

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.12.12>

УДК: 537.876

ВРЕМЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В ОБЛАСТИ ДЕСТРУКТИВНОЙ ДВУХЛУЧЕВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Н.С. Бухман

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, д.244

Статья поступила в редакцию 3 июня 2024 г.

Аннотация. Рассмотрена временная зависимость суммарного сигнала двух точечных дипольных излучателей электромагнитных волн, излучающих одинаковые квазимонохроматические сигналы (двухлучевая интерференция). Показано, что временная зависимость огибающей суммарного сигнала близка к временной зависимости огибающей сигнала одного излучателя с точностью до некоторого времени задержки. Это время задержки изменяется в пределах от обычного (геометрического) времени задержки на светлых полосах интерференционного поля (область конструктивной интерференции) до уменьшенного в два раза по сравнению с геометрическим на темных полосах (область деструктивной интерференции). В промежуточных точках интерференционного поля время задержки оказывается комплексным, то есть сигнал не только сдвинут во времени, но и искажен.

Ключевые слова: двухлучевая интерференция, групповая скорость, сверхсветовая скорость, прогнозирование.

Автор для переписки: Бухман Николай Сергеевич, nik3142@yandex.ru

Введение

В данной работе рассмотрен вопрос о временной зависимости квазимонохроматического сигнала, излучаемого двумя идентичными соосными точечными электрическими дипольными излучателями электромагнитной волны (то есть дипольными излучателями, размеры которых пренебрежимо малы в сравнении с длиной волны излучения, см. рис. 1). Можно считать, что решается задача об излучении вертикального электрического диполя над плоской идеально проводящей поверхностью [1, рис. 12.3]. Ясно, что в этом случае имеет место интерференция излучения собственно диполя и его зеркального «изображения», и все пространство распадается на зоны конструктивной и деструктивной интерференции [1-3]. Поскольку интерферирующие сигналы нестационарны, имеет смысл вопрос о временной зависимости суммарного сигнала в различных точках интерференционного поля. Очевидно, что в зонах конструктивной интерференции временная зависимость суммарного сигнала практически совпадает (с точностью до «геометрической» фазы и «геометрического» времени задержки) с временной зависимостью излучаемого сигнала. В зонах же деструктивной интерференции (представляющих собой семейство гиперболоидов вращения, фокусы которых совпадают с двумя точечными диполями) временная зависимость суммарного сигнала, как оказывается, может существенно отличаться от исходной. Именно эта временная зависимость и является основным предметом рассмотрения данной работы.

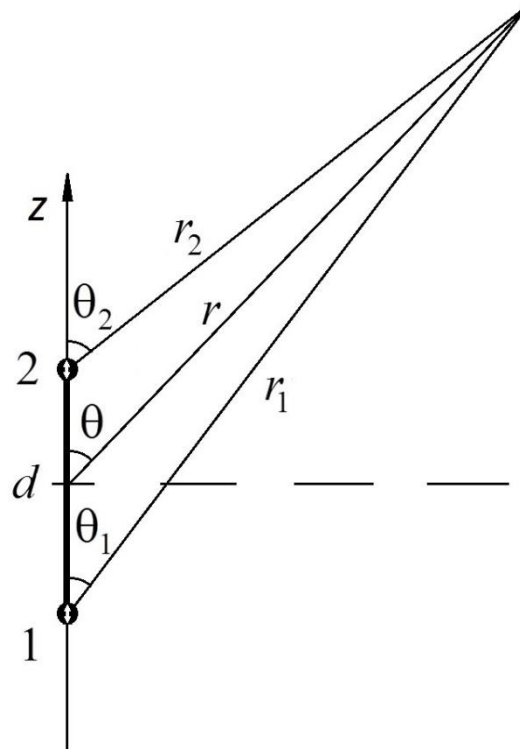


Рис. 1. Геометрия задачи. Цифрой 2 обозначен точечный вертикальный электрический диполь, расположенный над идеально проводящей плоскостью (она обозначена штриховой линией). Цифрой 1 обозначено «изображение» этого диполя. Расстояние между диполем и его «изображением» – d , между диполем и проводящей плоскостью – $2d/2$. Ось z проходит через диполь и его изображение вертикально вверх.

1. Основные результаты

Рассмотрим суммарное поле, создаваемое вертикальным точечным электрическим диполем над плоской идеально проводящей поверхностью (см. рис. 1). Очевидно (см. [1], ф. (3.4) на стр. 363 и ф. (4.5) на стр. 366), что при выполнении условий $kr_{1,2} \gg 1$ для медленно меняющейся комплексной амплитуды магнитного поля имеем:

$$H_{\varphi} = \left(u_0(t - r_1/c) \exp(ikr_1)/r_1^2 + u_0(t - r_2/c) \exp(ikr_2)/r_2^2 \right) r \sin \theta. \quad (1)$$

В (1) $u_0(t)$ – медленно меняющаяся амплитуда передаваемого отдельным диполем сигнала, $k = \omega/c$, ω – несущая частота (предполагается временная

зависимость всех величин типа $\text{Re}(H_\varphi(r, \theta, \varphi, t)\exp(-i\omega t))$, c – скорость света, $r_1 \sin \theta_1 = r_2 \sin \theta_2 = r \sin \theta$, $r_{1,2} = (r^2 \mp dr \cos \theta + d^2/4)^{1/2}$.

Рассуждая обычным образом [4-8], в «приближении группового времени задержки» для суммарного сигнала вместо (1) имеем:

$$H_\varphi(r, \theta, t) \approx A(r, \theta)u_0(t - \tau(r, \theta)), \quad (2)$$

где:

$$A = \frac{\exp(ikr_1) \sin \theta_1}{r_1} + \frac{\exp(ikr_2) \sin \theta_2}{r_2} = \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{\exp(i\Phi)}{r_2^2} \right) r \sin \theta \exp(ikr_1), \quad (3)$$

$$\tau = \frac{\exp(ikr_1)/r_1 + \exp(ikr_2)/r_2}{c(\exp(ikr_1)/r_1^2 + \exp(ikr_2)/r_2^2)} = \frac{1/r_1 + \exp(i\Phi)/r_2}{c(1/r_1^2 + \exp(i\Phi)/r_2^2)}, \quad (4)$$

$\Phi = k(r_2 - r_1)$ – разность фаз интерферирующих волн.

Для вывода формул (2)-(4) из (1) можно воспользоваться любым из двух способов, приводящих к одному и тому же результату. Первый, «универсальный» способ [5,6,8], заключается в замене линейного соотношения (1) для функций времени $H_\varphi(t)$ и $u_0(t)$ на соответствующее линейное соотношение для фурье-образов этих функций с некоторым коэффициентом пропорциональности, имеющим смысл частотной характеристики линейного фильтра, с последующей линеаризацией логарифма этой частотной характеристики вблизи несущей частоты сигнала и использованием известной в фурье-анализе теоремы сдвига. В результате мы получаем (4) в качестве

обычного времени задержки обычного линейного фильтра (из теории радиотехнических цепей), в роли которого выступает сумматор двух идентичных входных сигналов с разными комплексными коэффициентами ослабления и временами задержки.

