

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.12.8>

УДК: 534.6.08

## ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ АНОМАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ В ЗАДАЧАХ ВИБРОАКУСТИКИ

Н.А. Кутузов, А.А. Родионов

Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,  
603950, Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46

Статья поступила в редакцию 20 августа 2024 г.

**Аннотация.** В виброакустических задачах распространенной проблемой при проведении измерений с использованием набора вибродатчиков является отсутствие точной модели сигнала на приемниках. Подобная неопределенность может привести к деградации алгоритмов обработки и неправильному решению обратной задачи. Также из-за неисправности вибродатчики могут выдавать некорректный результат, ухудшая качество измерений. На практике поиск таких аномальных датчиков представляет отдельную нетривиальную задачу. В настоящей работе для ее решения предложен оригинальный метод, относящийся к проекционным алгоритмам. Показано, что предложенный подход позволяет обнаруживать аномальные приемники различного типа. Главной особенностью метода является совмещение численной конечно-элементной модели исследуемого объекта и экспериментальных данных. Эффективность предложенного метода продемонстрирована в задаче локализации виброисточников. Новый метод может быть использован и в других приложениях, где решение обратной задачи происходит с использованием численной или аналитической модели.

**Ключевые слова:** проекционные методы, локализация источников, отбор датчиков, шумы и вибрации.

**Финансирование:** работа выполнена в рамках госзадания №FFUF-2024-0040.

**Автор для переписки:** Кутузов Никита Анатольевич, [nik-kutuzov@yandex.ru](mailto:nik-kutuzov@yandex.ru)

## Введение

Измерения с использованием набора вибродатчиков используются в ряде задач виброакустики, например, таких как обнаружение дефектов в конструкциях, верификация/доводка конечно-элементных моделей (КЭМ) [1], локализация источников, определение и разрешение собственных форм и частот колебаний. Успешное решение данных задач существенно зависит от пространственной конфигурации набора вибродатчиков. Например, при удачном расположении количество датчиков, необходимое для решения задачи может быть сравнительно небольшим (10-15). При этом неудачное расположение такого же количества датчиков (ряд датчиков установлены в узлах нескольких мод или в точках существенного несоответствия реальной конструкции и КЭМ) может привести к неверным выводам при диагностике.

Отметим, что существует большое число работ, посвященных оценке качества пространственных конфигураций датчиков при решении различных задач виброакустики. Успешно используется оптимизация расположения вибродатчиков с помощью критериев МАС (Modal Assurance Criterion), EI (Effective Independence), МКЕ (Modal Kinetic Energy) [2-4]. Критерий МАС основан на расчете матрицы корреляции мод в интересующих частотных диапазонах для заданной пространственной конфигурации набора датчиков (при ограничении на общее число датчиков). Информация о значениях внедиагональных элементов матрицы корреляции может быть использована для оптимизации расположения вибродатчиков. А именно, при вибродиагностике можно считать наилучшим набор датчиков с минимальными значениями коэффициента корреляции мод на датчиках. Критерий EI использует информационную матрицу Фишера для решения той же задачи, для которой

используется МАС – оптимизация линейной независимости собственных пространственных форм в точках установки вибродатчиков. В критерии МКЕ используется информации о кинетической энергии колебаний в точках вибродатчиков. Данные критерии и их модификации позволяют существенно улучшить устойчивость задачи. При оптимизации расположения могут использоваться как модельные представления (полученные, например, с помощью КЭМ), так и предварительные экспериментальные данные (полученные калибровкой конструкции).

Иногда конфигурация расположения датчиков фиксирована, а их пространственное расположение ограничено техническими возможностями. В этом случае актуальной становится задача отделения «хороших» датчиков от «плохих», которые могут ухудшить результат решаемой задачи (например, по поиску виброисточников). Появление «плохих» датчиков может быть связано с выходом из строя самих преобразователей или их неудачным расположением (в узлах мод, либо в точках большого рассогласования с моделью) или появлением дефекта в реальной конструкции или механизме.

Показания таких «плохих» вибродатчиков будем называть выбросами/аномалиями. Наличие аномалии может свидетельствовать, к примеру, об аварийном состоянии конструкции/механизма или неисправности датчика и непригодности его для дальнейшей работы. Отметим, что при решении задачи обнаружения и классификации аномалий на вибродатчиках могут использоваться методы обработки показаний датчиков, широко применяемые и в отличных от виброакустики областях (геофизика, метеорология, беспроводная связь и т.д.). Детальный обзор таких методов представлен в [5]. Приведем здесь некоторые работы, посвященные работе с выбросами в показаниях датчиков.

