

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.12.17>

УДК: 621.396

## ПРИМЕНЕНИЕ КРИТЕРИЯ КОСИНУСНОГО РАССОГЛАСОВАНИЯ ПРИ УЧЁТЕ НАЛИЧИЯ РЭЛЕЕВСКОГО ШУМА В ЗАДАЧЕ МОНОИМПУЛЬСНОЙ ПЕЛЕНГАЦИИ

Ю.Е. Чуманкин, О.А. Морозов

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского  
603022, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 3

Статья поступила в редакцию 5 сентября 2024 г.

**Аннотация.** Целью работы является разработка модифицированного алгоритма пассивной моноимпульсной пеленгации, позволяющего повысить точность пеленгации, и оценка погрешности данного алгоритма на основе компьютерного моделирования. Особенностью исходных данных для пеленгации является наличие ненулевого среднего значения погрешности амплитуд зарегистрированных сигналов. В работе предлагается помимо пеленга ( $az, el$ ) оценивать и учитывать среднее значение погрешности амплитуд. Предлагаемое решение задачи пеленгации основано на оптимизации функции косинусного рассогласования между измеряемыми и оцениваемыми по диаграмме направленности антенной системы амплитудами. Для повышения вычислительной эффективности метода выполнена частичная аналитическая оптимизация косинусного рассогласования по средней погрешности амплитуд. Результаты численных экспериментов показывают, что при значении отношения сигнал/шум менее 15 дБ целесообразно пользоваться пеленгацией с использованием предложенной функции рассогласования. Для повышения быстродействия при сохранении сопоставимой точности следует использовать

аналитическое выражение средней погрешности амплитуд, полученное в данной статье. Предложенный метод позволяет обеспечить погрешность пеленгации не превосходящую  $\sim 0,1$  ширины луча диаграммы направленности антенной системы при отношении сигнал/шум  $\sim 6$  дБ.

**Ключевые слова:** спутниковая система связи, диаграмма направленности, косинусное рассогласование, рэлеевский шум.

**Автор для переписки:** Чуманкин Юрий Евгеньевич, [chumankinyuriy@nifti.unn.ru](mailto:chumankinyuriy@nifti.unn.ru)

## Введение

В настоящее время значительный интерес проявляется к разработке систем спутниковой связи, подобных системам Iridium, Thuraya и т.д. Космические аппараты этих систем должны решать множество задач, например, организация сеансов связи с наземными абонентами, поддержание сеансов, организация сеансов связи с использованием других космических аппаратов и т.д. Для лучшего значения отношения сигнал/шум (ОСШ) во время сеанса следует ориентировать антенную систему таким образом, чтобы в направлении абонента формировался максимум излучения спутниковой антенной системы. Поэтому среди прочих задач в системах спутниковой связи актуальной является задача пассивной пеленгации источника радиоизлучения (ИРИ).

В работе рассмотрены методы пеленгации [1-3], предполагающие использование одной многолучевой принимающей антенны с несколькими каналами приема. Каждому каналу приема соответствует один луч диаграммы направленности (ДН) антенны, главные максимумы которых ориентированы по-разному. Погрешность определения местоположения однопозиционным методом возрастает пропорционально расстоянию до ИРИ и погрешности пеленга ИРИ, поэтому в случае использования антенн космического базирования необходимо использовать перспективные методы пеленгации, обеспечивающие минимальную погрешность пеленга.

Целью работы является разработка модифицированного алгоритма пассивной моноимпульсной пеленгации, позволяющего повысить точность

пеленгации, и оценка погрешности данного алгоритма на основе компьютерного моделирования.