Второй, «частный» [7] способ основан на том обстоятельстве, что сумма двух одинаковых функций времени $u_0(t)$ с разными сдвигами аргумента и разными коэффициентами (см. правую часть (1)) в любом случае является формулой линейной интерполяции (или экстраполяции) для той же самой функции $u_0(t)$ (3) с некоторым другим коэффициентом и другим сдвигом аргумента (а именно, как оказывается, с коэффициентом A , формула (3) и сдвигом τ , формула (4)).

Поясним этот «частный» метод [7], особенно удобный в случае двухлучевой интерференции, более подробно. Начать это пояснение удобнее не с начала, а с конца. Пусть в некоторый момент времени t мы имеем два экземпляра одного и того же сигнала $u_0(t)$ с двумя различными вещественными временами задержки $\tau_1 < \tau_2$, то есть $u_0(t - \tau_1)$ и $u_0(t - \tau_2)$.

Можем ли мы на основе этой информации создать (приблизительно) сигнал $u_0(t - \tau)$ с некоторым третьим временем задержки τ , не совпадающим с τ_1 и τ_2 ? Можем. Рассматривая $u_0(t - \tau)$ как функцию аргумента τ , с помощью интерполяционной формулы Лагранжа по двум точкам [9] имеем:

$$u_0(t - \tau) \approx a_1 u_0(t - \tau_1) + a_2 u_0(t - \tau_2), \quad (5)$$

где:

$$a_2 = \frac{\tau - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1}, \quad a_1 = \frac{\tau_2 - \tau}{\tau_2 - \tau_1}, \quad a_1 + a_2 = 1. \quad (6)$$

Поэтому для решения поставленной задачи достаточно сложить имеющиеся у нас сигналы $u_0(t - \tau_1)$ и $u_0(t - \tau_2)$ с весовыми коэффициентами a_1 и a_2

соответственно, причем коэффициенты a_1 и a_2 не зависят от t (то есть постоянны во времени) и эта процедура может физически осуществляться в режиме реального времени. Разумеется, приведенная выше формула – лишь линейная аппроксимация¹, ошибку которой можно грубо оценить как $u_0''(t)((\tau_2 - \tau_1)^2 + (\tau - \tau_1)^2 + (\tau_2 - \tau)^2)$ и эта аппроксимация достаточно точна только тогда, когда изменение функции $u_0(t)$ на интервале $(\min(\tau_1, \tau), \max(\tau_2, \tau))$ не слишком велико. Повысить точность аппроксимации можно, перейдя, например, к квадратичной интерполяционной формуле, что потребует использования третьего «сдвинутого» экземпляра сигнала ($u_0(t - \tau_3)$). Существенно, что параметр сдвига τ совершенно не обязан находиться в интервале (τ_1, τ_2) , то есть вместо интерполяции мы можем осуществлять экстраполяцию, причем не только в прошлое ($\tau > \tau_2$), но и в будущее ($\tau < \tau_1$) – в этом случае коэффициенты a_1 и a_2 просто будут иметь разные знаки. Более того, параметр сдвига τ может быть и комплексным, если мы сумеем обеспечить комплексность коэффициентов линейной комбинации (5) в соответствии с соотношениями (6) при комплексном τ .

Разумеется, реальное время t всегда вещественно – речь идет просто о комплекснозначной (в общем случае) функции $u_0(t - \tau)$ вещественного аргумента t при комплексном значении параметра τ .

Итак, мы можем аппроксимировать функцию с интересующим нас параметром сдвига τ с помощью линейной комбинации типа (5),(6). Но ведь возможно и решение обратной задачи – возникшая «не по нашей вине» при двухлучевой интерференции линейная комбинация типа (5) может быть аппроксимирована с помощью одной функции $u_0(t - \tau)$ с некоторым сдвигом τ , величина которого определяется имеющимися коэффициентами

¹ Аппроксимация линейна по сдвигам τ , но не по аргументу t . Поэтому результатом этой «скользящей по времени» линейной аппроксимации является отнюдь не линейная функция времени.

этой линейной комбинации. Для этого достаточно разрешить соотношения (6) относительно параметра τ , что дает нам $\tau = \tau_1 a_1 + \tau_2 a_2$ (при условии $a_1 + a_2 = 1$). При вещественных положительных $0 < a_{1,2} < 1$ мы получим $\tau_1 < \tau < \tau_2$ (интерполяция сигнала), при $a_2 < 0, a_1 = 1 - a_2 > 1$ получим $\tau < \tau_1$ (экстраполяция сигнала в будущее), при $a_1 < 0, a_2 = 1 - a_1 > 1$ получим $\tau > \tau_2$ (экстраполяция в прошлое), при комплексных a_1, a_2 параметр τ окажется комплексным (комплексный сдвиг сигнала). В [8] показано, что в случае комплексной добавки к временному аргумента сигнала вещественная часть этой добавки характеризует его задержку во времени (может быть, и отрицательную), а мнимая часть – искажение сигнала.

Теперь представим линейную комбинацию (1) в виде:

$$H_{\varphi} = A(a_1 u_0(t - \tau_1) + a_2 u_0(t - \tau_2)),$$

где $\tau_1 = r_1/c$, $\tau_2 = r_2/c$, $a_1 = A^{-1} \sin \theta_1 \exp(ikr_1)/r_1$, $a_2 = A^{-1} \sin \theta_2 \exp(ikr_2)/r_2$,

$$A = \frac{\exp(ikr_1) \sin \theta_1}{r_1} + \frac{\exp(ikr_2) \sin \theta_2}{r_2} = \left(\frac{\exp(ikr_1)}{r_1^2} + \frac{\exp(ikr_2)}{r_2^2} \right) r \sin \theta.$$

При этом мы учитываем, что $r_1 \sin \theta_1 = r_2 \sin \theta_2 = r \sin \theta$, а выделение множителя A требуется для обеспечения условия $a_1 + a_2 = 1$. Нам осталось записать аппроксимацию (2) с параметрами (3),(4) для линейной комбинации (1). Именно это приближение мы именуем «приближением времени задержки».

Следует отметить, что реально возникновение «сдвинутого во времени» суммарного сигнала является результатом интерференции «парциальных сигналов» всего двух точечных дипольных излучателей. Поэтому для количественной применимости «приближения времени задержки» (2) необходимо, чтобы как характерная разность времен задержки «парциальных сигналов» d/c , так и возникающее в этом приближении время дополнительной (по отношению к геометрической) задержки суммарного сигнала были малы в сравнении с общей длительностью сигнала. При нарушении первого из этих условий

«разминувшиеся во времени» парциальные сигналы просто не интерферируют и суммарный сигнал представляет собой два разделенных во времени задержанных «парциальных» сигнала.

