛС.

2.1. Плоские антенные решетки.

В [7] предложен способ углового оценивания на основе использования методов сверхразрешения Кейпона и «теплового шума». Рассматривается плоская AP с излучающим раскрывом произвольной формы, содержащая N изотропных излучателей. Пеленгационный рельеф, формируемый AP при использовании методов Кейпона или «теплового шума», описывается соотношением

$$P(\theta,\varphi) = \left[\mathbf{a}^{T}(\theta,\varphi)\mathbf{R}^{-l}\mathbf{a}^{*}(\theta,\varphi)\right]^{-1}$$

где $\mathbf{a}(\theta, \varphi)$ – управляющий вектор АР; \mathbf{R} – корреляционная матрица сигналов; T и * – обозначения операций транспонирования и комплексного сопряжения соответственно; l=1 для метода Кейпона и l=2 для метода «теплового шума»; θ и φ – угол места и азимут соответственно.

Под пеленгационным рельефом понимается зависимость уровня сигнала на выходе AP от направления фазирования, задаваемого управляющим вектором.

Корреляционная матрица при приеме M сигналов может быть записана следующим способом

$$\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I} + \sum_{m=1}^{M} \left\langle U_m^2 \mathbf{s}^* \left(\theta_m, \varphi_m \right) \mathbf{s}^T \left(\theta_m, \varphi_m \right) \right\rangle, \tag{5}$$

где σ^2 — мощность шума в канале AP; U_m^2 — мощность m-го пеленгуемого сигнала ($m=\overline{1,M}$); **I** — единичная матрица размерности N; θ_m , φ_m — направления прихода сигнала m-го пеленгуемого ИРИ; $\langle \bullet \rangle$ — означает операцию усреднения (накопления) по времени.

В общем случае для плоской АР справедливы выражения

$$a_n(\theta,\varphi) = \exp(-jk\sin\theta(x_n\cos\varphi + y_n\sin\varphi)),$$

$$s_n(\theta,\varphi) = \exp(-j\sin\theta_m(x_n\cos\varphi_m + y_n\sin\varphi_m)),$$

в которых $k=2\pi/\lambda$ — волновое число; x_n , y_n — координаты n-го излучателя ($n=\overline{1,N}$).

Методика двумерного углового оценивания в случае применения плоских АР является аналогичной той, что используется при одномерном оценивании [2]. Сначала строится пеленгационный рельеф, затем путем последовательного поиска отыскиваются положения максимумов, позволяющие оценивать угловые координаты ИИ, и далее определяется их число.

2.2. Концентрические кольцевые антенные решетки.

Концентрические кольцевые антенные решетки являются дальнейшим развитием кольцевых АР (КАР).

В [8] для оценивания углового положения ИИ с помощью концентрических КАР предлагается использовать метод MUSIC. Пространственный спектр, согласно этому методу, определяется алгоритмом

$$P_{MUSIC}(\theta,\varphi) = \frac{\mathbf{a}(\theta,\varphi)^{H} \mathbf{a}(\theta,\varphi)}{\mathbf{a}(\theta,\varphi)^{H} \mathbf{V}_{III} \mathbf{V}_{III}^{H} \mathbf{a}(\theta,\varphi)},$$

где $\mathbf{a}(\theta, \varphi)$ – управляющий вектор,

 $\mathbf{V}_{\!\scriptscriptstyle \mathrm{III}}$ – матрица собственных векторов шумового подпространства,

 θ и ϕ – угол места и азимут.

Так как в данном случае антенная система представляет собой комбинацию отдельных КАР, то управляющий вектор для оценивания с концентрической КАР состоит из совокупности управляющих векторов, соответствующих каждой из КАР.

Полагаем, что в состав концентрической КАР входит L КАР, каждая из которых по форме представляет собой окружность с определенным радиусом r_l , где индекс $l=\overline{1,L}$ обозначает номер КАР (на рис. 2 для простоты показаны три КАР). Центры окружностей располагаются в начале выбранной системы координат. В состав l-й КАР входит N_l слабонаправленных равномерно расположенных на окружности АЭ, угол между соседними АЭ равен $\gamma_l=2\pi/N_l$

. Угловое положение n_l -го АЭ l-го кольца относительно линии отсчета азимута составляет $2\pi n_l/N_l$.

