DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.12.16

УДК: 537.533

МЕТОД РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОННОЙ ПУШКИ, ФОРМИРУЮЩЕЙ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ ПУЧОК

Р.Н. Ризаханов

Исследовательский центр имени М.В. Келдыша
125438, Москва, Онежская ул., д. 8.

Статья поступила в редакцию 8 августа 2024 г.

Аннотация. Рассмотрена проблема формирования интенсивных осесимметричных электронных пучков в электронных пушках. Предложен новый подход к решению внешней задачи синтеза, в которой определяется распределение потенциалов, требуемое для формирования пучка заданной конфигурации. Подход основан на применении осевого потенциала и плотности заряда, полученных при решении внутренней задачи пучка. Показано, что такой метод решения позволяет рассчитывать форму электродов, восстанавливая потенциал с оси пушки, а не с криволинейной границы пучка.

Ключевые слова: электронный пучок, электронная пушка, линия тока, поток Чайльда-Легмюра, эквипотенциали электростатического поля, восстановление потенциала в пространстве, плотность заряда.

Автор для переписки: Ризаханов Ражудин Насрединович, rn_rizakhanov@kerc.msk.ru

Введение

Электронный пучок является одной из разновидностей потоков концентрированной энергии и применяется для решения ряда технологических задач в вакууме – плавка, сварка, испарение, термическая обработка. При выводе в газовую среду низкого давления реализуются физико-химические и плазменно-термические процессы, существенно расширяющие его прикладные возможности. В этом случае поперечные размеры пучка должны быть достаточно малыми, чтобы снизить газовые потоки из рабочей камеры в область формирования пучка. Чем меньше диаметр пучка, тем ниже уровень требуемой мощности откачных средств, и тем выше надежность и ресурс технологической установки.

Формирование электронного пучка и его ускорение осуществляется в электронной пушке, содержащей катодный узел, эмитирующий электроны, и ускорительный тракт, состоящий из электродов. Для вакуумных технологий пучок имеет форму, близкую к осесимметричной цилиндрической. При выводе в газовую среду пучок фокусируют с помощью электростатических полей, чтобы снизить размеры диафрагм, соединяющих объемы электронной пушки и рабочей камеры.

Расчет пучка с криволинейной границей является сложной проблемой. Она распадается на две большие задачи: задача синтеза и задача анализа. Задача синтеза определяет связь между геометрическими характеристиками потока (линии тока) и электрическими параметрами (распределения плотности заряда и потенциала). Задача анализа рассчитывает траектории электронов в полях, создаваемых электродами, имеющих определенные формы и потенциалы. Чтобы определить параметры пучка необходимо рассмотреть большое количество траекторий.

Расчет пушки методом анализа заключается в переборе геометрий электродов и их потенциалов для получения пучка нужной конфигурации, поэтому относится к категории методов «проб и ошибок». Методически последовательным является решение методом синтеза. На первом этапе этой задачи решается внутренняя задача, определяющая форму границы пучка и электрические характеристики. Решается система уравнений гидродинамики, закона сохранения, Пуассона. На втором – решается внешняя задача синтеза, т.е. рассчитывается распределение потенциалов вне пучка. Эквипотенциали внешней задачи задают форму электродов и их потенциалы.

Целью данной работы является рассмотрение нового подхода к решению внешней задачи синтеза, который позволяет упростить процедуру расчета. Упрощение состоит в восстановлении потенциала поля с оси электронной пушки, а не криволинейной границы пучка.

1. Расчет электронной пушки, формирующей осесимметричный цилиндрический пучок

Для расчета осесимметричной системы электродов, формирующих электронный пучок, применяется метод, предложенный в работе [1] для цилиндрических пучков. Суть его состоит в осуществлении вырезки цилиндрической части потока Чайльда-Ленгмюра, а конфигурация электродов, обеспечивающих формирование такого пучка, определяется из решения задачи Коши уравнения Лапласа. Математически эта задача формулируется следующим образом. Решить уравнение Лапласа в цилиндрической системе координат:

$$\Delta\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0, \qquad (1)$$

с условиями на границе пучка $r = a$

$$\Phi\Big|_{r=a} = Az^{4/3}, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial r}\Big|_{r=a} = 0. \qquad (2)$$

Здесь $\Phi(r,z)$ – потенциал электрического поля; r,z – радиальная и осевая координаты; a – радиус пучка; A – параметр, зависящий от плотности тока; Δ − лапласиан.