При нарушении второго условия суммарный сигнал оказывается не сдвинутой во времени копией сигнала одного парциального излучателя, а его производной («область дифференцирования», см. ниже).

Действительно, при $\tau \rightarrow \infty$ вместо (6) имеем $a_{2,1} \rightarrow \frac{\pm \tau}{\tau_2 - \tau_1}$ и правая

часть (5) стремится не к $u_0(t - \tau)$, а к $\tau \frac{u_0(t - \tau_2) - u_0(t - \tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} \approx -\tau u_0'(t - \tau_2)$.

Поэтому при выполнении условий $|\tau_2 - \tau_1| \ll T_{sig}$ и $|\tau - \tau_{1,2}| \gg T_{sig}$ аппроксимацией суммы двух одинаковых сигналов с длительностью T_{sig} и разными временами задержки является не тот же сигнал с некоторым третьим временем задержки, а производная сигнала с геометрическим временем задержки.

Отметим, что во многих случаях время задержки сигнала (4) может оказаться не только меньше «светового», но отрицательным и даже комплексным. Физический смысл сверхсветовой, отрицательной, мнимой и комплексной групповой скорости (и соответствующих задержек сигнала) подробно разобран в статье [6], специально посвященной этому вопросу.

В зависимости от разности фаз Φ суммарная амплитуда сигнала (3) изменяется от максимально возможного (на поверхностях конструктивной интерференции, при $\Phi = k(r_2 - r_1) = n\pi$, $n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$) значения $|A_c| = |(r_1^{-2} + r_2^{-2})r \sin \theta|$ до минимально возможного (на поверхностях деструктивной интерференции, при $\Phi = k(r_2 - r_1) = n\pi$, $n = \pm 1, \pm 3, \dots$) значения $|A_d| = |(r_1^{-2} - r_2^{-2})r \sin \theta|$. Хорошо известно [2], что поверхности конструктивной (или деструктивной) интерференции представляют собой семейство гиперboloидов вращения с фокусами, совпадающими с двумя точечными

источниками (диполями) и осью вращения, проходящей через эти источники. На бесконечности эти гиперboloиды неограниченно приближаются к соответствующим коническим поверхностям. Следует отметить, что полного исчезновения суммарного сигнала не происходит даже на поверхностях деструктивной интерференции – суммарный сигнал существенно ослаблен, но (в случае $r_2 \neq r_1$) никогда не исчезает совершенно.

Подставив в формулу (4) $\cos(\Phi) = 1$, мы видим, что на поверхностях конструктивной интерференции время задержки суммарного сигнала $\tau^{(c)} = (r_1^{-1} + r_2^{-1}) / (c(r_1^{-2} + r_2^{-2}))$ вещественно; вдали от излучающей системы (при $r \gg d$) имеем $\tau^{(c)} \approx r/c$ и это время практически совпадает с «геометрическим» временем задержки r/c . Подставив в формулу (4) $\cos(\Phi) = -1$, мы видим, что на поверхностях зон деструктивной интерференции время задержки суммарного сигнала также вещественно, но равно $\tau^{(d)} = (r_1^{-1} - r_2^{-1}) / (c(r_1^{-2} - r_2^{-2}))$; вдали от излучающей системы $\tau^{(d)} \approx r/(2c)$, что соответствует скорости распространения сигнала, равной удвоенной скорости света.

Во всех прочих точках пространства, не оказавшихся ни на поверхностях конструктивной интерференции, ни на поверхностях деструктивной интерференции (при $\cos(\Delta\Phi) \neq \pm 1$) время задержки суммарного сигнала оказывается комплексным [6,10]. Рассматривая разность фаз Φ в формуле (4) как быстро меняющуюся функцию, что допустимо при $kd \gg 1$, мы видим, что в любой точке пространства вещественная часть времени задержки суммарного сигнала ($\text{Re } \tau$) находится в интервале между временем задержки при конструктивной ($\tau^{(c)}, \cos(\Phi) = +1$) и деструктивной ($\tau^{(d)}, \cos(\Phi) = -1$) интерференции. Мнимая же часть комплексного времени задержки в любой точке пространства находится в интервале $(-\tau_{\max}^{(i)}, +\tau_{\max}^{(i)})$, где локально максимальное (по абсолютной величине) значение мнимой части комплексного

времени задержки достигается в точках пространства, в которых $\cos \Phi = -(2r_1^{-2}r_2^{-2})/(r_1^{-4} + r_2^{-4})$ и равно $\tau_{\max}^{(i)} = \pm 1 / (cr_1r_2(r_1^{-1} + r_2^{-1})(r_1^{-2} + r_2^{-2})) \approx \pm r / (4c)$.

2. Сигнал вдали от источника излучения

Вдали от источника излучения (при $r \gg d$) соотношения (3)-(4) упрощаются и могут быть переписаны как $\tau = \left(\frac{r}{c}\right) \frac{\cos \psi - (i/kr)\psi \sin \psi}{\cos \psi - (2i/kr)\psi \sin \psi}$,

$$A = 2(\exp(ikr)/r) \sin \theta (\cos \psi - (2i/kr)\psi \sin \psi), \text{ где } \psi = \Phi/2 = kd \cos \theta/2.$$

Как и в аналогичной скалярной задаче [4], существенное отклонение времени задержки от «геометрического» имеет место вблизи конусов деструктивной интерференции $\theta = \theta_n$, где $\cos \theta_n = \pi n / kd$, $n = \pm 1, \pm 3, \dots$

В случае $\theta_n \neq 0, \pi$ (то есть для всех конусов деструктивной интерференции, не совпадающих с осью симметрии пары излучающих диполей) удобно ввести угловую ширину «аномальной зоны», вблизи которой время задержки существенно отличается от геометрического:

$$\Delta\theta_a = \text{ctg}\theta_n / (kr), \tag{7}$$

и угловое отклонение точки наблюдения от соответствующей оси $\Delta\theta = \theta - \theta_n$.

С использованием этих обозначений вблизи осей зон деструктивной интерференции имеем:

$$\tau = \left(\frac{r}{c}\right) \frac{(\Delta\theta/\Delta\theta_a) - i}{(\Delta\theta/\Delta\theta_a) - 2i}, \tag{8}$$

$$|A|^2 = \left((2\pi n)/(kr^2)\right)^2 \left(1 - (\pi n/kd)^2\right) \left(1 + (\Delta\theta/(2\Delta\theta_a))^2\right). \tag{9}$$

Из формул (8)-(9) видно, что при $\Delta\theta = 0$ $\text{Re } \tau = r/(2c)$, $\text{Im } \tau = 0$,
 $|A|^2 = |A|_{\min}^2 = \left(\frac{2\pi n}{kr^2}\right)^2 \left(1 - (\pi n/kd)^2\right)$; при $\Delta\theta = \pm 2\Delta\theta_a$ $\text{Re } \tau = (3/4)(r/c)$,
 $\text{Im } \tau = \pm(1/4)(r/c)$, $|A|^2 = 2|A|_{\min}^2 = 2\left(\frac{2\pi n}{kr^2}\right)^2 \left(1 - (\pi n/kd)^2\right)$; при $\Delta\theta \gg \Delta\theta_a$
 $\text{Re } \tau \rightarrow (r/c)$, $\text{Im } \tau \rightarrow 0$.