## 1. Математическая формулировка задачи пеленгации и известный подход к её решению

Широкое распространение получил подход, в котором для решения задачи пеленгации используются антенные системы с количеством лучей более четырех [2,4-6]. Диаграмма направленности антенны задаётся на сетке в системе координат: азимутальный угол  $az$ , угол места  $el$ . Амплитуды сигналов, зарегистрированных в лучах антенной системы, описываются выражением:

$$A_i = A_0 d_{ni}(az_0, el_0) + \zeta_i, \quad i \in [1, N], \quad (1)$$

где  $A_i$  – амплитуда сигнала, зарегистрированного в  $i$ -ом луче антенной системы,  $d_{ni}$  – нормированная амплитудная ДН  $i$ -го луча антенной системы,  $(az_0, el_0)$  – пеленг на ИРИ,  $A_0$  – амплитуда сигнала при приёме с направления, соответствующего максимуму ДН,  $\zeta_i$  – погрешность определения амплитуды сигнала в  $i$ -ом луче,  $N$  – количество лучей антенной системы.

При определении  $A_i$  энергетическими методами, вследствие слабой корреляции шума с сигналом погрешность определения амплитуды сигнала  $\zeta_i$  обладает ненулевым средним значением, т.е.  $\zeta_i$  представима в виде:

$$\zeta_i = \mu_0 + \Delta\zeta_i, \quad (2)$$

где  $\mu_0$  – среднее значение  $\zeta_i$ ,  $\Delta\zeta_i$  – случайная величина с нулевым средним значением.

Существующие амплитудные алгоритмы пеленгации пренебрегают значениями  $\zeta_i$  в предположении, что из амплитуд сигналов, зарегистрированных в лучах антенной системы, предварительно исключена шумовая составляющая. В настоящей работе предложены методы, изначально пренебрегающие только случайной составляющей погрешности  $\Delta\zeta_i$ , но учитывающие её среднее

значение  $\mu_0$ . Для дальнейших вычислений удобно ввести параметр  $\nu_0 = \mu_0 / A_0$ , тогда:

$$\frac{A_i}{A_0} = d_{ni}(az_0, el_0) + \nu_0, \quad i \in [1, N]. \quad (3)$$

Выражение (3) представляет собой систему из  $N$  нелинейных уравнений, неизвестными параметрами в которой являются  $A_0$ ,  $\nu_0$ ,  $az_0$ ,  $el_0$ . Для решения задачи пеленгации критически важным является нахождение параметров  $az_0$  и  $el_0$ . Оценка параметров  $A_0$  и  $\nu_0$  является необязательной, но возможной. При этом не требуется использование дополнительной априорной информации, так как рассматривается антенная система с количеством лучей  $N > 4$ .

Как правило, система уравнений (3) преобразуется к суммарно-разностному виду [4]:

$$\frac{A_i - A_j}{A_i + A_j} = \frac{d_{ni}(az_0, el_0) - d_{nj}(az_0, el_0)}{d_{ni}(az_0, el_0) + d_{nj}(az_0, el_0)}. \quad (4)$$

Дальнейшее решение этих уравнений производится численной оптимизацией по  $az$  и  $el$  среднеквадратичного функционала рассогласования  $L_{2SQ}$  между правыми и левыми частями уравнений (4):

$$L_{2SQ}(az, el) = \sum_{i,j,i \neq j} \left( \frac{A_i - A_j}{A_i + A_j} - \frac{d_{ni}(az, el) - d_{nj}(az, el)}{d_{ni}(az, el) + d_{nj}(az, el)} \right)^2. \quad (5)$$

В работе предложено два способа определения пеленга  $(az_0, el_0)$  с использованием системы уравнений (3), и проведено сравнение с известным алгоритмом пеленгации [4].

## 2. Предлагаемый подход к решению задачи пеленгации

Систему уравнений (3) возможно рассматривать как тождество векторов:

$$\frac{1}{A_0} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{n1}(az_0, el_0) + v_0 \\ d_{n2}(az_0, el_0) + v_0 \\ \dots \\ d_{nN}(az_0, el_0) + v_0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

В этом случае задача пеленгации сводится к поиску  $az_0$ ,  $el_0$  и  $v_0$  при которых векторы (6) будут различаться минимально. В качестве критерия различия предлагается использовать косинусное рассогласование [7], которое получило широкое распространение в методах машинного обучения:

$$L_{3COS} = - \frac{\sum_i A_i (d_{ni}(az, el) + v)}{\sqrt{\sum_i A_i^2} \sqrt{\sum_i (d_{ni}(az, el) + v)^2}}. \quad (7)$$

