

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.12.10>

УДК: 519.876.5

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫСОКОНАПРАВЛЕННОЙ ЦИФРОВОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ С ПРОСТРАНСТВЕННО- КОРРЕЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

И.М. Орощук, А.Н. Сучков, М.М. Кадочников

Тихоокеанское высшее военно-морское училище им. С.О. Макарова
690062, г. Владивосток, ул. Камский переулок, 6

Статья поступила в редакцию 10 сентября 2023 г.

Аннотация. В статье представлена статистическая модель цифровой антенной решетки с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов. Модель получена на основе критерия Неймана-Пирсона для условий стационарного гауссова распределения выходного процесса при пространственно-корреляционной обработке сигналов. Данная модель позволяет производить численную оценку вероятностных характеристик обнаружения радиолокационного сигнала при различных порядках нелинейной обработки в условиях воздействия естественных радиопомех и может быть рекомендована для исследования и оптимизации построения конфигураций перспективных неэквидистантных цифровых антенных решеток с пространственно-корреляционной обработкой сигналов, обеспечивающих заданную пространственную помехозащищенность радиотехнических систем.

Ключевые слова: цифровая антенная решетка, нелинейная обработка сигналов, пространственно-корреляционный метод обработки сигналов, пространственная селекция, помехоустойчивость, статистическая модель, гауссово распределение, вероятностные характеристики, численное моделирование.

Автор для переписки: Сучков Андрей Николаевич, Suchkov-Andrey-1981@yandex.ru

Введение

В настоящее время наблюдается тенденция увеличения значимости применения антенных решеток (АР) в современных радиотехнических системах (РТС), вследствие чего повышение эффективности их использования является приоритетной и актуальной задачей. Перспективность применения АР определяется их высокими направленными свойствами при минимальном уровне боковых лепестков (УБЛ), обеспечивающих повышенную пространственную помехоустойчивость при сканировании пространства и небольшие габаритные размеры апертуры с минимальным количеством антенных элементов, позволяющие обеспечить заданные тактико-технические характеристики при минимальных экономических затратах на их реализацию.

В основу перспективных направлений построения радиотехнических систем положена технология цифровых антенных решеток (ЦАР), преимущества которых наиболее полно проявляются в процессе приема сигналов [1]. Внедрение ЦАР позволяет реализовывать высокоэффективные антенные системы сложной конфигурации, обрабатывать сигналы в режиме реального времени с высоким пространственным разрешением, при этом используются все преимущества и достоинства технологий цифровой обработки сигналов [2]. Применение ЦАР позволяет дополнительно апробировать совокупность различных методов обработки, характерных для традиционной архитектуры построения РТС, новые методы обработки сигналов и принципы построения апертур АР, которые ранее не могли быть использованы в связи со сложностью их практической реализации.

В частности, большой научный интерес представляют возможности нелинейных методов обработки сигналов и неэквидистантного варианта построения конфигурации АР [3-7]. РТС, реализованные на базе современных ЦАР, согласно исследованиям ряда отечественных и зарубежных ученых [3-7] позволяют улучшить направленные характеристики и снизить УБЛ при использовании меньшей апертуры АР и числа элементов по сравнению с традиционными фазированными АР. Кроме того, предварительный анализ

показал, что применение пространственно-корреляционного метода обработки сигналов в ЦАР как разновидности нелинейной обработки и использование неэквидистантного принципа построения АР дают возможность создания высоконаправленных малогабаритных антенных систем, обладающих повышенной пространственной помехоустойчивостью при малых отношениях уровней сигнал/помеха ($ОСП \leq 1$ на входе антенной системы РТС [8-13].

При практической реализации таких ЦАР, по мнению некоторых специалистов [3, 4], применение нелинейных операций (перемножение, возведение в степень и т.д.) при обработке сигналов ниже уровня помех на входе элементов АР снижает помехоустойчивость РТС, что ограничивает практическое использование данного метода. Однако проведенные исследования опровергают это мнение. На основании этого исследование помехоустойчивости РТС, построенных на базе ЦАР с нелинейным методом обработки сигналов, при обработке малоуровневых радиосигналов ($ОСП < 1$) и использовании более высоких порядков нелинейной обработки является актуальной научной задачей, которой посвящена настоящая статья.

1. Высоконаправленные неэквидистантные цифровые антенные решетки с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов в радиолокационных системах.

К антенным системам с нелинейной обработкой сигнала относят приемные АР, результирующие сигналы в которых формируются, в отличие от классического аддитивного суммирования, путем нелинейных операций над входными сигналами, например произведением, возведением в степень и др. Итоговый сигнал таких антенн пропорционален пространственной функции взаимной корреляции, поэтому их часто называют корреляционными [3, 4]. Широко известны, например, мультипликативный интерферометр, корреляционная решетка Дрейна, схема с многократными операциями корреляций, Чебышевская решетка и др. Применяются и более сложные способы нелинейной обработки, например сочетания перемножения со сложением или

многократное перемножение. Все эти способы позволяют значительно уменьшить апертуру и число антенных элементов в АР, требуемых для получения заданной ДН, и снизить УБЛ [3-7].

Все возможности и принципы построения неэквидистантных или разреженных АР еще не исследованы полностью. При этом главным достоинством неэквидистантных АР считают устранение побочных главных максимумов, уменьшение общего УБЛ при увеличенных расстояниях между элементами и существенном снижении их числа [3].

В работах [8-13] рассмотрен вариант совокупной реализации неэквидистантной радиолокационной ЦАР с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов как разновидности нелинейной обработки. Данная ЦАР представляет собой приемную АР с неэквидистантным расположением элементов (I) в пространстве, включающую блоки предварительной обработки (БПО), многоканальный синхронный аналого-цифровой преобразователь (АЦП), блок фильтрации (БФ), блок временных задержек (БВЗ), блок оценки корреляционных функций (БОКФ), сумматор с возможностью возведения результирующего сигнала в заданную степень (r) и устройство принятия решения (УПР) (рис. 1).