Таким образом, время задержки существенно (в разы) отличается от вещественного геометрического времени задержки r/c в области, где $\Delta\theta$ меньше или порядка $2\Delta\theta_a$. Эту область естественно назвать аномальной зоной. На границе аномальной зоны интенсивность поля в 2 раза выше, чем на ее оси и существенно ниже, чем в области конструктивной интерференции. Поэтому аномальная зона – это узкая полоска глубокой «тени» вблизи поверхности деструктивной интерференции. Интенсивность поля стационарной волны² на оси аномальной зоны убывает не по закону $\sim 1/r^2$, а по закону $\sim 1/r^4$, что связано со все более точной взаимной компенсацией полей точечных излучателей по мере удаления от них. С ростом расстояния от источника излучения до точки наблюдения угловая ширина аномальной зоны стремится к нулю, а линейная – стабилизируется и равна примерно длине волны.

В случае, когда расстояние между точечными излучателями равно полуцелой длине волны ($d = (m/2)\lambda$, $m = 1, 3, \dots$), их ось симметрии также оказывается осью зоны деструктивной интерференции ($\theta_{+m} = 0, \theta_{-m} = \pi$). В этом случае для «осевой» аномальной зоны формулы (7)-(9) следует заменить на:

$$\Delta\theta_{a1} = \sqrt{2/(kr)}, \quad (10)$$

² Для нестационарной волны (с зависящей от времени амплитудой), как показано ниже, это не так.

$$\tau = \left(\frac{r}{c}\right) \frac{(\Delta\theta/\Delta\theta_{a1})^2 - i}{(\Delta\theta/\Delta\theta_{a1})^2 - 2i}, \quad (11)$$

$$|A|^2 = \left(\frac{2\pi n}{kr^2}\right)^2 \sin^2 \Delta\theta \left(1 + (1/4)(\Delta\theta/\Delta\theta_{a1})^4\right). \quad (12)$$

Главное качественное отличие «осевой» аномальной зоны³ (ср. (7) и (10)) заключается в более медленном убывании ее угловой ширины с ростом расстояния от источников излучения (по закону $\sim 1/\sqrt{r}$ вместо закона $\sim 1/r$). В результате линейная ширина «осевой» аномальной зоны неограниченно возрастает при удалении от источников излучения (в отличие от «обычной», линейные размеры которой стабилизируются на величине порядка длины волны). Впрочем, в данной задаче поле в пределах осевой зоны существенно ослаблено (а на ее оси – вообще равно нулю) просто потому, что это – поле диполя.

Рассмотрим теперь вопрос об области применимости приближения комплексного времени задержки сигнала (2)-(4). Поскольку механизмом реализации дополнительного (по отношению к звуковому) комплексного времени задержки сигнала $\Delta t(r, \theta) = \tau(r, \theta) - r/c$ в данном случае (двухлучевой интерференции) является примитивная линейная интерполяция, ясно, что условием количественной точности данного приближения является условие $|\Delta t| \ll T_{sig}$; в случае $|\Delta t| \sim T_{sig}$ его можно применять как полуколичественное (то есть для грубых оценок), а в случае $|\Delta t| \gg T_{sig}$ применять это приближение нельзя. Впрочем, в этом последнем случае («область дифференцирования») выше уже приведена другая простая формула, асимптотически точная именно при выполнении условия $|\Delta t| \gg T_{sig}$:

³ Которая возникает только в тех случаях, когда расстояние между точечными диполями равно полуцелой длине волны.

$$H_{\varphi}(r, \theta, t) \approx Au'_0(t - r/c)(\tau - r/c). \quad (13)$$

Формула (13) показывает, что сделанный несколько выше вывод о том, что интенсивность сигнала на оси аномальной зоны с ростом расстояния от излучающей системы убывает быстрее (по закону $\sim 1/r^4$), чем вне этой зоны (по закону $\sim 1/r^2$), справедлив только в случае стационарного излучения (то есть бесконечной длительности сигнала). Для любого сигнала конечной длительности T_{sig} интенсивность сигнала даже на оси аномальной зоны все-таки снижается по тому же закону обратных квадратов $\sim 1/(r\omega T_{sig})^2$, хотя и с дополнительным фактором ослабления $\sim 1/(\omega T_{sig})^2$. Поэтому при выполнении условия $r \gg cT_{sig}$ поле ограниченного во времени сигнала на оси аномальной зоны оказывается существенно больше, чем поле стационарного сигнала той же исходной интенсивности. Именно поэтому ниже мы будем вынуждены сменить масштаб по вертикальной оси на графиках 2б и 2в по сравнению с масштабом на графике 2а.

3. Эволюция формы сигнала при удалении от источников излучения

В данном пункте мы приведем результаты анализа изменения временной зависимости сигнала с удалением от источников излучения в фиксированном направлении и, в частности, форму сигнала на бесконечном удалении от источников. Оказывается, что эволюция огибающей сигнала с характерной длительностью T_{sig} , распространяющегося в направлении $\theta = \theta_n + \Delta\theta$, протекает по-разному в зависимости от выполнения условия $\Delta\theta \ll \Delta\theta_{diff}$, $\Delta\theta \gg \Delta\theta_{diff}$ или $\Delta\theta \approx \Delta\theta_{diff}$, где:

$$\Delta\theta_{diff} = |ctg\theta_n| / (2\omega T_{sig}) - \quad (14)$$

– направление распространения, в котором оказываются равны значения параметров:

$$r_c(\theta) = |ctg\theta_n / (k\Delta\theta)| \quad (15)$$

и

$$r_d = 2cT_{sig}. \quad (16)$$

Параметр $r_c(\theta)$ в (15) - это расстояние, на котором в заданном направлении $\theta = \theta_n + \Delta\theta$ осуществляется переход от «половинной вещественной» к комплексной задержке сигнала и одновременно – перестает изменяться дополнительная (по отношению к геометрической) задержка сигнала. Именно, при $r \ll r_c$ имеем $\Delta t(r, \theta) \approx -r/(2c)$ и $\tau(r, \theta) = r/c + \Delta t(r, \theta) \approx r/(2c)$, то есть при $r \ll r_c$ задержка сигнала вещественна и примерно равна половине геометрического времени задержки сигнала, а при $r \gg r_c$ имеем $\Delta t(r, \theta) \approx i r_0/c = const$ и $\tau(r, \theta) \approx r/c + i r_0/c$, то есть при $r \gg r_c$ вещественная часть времени задержки совпадает с геометрическим временем задержки сигнала, а мнимая часть времени задержки (а следовательно, и искажение сигнала) стабильна.