Первое из условий (2) отражает классическую зависимость потенциала потока Чайльда-Ленгмюра от осевой координаты, а второе – отсутствие радиальных сил, действующих на граничные электроны. Это является результатом уравновешивания сил, действующих на них вследствие кулоновского расталкивания и внешнего электростатического поля, создаваемого электродами.

Принятое в научной литературе решение системы (1), (2) представляется интегралом Харкера [2]:

$$\begin{gathered}\Phi(r,z)=\mathrm{A}\left(\frac{a}{r}\right)^{1/2}\Big\{\mathrm{Re}\Big[\big(z+i(r-a)\big)^{4/3}\Big]+\int_a^r\Big[\frac{1}{2a}F\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2};1;\lambda\right)-\\-\frac{r^2-2a^2+2a\sigma-\sigma^2}{8ra^2}\times F\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2};2;\lambda\right)\Big]\times\mathrm{Re}\Big[\big(z+i(\sigma-a)\big)^{4/3}\Big]d\sigma\Big\},\end{gathered}\qquad(3)$$

где:

$$\lambda=\frac{(\sigma-r)(\sigma+r-2a)}{4ar};$$

$F(\alpha,\beta;\gamma;x)$ – гипергеометрическая функция; Re – действительная часть выражения; i – мнимая единица; σ – переменная интегрирования.

В [3] приведено другое решение данной задачи:

$$\begin{gathered}\Phi(r,z)=\frac{A}{\Gamma(-4/3)}\int_0^{\infty}\Big\{\frac{\pi xa}{2}\big[N_o(xr)J_1(xa)-\\-J_0(xr)N_1(xa)\big]\exp(-xz)+xz-1\Big\}x^{-7/3}dx\end{gathered},\qquad(4)$$

где $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция, $\Gamma(-4/3) = 2{,}720$; $J_0(x)$, $J_1(x)$ – функции Бесселя нулевого и первого порядка, соответственно; $N_0(x), N_1(x)$, – функции Неймана нулевого и первого порядка, соответственно; x – переменная интегрирования.

Данное решение не требует применения комплексных переменных и может быть отнесено к инженерным формулам.

2. Расчет электронного пучка с криволинейной границей

Ситуация существенно усложняется, когда речь идет о формировании интенсивных пучков с криволинейными границами, получающихся вырезкой из потока, который является решением внутренней задачи синтеза. Предложенный выше подход сводится к решению уравнения (1), но уже с граничными условиями вида:

$$\Phi\Big|_{r=s(z)} = f_1(s); \quad \frac{\partial \Phi}{\partial r}\Big|_{r=s(z)} = f_2(s) \tag{5}$$

где $f_1(s), f_2(s)$ – известные функции распределения потенциала и его нормальной производной на границе пучка, полученные в результате решения внутренней задачи синтеза $s(z)$ – траектория крайнего электрона пучка, представляющая линию тока в поле скоростей исходного потока.

В общем виде данную задачу аналитически решить крайне сложно, а при использовании численных методов существует опасность получения неверных решений вследствие некорректности постановки. В крайне ограниченном числе случаев путем определенных преобразований удается «спрямить» границу пучка и свести к предыдущей задаче.

В данной работе предлагается иной метод решения задачи. В отличие от традиционного удаления внешнего по отношению к пучку пространственного заряда пучка (над линией $s(z)$), здесь, наоборот, удаляется сам пучок, а внешний заряд «замораживается». Следует отметить, что вместе с пучком удаляется и его изображение в плоском катоде, потенциал которого должен оставаться равным нулю.

Если в поле внешнего «замороженного» заряда вновь запустить пучок, то он однозначно будет распространяться в пределах граничной траектории $s(z)$. Это означает, что внешний заряд создает нужное нам поле (в отсутствие пучка).