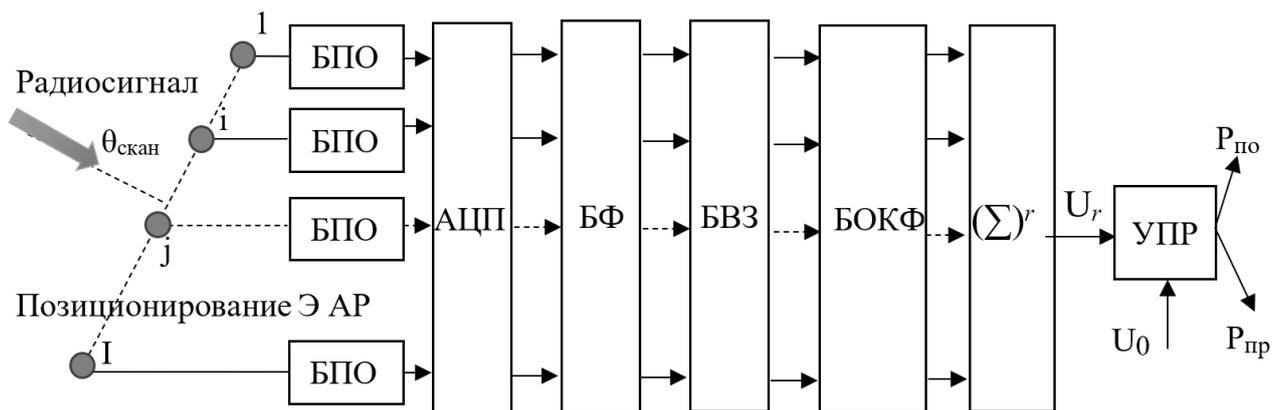


Рис. 1. Высокнаправленная ЦАР с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов.

Принцип работы такой ЦАР заключается в приеме со всех элементов АР радиолокационного сигнала, включающего полезный радиосигнал (далее радиосигнал) и естественные радиопомехи (далее радиопомехи), находящиеся в

зоне обзора ЦАР. Принятое поле радиолокационного сигнала формирует на выходах всех элементов АР напряжения, которые после усиления и предварительной фильтрации в БПО оцифровываются в многоканальном синхронном АЦП, после чего в БФ происходит выделение спектра полезных радиосигналов, которые затем поступают в БВЗ.

В БВЗ осуществляется формирование ДН в заданном направлении сканирования путем виртуального позиционирования всех элементов АР на одну линию, ортогональную направлению сканирования, что обеспечивает когерентную радиолокационную обработку. Для такого позиционирования производится сдвиг массивов оцифрованных сигналов между собой на величины вводимых компенсационных временных задержек (τ_k), соответствующих заданному направлению позиционирования АР ($\tau_k = d \sin \theta_{\text{скан}} / c$, где $\theta_{\text{скан}}$ – угол между линией позиционирования элементов и направлением на элемент относительно фазового центра АР; d – расстояние между элементами; c – скорость света). Таким образом, в ЦАР происходит позиционирование антенных элементов в неэквидистантную линейную АР ортогонально направлению сканирования.

Далее в БОКФ производится оценка функций взаимной корреляции (ФВК) радиосигналов и радиопомех с выходов всех пар элементов АР с последующим их суммированием и возможностью возведения в заданную степень (r). Свертка итогового напряжения на выходе такой ЦАР может быть представлена в виде

$$U = 2 \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j>i}^{I-1} \left[\sigma_{s,i} \sigma_{s,j} \rho_{s,ij}(\tau - \tau_k) + \sigma_{n,i} \sigma_{n,j} \rho_{n,ij}(\tau - \tau_k) \right]^r, \quad (1)$$

где $\sigma_{s,i}$, $\sigma_{s,j}$, $\sigma_{n,i}$, $\sigma_{n,j}$ – среднеквадратические отклонения (СКО) напряжений радиосигналов и радиопомех на выходах i -го и j -го элементов АР; $\rho_{s,ij}(\tau - \tau_k)$, $\rho_{n,ij}(\tau - \tau_k)$ – коэффициенты взаимной корреляции (КВК) напряжений радиосигналов и радиопомех на выходах i -го и j -го элементов АР; τ_k, τ – компенсационные и естественные временные задержки радиосигналов, определяемые вводимой задержкой и разностью времени распространения радиосигнала до элементов АР; I – количество элементов АР; r – порядок

нелинейности, определяемый требуемой пространственной разрешающей способностью ЦАР.

Увеличение порядка нелинейности ЦАР (r) позволяет после предварительного сканирования пространства, в зависимости от сложившейся сигнально-помеховой обстановки, создавать режим пространственной селекции с высоким разрешением за счет сужения главного лепестка (ГЛ) ДН и снижения УБЛ (рис. 2).