Параметр r_d в (16) – это расстояние, на котором дополнительная (по отношению к «геометрической») задержка сигнала сравнивается с его длительностью, в результате чего вместо неискаженного сигнала с «половинным» временем задержки мы имеем «продифференцированный» сигнал с «геометрическим» временем задержки.

В случае $\Delta\theta \ll \Delta\theta_{diff}$ имеем $r_d \ll r_c$ и сигнал последовательно проходит три стадии – при $r \ll r_d$ форма огибающей стабильна, сигнал распространяется без искажений с временем задержки, равным половине «светового» времени задержки ($H_\varphi(r, \theta, t) \approx A(r, \theta)u_0(t - r/(2c))$), при $r \approx r_d$ происходит

перестройка формы огибающей («дифференцирование») и далее (при $r \gg r_d$) сигнал распространяется с новой стабильной формой огибающей и с обычным (геометрическим) временем задержки ($H_\varphi(r, \theta, t) \approx A(r, \theta)u'_0(t - r/c)(\tau - r/c)$).

В случае $\Delta\theta \gg \Delta\theta_{diff}$ имеем $r_d \gg r_c$. Это означает, что «дифференцирования» сигнала не происходит, при $r \gg r_c$ форма огибающей стабилизируется и с хорошей точностью описывается формулой $H_\varphi(r, \theta, t) \approx A(r, \theta)u_0(t - r/c - ir_c/c)$. Искажение сигнала на бесконечности в этом случае невелико и хорошо описывается мнимым временем задержки.

В случае $\Delta\theta \approx \Delta\theta_{diff}$ имеем $r_d \approx r_c$. Этот случай является промежуточным между двумя предыдущими. В этом случае при $r \gg r_c$ форма огибающей по-прежнему стабилизируется, но формула $H_\varphi(r, \theta, t) \approx A(r, \theta)u_0(t - r/c - ir_c/c)$ является только оценочной. Искажение сигнала на бесконечности в этом случае значительно и не сводится ни к «дифференцированию», ни к «дополнительной мнимой задержке».

Три этих характерных случая изображены на рисунке 2.

Расчеты проводились для точечных диполей, расположенных на расстоянии $d = (21/2)\lambda$ друг от друга. Конкретная величина длины волны и частоты несущей несущественны, так как в наших расчетах единицей измерения расстояний является длина волны несущей ($\lambda = 2\pi c/\omega$), а единицей измерения времени – ее период $T_0 = 2\pi/\omega$. Исходная временная зависимость сигнала бралась в виде:

$$u_0(t) = \sin(t/T_{sig})/(t/T_{sig}), \quad (17)$$

где $T_{sig} = 50T_0$.

Расчеты проводились для ближайшей (к «полюсу», см. рис. 1) зоны деструктивной интерференции ($n = 19, \theta_{19} = 25,209^0$). В этом случае $\Delta\theta_{diff} = 0,194^0$ (см. (7)).

Первая из перечисленных выше альтернатив ($\Delta\theta \ll \Delta\theta_{diff}$) показана на графиках 2а.б.в (первый столбец графиков), вторая ($\Delta\theta \gg \Delta\theta_{diff}$) – на графиках 2ж.з.и (третий столбец графиков), а третья ($\Delta\theta \approx \Delta\theta_{diff}$) – на графиках 2г.д.е (второй столбец графиков).

Тонкими сплошными линиями показана временная зависимость сигналов отдельных точечных излучателей в точке наблюдения ($|u_0(t - r_1 / c)|$ и $|u_0(t - r_2 / c)|$), нормированная на 1 в максимуме (то есть не в масштабе). «Раздвоение» этих линий связано с отличием времен запаздывания этих сигналов при распространении от точечных источников до точки наблюдения. Штриховой линией показана теоретическая (в приближении группового времени задержки) временная зависимость суммарного сигнала в точке наблюдения $|H_\varphi(r, \theta, t) / A(r, \theta)| = u_0(t - \tau(r, \theta))$, то есть теоретическая временная зависимость магнитного поля сигнала в данной точке пространства, нормированная на амплитуду стационарной сферической волны в той же самой точке пространства (с учетом деструктивной интерференции двух диполей) $A(r, \theta)$ (см. (3),(4)). Сплошной жирной линией показана истинная временная зависимость суммарного сигнала в точке наблюдения, нормированная точно так же, то есть функция $|H_\varphi(r, \theta, t) / A(r, \theta)|$ (прямой численный счет по формуле (1)). Пунктирной линией обозначена нормированная точно так же временная зависимость огибающей сигнала $|H_\varphi(r, \theta, t) / A(r, \theta)|$ в «приближении дифференцирования» (13).

На рис. 2а,б,в показана форма огибающей сигнала при распространении в направлении $\theta = \theta_{19} + 0,125\Delta\theta_{diff} = 25,233^0$ при $r = 100\lambda$ (рис. 2а),

$r = 1000\lambda$ (рис. 2б) и $r = 2000\lambda$ (рис. 2в). В данном направлении $r_c = 800\lambda \gg r_d = 100\lambda$. В данном случае $\Delta\theta = 0,125\Delta\theta_{diff} \ll \Delta\theta_{diff}$ и мы наблюдаем сначала (рис. 2а) сигнал, распространяющийся почти без изменения формы почти с двойной скоростью света, а затем (рис. 2б и 2в) – перестроенный («продифференцированный») сигнал, распространяющийся со скоростью света без дальнейшей деформации.

На рис. 2г,д,е показана форма огибающей сигнала при распространении в направлении $\theta = \theta_{19} + \Delta\theta_{diff} = 25,402^\circ$ при $r = 100\lambda$ (рис. 2г), $r = 1000\lambda$ (рис. 2д) и $r = 2000\lambda$ (рис. 2е). В данном направлении $r_c = 100\lambda = r_d$. В данном случае $\Delta\theta \approx \Delta\theta_{diff}$, поэтому мы наблюдаем сначала (рис. 2г) сигнал, распространяющийся с незначительным (но большим, чем на рис 2а) изменением формы (хорошо описываемым, как и на рис. 2а, в приближении комплексной групповой скорости). Скорость перемещения сигнала, как и на рис. 2а, чуть меньше двойной скорости света. Затем на (рис. 2д и 2е) мы наблюдаем перестроенный (но не «продифференцированный», а просто сильно искаженный) сигнал, распространяющийся со скоростью света без дальнейшей деформации.

На рис. 2ж,з,и показана форма огибающей сигнала при распространении в направлении $\theta = \theta_{19} + 4\Delta\theta_{diff} = 25,984^\circ$ при $r = 100\lambda$ (рис. 2ж), $r = 1000\lambda$ (рис. 2з) и $r = 2000\lambda$ (рис. 2и). В данном направлении $r_c = 25\lambda \ll r_d = 100\lambda$. В данном случае $\Delta\theta = 4\Delta\theta_{diff} \gg \Delta\theta_{diff}$, поэтому на любом расстоянии от излучающей системы комплексная задержка сигнала невелика в сравнении с его длительностью. Соответственно, искажение формы сигнала невелико (хотя и вполне заметно) и хорошо описывается в приближении комплексной задержки. Скорость распространения сигнала практически совпадает со световой.