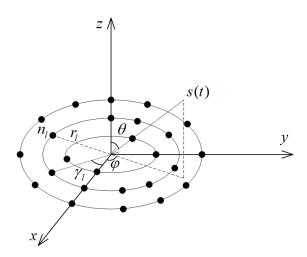


Рис. 2. Геометрия концентрической кольцевой антенной решетки.

С учетом принятых обозначений управляющий вектор концентрической КАР может быть представлен в виде совокупности управляющих векторов отдельных КАР

$$\mathbf{a}_{l}(\theta,\varphi) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{1}(\theta,\varphi) & \mathbf{a}_{2}(\theta,\varphi) & \dots & \mathbf{a}_{Nl}(\theta,\varphi) \end{bmatrix}^{T},$$

где управляющий вектор l-й KAP

$$\mathbf{a}_l(\theta,\varphi) = \begin{bmatrix} e^{j2\pi\hat{r}_l\sin\theta\cos\varphi} & e^{j2\pi\hat{r}_l\sin\theta\cos(\varphi-2\pi/N_l)} & \dots & e^{j2\pi\hat{r}_l\sin\theta\cos(\varphi-2\pi(N_l-1)/N_l)} \end{bmatrix}^T.$$

Здесь $\hat{r}_l = r_l/\lambda$ — нормированный размер радиуса r_l относительно длины волны λ .

Общее число АЭ в концентрической КАР $N=N_1+N_2+\ldots+N_L$.

Увеличение количества АЭ в концентрической КАР обеспечивает более высокое отношение сигнал-шум за счет параллельной обработки сигналов, полученных от АЭ.

Результаты моделирования показали, что геометрия концентрической КАР обеспечивает более высокое угловое разрешение по сравнению с геометрией КАР и требует меньшей физической площади для одинакового количества антенных элементов.

Недостатком рассмотренного метода является то, что при угловом оценивании методом MUSIC с использованием концентрической КАР на пространственном спектре (пеленгационном рельефе) появляются несколько ложных пиков совместно с пиками, соответствующим фактическим координатам ИИ. В [24] предложен способ оценки координат методом MUSIC по азимуту и углу места при появлении ложных пиков на основе алгоритма кластеризации К-means [25]. Проведена оценка вероятности появления ложных пиков посредством имитационного моделирования в зависимости от шумовой обстановки (отношения сигнал-шум). Установлено, что с увеличением апертуры концентрической КАР вероятность возникновения ложных пиков пеленгационного рельефа снижается.

В заключение следует отметить, что концентрическую КАР можно рассматривать также как совокупность нескольких самостоятельных КАР. В результате обработки выходных сигналов АЭ каждой КАР формируются оценки угловых координат ИИ, которые затем подвергаются совместной фильтровой обработке, что позволяет получить объединенные более точные оценки угловых координат. Недостаток этого варианта углового оценивания состоит в том, что разрешается меньшее число ИИ по сравнению с оцениванием при использовании концентрической КАР. Достоинством такой обработки информации является упрощение вычислительных процедур.

2.3. Кольцевые антенные решетки.

Для кольцевых AP разработаны различные методы углового оценивания на основе выходных сигналов слабонаправленных антенных элементов. В качестве примера рассмотрим два достаточно известных метода.

2.3.1. Усовершенствованный метод редукции ранга.

Как известно, при реализации алгоритма MUSIC выполнение процедуры полного двумерного поиск по азимуту и углу места требует значительных вычислительных затрат, что ограничивает его применение в системах реального времени [1]. Одним из возможных решений проблемы быстродействия алгоритма MUSIC стал алгоритм вторичной редукции ранга APP (RARE-Rank

Reduction) [3], который позволяет заменить процедуру полного двумерного поиска на процедуру вычисления корней полинома при сохранении фундаментального свойства разделения пространств сигнала и шума. Алгоритм имеет несколько достоинств. Во-первых, с его помощью удается разделить задачу поиска по двум угловым направлениям на независимое определение положения ИИ вначале по азимуту, а затем уже и по углу места, во-вторых, решение задачи по азимуту сводится, как и в алгоритме ROOT-MUSIC, к надежно алгоритмически и программно обеспеченной, а, следовательно, ставшей простой задаче определения корней комплексного полинома. В-третьих, метод позволяет успешно учитывать взаимные связи между антенными элементами в решетке.