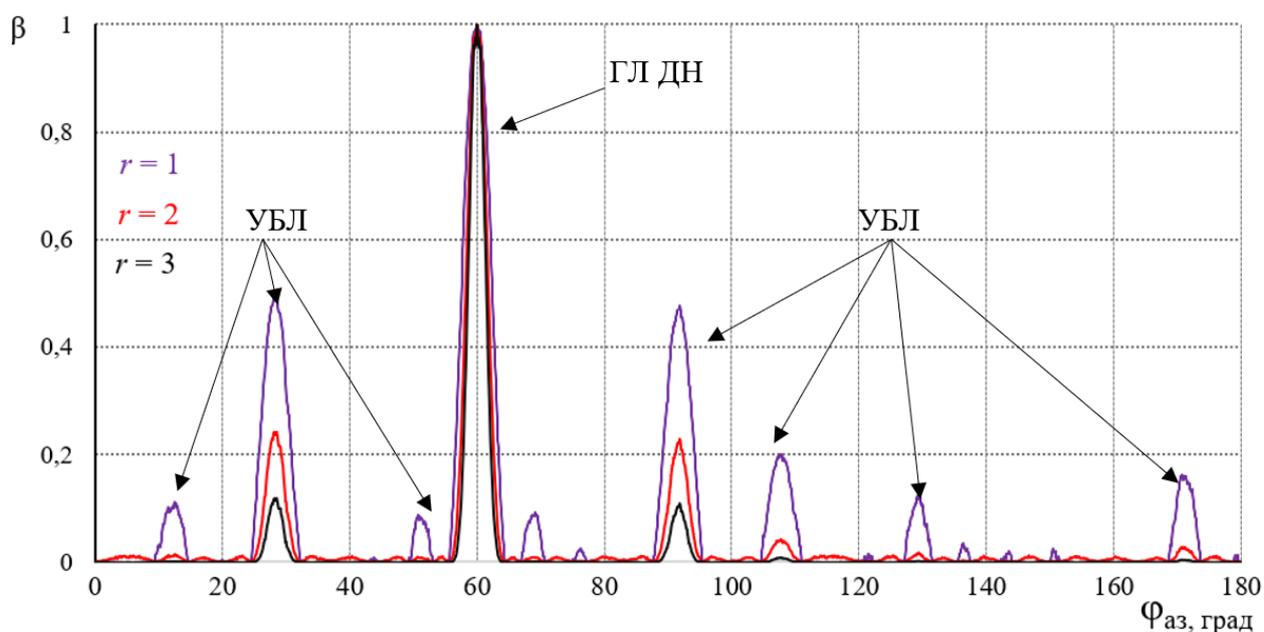


Рис. 2. Нормированная диаграмма направленности 12-элементной неэквидистантной ЦАР с пространственно-корреляционной обработкой сигналов при разных степенях нелинейности.

Как видно из рис. 2, переход на повышенный порядок нелинейности позволяет повысить пространственную помехоустойчивость ЦАР, которая достигается снижением влияния других радиосигналов и радиопомех за пределами ГЛ ДН за счет существенного уменьшения УБЛ.

Результаты численного моделирования показали возможность существенного уменьшения УБЛ ЦАР за счет повышения порядка нелинейности обработки сигналов – до 30 дБ при переходе на третий порядок нелинейности ($r = 23$). Относительное сужение ГЛ ДН при повышении порядка нелинейности составляет не менее 15 %. Это позволяет на практике реализовать высоконаправленные ЦАР с повышенной пространственной

помехоустойчивостью, а следовательно, существенно повысить помехозащищенность РТС в целом. При этом для технологической реализуемости и целесообразности исследуемых ЦАР достаточно использования третьего порядка нелинейности при обработке сигналов ($r \leq 3$).

Известно, что ЦАР с высоким пространственным разрешением позволяют: снижать влияние мешающих отражений в элементе разрешения РЛС; повышать защищенность системы от шума и помеховых сигналов, приходящих с направлений, отличных от направления главного лепестка ДН; улучшать точность определения координат объектов и, следовательно, качество их сопровождения. В идеале ДН должна состоять из узкого главного лепестка с максимальным коэффициентом усиления, в котором боковые лепестки отсутствуют [2].

Решение о наличии или об отсутствии радиосигнала принимается на основе сравнения итогового выходного напряжения БОКФ U_r [см. выражение (1)] с пороговым уровнем U_0 в УПР, определяемым вероятностными характеристиками радиолокационного сигнала (см. рис. 1).

2. Статистическая модель высоконаправленной неэквидистантной цифровой антенной решеткой с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов.

С учетом принципа построения перспективных РТС, построенных на базе неэквидистантной ЦАР с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов (см. рис. 1), для исследования помехоустойчивости разработана статистическая модель процесса пространственно-корреляционной обработки (рис. 3), состоящая из блоков формирования входных параметров и алгоритма моделирования, раскрывающего особенности корреляционной обработки. На выходе модели оцениваются вероятностные характеристики обнаружения радиолокационного сигнала ЦАР.

Входные параметры определяются статистическими моделями входного сигнала. С учетом большой дальности от цели полагается, что в точку приема на

АР падает плоская радиоволна, формирующая на выходе каждого элемента АР напряжение отраженного радиосигнала $s(t)$. В этом случае при присутствии радиолокационного сигнала на входы приемного тракта с элементов АР поступает аддитивная смесь радиосигнала и радиопомехи $z(t) = s(t) + n(t)$, а при его отсутствии – только радиопомеха $n(t)$.

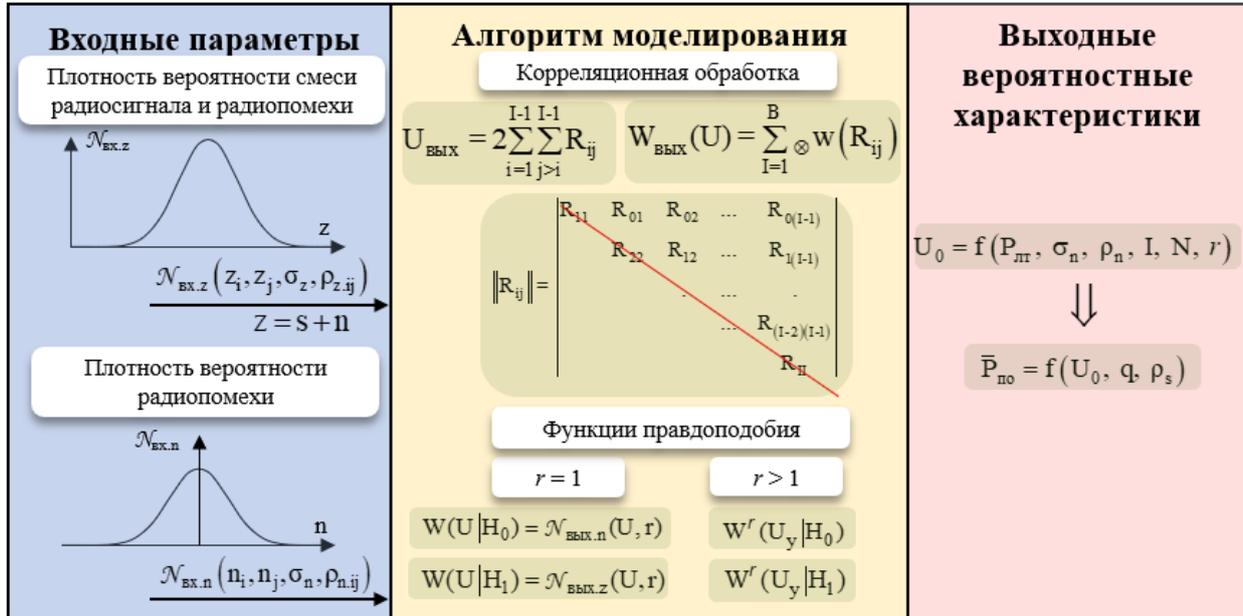


Рис. 3. Статистическая модель высоконаправленной цифровой антенной решетки с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов.