Нетрудно заметить, что наблюдающиеся «метаморфозы» сигналов на графиках полностью соответствуют данному выше описанию. Следует подчеркнуть, что хорошо заметное на рис. 2а распространение огибающей

сигнала со скоростью, равной удвоенной скорости света в вакууме, никоим образом не входит в противоречие ни с принципом причинности, ни с принципом предельности скорости света в вакууме для передачи информации по причинам, подробно изложенным в [6].

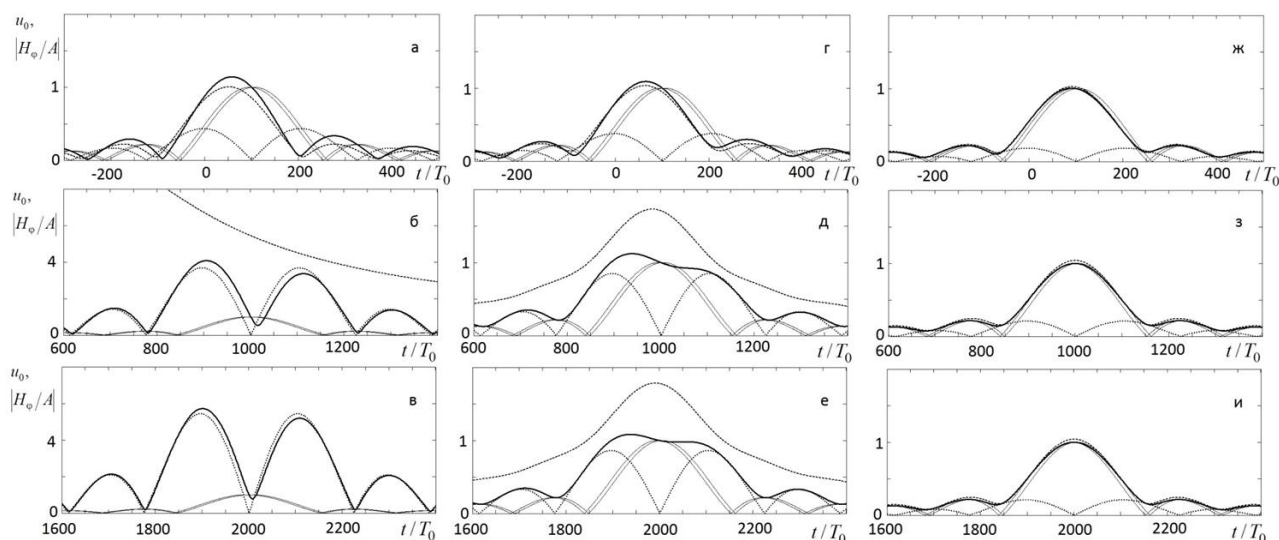


Рис. 2. Временная зависимость сигнала отдельных диполей (тонкие сплошные линии) и суммарного сигнала по данным численного счета (толстая сплошная линия), в «приближении времени задержки» (штриховая линия) и в «приближении дифференцирования» (пунктир) в различных точках пространства. Случай непрерывного сигнала.

4. Распространение сигналов с резким передним и задним фронтом

Как это обычно бывает в случае сверхсветовых скоростей перемещения гладкой огибающей сигнала, имеющего резкий передний и задний фронт, в данном случае в процессе распространения сигнала наблюдается «регенерация» непереданного хвоста сигнала и «затирание» его начала [5-8]. Причина этого эффекта заключается в том, что начальный и конечный скачок огибающей сигнала перемещается в точности с вакуумной скоростью света, то есть медленнее, чем сама эта гладкая огибающая.

Для иллюстрации этого замечания на рис. 3 приведены результаты расчетов того же самого сигнала при тех же самых параметрах трассы, что и на рис. 2а,б,в (то есть при распространении в направлении $\theta = \theta_{19} + 0,125\Delta\theta_{diff} = 25,233^0$), но обрезанного спереди и сзади:

$$u_0(t) = \begin{cases} 0, t < T_1 \\ \sin(t/T_{sig})/(t/T_{sig}), T_1 \leq t \leq T_2. \\ 0, t > T_2 \end{cases} \quad (18)$$

На рис 3а,б,в показан случай $T_1 = -\pi T_{sig}, T_2 = 0$ (то есть излучаемый сигнал монотонно возрастает от нуля на переднем фронте до максимального значения на заднем фронте), на рис. 3г,д,е – случай $T_1 = 0, T_2 = \pi T_{sig}$ (то есть сигнал скачком достигает своего максимального значения на переднем фронте и затем монотонно убывает до нуля на заднем фронте), на рис. 3ж,з,и – случай $T_1 = -\pi T_{sig}/2, T_2 = \pi T_{sig}/2$ (то есть сигнал возникает и исчезает скачком, а своего максимального достигает посередине между скачками).

Обозначения и нормировка на графиках 3а-и полностью совпадают с обозначениями и нормировкой на графиках 2а-в.

Все графики рис. 3 соответствуют случаю распространения в направлении $\theta = \theta_{19} + 0,125\Delta\theta_{diff} = 25,233^0$ при $r = 100\lambda$ (рис. 3а,г,ж), $r = 1000\lambda$ (рис. 3б,д,з) и $r = 2000\lambda$ (рис. 3в,е,и). В данном направлении $r_c = 800\lambda \gg r_d = 100\lambda$. В данном случае $\Delta\theta = 0,125\Delta\theta_{diff} \ll \Delta\theta_{diff}$ и мы наблюдаем сначала (рис. 3а,г,ж) сигнал, распространяющийся почти без изменения формы почти с двойной скоростью света, а затем (рис. 3б,д,з и 3в,е,и) – перестроенный («продифференцированный») сигнал, распространяющийся со скоростью света без дальнейшей деформации. Графики на рис. 3к,л,м полностью соответствуют графикам на рис. 3ж,з,и и отличаются от них только нормировкой – для удобства наблюдения за выбросами сигнала на переднем и заднем фронте («предвестниками») Нормировка на этих графиках проведена не на амплитуду стационарного сигнала с учетом деструктивной интерференции, а на амплитуду стационарного сигнала точечного источника, расположенного в центре излучающей системы, то есть на графиках изображены зависимости

$|H_\varphi(r, \theta, t)/A_1(r, \theta)|$, где $A_1 = \frac{\exp(ikr)\sin\theta}{r}$. Таким образом, тонкой сплошной

линией на графиках 3к,л,м изображены реальные сигналы двух точечных диполей в данной точке пространства, при сложении которых и возникает более слабый суммарный сигнал (обозначенный толстой сплошной линией), временная зависимость которого существенно отличается от временной зависимости складываемых сигналов. Возникновение же «выбросов», окаймляющих гладкий суммарный сигнал, как раз и связано с тем, что одного из двух интерферирующих парциальных сигналов на границе просто нет (см. рис. 3к,л,м).