Для APP алгоритм MUSIC является основополагающим. Однако, если MUSIC сохраняет свою работоспособность в случае, когда вычисленное значение ИИ больше заданного, то APP оказывается неработоспособным. Поэтому был разработан комбинированный алгоритм [30], позволяющий сохранить быстродействие APP, при этом обеспечивается устойчивость к априорно неизвестному числу пеленгуемых ИИ. Наиболее подходящим для комбинации с APP является обобщенный алгоритм Кейпона. Для корректной работы комбинированного алгоритма требуется выполнять условие N > 2(M+1), где N- количество антенных элементов, (M+1)- наивысший порядок моды, возбуждаемой в однородной кольцевой AP, M- количество ИИ.

В отличие от оценивания на основе алгоритмов АРР либо Кейпона для получения угловых оценок предлагаемым комбинированным алгоритмом не требуется ни процедура разделения подпространств, ни полный двумерный поиск. Необходимо лишь отображение данных из пространства АЭ в пространство лучей, вычисление обратной корреляционной матрицы данных в пространстве лучей и нахождение корней полинома.

Достоинство предлагаемого сочетания состоит в отсутствии необходимости определении точного числа пеленгуемых ИИ при сохранении

быстродействия, которым обладает АРР по сравнению с алгоритмом двумерного поиска.

Следует отметить, что известен также объединенный алгоритм углового оценивания в пространстве вещественных лучей [3]. Данный алгоритм объединяет два самых мощных современных метода, применяемых при обработке пеленга ИИ: инварианта вращения **ESPRIT** сигналов многосигнальной классификации MUSIC. При этом в обоих алгоритмах основные и наиболее трудоемкие в вычислительном плане операции удалось свести к действиям с вещественными матрицами. В то же время для его реализации приходится использовать однородную кольцевую антенную решетку с увеличенным числом АЭ, что является недостатком данного алгоритма. Кроме того, алгоритм является достаточно громоздким в вычислительном отношении.

2.3.2. Метод l_p —регуляризации.

В [9] для углового оценивания в радиолокационных системах с КАР предлагается применять параметрический метод l_p -регуляризации, относящийся к параметрическим методам многосигнального пеленгования. Для решения задачи углового оценивания параметрическим методом l_p -регуляризации используется математическая модель, характеризующая зависимость комплексных амплитуд огибающих выходов слабонаправленных антенных элементов от амплитуд принимаемых сигналов ИРИ, их азимутов и углов места, вида сигналов, поляризации сигналов ИИ и пространственной конфигурации антенной системы. Эта модель представляет собой систему нелинейных уравнений относительно азимутов, углов места и амплитуд принимаемых сигналов.

В задаче углового оценивания требуется определить для каждого из поступивших сигналов амплитуду U_m , азимут φ_m и угол места θ_m . Какой бы ни был сформирован функционал для перечисленных параметров, сам алгоритм его минимизации будет достаточен сложен. При неудачном выборе начального приближения алгоритм может остановиться в локальном минимуме, т.е. полученные угловые координаты будут неверны.

Поэтому задача оценивания была переформулирована следующим образом. Считается, что задан интервал возможных значений азимутов и углов места. Далее на этих интервалах вводится сетка азимутов и сетка углов места. Это позволяет получить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно вектора неизвестных амплитуд, соответствующих ячейкам сеток, при этом при решении системы уравнений используется метод l_p -регуляризации. Из решения СЛАУ находятся оценки амплитуд на заданных интервалах азимутов и углов места. Таким образом, введение сеток углов решает не только проблему нелинейной зависимости минимизируемого функционала от углов, но и проблему определения количества ИИ.

Недостатком данного метода является зависимость точности углового оценивания от размера (ширины) ячейки. Выбор размера ячейки определяется требованиями к заданной величине (значению) точности углового оценивания.