В связи с наличием шума и боковых лепестков ДН, а также с нелинейностью рассматриваемых функций рассогласования  $L_{2SQ}$  и  $L_{3COS}$  следует ожидать, что задачи оптимизации не являются одноэкстремальными. Однако, если выбрать начальное приближение близко к истинному пеленгу, то итерационный алгоритм оптимизации сходится к глобальному минимуму. Для поиска достаточно точного начального приближения предлагается использовать перебор значений функции рассогласования, осуществляемый на равномерной сетке узлов в координатах  $(az, el)$  и  $(az, el, v)$  для  $L_{2SQ}$  и  $L_{3COS}$  соответственно. В качестве начального приближения выбирается точка, значение рассогласования в которой минимально.

Предложенный метод пеленгации путём минимизации функции  $L_{3COS}$  (7) уступает в производительности известному методу пеленгации путём минимизации функции  $L_{2SQ}$  (5). Сложность выполнения алгоритмов отличается на порядок вследствие выполнения оптимизации по трём параметрам вместо двух. Сократить количество выполняемых операций возможно за счёт частичной

аналитической оптимизации функции  $L_{3COS}$ . Параметры  $az$  и  $el$  входят в выражение (7) как аргументы численно заданных нормированных амплитудных диаграмм направленности  $d_{ni}(az, el)$ , поэтому аналитически вычислить производную по этим параметрам не удастся. В свою очередь зависимость от параметра  $v$  (среднее значение погрешности амплитуд сигналов) задана аналитически и является дифференцируемой. Для заданных  $az$  и  $el$  можно определить значение  $v_0$ , при котором функция  $L_{3COS}$  достигает экстремального значения. Уравнение для поиска  $v_0$  имеет вид:

$$\left. \frac{\partial L_{3COS}}{\partial v} \right|_{v_0} = - \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^N A_i^2}} \frac{\partial}{\partial v} \left[ \frac{\sum_{i=1}^N A_i (d_{ni}(az, el) + v)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (d_{ni}(az, el) + v)^2}} \right] \Bigg|_{v_0} = 0. \quad (8)$$

После вычисления производной и решения уравнения (8)  $v_0$  принимает вид:

$$v_0 = \frac{\{A\} \{d^2\} - \{Ad\} \{d\}}{\{Ad\} - \{A\} \{d\}}. \quad (9)$$

Параметры  $\{A\}$ ,  $\{Ad\}$ ,  $\{d\}$  и  $\{d^2\}$  имеют смысл средних значений по лучам антенной системы и задаются выражениями:

$$\{A\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i, \quad (10)$$

$$\{Ad\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i d_{ni}(az, el), \quad (11)$$

$$\{d\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{ni}(az, el), \quad (12)$$

$$\{d^2\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{ni}^2(az, el). \quad (13)$$

Следует отметить, что знаменатель выражения (9) является ковариацией распределений зарегистрированных амплитуд и значений нормированных амплитудных диаграмм направленности лучей антенной системы в рассматриваемом направлении  $(az, el)$ . Если зависимость между указанными распределениями слабая, то  $v_0$  принимает большое по модулю значение, что сигнализирует о низком значении ОСШ.

Нахождение оптимального значения  $v_0(az, el)$  позволяет на порядок повысить вычислительную эффективность пеленгации с использованием функции  $L_{3COS}$  (7), выполняя оптимизацию только по параметрам  $az$  и  $el$ . Модифицированную функцию рассогласования  $L_{2COS}$  можно записать следующим образом:

$$L_{2COS} = - \frac{\sum_i A_i (d_{ni}(az, el) + v_0(az, el))}{\sqrt{\sum_i A_i^2} \sqrt{\sum_i (d_{ni}(az, el) + v_0(az, el))^2}} \cdot \quad (14)$$

Метод пеленгации, основанный на оптимизации выражения (14), объединяет в себе достоинства рассмотренных ранее методов: вычислительную эффективность известного метода с использованием рассогласования  $L_{2SQ}$  и точность предложенного метода с использованием рассогласования  $L_{3COS}$ .