Полагая, что эффективные напряжения радиопомех, определяемые среднеквадратическими отклонениями принимаемого поля σ_n , на выходах элементов в пределах всей апертуры АР равны между собой и все каналы ЦАР идентичны, функция распределения плотности вероятности напряжений радиопомех на выходах всех пар элементов АР определяется выражением

$$N_{вх.n}(\sigma_{n.i}, \sigma_{n.j}) = \frac{1}{2\pi\sigma_n^2\sqrt{1-\rho_{n.ij}^2}} \exp\left(-\frac{\sigma_{n.i}^2 - 2\rho_{n.ij}\sigma_{n.i}\sigma_{n.j} + \sigma_{n.j}^2}{2\sigma_n^2(1-\rho_{n.ij}^2)}\right). \quad (2)$$

Известно, что реальная цель представляет собой совокупность большого числа независимых и случайно расположенных элементов, перемещающихся друг относительно друга и радиолокатора. Следовательно, в силу центральной предельной теоремы суммарный радиосигнал, поступающий в точку приема, представляет собой гауссов случайный процесс с нулевым средним [15], что

подтверждено результатами статистической обработки экспериментальных данных [16].

Результаты также показали, что выходной процесс при пространственно-корреляционной обработке сигналов тоже подчиняется гауссову закону [17].

С учетом идентичности каналов ЦАР радиолокационное поле сформирует на выходах каждой пары элементов АР напряжения с одинаковыми эффективными значениями СКО радиосигналов σ_s , имеющие постоянное значение в пределах всей апертуры АР. В данных условиях плотность распределения выходных напряжений радиосигналов для каждой пары элементов АР будет определяться выражением

$$\mathcal{N}_{\text{вх. s}}(\sigma_{s,i}, \sigma_{s,j}) = \frac{1}{2\pi\sigma_s^2\sqrt{1-\rho_{s,ij}^2}} \exp\left(-\frac{\sigma_{s,i}^2 - 2\rho_{s,ij}\sigma_{s,i}\sigma_{s,j} + \sigma_{s,j}^2}{2\sigma_s^2(1-\rho_{s,ij}^2)}\right). \quad (3)$$

Отсюда распределение вероятности смеси радиосигнала и радиопомехи будет иметь следующий вид:

$$\mathcal{N}_{\text{вх. z}}(z_i, z_j) = \frac{1}{2\pi\sigma_z^2\sqrt{1-\rho_{z,ij}^2}} \exp\left(-\frac{z_i^2 - 2\rho_{z,ij}z_i z_j + z_j^2}{2\sigma_z^2(1-\rho_{z,ij}^2)}\right), \quad (4)$$

где $\rho_{z,ij}$ – коэффициент взаимной корреляции смеси радиосигнала и радиопомехи на выходах i -го и j -го элементов АР; σ_z^2 – дисперсия смеси, $\sigma_z^2 = \sigma_s^2 + \sigma_n^2$.

Таким образом, входные процессы радиопомехи [см. выражение (2)] и смеси радиосигнала и радиопомехи [см. выражение (4)] являются входными параметрами модели.

Алгоритм моделирования определяется корреляционной обработкой сигналов. С учетом обработки цифровых сигналов и равенства нулю математических ожиданий напряжений радиосигнала и радиопомехи напряжение на выходе ЦАР (см. Рис. 1) будет определяться выражением оценки ФВК:

$$R_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N U_{i,m} U_{j,m}, \quad (5)$$

где $U_{i(j),m}$ – величина напряжения m -го отсчета выборки на выходе соответствующего элемента АР; N – объем выборки отсчетов напряжений, используемый для оценки взаимной корреляции.

В процессе корреляционной обработки в ЦАР (см. рис. 1) для повышения помехоустойчивости исключаются диагональные значения корреляционной матрицы ($R_{11}, R_{22} \dots R_{II}$) – дисперсии радиосигналов и радиопомех:

$$\|R_{ij}\| = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{01} & R_{02} & \dots & R_{0(I-1)} \\ & R_{22} & R_{12} & \dots & R_{1(I-1)} \\ & & \cdot & \dots & \cdot \\ & & & \dots & R_{(I-2)(I-1)} \\ & & & & R_{II} \end{vmatrix} \quad (6)$$

В этом случае возникает возможность обнаружения радиолокационных сигналов при малых отношениях ОСП на входе ЦАР за счет пространственной компенсации помех [12, 17, 18].

Из выражения (5) следует, что случайная величина R_{ij} определяется средневыборочным значением произведения выходных напряжений АЦП для каждой пары элементов АР.

В тракте корреляционной обработки ЦАР (см. рис. 1) выполняется операция (5) над вектором случайных процессов $U_{i(j)} = (U_{i(j),1}, U_{i(j),2}, U_{i(j),3}, \dots, U_{i(j),N})$, состоящих из отсчетов мгновенных значений напряжений с выходов каждой пары элементов АР, на протяжении интервала стационарности. В силу ограниченности длительности стробирующих импульсов полагается, что принимаемый сигнал является стационарным [2], что допускает использовать в разработанной модели стационарные процессы.

Для упрощения вычисления плотности распределения случайной величины R_{ij} используется преобразование

$$U_i U_j = \left[(U_i + U_j)^2 - (U_i - U_j)^2 \right] / 4, \quad (7)$$

из которого следует, что композицию распределения произведения вероятности случайных величин можно представить в виде сверток распределений напряжений U_i и U_j .

С учетом выражений (5) и (7) получены плотности вероятностей оценки ФВК для одной пары элементов.