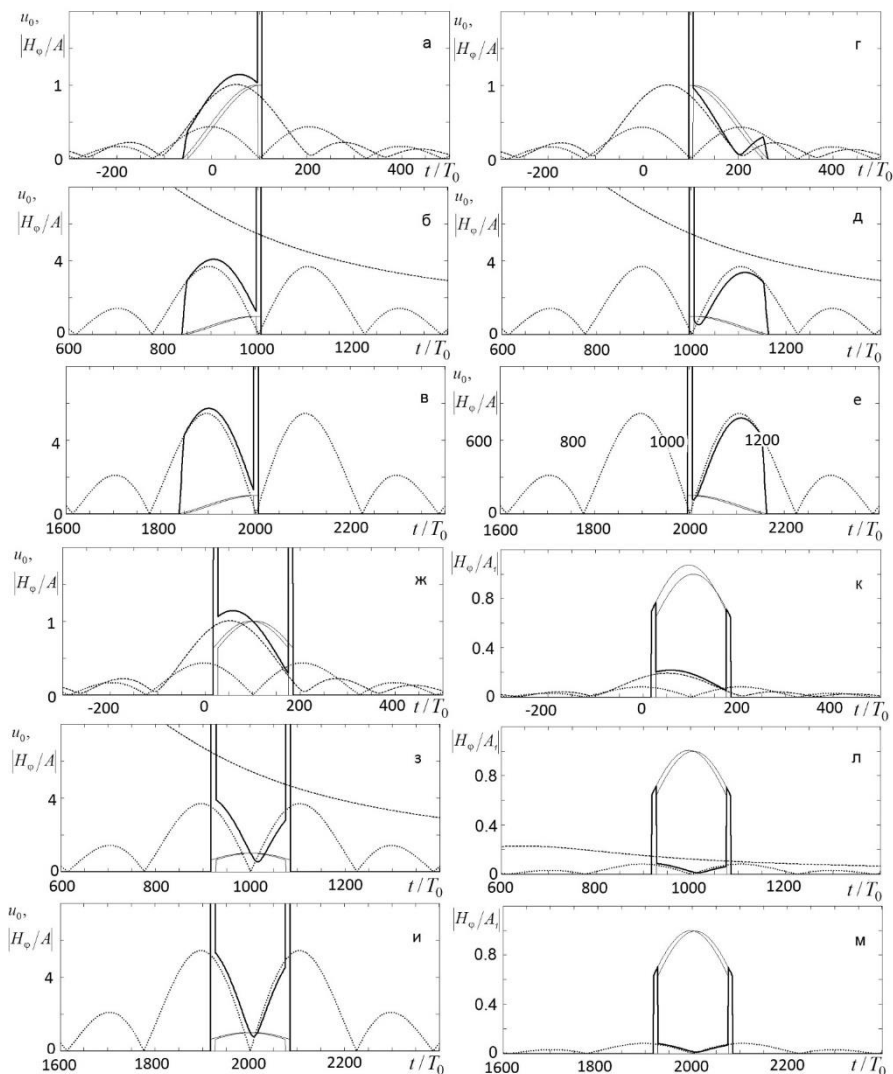


Рис. 3. Временная зависимость сигнала отдельных диполей (тонкие сплошные линии) и суммарного сигнала по данным численного счета (толстая сплошная линия), в «приближении времени задержки» (штриховая линия) и в «приближении дифференцирования» (пунктир) в различных точках пространства. Случай разрывного сигнала.

Обозначения и нормировка на графиках 3а-и полностью совпадают с обозначениями и нормировкой на графиках 2а-в. Сопоставляя графики, соответствующие одной и той же протяженности трассы, но разным способам «обрезания» сигнала (например, 2а, 3а, 3г и 3ж), легко проследить за тем, какие именно коррективы то или иное обрезание сигнала вносит в его временную зависимость в разных точках трассы.

В общем и целом ситуация похожа на наблюдение через окно медленно движущегося поезда за более быстро движущимся поездом, причем роль «окна медленного поезда» играет интервал между перемещающимися с вакуумной скоростью света передним и задним фронтом сигнала, а роль «быстрого поезда» – плавная временная зависимость сигнала, перемещающаяся быстрее скорости света. В результате с ходом времени происходит исчезновение «из поля зрения» переднего фрагмента сигнала и появление «в поле зрения» его заднего фрагмента, реально вообще никогда и не передававшегося. Этот эффект типичен для сверхсветовых групповых скоростей и неоднократно отмечался ранее (см., напр., [4-8]).

На рис. 3 хорошо видно, что ни при каких обстоятельствах ни один фрагмент плавного сигнала не способен «обогнать» его передний фронт, распространяющийся с вакуумной скоростью света, что в очередной раз снимает вопрос о мнимом нарушении принципа предельности скорости света в такого рода задачах вообще и в данной задаче в частности.

Обрамляющие имеющий резкий передний и задний фронт сигнал «выбросы» также выглядят вполне традиционно (см. [6] и цит. там литературу). В данном случае эти «выбросы» связаны с тем, что времена распространения сигнала от двух дипольных излучателей немного, но отличаются. Это приводит к тому, что вблизи резкой границы сигнала исчезает деструктивная интерференция полей двух диполей и короткое время принимается сигнал только одного из диполей – разумеется, существенно более сильный, чем результат деструктивной интерференции двух близких по амплитуде полей двух диполей. Таким образом, эти «выбросы», строго говоря, ни физически,

ни математически не эквивалентны описанным в [8,11,12] «зубцами» распространяющихся в диспергирующей среде сигналов с резким передним и задним фронтом, каковые зубцы автор по зрелом размышлении [6] склонен отождествить с давно известными «предвестниками Зоммерфельда» сигналов [1,13-16] и соответственно именовать их предвестниками.

Для удобного наблюдения за упомянутыми «выбросами» предназначены графики 3к,л,м рис. 3, которые полностью идентичны графикам 3ж,з,и с единственным отличием – нормировка всех кривых (включая и сигналы отдельных диполей, показанные на предыдущих графиках «не в масштабе») на этих графиках проведена не на амплитуду стационарного сигнала с учетом деструктивной интерференции, а на амплитуду стационарного сигнала точечного источника, расположенного в центре излучающей системы, то есть на графиках изображены зависимости $\left| H_{\varphi}(r, \theta, t) / A_1(r, \theta) \right|$, где $A_1 = \frac{\exp(ikr) \sin \theta}{r}$.

Таким образом, тонкой сплошной линией на графиках 3к,л,м изображены реальные сигналы двух точечных диполей в данной точке пространства, при сложении которых и возникает более слабый суммарный сигнал (обозначенный толстой сплошной линией), временная зависимость которого существенно отличается от временной зависимости складываемых сигналов. Возникновение же «выбросов», окаймляющих гладкий суммарный сигнал, как раз и связано с тем, что одного из двух интерферирующих парциальных сигналов на границе просто нет (см. рис. 3к,л,м).