### 3. Результаты численных экспериментов

Сравнение точностных характеристик указанных выше методов проведено методом компьютерного имитационного моделирования. В каждом отдельном эксперименте задавалось случайное положение ИРИ, подчиняющееся равномерному распределению по области моделирования  $az^2 + el^2 < (3^\circ)^2$ . По рассчитанным ДН многолучевой антенной системы вычислялись амплитуды регистрируемых сигналов в каждом луче антенной системы, на которые накладывались шумовые отсчёты, описываемые рэлеевским распределением. Для каждого значения ОСШ ( $SNR$ ) из диапазона от 0 до 20 дБ выполнено по 1000 вычислительных экспериментов.

Основные параметры использованной модели антенной системы: параболическая антенна с диаметром рефлектора 10 м; фокусное расстояние – 8 м; частота настройки – 1,6 ГГц; количество лучей – 16. Рассчитанная методом физической оптики [8] нормированная амплитудная диаграмма направленности антенной системы представлена на рисунке 1. Полуширина главного лепестка каждого луча антенной системы составила  $\sim 0,75^\circ$ .

Пеленгация в каждом численном эксперименте выполнена с использованием трёх представленных выше методов. Первый метод известен из литературы [4] и заключается в решении системы уравнений (4) методом минимизации квадратичного рассогласования  $L_{2SQ}$  (5). Другие два метода, предложенные в настоящей работе, определяют пеленг путём минимизации функций косинусных рассогласований  $L_{3COS}$  (7) и  $L_{2COS}$  (14). Минимизация функций рассогласования выполнена симплексным методом [9]. Поиск начальных приближений для минимизации функций  $L_{2SQ}$  и  $L_{2COS}$  осуществлён перебором значений функции рассогласования на равномерной сетке узлов размером  $100 \times 100$  в координатах  $(az, el)$ . Поиск начального приближения для минимизации функций  $L_{3COS}$  осуществлён перебором значений функции рассогласования на равномерной сетке узлов размером  $100 \times 100 \times 10$  в координатах  $(az, el, \nu)$ . Значения  $az$  и  $el$  распределены по области определения ДН. Значения  $\nu$  распределены по диапазону от 0,0 до 0,05.

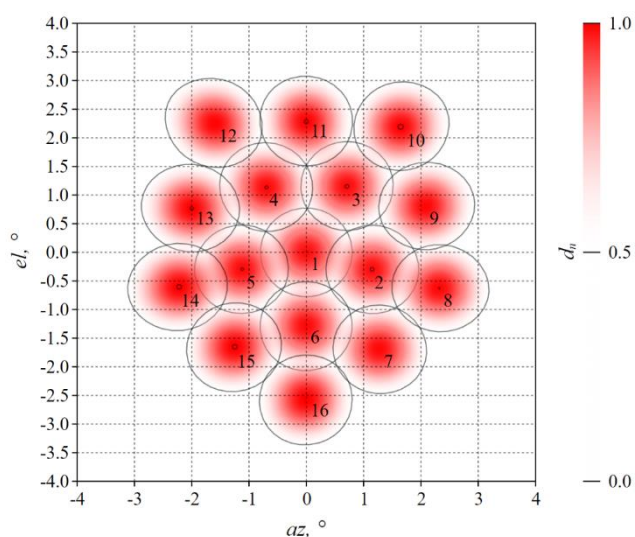


Рис. 1. Нормированная амплитудная ДН рассматриваемой антенной системы.



С практической точки зрения представляет интерес величина погрешности, которая не будет превышена с вероятностью 0,95 при заданном ОСШ. Это соответствует 95-му перцентилю  $\delta_{95}$  набора погрешностей, реализовавшихся в соответствующей серии экспериментов. Сравнение погрешностей пеленгации, которые не будут превышены с вероятностью 0,95 с использованием критериев  $L_{2SQ}$ ,  $L_{3COS}$  и  $L_{2COS}$  представлены на рисунке 2. График построен с использованием логарифмического масштаба по оси  $\delta$ .