Отметим, что метод l_p -регуляризации может быть использован для предварительного определения количества ИИ. При этом задача оценивания угловых координат ИРИ с высокой точностью не ставится, что значительно упрощает процедуру углового оценивания и позволяет использовать АР с небольшим числом АЭ. В результате в дальнейшем (на втором этапе оценивания) могут применяться параметрические методы углового оценивания, обеспечивающие достаточно высокую точность точечного оценивания угловых координат ИИ, но требующие для своей реализации наличия априорных сведений о количестве ИИ на текущий момент времени.

2.4. Круглая АР с четырьмя идентичными квадрантами.

Отметим, что в доступных научно-технических источниках практически отсутствуют сведения о методах и алгоритмах углового оценивания со сверхразрешением для радиолокационных систем, антенные системы которых содержат подрешетки.

Известна работа [12], в которой рассматривается задача углового оценивания двух близкорасположенных целей в авиационной радиолокационной головке самонаведения (РГС) с плоской волноводно-щелевой или полосковой

АР круглой формы, состоящей из четырех идентичных квадрантов. Исследуется эффективность нескольких алгоритмов углового оценивания, при этом основное внимание уделено двум алгоритмам. В частности, один из этих алгоритмов основан на использовании метода Прони применительно к линейным эквидистантным АР. Для оценивания угловых координат двух целей, лежащих в одной плоскости, по методу Прони требуется как минимум трехэлементная АР. Поэтому в ортогональных плоскостях пеленгации формируются «виртуальные» трехэлементные линейные АР. Для этого дополнительно осуществляется процедура попарного суммирования выходных сигналов квадрантов, в результате которой образуются сигналы «виртуальных» антенных элементов.

Амплитудные диаграммы направленности всех АЭ при использовании метода Прони должны быть идентичными. При неравенстве амплитудных диаграмм направленности подрешеток виртуальной линейной АР, как это имеет место в данном случае, алгоритм на основе метода Прони обеспечивает приближенную оценку угловых координат целей. Тем не менее, наведение управляемой ракеты «воздух-воздух» на воздушную цель ЭТОМ осуществляется с достаточно высокой точностью. Это подтверждается материалами исследований, посвященных оценке эффективности применения пространственно-временного оценивания на основе метода Прони при «воздух-воздух» активной РΓС наведении управляемых ракет на низколетящую цель в условиях постановки когерентных помех [13]. Недостатком углового оценивания с четырехквадрантной антенной решеткой с использованием метода Прони является возможность разрешения всего лишь двух ИИ.

В результате проведенного сравнительного анализа наилучшим оказался алгоритм сверхразрешения [14, 15], основанный на выполнении операций спектрального оценивания пространственно-временных выборок четырехэлементной плоской АР. В этом алгоритме используется разложение принимаемой пространственной выборки сигналов по двум ортогональным

подпространствам, что позволяет отделить процедуру оценивания угловых координат ИИ от оценивания комплексных амплитуд.

2.5. Плоская АР с суммарным выходом.

В [19] предложен параметрический метод углового оценивания со сверхразрешением, обеспечивающий, в частности, двумерное угловое оценивание пространственного положения воздушных объектов, входящих в состав групповой цели, в котором для определения угловых координат ИИ используется огибающая суммарного сигнала, формируемого на основе выходных сигналов АЭ. При численном поиске приближенного решения двумерной задачи оценивания алгебраическими методами цифровой обработки сигналов определение угловых координат ИИ осуществляется на основе анализа огибающей (амплитуды) принимаемого суммарного сигнала и известной формы узкой диаграммы направленности измерительной системы.

К сожалению, в [19] отсутствуют конкретные математические выражения для модели углового распределения поступающих на вход АР сигналов ИИ, представляемой в виде разложения по конечной системе ортогональных в наблюдаемой области пространства двумерных функций с неизвестными коэффициентами и не приведены рекомендации по выбору необходимого количества этих функций. В результате затрудняется оценка возможностей практического применения данного метода, предусматривающего решение системы линейных алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов, в БРЛС.