При наличии на входе ЦАР только радиопомехи распределение плотности вероятности определяется выражением [12, 13]

$$w_n(R_{ij}) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi D_n}} e^{-\frac{(R_{ij}-M_n)^2}{2D_n}}, \quad (8)$$

где M_n – математическое ожидание напряжения радиопомехи на выходе одной пары элементов, $M_n = 2\rho_n\sigma_n^2$; D_n – дисперсия напряжения радиопомехи на выходе одной пары элементов при объеме выборки N , $D_n = \frac{4\sigma_n^4(1+\rho_n^2)}{N}$.

При наличии смеси радиосигнала и радиопомехи плотность распределения оценки ФВК определяется выражением [12, 13]

$$w_z(R_{ij}) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi D_z}} e^{-\frac{(R_{ij}-M_z)^2}{2D_z}}, \quad (9)$$

где M_z – математическое ожидание напряжения смеси радиосигнала и радиопомехи на выходе одной пары элементов АР при выборке, равной N , $M_z = 2(\rho_s\sigma_s^2 + \rho_n\sigma_n^2)$; D_z – дисперсия напряжения на выходе одной пары

элементов при выборке, равной N , $D_z = \frac{4\left[(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)^2 + (\rho_s\sigma_s^2 + \rho_n\sigma_n^2)^2\right]}{N}$.

Обобщённое напряжение на выходе ЦАР определяется суммой напряжений ФВК со всех пар элементов АР:

$$U = \sum_{b=1}^B R_b, \quad (10)$$

где R_b – напряжение радиосигнала на выходе b -й пары АР; B – количество всех пар корреляторов АР, $B = I^2 - I$, на основании чего плотность вероятностей

суммарного радиосигнала определяется каскадной сверткой гауссовых распределений (8) и (9):

$$W(U) = \underbrace{w(R_{12}) * w(R_{13}) * \dots * w(R_{ij}) * \dots * w(R_{I(I-1)})}_B, \quad (11)$$

где U – амплитуда радиосигнала на выходе сумматора (на входе УПР); $w(R_{ij})$ – функция распределения случайного процесса на выходе одного коррелятора.

Известно, что композиция гауссовых распределений также является гауссовой функцией [12, 13, 19]; в результате при отсутствии радиосигнала плотность распределения выходного напряжения ЦАР будет определяться выражением

$$W_n(U) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{n\Sigma}}} e^{-\frac{(U-M_{n\Sigma})^2}{2D_{n\Sigma}}}, \quad (12)$$

где $M_{n\Sigma}$ – математическое ожидание напряжения на выходе сумматора при наличии на входе только радиопомехи, $M_{n\Sigma} = \sum_j \sum_i M_{n,ij} = 4\sigma_n^2 \sum_{i<j} \rho_{n,ij}$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, I}$;

$D_{n\Sigma}$ – дисперсия напряжения на выходе сумматора при наличии на входе только радиопомехи, $D_{n\Sigma} = \sum_j \sum_i D_{n,ij} = \frac{4\sigma_n^4}{N} \left(B + 2\sum_{i<j} \rho_{n,ij}^2 \right)$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, I}$.

В случае присутствия во входном процессе радиолокационного сигнала плотность вероятности выходного напряжения ЦАР будет равна

$$W_z(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{z\Sigma}}} e^{-\frac{(U-M_{z\Sigma})^2}{2D_{z\Sigma}}}, \quad (13)$$

где $M_{z\Sigma}$ – математическое ожидание напряжения смеси радиосигнала и радиопомехи на выходе сумматора, $M_{z\Sigma} = \sum_j \sum_i M_{z,ij} = 4\sum_{i<j} (\rho_{s,ij}\sigma_s^2 + \rho_{n,ij}\sigma_n^2)$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, I}$; $D_{z\Sigma}$ – дисперсия напряжения смеси радиосигнала и радиопомехи на

выходе сумматора,
$$D_{z\Sigma} = \sum_j \sum_i D_{z,ij} = \frac{4}{N} \left[B(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)^2 + 2 \sum_{i \leq j} (\rho_{s,ij} \sigma_s^2 + \rho_{n,ij} \sigma_n^2)^2 \right],$$

 $i = \overline{1, I}, j = \overline{1, I}.$

В силу неравнозначности ошибок первого рода (вероятности ложной тревоги) и второго рода (вероятности пропуска цели) и в связи с неизвестными априорными данными о цели для радиолокационных систем оценка эффективности обнаружения цели производится по критерию Неймана-Пирсона [13, 20], который максимизирует вероятность правильного обнаружения $P_{по}$ при фиксированной вероятности ложной тревоги $P_{лт}$.

Вероятностные оценки $P_{по}$ и $P_{лт}$ определены на основании полученных плотностей вероятности на входе устройства принятия решения (см. рис. 1).

Принцип принятия решения заключается в сравнении результата обработки выходного напряжения ЦАР U_r [см. выражение (1)] с пороговым уровнем U_0 . Если выходной процесс U_r превышает порог U_0 , то принимается решение об обнаружении радиосигнала, в противном случае – об его отсутствии во входном процессе (см. рис. 1).

Исходя из полученных плотностей вероятности выходного процесса ЦАР [см. выражения (12) и (13)] функции правдоподобия для данного алгоритма принятия решения будут определяться выражениями:

$$W(U|H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{n\Sigma}}} e^{-\frac{(U-M_{n\Sigma})^2}{2D_{n\Sigma}}}; \quad (14)$$

$$W(U|H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{z\Sigma}}} e^{-\frac{(U-M_{z\Sigma})^2}{2D_{z\Sigma}}}, \quad (15)$$

где H_0 – гипотеза об отсутствии радиосигнала; H_1 – гипотеза о наличии радиосигнала.