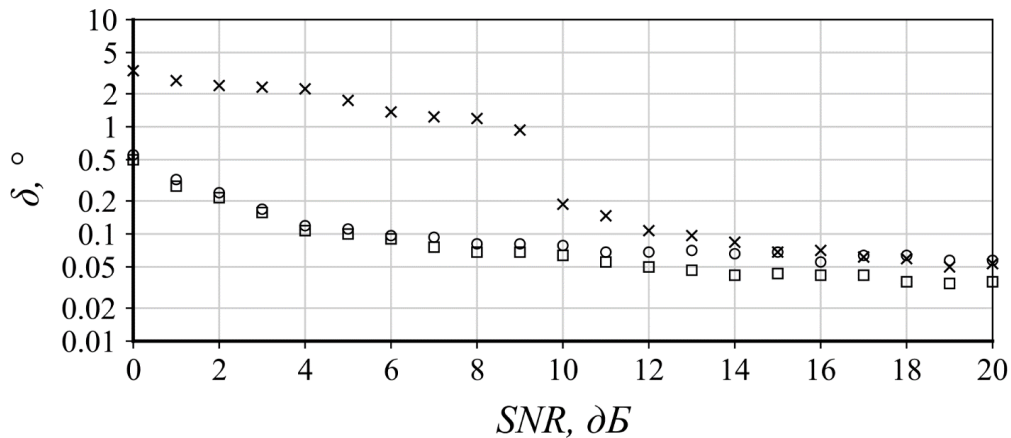


Рис. 1. Зависимости погрешности пеленга, которая не будет превышена с вероятностью 0,95 от ОСШ для методов, использующих функции рассогласования:  $\times$  –  $L_{2SQ}$ ,  $\square$  –  $L_{3COS}$ ,  $\circ$  –  $L_{2COS}$

Сравнительная характеристика рассмотренных методов представлена в таблице 1. С целью сравнения вычислительной эффективности предложенных методов рассчитана величина  $\tau$ , равная отношению времени выполнения пеленгации рассматриваемым методом ко времени выполнения пеленгации с использованием критерия  $L_{2SQ}$ .

Таблица 1. Сравнительная характеристика методов пеленгации с использованием  $L_{2SQ}$ ,  $L_{3COS}$  и  $L_{2COS}$ .

SNR	$\delta_{95}$ , ° 20 дБ	$\delta_{95}$ , ° 10 дБ	$\delta_{95}$ , ° 0 дБ	$\tau$
$L_{2SQ}$	0,05	0,19	3,36	1,0
$L_{3COS}$	0,04	0,06	0,50	9,1
$L_{2COS}$	0,06	0,07	0,55	1,1

Как и ожидалось, метод с использованием  $L_{3COS}$  существенно уступает по вычислительной сложности методам  $L_{2COS}$  и  $L_{2SQ}$ . Однако преимущества данного метода выявляются при анализе точностных характеристик рассматриваемых методов. При ОСШ выше 15 дБ все рассмотренные методы работают с приблизительно равной погрешностью. Метод, использующий  $L_{2SQ}$ , принимает неявное предположение о том, что среднее значение погрешности регистрируемых амплитуд  $\nu$  равно нулю, в то время как предложенные методы определяют значение  $\nu$  на основе оптимизационного подхода. При высоких ОСШ значение параметра  $\nu$  стремится к нулю и неявное предположение метода, использующего  $L_{2SQ}$ , выполняется достаточно точно, что согласуется с результатами численного эксперимента.

При значениях ОСШ ниже 10 дБ методы с использованием косинусных рассогласований  $L_{3COS}$  и  $L_{2COS}$  работают существенно точнее метода, использующего  $L_{2SQ}$ . Подобное различие в значении погрешности пеленгации может быть обусловлено наличием выбросов. Выбросы возникают из-за того, что при некоторых значениях шумовых отсчётов минимум функции рассогласования, соответствующий направлению пеленга, перестаёт быть глобальным. Частота возникновения выбросов напрямую влияет на величину наблюдаемой погрешности, а количество глубоких локальных минимумов влияет на частоту возникновения выбросов. На рисунке 3 представлены характерные виды функций рассогласования  $L_{2SQ}$  и  $L_{2COS}$  для ОСШ равного 0 дБ. Сечения функции рассогласования  $L_{3COS}$  при различных  $\nu$  имеют вид, схожий с  $L_{2COS}$ . Заданное положение ИРИ отмечено на рисунке 3 ромбом.