При реализации предложенного метода углового оценивания следует также учитывать, что диаграмма направленности плоской AP с суммарным выходным сигналом может быть существенно более узкой, чем ДН антенных элементов. В результате сверхразрешение обеспечивается только в пределах углового сектора, совпадающего с пространственным положением главного лепестка ДН AP. Для наблюдения за воздушной обстановкой в заданной области пространства требуется организовать электрическое либо механическое сканирование суммарной ДН AP.

3. Особенности оценивания угловых координат ИИ в БРЛС при использовании антенных систем с подрешетками.

Как указывалось выше, выбор алгоритмов углового оценивания со сверхразрешением во многом зависит от конфигурации AP, ее геометрических параметров и количества антенных элементов.

В известных алгоритмах углового оценивания предполагается, что выходные сигналы антенных элементов непосредственно подвергаются обработке в устройстве оценивания, включающем каналы усиления и преобразования высокочастотных сигналов. В то же время полностью плоскостные (планарные) АР при большом числе приемных каналов требуют значительных аппаратурных затрат. В АР БРЛС с целью сокращения количества каналов обработки антенные элементы объединяются в подрешетки, выходные сигналы которых используются для оценивания угловых координат ИИ. Часто подрешетки называют модулями.

Для современных БРЛС созданы разные варианты конфигураций модульных AP: плоская с эквидистантным и не эквидистантным размещением модулей, концентрическая кольцевая и кольцевая.

Для указанных конфигураций AP могут быть разработаны соответствующие алгоритмы оценивания азимутов и углов места воздушных целей, основанные на существующих методах оценивания со сверхразрешением. Однако при этом необходимо учитывать особенности построения модульных AP в БРЛС:

- увеличение линейного расстояния между фазовыми центрами антенных модулей по сравнению с расстоянием между антенными элементами;
- отличие диаграмм направленности подрешеток от диаграмм направленности слабонаправленных антенных элементов в величине углового размера.

Кроме того, в известных алгоритмах углового оценивания предполагается, что в антенной системе, представляющей собой плоскую прямоугольную решетку, в каждой строке число АЭ является одинаковым. В БРЛС это условие

не выполняется, поскольку конструкция антенны является близкой к круговой. Это же обстоятельство относится и к антенным системам с подрешетками, имеющими относительно узкую диаграмму направленности в отличие от слабонаправленных антенных элементов.

При построении системы углового оценивания, использующей плоскую модульную AP, можно воспользоваться алгоритмами, приведенными в [7] для случая произвольного (не эквидистантного) расположения AЭ на плоскости.

Для концентрической кольцевой модульной AP целесообразным является применение алгоритмов, предложенных в [8] для концентрической кольцевой AP со слабонаправленными антенными элементами. В частности, из рассмотренных алгоритмов наиболее подходящим является разработанный алгоритм углового оценивания на основе метода MUSIC. Его работоспособность подтверждена экспериментально для концентрической КАP, состоящей из двух колец, содержащих по 10 AЭ, с расстоянием между 4 AЭ 4 A9, для внешнего кольца и 4 A9, для внутреннего кольца.

В свою очередь, для кольцевой модульной AP можно выбрать один из вариантов, приведенных выше алгоритмов углового оценивания для кольцевых AP [9, 30].

При использовании алгоритмов углового оценивания, разработанных для линейных АР, необходимо формирование виртуальной модульной АР, которая может быть получена путем суммирования сигналов всех подрешеток каждого столбца. В результате образуется виртуальная линейная строка, состоящая из объединенных подрешеток столбцов. Особенностью данного подхода является различие в значениях амплитуд радиосигналов на выходах виртуальных подрешеток строки, поступающих от одного и того же ИИ, поскольку число подрешеток в разных столбцах отличаются в силу особенностей конструкции антенной системы. Кроме того, диаграммы направленности виртуальных подрешеток строки в вертикальной плоскости уже, чем ДН реальных подрешеток. В то же время в известных алгоритмах углового оценивания

предполагается, что на выходе слабонаправленных АЭ амплитуды принимаемых сигналов от одного источника излучения одинаковы.