Для решения задачи обнаружения и классификации выбросов часто используются алгоритмы, основанные на методе главных компонент (РСА) [6]. Метод главных компонент заключается в уменьшении размерности задачи путем нахождения компонент, создающих ортогональный базис для данной

задачи. Метод в приложении к данной задаче нашел применение во множестве разных областей. В виброакустике метод главных компонент может быть использован для обнаружения и локализации дефекта в конструкции. В работе [7] авторы предполагают, что дефект в какой-то области конструкции можно ассоциировать с появлением аномалии в показаниях соответствующего вибродатчика. Подобный «плохой» вибродатчик и предполагаемую область дефекта можно обнаружить путем сравнения углов между подпространствами [8], образованными главными компонентами (при определенных условиях главные компоненты совпадают с модами конструкции) принятого сигнала в обычном и дефектном состояниях конструкции. Устранение «плохого» вибродатчика ведет к существенному уменьшению угла (т.е «разницы») между подпространствами. Несколько отличная методика, связанная с PCA используется в работе [9] для обнаружения дефектного подшипника. В этих работах «плохим» является датчик, ассоциированный с каким-то дефектом самой конструкции. В ряде работ [10-11] аномальным также считается датчик, вышедший из строя. В отсутствии априорной информации о причине выбросов может стать актуальной задача классификации аномалий. Решению задачи обнаружения выбросов показаний и их классификации посвящена, к примеру, статья [12].

Другим распространенным подходом является использование алгоритмов, основанных на нейронных сетях различных типов (ANN – Artificial Neural Network). В виброакустике машинное обучение часто используется в разных приложениях, например диагностика механизмов [13], обнаружение дефектов в строительных конструкциях [14]. ANN используется и для обнаружения аномалий датчиков, и для их классификаций как во временной, так и в частотной областях. Помимо ANN и PCA, для обработки выбросов используются, к примеру, вейвлет – преобразование [15], кластерный анализ [16], выделение «эмпирических мод» (EMD) [17]. Суть методов в общем можно описать как использование классификации и машинного обучения для разделения условно «нормального» и дефектного состояния системы.

К примеру, существенное снижение сходства между эмпирическими модами сигнала с вибродатчиков в момент запуска механизма и в ходе дальнейшей эксплуатации может свидетельствовать о наличии неисправностей.

Однако малоисследованным остается вопрос о применении обработки аномалий датчиков при решении такого вида обратной задачи в виброакустике, как локализация виброисточников. Задача локализации источников вибраций является распространенной задачей виброакустики, она решается при диагностике механизмов и конструкций, снижении уровня вибраций [18-21]. При этом в работах не рассматривается вопрос классификации и обнаружения аномальных, «плохих» датчиков и их влияния на результат локализации. Между тем, такие датчики могут существенно ухудшить качество локализации, сделать ее невозможной. Целью данной работы и является устранение этого пробела.

## 1. Постановка задачи

Будем считать, что имеется некоторая сложная механоакустическая система (конструкция), для которой построена конечно-элементная модель (КЭМ), состоящая из определенного числа узлов. Считаем также, что в некотором узле расположен виброисточник, параметры которого требуется определить. Этот виброисточник ориентирован определенным образом в пространстве, а сигнал, возбуждающий виброисточник, является широкополосным белым гауссовским шумом. В данном исследовании в качестве виброисточника использовался пьезоэлектрический возбудитель. Будем считать, что в каждой узкой частотной полосе амплитудно-частотная характеристика виброисточника близка к константе, а сигнал, соответственно, является белым шумом. В  $K$  точках конструкции находятся вибродатчики (акселерометры), а принимаемый сигнал подвергается узкополосной фильтрации на частоте  $f_0$ . Модель принимаемого сигнала на частоте  $f_0$  в момент времени с номером  $j$  можно записать как следующий  $K \times 1$  вектор:

$$\mathbf{v}_j = p_j \mathbf{A}(x_i, y_i, z_i) \mathbf{F} + \xi_j, j = 1 \dots J, \quad (1)$$

где  $p_j$  – временная форма узкополосного сигнала (комплексный белый гауссовский шум с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_s^2$ , определяющей интенсивность вибрационного источника),  $\mathbf{F}$  – вектор  $3 \times 1$  нормированных комплексных составляющих силы ( $\mathbf{F}^H \mathbf{F} = 1$ ),  $\xi_j$  – временные отсчеты аддитивного белого гауссова шума с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_0^2$ ,  $\mathbf{A}(x_i, y_i, z_i)$  –  $K \times 3$  матрица комплексных коэффициентов передачи из узла с координатами  $x_i, y_i, z_i$  (координаты виброисточника) в узлы, соответствующие контрольным точкам (в которых находятся вибродатчики), получаемая конечно-элементным моделированием по принципу взаимности. Отметим, что при высоком отношении сигнал/шум именно разница между модельной и реальной матрицами может привести к существенной ошибке локализации.