Тогда из выражения (14) вероятность ложной тревоги определяется формулой

$$P_{лт} = \int_{U_0}^{\infty} W(U|H_0) dU = \int_{U_0}^{\infty} e^{-\frac{(U-M_{n\Sigma})^2}{2D_{n\Sigma}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{n\Sigma}}} dU = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{U_0 - M_{n\Sigma}}{\sqrt{2D_{n\Sigma}}} \right) \right], \quad (16)$$

где U_0 – пороговое напряжение УПР, определяющее требуемую вероятность ложной тревоги $P_{лт}$; erf – интеграл вероятностей, $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

Из данного выражения значение порогового напряжения УПР примет вид

$$U_0 = \sqrt{2D_{n\Sigma}} \operatorname{erf}^{-1}[1 - 2P_{лт}] + M_{n\Sigma} = 4\sigma_n^2 \left(\operatorname{erf}^{-1}[1 - 2P_{лт}] \sqrt{\frac{\frac{B}{2} + \sum_{i \leq j} \rho_{n,ij}^2}{N} + \sum_{i \leq j} \rho_{n,ij}} \right), \quad (17)$$

где erf^{-1} – обратная функция интеграла вероятностей.

Из формул (16) и (17) относительное значение порогового напряжения при различных параметрах системы обнаружения определяется выражением

$$\frac{U_0}{\sigma_n^2} = 4 \left(\operatorname{erf}^{-1}[1 - 2P_{лт}] \sqrt{\frac{1}{N} \left(0,5B + \sum_{i \leq j} \rho_{n,ij}^2 \right)} + \sum_{i \leq j} \rho_{n,ij} \right). \quad (18)$$

На основании выражения (15) определена вероятность пропуска цели:

$$P_{пр} = \int_{-\infty}^{U_0} W(U|H_1) dU = \int_{-\infty}^{U_0} e^{-\frac{(U-M_{z\Sigma})^2}{2D_{z\Sigma}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{z\Sigma}}} dU = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{U_0 - M_{z\Sigma}}{\sqrt{2D_{z\Sigma}}} \right) \right]. \quad (19)$$

Отсюда с учетом формулы (17) имеем

$$P_{пр} = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2D_{n\Sigma}} \operatorname{erf}^{-1}[1 - 2P_{лт}] + M_{n\Sigma} - M_{z\Sigma}}{\sqrt{2D_{z\Sigma}}} \right) \right). \quad (20)$$

Подставив из формул (12) и (13) в выражение (20) соответствующие значения дисперсий и математических ожиданий получим выражение для вероятности пропуска цели, являющейся *выходной характеристикой модели*:

$$P_{\text{пр}} = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\operatorname{erf}^{-1}[1 - 2P_{\text{лт}}] \sqrt{\frac{B}{2} + \sum_{i \leq j} \rho_{n,ij}^2} - \sqrt{N} q^2 \sum_{i \leq j} \rho_{s,ij}}}{\sqrt{\frac{B}{2} (q^2 + 1)^2 + \sum_{i \leq j} (q^2 \rho_{s,ij} + \rho_{n,ij})^2}} \right) \right), \quad (21)$$

где $q = \frac{\sigma_s}{\sigma_n}$ – отношение эффективных напряжений сигнала и помехи на входе ЦАР.

С учетом того, что каждая реализация КВК радиопомех в ВЧ диапазоне носит случайный характер [8-10, 13, 13, 17, 18, 21, 22], помехоустойчивость ЦАР с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов будет определяться средней вероятностью правильного обнаружения по нескольким реализациям КВК. Однако с учетом стационарности процесса при использовании нескольких элементов в АР в одной реализации выполняется усреднение нескольких возможных значений КВК. На этом основании для оценки средней вероятности правильного обнаружения (при числе элементов более 3) можно приближенно использовать одну реализацию КВК радиопомех $\bar{P}_{\text{по}} = 1 - \bar{P}_{\text{пр}}$ [13, 18].

Таким образом, на основе разработанной статистической модели получено выражение (21), позволяющее оценить вероятность обнаружения радиосигнала при известных характеристиках входных радиолокационных сигналов.

3. Вероятностные характеристики ЦАР при повышенном порядке нелинейной обработки сигналов.

При переходе ЦАР в режим пространственной селекции с высоким разрешением, достигаемым увеличением порядка нелинейности ($r > 1, r \in \overline{2, 3}$) выходного напряжения [см. выражение (1)], получено следующее соответствие:

$$U_y = \varphi(U_x), \quad (22)$$

где U_x – выходное напряжение ЦАР при первом порядке нелинейности, $r = 1$; U_y – выходное напряжение ЦАР высокого порядка нелинейности, $r > 1$; $\varphi(U_x) = U_x^r$ – степенная функция, повышающая порядок нелинейности выходного напряжения ЦАР.

Отсюда обратная функция имеет следующий вид:

$$U_x = \psi(U_y), \quad (23)$$

где $\psi(U_y) = \sqrt[r]{U_y}$ – функция, обратная степенной.

Для определения плотности вероятности нелинейной функции $\varphi(U_x)$ при известной плотности вероятности $W(U_x)$ [см. выражения (12) и (13)] вычислим плотность вероятности $W(U_y)$.

Так как выходное напряжение ЦАР [см. выражение (1)] в режиме пространственной селекции с высоким разрешением является степенной монотонно убывающей функцией ($U_y = \varphi(U_x) = U_x^r$), то в соответствии с формулой (23) имеем

$$W(U_y) = W[\psi(U_y)]|\psi'(U_y)|, \quad (24)$$

где $\psi'(U_y)$ – производная функции $\psi(U_y)$: $\psi'(U_y) = \left(\sqrt[r]{U_y}\right)' = \frac{1}{rU_y^{(r-1)/r}}$.