Из анализа характерного вида функций  $L_{2SQ}$  и  $L_{2COS}$  следует, что функция  $L_{2COS}$  обладает существенно меньшим количеством локальных минимумов, сравнимых по глубине с глобальным. Это делает решение задачи пеленгации с её использованием более устойчивым к воздействию шумов. При использовании  $L_{2COS}$  возникает меньшее количество выбросов, что отражается на зависимости погрешности пеленгации от ОСШ (рисунок 2). С аналитической точки зрения различное поведение функций  $L_{2SQ}$  и  $L_{2COS}$  объясняется характером нелинейности

этих функций. Функция  $L_{2SQ}$  (5) предполагает суммирование большого количества дробей со знаменателями, зависящими от близких к нулю амплитуд. Такой характер функций является существенно более нелинейным, чем при вычислении скалярного произведения и нормировке в функциях косинусного рассогласования  $L_{2COS}$  (14) и  $L_{3COS}$  (7).

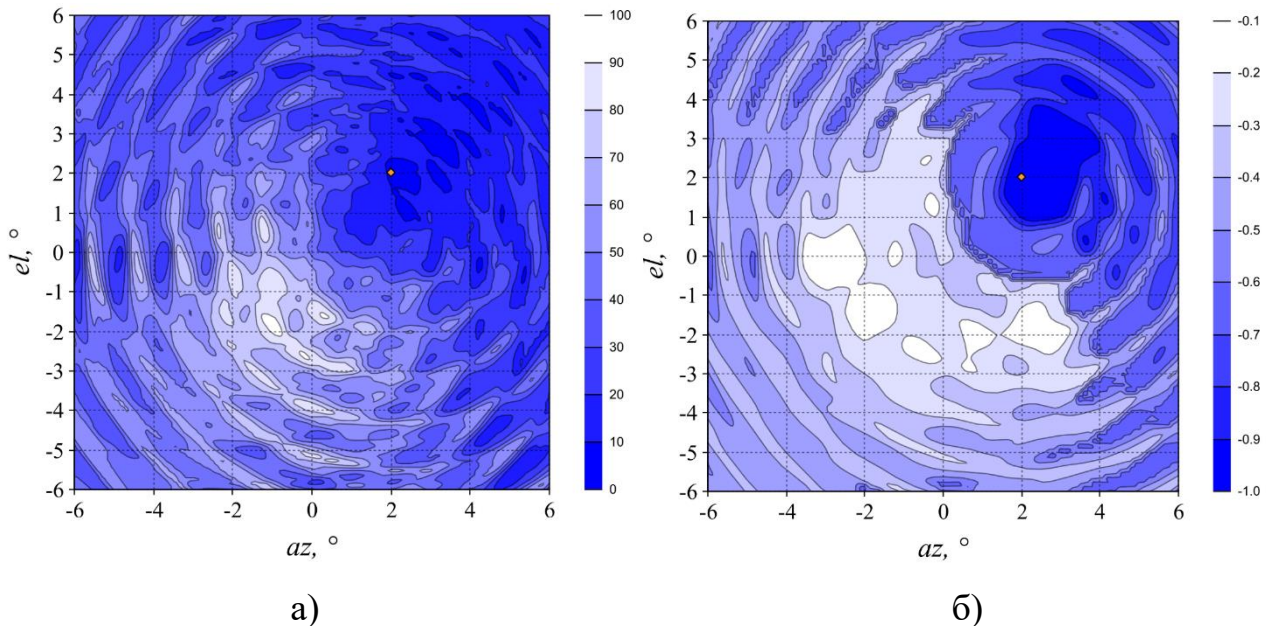


Рис. 3. Характерный вид функций рассогласования для  $SNR = 0$  дБ: а)  $L_{2SQ}$ ; б)  $L_{2COS}$ .