Это поле может быть рассчитано следующим образом. После решения внутренней задачи синтеза в электронном потоке известны следующие параметры: распределение потенциала $U(r,z)$, распределение плотности заряда $\rho(r,z)$. По этим параметрам можно определить осевое распределение потенциала как:

$$\varphi(z)=U(o,z)+\frac{1}{2\varepsilon_o}\int_0^{\infty}dz'\int_0^{s(z)}\rho(r',z')r'\left[\frac{1}{\sqrt{(z-z')^2+r'^2}}-\frac{1}{\sqrt{(z+z')^2+r'^2}}\right]dr', \quad (6)$$

где ε_0 – диэлектрическая постоянная, z', r' − переменные интегрирования.

Здесь учтено, что заряд электронов отрицателен. Второй член в квадратных скобках имеет отрицательный знак, так как он связан с удалением отражения заряда пучка в плоском катоде.

По найденному осевому распределению $\varphi(z)$ восстанавливается потенциал в пространстве. Для этого решается задача:

$$\Delta V(r,z)=0, \quad (7)$$

с условиями:

$$V\big|_{r=0}=\varphi(z), \quad \frac{\partial V}{\partial r}\Big|_{r=0}=0. \quad 8)$$

Методы восстановления разработаны для разных случаев [4,5]. Так, для достаточно гладких функций:

$$V(r,z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}Re\varphi(z+ircos\theta)d\theta, \quad (9)$$

где θ – переменная интегрирования.

Полученное распределение $V(r,z)$ – это поле, создаваемое «замороженным» зарядом в области пучка в его отсутствие. Оно может быть продолжено однозначно и за пределы $s(z)$. Но это еще не окончательный вид нужного поля. Для этого требуется учесть изменения поля после возвращения пучка. Пространственный заряд пучка поправит потенциал $V(r,z)$, и тогда получим окончательный вид нужного поля:

$$\tilde{U}(r,z) = V(r,z) - \frac{1}{2\varepsilon_o}\int_0^{\infty} dz' \int_0^{s(z)} \rho(r',z') r' dr' \left[\frac{1}{\sqrt{(z-z')^2 + (r-r')^2}} - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\sqrt{(z+z')^2 + (r-r')^2}} \right]. \tag{10}$$

Эквипотенциали данного поля могут служить электродами пушки, формирующей пучок с огибающей $s(z)$.

Полученное решение в области вне пучка удовлетворяет уравнению Лапласа, так как представляет собой суперпозицию $V(r,z)$, удовлетворяющего (7), и потенциального поля пространственного заряда пучка.

В области, занятой пучком следует ожидать распределения, соответствующей внутренней задаче синтеза. Действительно, по оси распределение (10) дает с учетом (6):

$$\tilde{U}(o,z) = V(o,z) - \frac{1}{2\varepsilon_o}\int_0^{\infty} dz' \int_0^{s(z)} \rho(r',z') r' dr' \left[\frac{1}{\sqrt{(z-z')^2 + r'^2}} - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\sqrt{(z+z')^2 + r'^2}} \right] = U(o,z). \tag{11}$$

Таким образом, рассчитанные эквипотенциали создают в пучке такое распределение потенциалов, которое требуется для его формирования в соответствии с внутренней задачей синтеза, т.е. их воздействие (вернее, воздействие электродов, совпадающих с эквипотенциалями) эквивалентно воздействию «замороженного» заряда.

3. Сравнение методов расчета при синтезе цилиндрического пучка

Для проверки предложенного подхода проведено сравнение решений для случая формирования рассмотренного выше осесимметричного цилиндрического пучка. Результаты решения в постановке Пирса представлены с помощью (4), расчеты $\varphi(z)$ и $V(r,z)$ проведены аналитически, двойные интегралы вычислялись численными методами.

Конфигурации эквипотенциалей вне пучка представлены на рисунке 1. Тонкими линиями представлено решение (4), жирными – результаты восстановления (9). Решение (10) с большой точностью совпадает с тонкими линиями, что указывает на эквивалентность результатов.