Удивительно, но упомянутые «выбросы», несмотря на существенно отличное от «настоящих» предвестников «происхождение», проявляют свойства, весьма похожие на свойства предвестников.

Так, в частности, они, как и «традиционные» предвестники:

А) Являются обязательным атрибутом сигналов с резким передним или задним фронтом;

Б) Распространяются в точности с вакуумной скоростью света;

В) Их амплитуда определяется величиной скачка сигнала на соответствующем фронте сигнала в точке старта. Так, например, «выбросы» не возникают в случае, когда на переднем или заднем фронте сигнала отсутствует скачок его амплитуды (ср. рис. 2а,б,в, рис. 3а,б,в, рис. 3г,д,е и рис. 3ж,з,и соответственно).

Г) С ростом протяженности трассы плавный сигнал между «выбросами» становится все более слаб в сравнении с этими «выбросами» и в конце концов ничего, кроме «выбросов», и не остается.

В качестве отличий «выбросов» данной статьи от предвестников работ [8,11,12] можно упомянуть следующие:

А) амплитуда «выбросов», в отличие от амплитуды предвестников, не является постоянной по трассе и уменьшается с удалением от источника излучения. Впрочем, это отличие вполне извинительно, если вспомнить, что вывод [8,11,12] о постоянстве амплитуды предвестников относится к одномерному случаю, а рассматриваемая в данной работе задача трехмерна. Ясно, что в трехмерной ситуации амплитуда предвестников тоже должна уменьшаться по геометрическим причинам. На рис. 3к,л,м (на которых геометрический фактор $\sim \sin \theta / r$ включен в нормировку), хорошо видна достаточная стабильность амплитуды «выбросов» (за вычетом геометрического фактора).

Б) «Выбросы» данной работы, в отличие от предвестников работ [8,11,12], имеют не только резкую переднюю границу, но и резкую заднюю границу, то есть они не быстро или медленно «затухают», а исчезают скачком. Впрочем, и это отличие не является принципиальным – так, например, ясно, что в случае «времяпролетного» контура спектральной линии [17], когда функция отклика среды не затухает постепенно (как в случае лоренцевского или доплеровского контура), а скачком обращается в ноль, предвестники сигнала также должны иметь резкую заднюю границу.

Отмеченная аналогия представляется достаточно далеко идущей – так, например, совершенно очевидно, что при излучении двумя точечными диполями

фазоманипулированного сигнала в области деструктивной интерференции произойдет «самодетектирование» этого сигнала точно так же, как это происходит при распространении этого сигнала в резонансно поглощающей среде [12].

Заключение

В данной работе мы ограничились простейшим частным случаем векторной задачи (соосные диполи). В более общем случае (диполи под углом, учет ближнего поля, неидеальность границы поверхности и т.д.) задача теряет ось симметрии и технически становится заметно сложнее. Количественные результаты при этом, разумеется, изменятся, но качественные – вряд ли. Единственное возможное существенное отличие состоит в том, что вместо сверхсветовой скорости распространения гладкой огибающей («экстраполяция в будущее») в некоторых случаях возможна и досветовая скорость («экстраполяция в прошлое»). В рассмотренной здесь задаче сверхсветовая скорость обусловлена тем обстоятельством, что ослабление сигнала отдельного диполя было связано с геометрическими факторами и потому более слабый сигнал всегда был сильнее задержан. В противном случае (когда сильнее задержанный сигнал будет больше по амплитуде), очевидно, «знаки поменяются» и мы будем иметь не опережение, а отставание суммарного сигнала и, соответственно (в случае сигнала с резким передним и задним фронтом), не «восстановление его переданного хвоста с затиранием переданного носа», а «восстановление его переданного носа с затиранием переданного хвоста». То же самое можно сказать и про другой классический случай деструктивной интерференции радиоволн – про замирание (или фединг). Ясно, что в этом случае также возможна реализация описанных выше эффектов.

Таким образом, можно предположить, что отмеченные в данной работе особенности поля при двухлучевой деструктивной интерференции электромагнитных волн в трехмерном пространстве являются достаточно

универсальными и при модификации условий задачи, вероятно, модифицируются, но не исчезают совершенно.

Литература

1. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. – 1979. Vinogradova M.B., Rudenko O.V., Sukhorukov A.P. Wave theory //Moscow: “Fizmatlit” Publisher. – 1979.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. – 1976.
3. Исакович М.А. Общая акустика. – 1973.
4. Бухман Н.С. Временная зависимость квазимонохроматического сигнала в области деструктивной двухлучевой интерференции //Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2017. – Т. 60. – №. 5. – С. 467-480.
5. Бухман Н.С., Бухман С.В. Об отрицательном времени задержки узкополосного сигнала при прохождении через резонансный фильтр поглощения //Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2004. – Т. 47. – №. 1. – С. 75-84.
6. Бухман Н.С. О принципе причинности и сверхсветовых скоростях распространения сигналов //Радиотехника и электроника. – 2021. – Т. 66. – №. 3. – С. 209-225.
7. Бухман Н.С. О связи между запаздывающим и опережающим появлением импульса на выходе оптической системы //Оптика и спектроскопия. – 2004. – Т. 96. – №. 4. – С. 687-693.
8. Бухман Н.С. О скорости распространения частотно-модулированного волнового пакета в диспергирующей поглощающей среде //Оптика и спектроскопия. – 2004. – Т. 97. – №. 1. – С. 123-130.
9. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. – 1962.
10. Бухман Н.С. О комплексном времени задержки узкополосного сигнала при прохождении через резонансный фильтр //Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2005. – Т. 48. – №. 8. – С. 711-718.

11. Бухман Н.С. Об искажении переднего фронта сигнала без несущей //Радиотехника и электроника. – 2016. – Т. 61. – №. 12. – С. 1148-1158.
12. Бухман Н.С. Об искажении переднего фронта квазимонохроматического сигнала в резонансно-поглощающей среде //Радиотехника и электроника. – 2019. – Т. 64. – №. 3. – С. 231-245.
13. Macke B., Ségard B. Simultaneous slow and fast light involving the Faraday effect //Physical Review A. – 2016. – Т. 94. – №. 4. – С. 043801.
14. Macke B., Ségard B. Propagation of light-pulses at a negative group-velocity //The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics. – 2003. – Т. 23. – С. 125-141.
15. Macke B., Ségard B. From Sommerfeld and Brillouin forerunners to optical precursors //Physical Review A. – 2013. – Т. 87. – №. 4. – С. 043830..
16. Macke B., Ségard B. On-resonance material fast light //Physical Review A. – 2018. – Т. 97. – №. 6. – С. 063830.
17. Бухман Н.С., Куликова А.В. О характере дисперсии показателя преломления вблизи уединенной спектральной линии //Радиотехника и электроника. – 2015. – Т. 60. – №. 5. – С. 535-535.

Для цитирования:

Бухман Н.С. Временная зависимость квазимонохроматического сигнала в области деструктивной двухлучевой интерференции электромагнитных волн. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – № 12. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.12.12>