## Заключение

В статье предложены и исследованы методы пассивной моноимпульсной пеленгации на основе решения системы нелинейных уравнений формирования амплитуд сигналов, зарегистрированных в лучах антенной системы. Уравнения формирования, как правило, преобразуются к суммарно-разностному виду и решаются методом минимизации квадратичного рассогласования  $L_{2SQ}$  (5) по направлению пеленга. Предложено использование функций рассогласования на основе косинусного рассогласования, учитывающих наличие ненулевого среднего значения погрешности амплитуд сигналов, зарегистрированных в лучах антенной системы.

Представлены результаты компьютерного имитационного моделирования решения задачи пеленгации с использованием модели многолучевой антенной

системы с полушириной главного лепестка каждого луча диаграммы направленности  $\sim 0,75^\circ$ . Установлено, что при ОСШ выше  $\sim 15$  дБ с точки зрения вычислительной эффективности предпочтительным является стандартный метод пеленгации с использованием известной функции рассогласования  $L_{2SQ}$ . При более низких ОСШ существенно более высокую точность показывают методы с использованием косинусного рассогласования. Для метода с использованием функции  $L_{3COS}$  (7) погрешности, которые не будут превышены с вероятностью 0,95 при ОСШ равном 10 и 0 дБ составили  $0,06^\circ$  и  $0,5^\circ$  соответственно.

Метод пеленгации с использованием функции  $L_{3COS}$  в силу наличия трёх параметров оптимизации обладает существенно меньшим быстродействием по сравнению с методом, использующим  $L_{2SQ}$ . Для устранения этого недостатка выполнена частичная аналитическая минимизация функции рассогласования  $L_{3COS}$  по параметру  $\nu_0$ , и введена модифицированная функция рассогласования  $L_{2COS}$  (14). Пеленгация с использованием модифицированной функции рассогласования  $L_{2COS}$  незначительно уступает по точности пеленгации с использованием  $L_{3COS}$ , но имеет на порядок более высокую вычислительную эффективность. В частности, для рассмотренной конфигурации параметров численных экспериментов время пеленгации сократилось в  $\sim 8$  раз.

### Литература

1. Леонов А.И. Моноимпульсная радиолокация. – Рипол Классик, 2013. – 312 С.
2. Логинов А.А., Морозов О.А., Семенова М.Ю. Алгоритмы повышения точности оценки пеленга в задаче амплитудной моноимпульсной пассивной локации //Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2010. – №. 5-2. – С. 358-362.
3. Артюхин И.В. и др. Алгоритм оценки углов прихода сигналов в системе распределенных некогерентных автомобильных радаров //Журнал радиоэлектроники. – 2023. – Т. 4. – С. 1-20. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.4.2>

4. Логинов А.А. и др. Метод оценки числа источников излучения в задаче амплитудной моноимпульсной пеленгации //Известия вузов. Радиофизика. – 2013. – Т. 56. – №. 7. – С. 505-513.
5. Семенова М.Ю. и др. Метод выбора конфигурации приемных каналов пассивной моноимпульсной антенной системы //Вестник Нижегородского университета им. НИ Лобачевского. – 2014. – №. 3-1. – С. 18-23.
6. Морозов О.А, Фидельман В.Р., Чуманкин Ю.Е. Метод оценки изменения направлений главных максимумов диаграммы направленности многолучевой антенны в задаче пассивной пеленгации //Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2022. – Т. 65. – № 2. – С. 758-767.
7. Краснов Ф.В. Оценка оптимального количества тематик в тематической модели: подход на основе качества кластеров //International Journal of Open Information Technologies. – 2019. – Т. 7. – №. 2. – С. 8-15.
8. Ahmad G. Comparative Optical Analysis of Offset Reflector Antenna in GRASP //Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology. – 2008. – Т. 35. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1075915>
9. Дамбраускас А.П. Симплексный поиск – М.: Энергия, 1979. – 176 С.

**Для цитирования:**

Чуманкин Ю.Е., Морозов О.А. Применение критерия косинусного рассогласования при учёте наличия рэлеевского шума в задаче моноимпульсной пеленгации. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – № 12. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.12.17>