Следует также отметить, что для углового оценивания со сверхразрешением может использоваться результирующий (объединенный) сигнал, получаемый на основе суммирования выходных сигналов всех подрешеток антенной системы. В этом случае для оценивания угловых координат групповой цели можно воспользоваться алгоритмами, приведенными в [19] для ситуации, когда априорно неизвестно количество радиолокационных объектов в составе групповой цели.

Таким образом, в настоящее время известны различные алгоритмы углового оценивания со сверхразрешением, которые могут быть применены в разрабатываемых БРЛС. Однако для принятия окончательного решения о возможности использования этих алгоритмов необходимо определить степень влияния особенностей построения модульных БРЛС на эффективность функционирования углового алгоритмов оценивания, осуществляющих обработку выходных сигналов антенных элементов. В частности, от конфигурации модульной АР и величин расстояния между подрешетками может существенно зависеть вероятность появления ложных пеленгов. Как известно, задача борьбы с ложными пеленгами достаточно остро стоит при угловом оценивании с использованием выходных сигналов антенных элементов концентрических кольцевых АР [7, 11, 25]. В модульных БРЛС также возможно возникновение дифракционных лепестков пеленгационного рельефа, поскольку такое явление наблюдается в плоской разреженной АР [7]. Кроме того, для формирования заданной пространственной зоны радиолокационного наблюдения может потребоваться дополнительная организация электрического или механического сканирования АР. Обусловлено это тем, что в модульной БРЛС размер угловой области местонахождения источников излучения, сигналы которых одновременно принимаются модульной антенной решеткой, меньше, чем у БРЛС, использующей при угловом оценивании непосредственно сигналы, принимаемые слабонаправленными антенными элементами.

Поэтому при выборе рационального варианта построения алгоритма углового оценивания в БРЛС вначале необходимо оценить эффективность функционирования угломерных каналов с рассмотренными выше алгоритмами углового оценивания для разных конфигураций модульных АР. Для этого необходимо провести соответствующие исследования, что позволит выявить возможные негативные последствия, для устранения которых может потребоваться определенная модификация существующих алгоритмов углового оценивания либо разработка новых алгоритмов, учитывающих указанные особенности построения модульной АР.

Из изложенного выше следует, что современный уровень научных знаний, достигнутый в радиоэлектронике, позволяет при создании перспективных бортовых радиолокационных систем с AP успешно решать задачу углового оценивания со сверхразрешением. В то же время, при разработке угломерных устройств БРЛС на основе модульной AP требуется проведение дополнительных исследований с привлечением известных алгоритмов углового оценивания со сверхразрешением.

Заключение.

Для эффективного функционирования БРЛС разработаны различные спектральные и параметрические методы углового оценивания со сверхразрешением. Сравнительный анализ большого числа методов углового оценивания показал, что до сих пор отсутствует метод, превосходящий остальные по всем используемым при сравнительной оценке показателям, который можно рекомендовать для внедрения в перспективные БРЛС.

Выбор метода углового оценивания для решения задачи пеленгования при разработке угломерных систем должен осуществляться с учетом наличия априорной информации об ИИ, имеющейся информации о сигнально-помеховой

обстановке, а также с учетом конфигурации АР, ее геометрических параметров и количества антенных элементов.

В перспективных БРЛС могут использоваться разные варианты конфигураций модульных АР: плоская с эквидистантным и не эквидистантным размещением модулей, концентрическая кольцевая АР и кольцевая АР. Специфика модульных АР заключается в том, что антенные модули обеспечивают наблюдение за ИИ в определенном угловом секторе, размеры которого ограничиваются диаграммой направленности модуля, более узкой чем у слабонаправленных антенных элементов. Кроме того, расстояние между антенными модулями может значительно превосходить расстояние между антенными элементами в обычной АР и при этом существенно превышать размер длины волны. Эти особенности построения антенных систем необходимо учитывать при разработке алгоритмов углового оценивания в БРЛС.

В настоящее время разработаны алгоритмы углового оценивания для плоской АР, концентрической кольцевой АР и кольцевой АР в случае использования в угломерных каналах выходных сигналов антенных элементов. Для определения возможности использования этих алгоритмов в БРЛС с модульными АР необходима разработка конкретных вычислительных процедур, проведение экспериментальных исследований a также ПО оценке работоспособности эффективности функционирования полученных И алгоритмов углового оценивания.