С учетом выражений (12), (13) и (24) получим плотности распределения выходного напряжения ЦАР в режиме пространственной селекции с высоким порядком нелинейности при наличии только радиопомехи $W_n(U_y)$ и смеси радиолокационного сигнала и радиопомехи $W_z(U_y)$:

$$W_n(U_y) = \frac{1}{rU_y^{(r-1)/r} \sqrt{2\pi D_{n\Sigma}}} e^{-\frac{(\sqrt[r]{U_y} - M_{n\Sigma})^2}{2D_{n\Sigma}}}; \quad (25)$$

$$W_z(U_y) = \frac{1}{rU_y^{(r-1)/r} \sqrt{2\pi D_{z\Sigma}}} e^{-\frac{(\sqrt[r]{U_y} - M_{z\Sigma})^2}{2D_{z\Sigma}}}. \quad (26)$$

На основе этих выражений функции правдоподобия примут вид:

$$W(U_y | H_0) = \frac{1}{rU_y^{(r-1)/r} \sqrt{2\pi D_{n\Sigma}}} e^{-\frac{(r\sqrt{U_y} - M_{n\Sigma})^2}{2D_{n\Sigma}}}; \quad (27)$$

$$W(U_y | H_1) = \frac{1}{rU_y^{(r-1)/r} \sqrt{2\pi D_{z\Sigma}}} e^{-\frac{(r\sqrt{U_y} - M_{z\Sigma})^2}{2D_{z\Sigma}}}. \quad (28)$$

Тогда вероятности ложной тревоги и пропуска цели для рассматриваемого режима ЦАР определяются следующими зависимостями:

$$P_{лт}(r) = \int_{U_{y,0}}^{\infty} W(U_y | H_0) dU_y = \int_{U_{y,0}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{(r\sqrt{U_y} - M_{n\Sigma})^2}{2D_{n\Sigma}}}}{rU_y^{(r-1)/r} \sqrt{2\pi D_{n\Sigma}}} dU_y; \quad (29)$$

$$P_{пр}(r) = \int_{-\infty}^{U_{y,0}} W(U_y | H_1) dU_y = \int_{-\infty}^{U_{y,0}} \frac{e^{-\frac{(r\sqrt{U_y} - M_{z\Sigma})^2}{2D_{z\Sigma}}}}{rU_y^{(r-1)/r} \sqrt{2\pi D_{z\Sigma}}} dU_y, \quad (30)$$

где $U_{y,0}$ – пороговое напряжение УПР в режиме повышенного пространственного разрешения, определяющее требуемые вероятностные характеристики,

$$U_{y,0} = U_0^r \rightarrow U_0 = \sqrt[r]{U_{y,0}}.$$

После вычисления интегралов выражения (29) и (30) примут вид:

$$P_{лт}(r) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt[r]{U_{y,0}} - M_{n\Sigma}}{\sqrt{2D_{n\Sigma}}} \right) \right]; \quad (31)$$

$$P_{пр}(r) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt[r]{U_{y,0}} - M_{z\Sigma}}{\sqrt{2D_{z\Sigma}}} \right) \right]. \quad (32)$$

Так как $U_0 = \sqrt[r]{U_{y,0}}$, очевидно, что полученные вероятностные характеристики обнаружения радиолокационного сигнала $P_{лт}(r)$ и $P_{пр}(r)$ ЦАР в режиме пространственной селекции с высоким порядком нелинейности [см. выражения (31) и (32)] полностью соответствуют вероятностным

характеристикам обнаружения при первом порядке нелинейности $P_{лт}$ и $P_{пр}$ [см. выражения (16) и (19)].

Принцип принятия решения в режиме пространственной селекции с высоким порядком нелинейности аналогичен. Он заключается в сравнении результата обработки выходного напряжения ЦАР U_y с повышенной степенью нелинейности обработки ($r > 1$) [см. выражение (1)] с порогом $U_{y,0}$.

Если выходной процесс U_y превышает порог $U_{y,0}$, то принимается решение об обнаружении радиосигнала, в противном случае – об его отсутствии во входном процессе (рис. 4).

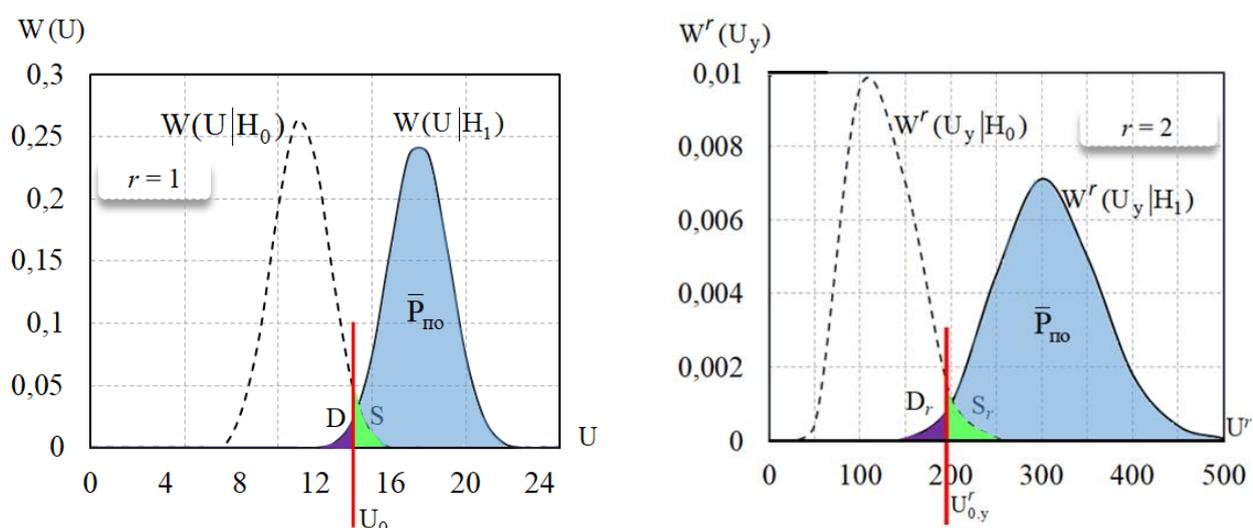


Рис. 4. Вероятностные характеристики обнаружения радиолокационного сигнала ЦАР с нелинейным методом обработки сигналов:
 а – режим первого порядка нелинейности выходного напряжения ($r = 1$);
 б – режим пространственной селекции ЦАР с высоким разрешением ($r > 1$).

Из рис. 4 видно, что при выборе соответствующих пороговых напряжений $U_{y,0} = U_0^r$, с учетом изменения функций правдоподобия при переходе на более высокий порядок нелинейности ($r > 1$) $W_n(U) \rightarrow W_n(U_y)$, $W_z(U) \rightarrow W_z(U_y)$, сохраняется равенство вероятностных характеристик:

- вероятности ложных тревог $P_{лт} = P_{лт}(r)$, которые определяются равенством площадей $S = S_r$;

– вероятности пропуска цели $P_{\text{пр}} = P_{\text{пр}}(r)$, которые определяются равенством площадей $D = D_r$.