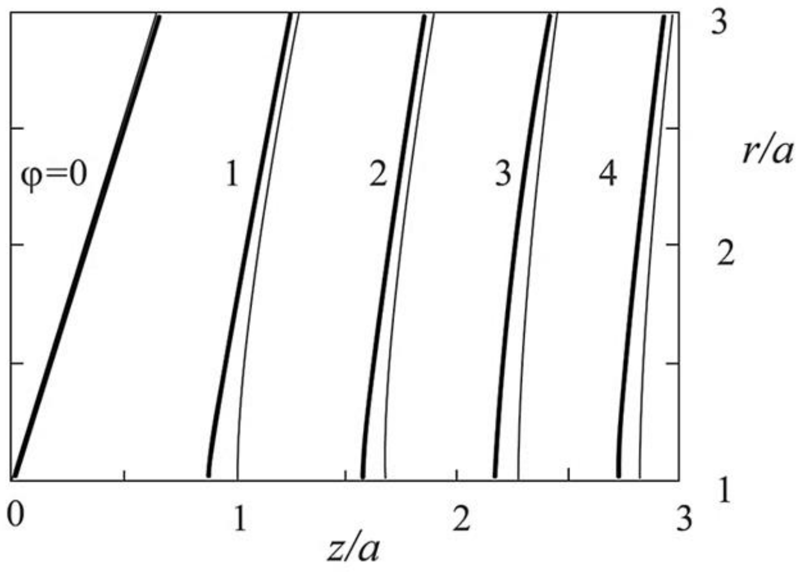

Рис. 1. Конфигурация эквипотенциалей в окрестностях цилиндрического пучка. Жирные линии – эквипотенциали $V(r,z)$ (9), тонкие линии – эквипотенциали $\Phi(r,z)$ (4)и совпадающие с ними эквипотенциали $\tilde{U}(r,z)$ (10). Здесь принято A = 1.

В данном конкретном примере, когда пучок имеет прямолинейные границы, подход Пирса позволяет решить задачу достаточно быстро, но в случае криволинейных границ встречает большие математические трудности. Предложенный метод сводит задачу расчета поля с границы пучка к восстановлению потенциала с оси, т.е. к уже решенной задаче. Расчет кулоновского поля пространственного заряда пучка (и его отражения) не содержит в себе никаких проблем, так как связан с интегрированием.

Заключение

Таким образом, предложен новый метод решения внешней задачи синтеза интенсивного осесимметричного пучка заряженных частиц, основанный на восстановлении потенциала с оси симметрии. Следует отметить, что исходными данными для обеих постановок являются результаты решения внутренней задачи синтеза. В методе Пирса используется распределение потенциала и его нормальной производной на границе пучка (вдоль линии тока $s(z)$). В новом подходе – распределения потенциала на оси пучка и его плотности.

Первый метод предусматривает решение задачи Коши для уравнения Лапласа, которая относится к некорректным и встречает определенные математические сложности.

Второй метод тоже содержит некорректную подзадачу, связанную с восстановлением потенциала с оси, однако имеется большое количество методов ее решения. Другие подзадачи второго метода предусматривают интегрирование, что является несложной математической процедурой.

Литература

1. Пирс Дж. Теория и расчет электронных пучков. М. Советское радио. 1956
2. Harker K.J. Solution of the Cauchy Problem for Laplace’s Equation in Axially Symmetric Systems. Journal of Mathematical Physics. 1963, Vol.4, №7. P 993-997
3. Ризаханов Р.Н. Аналитическое решение задачи формирования интенсивного осесимметричного цилиндрического пучка. Радиотехника и электроника. 2006. Т.51.№2. С.216-217
4. Молоковский С.И. Сушков А.Д. Интенсивные электронные и ионные пучки. М. Энергоатомиздат, 1991

5. Ризаханов Р.Н. Восстановление в пространстве потенциала аксиально-симметричного поля по его осевому распределению. Радиотехника и электроника. 2006. Т.51.№4. С.463-467

Для цитирования:

Ризаханов Р.Н. Метод расчета электронной пушки, формирующей осесимметричный пучок. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 12. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.12.16