При априорной неопределенности относительно количества ИИ возможно использование двух вариантов решения задачи параметрического углового оценивания в подобной ситуации. При первом варианте предварительно определяется одним из известных способов количество ИИ, например, путем разложения корреляционной матрицы принимаемых АР сигналов на сигнальное и шумовое подпространства.

При втором варианте считается заданным интервал возможных значений азимутов и углов места. Далее на этих интервалах вводится сетка азимутов и сетка углов места. Это позволяет получить систему линейных алгебраических

уравнений (СЛАУ) относительно вектора неизвестных амплитуд, соответствующих ячейкам сеток. При этом решение СЛАУ позволяет определить амплитуды сигналов на заданных интервалах азимутов и углов места. Ячейка сетки, в которой амплитуда сигнала отличается от нуля, соответствует угловым координатам одного из ИИ.

Затем на втором этапе решается задача углового оценивания с помощью выбранного высокоточного параметрического метода.

Финансирование.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №19-08-00060-а и №19-08-01226-а).

Литература

- 1. Меркулов В.И., Дрогалин В.В., Чернов В.С. и др. Защита радиолокационных систем от помех. Состояние и тенденции развития. Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. Москва, Радиотехника. 2003. 416 с.
- 2. Дрогалин В.В., Меркулов В.И., Чернов В.С. и др. Алгоритмы оценивания угловых координат источников излучения, основанные на методах спектрального анализа. *Зарубежная радиоэлектроника*. 1998. №2. С. 3-17.
- 3. Коробков М.А., Петров А.С. Методы и алгоритмы пеленга источников радиоизлучения. Электромагнитные волны и электронные системы. 2015. Т.20. №4. С.3-32.
- 4. Петров А.С., Шауэрман А.К. Спектральные способы оценивания направления источников сигналов в адаптивных АР. *Вестник Сибирского ГУТИ*. 2011. №2. С.53-62.
- Косяков В.М., Свиридов М.А. Сравнительная оценка методов спектрального анализа по совокупности показателей эффективности.
 Электромагнитные волны и электронные системы. 2013. Т.18. №4. С.23-27.

- 6. Сычев М.И. Оценивание числа близко расположенных источников излучения по пространственно-временной выборке. *Радиотехника и электроника*. 1992. Т.37. №10. С.1807-1815.
- 7. Габриэльян Д.Д., Лысенко А.В. Особенности формирования рельефа плоской антенной решеткой пеленгационного при методов сверхразрешения. Успехи использовании современной радиоэлектроники. 2013. Т.67. №8. С.88-93.
- 8. Sendar O.A. High-Resolution-of-Arrival Estimation via Concentric Circular Arrays. *ISRN Signal Processing*. 2013. Vol.2013(3). P.1-8.
- 9. Грешилов П.А., Лебедев А.П., Плохута П.А. Многосигнальная пеленгация источников радиоизлучения на одной частоте как некорректная задача. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2008. №3. С.30-46.
- 10.Сафонова А.В. Эффективность алгоритмов оценивания угловых координат источника радиосигнала при различных методах обработки входных реализаций. *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. 2015. №2. С.54-60.
- 11.Нечаев Ю.Б., Макаров Е.С. Повышение точности пеленгации при использовании сверхразрешающих алгоритмов обработки. *Вестник Воронежского государственного технического университета*. 2008. Т.4. №4. С.59-62.
- 12. Акопян И.Г., Вексин С.И., Чистополов Г.В. Сравнительная оценка методов сверхразрешения, применяемых в радиолокационных головках самонаведения. Сборник докладов юбилейной научно-технической конференции «Авиационные системы в XXI веке». Москва. ФГУП «ГосНИИАС». 2006. С.189-199.