Следовательно, вероятностные характеристики обнаружения радиолокационного сигнала ЦАР с нелинейным методом обработки сигналов для различных порядков нелинейности не меняются; изменению подвергаются функции правдоподобия и значения пороговых напряжений.

Заключение

Таким образом, полученная статистическая модель ЦАР с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов позволяет производить численную оценку вероятностных характеристик обнаружения радиолокационного сигнала для различных порядков нелинейной обработки. Исследования показали, что повышение порядка нелинейности при пространственно-корреляционной обработке сигналов позволяет значительно повысить пространственную помехоустойчивость за счет существенного подавления УБЛ (на порядок и более), при этом вероятностные характеристики обнаружения радиолокационного сигнала в направлении ГЛ ДН не изменяются. Следовательно, применение в ЦАР пространственно-корреляционного метода обработки сигналов с возможностью повышения порядка нелинейности позволит создать перспективные малогабаритные высоконаправленные РТС с повышенной пространственной помехоустойчивостью.

Литература

1. Григорьев Л.Н. Цифровое формирование диаграммы направленности в фазированных антенных решетках. Москва, Радиотехника, 2010.
2. Фабрицио Джузеппе А. Высокочастотный загоризонтный радар: основополагающие принципы, обработка сигналов и практическое применение. Москва, Техносфера, 2018. 936 с.
3. Хансер Р.К. Сканирующие антенные системы. Москва, Советское радио, 1966.
4. Бенесон Л.С. Антенные решетки. Москва, Советское радио, 1966. 367 с.

5. Y. Tang, B. Jiang, T. Zhou and T. Mao. Multi-resolution composite array based radar with adaptive beamforming. IET International Radar Conference 2015, 14-16 Oct. 2015, pp. 1-4.
6. L.C. Stange, C. Metz, E. Lissel and A.F. Jacob. Multiplicatively processed antenna arrays for DBF radar applications. IEE Proceedings – Microwaves, Antennas and Propagation, 2002. Volume 149, Issue 2, pp. 106-112.
7. Weib, M. (2009) Digital Antennas, In Multistatic Surveillance and Reconnaissance: Sensor, Signals and Data Fusion (pp. 5-1 – 5-29). Educational Notes RTO-EN-SET-133, Paper 5. Neuilly-sur-Seine, France: RTO. Available from: www.rto.nato.int/abstracts.asp (date of access: 26.11.16).
8. Орощук И.М., Сучков А.Н., Василенко А.М. Пространственно-корреляционных метод обработки сигналов в неэквилидистантных цифровых антенных решетках. XVII Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и их применение» Российское НТОРЭС им. А.С. Попова «Обработка сигналов в радиотехнических системах». Москва. 2015. С.385-389.
9. Орощук И.М., Сучков А.Н. Пространственно-корреляционный метод обработки сигналов декаметрового диапазона. 16-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение». Москва, РНТОРЭС им. А.С. Попова. 2014. С.302-305.
10. Орощук И.М., Сучков А.Н., Василенко А.М. Пространственно-корреляционные свойства радиосигналов декаметровых волн. Электросвязь. 2015. № 7. С. 34-39.
11. Орощук И.М., Долгих В.Н., Сучков А.Н. Вероятностные характеристики пространственно-корреляционного метода обнаружения сигналов в декаметровом диапазоне. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2013. № 12. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/iso/dec13/5/text.html>
12. Dolgikh V.N., Oroshchuk I.M., Prishchepa M.N. Probabilistic Characteristics of Signal Detection by a Spatial Correlation Filter. Acoustical Physics. 2007(53); 2:190-196. New York (in Engl.).

13. Орощук И.М., Сучков А.Н. Возможности применения нелинейных цифровых антенных решеток в декаметровом диапазоне. Вестник Инженерной школы ДВФУ. 2015. № 2. С. 17-26.
14. Орощук И.М., Сучков А.Н., Мельник С.Л., Соловьев М.В. Вероятностная оценка обнаружения радиолокационного сигнала цифровой антенной решеткой с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 6. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jun19/2/text.pdf>
15. Зюко А.Г. Помехоустойчивость и эффективность систем связи. Москва, Связь, 1972.
16. Бакут П.А. Большаков И.А. Тартаковский Г.П. Вопросы статистической теории радиолокации. Москва, Сов. радио, 1964. 425 с.
17. Орощук И.М., Сучков А.Н., Жариков-Горский В.А. Методы синтеза цифровых антенных решеток декаметрового диапазона с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов. Владивосток, ТОВВМУ. 2019. 188 с.
18. Сучков А.Н., Орощук И.М., Соловьев М.В., Мельник С.Л. Метод компенсации поля естественных радиопомех в цифровых антенных решетках с нелинейной обработкой сигналов. Морские интеллектуальные технологии. 2020. №1(47), Т.2. С.157-162.
19. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Москва, Сов. Радио, 1968.
20. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. Москва, Радио и связь, 1982.
21. Орощук И.М., Сучков А.Н. Жариков-Горский В.А. Моделирование пространственно-корреляционных характеристик поля радиосигналов и радиопомех в цифровых антенных решетках декаметровых радиоэлектронных систем. Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2017. № 3. С. 60-68.

22. Орощук И.М., Сучков А.Н., Васильев М.А. Метод моделирования отклика цифровых антенных решеток с пространственно-корреляционным методом обработки сигналов. Международная конференция «Техническая эксплуатация водного транспорта: проблемы и пути развития». Петропавловск-Камчатский. 2019. С.111-116.
23. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Москва, Высшая школа, 2006. 575 с.

Для цитирования:

Орощук И.М., Сучков А.Н., Кадочников М.М. Статистическая модель высоконаправленной цифровой антенной решетки пространственно-корреляционным методом обработки сигналов. // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – №. 12. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.12.10>