- 13.Сергеев Е.Б., Шароборов А.Д., Липкин Л.М., Шадрин В.Д. Исследование эффективности применения алгоритма пространственновременного оценивания (Prony) при наведении ракет с АРГС на низколетящую цель и цель, ставящую когерентную помеху. Сборник докладов юбилейной научно-технической конференции «Авиационные системы в XXI веке». Москва. ФГУП «ГосНИИАС». 2006. С.210-215.
- 14.Сычев М.И. Оценивание угловых координат близко расположенных источников излучения по пространственно-временной выборке. *Радиоэлектроника*. 1991. №5. С.33-39.
- 15.Сычев М.И. Пространственно-временное оценивание угловых координат близко расположенных угловых координат источников излучения. *Радиотехника и электроника*. 1990. Т.35. №7. С.1504-1513.
- 16. Карташов В.М., Корытцев И.В., Олейников В.Н. и др. Алгоритмы пеленгации беспилотных летательных аппаратов по их акустическому излучению. *Радиотехника*. 2019. Вып.196. С.22-31.
- 17.Лаговский Б.А., Самохин А.Б., Самохина А.С. Формирование изображений радиолокационных целей со сверхразрешением алгебраическими методами. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2014. №8. С.23-27.
- 18.Лаговский Б.А., Чикина А.Г. Регрессионные методы получения сверхразрешения для групповой цели. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2020. Т.74. №1. С.69-76.
- 19.Лаговский Б.А., Шумов И.Ю. Восстановление двумерных изображений источников излучения со сверхразрешением. *Антенны*. 2013. №4. С.60-65.
- 20.Лаговский Б.А. Восстановление изображения групповой цели цифровой антенной решеткой. *Антенны*. 2011. №2(165). С.40-46.
- 21. Чистяков В.А. Сравнительный анализ разрешающей способности методов сверхразрешения MVDR и MUSIC. *Молодой ученый*. 2020. №16(306). С.165-168.

- 22.Сухов И.А., Акимов В.П. Применение алгоритмов «сверхразрешения» к радиопеленгаторной антенной решетке из направленных элементов. *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер.: Информатика. Телекоммуникация. Управление.* 2013. №4(175). С.41-46.
- 23.Шевченко М.Е., Малышев В.Н., Файзуллина Д.Н. Пеленгование источников радиоизлучения в широкой полосе частот с использованием концентрических антенных элементов. *Известия вузов России*. *Радиоэлектроника*. 2018. №6. С.30-40.
- 24. Нечаев Ю.Б., Пешков И.В., Аальмуттар Атхеер Ю.О., Аль Хафаджи Сарманд К.Д. Оценка вероятности появления ложных пиков кольцевых и концентрических антенных решеток при радиопеленгации со сверхразрешением. *Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии.* 2016. №2. С.16-23.
- 25. Coates A., Ng A.Y. Learning Feature Representations with K-Means. *Neural Networks: Tricks of the Trade. Lecture Notes in Computer Science*. 2012. Vol.7700. P.561-580.
- 26.Сычев М.И. Оценивание числа и угловых координат близко расположенных источников излучения по пространственно-временной выборке. *Радиотехника*. 2009. №12. С.64-73.
- 27. Сычев М.И. Оценивание числа и угловых координат близко расположенных источников излучения по выборке на выходе AP с нерегулярной структурой. *Информационно-измерительные и управляющие устройства*. 2011. №2. С.21-29.
- 28. Коробков М.А. Комбинированный алгоритм APP/Кейпона для пеленга множественных целей с помощью однородной кольцевой антенной решетки. *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. 2015. №2. С.28-33.
- 29.Порсев В.И., Гелесев А.И., Красько А.Г. Угловое сверхразрешение с использованием «виртуальных» антенных решеток. Вестник Концерна ВКО «Алмаз-Антей». 2019. №4. С.24-34.

- 30.Лаговский Б.А. Угловое сверхразрешение в двумерных задачах радиолокации. *Радиотехника и электроника*. 2021. №9. С.853-858.
- 31. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. / Под ред. М.С. Рыжика. Москва, Мир. 1990. 265 с.

Для цитирования:

Ильчук А.Р., Каргашин Ю.Д., Меркулов В.И., Чернов В.С. Угловое сверхразрешение в бортовых радиолокационных системах воздушного базирования. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2021. №12. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.12.3