Для приведенной выше модели в задаче локализации единственного виброисточника эффективно использовать выражение для целевой функции, полученное из метода наименьших квадратов [19,21]:

$$S_{MNC}(x, y, z) = \mathbf{V}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{V} \rightarrow \max_{x, y, z}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{V}$  – собственный вектор выборочной корреляционной матрицы принятого сигнала  $\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{v}_j \mathbf{v}_j^H$ , соответствующий максимальному собственному числу.

Этот вектор является максимально правдоподобной оценкой сигнального вектора (первого слагаемого в (1)) в предположении его полной неизвестности. Функция (2) получена путем оптимизации функции МНК по компонентам вектора силы  $\mathbf{F}$ , и является, по сути, коэффициентом корреляции (ее значения лежат в пределе от 0 до 1) между модельными данными и экспериментом и рассчитывается для каждого узла конструкции. Узел с наибольшим коэффициентом корреляции считается местом наиболее вероятного расположения источника.

Выражение (2) получено в предположении единственного источника. Для решения задачи с  $M$  источниками по методу наименьших квадратов нужен полный перебор, по меньшей мере, в  $3M$ -мерном пространстве, что

неприемлемо с вычислительной точки зрения и поэтому необходимо принципиально другое решение. Такое решение предложено в работе [19] и заключается в использовании специальной модификации метода сверхразрешения MUSIC [22]

$$F_{MUS+}(x, y, z) = \lambda_{MUS}^{-1}, \quad (3)$$

где  $\lambda_{MUS}$  – минимальное собственное число матрицы  $(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{U} \mathbf{U}^H \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{U} \mathbf{U}^H = \sum_{l=L+1}^K \mathbf{u}_l \mathbf{u}_l^H$ ,  $\mathbf{u}_l$  – собственные вектора матрицы выборочной корреляционной матрицы процесса  $\hat{\mathbf{K}}$ . Параметр метода  $L$  должен быть больше или равен числу источников  $M$ .

В настоящей работе методы (2) и (3) используются для локализации одного и двух одновременно работающих виброисточников соответственно. При высоком отношении сигнал/шум качество локализации определяется разницей между модельной и реальной матрицами  $\mathbf{A}$ .

Отклик конструкции на воздействие в одной из узких частотных полос, прежде всего, определяется модами (собственными формами конструкции) и соотношением их вклада в результирующее колебание. На разных частотах и при разных положениях источника и вибродатчиков функция коэффициентов передачи определяется разными наборами мод. Собственные формы и собственные частоты колебаний КЭМ и реальной конструкции отличаются (даже после уточнения модели). При этом в каждой частотной полосе на одних вибродатчиках амплитуда и фаза колебаний лучше совпадает с модельными значениями, чем на других хуже. Можно представить конструкцию с заметным дефектом, за счет чего в одних точках конструкции собственные формы колебаний могут гораздо больше отличаться от модельных, чем в других. Отметим, что наборы таких аномальных/”плохих” вибродатчиков с наибольшим рассогласованием реальной конструкции и модели отличаются для разных частот. Это происходит, потому что отличаются наборы мод, вносящих существенный вклад в результирующее колебание (при этом рассогласование модельных и реальных пространственных форм и частот для каждой моды

уникально). Наличие таких аномальных датчиков может существенно ухудшать результат локализации источников, и даже сделать корректную локализацию невозможной. Заметим, что аномальным, «плохим» датчик делает именно рассогласование КЭМ и конструкции, а не аппаратные неисправности. Для корректного решения обратной задачи по локализации необходим способ, который поможет исключить такие аномальные датчики за счет сопоставления данных модели и эксперимента. Предпочтительно также, чтобы такой способ селекции датчиков позволил бы исключить и датчики с аппаратными неисправностями, резкими выбросами сигнала и т.д.

## 2. Метод селекции вибродатчиков

На частоте  $f_0$  для каждого  $i$ -го узла КЭМ рассчитаем матрицу коэффициентов передачи и для каждого узла составим  $K \times 3$  матрицу

$$\mathbf{V}_i = [\overline{\mathbf{A}}_x \overline{\mathbf{A}}_y \overline{\mathbf{A}}_z], \quad (4)$$

где 
$$\overline{\mathbf{A}}_x = \frac{\mathbf{A}(x_i, y_i, z_i)\mathbf{F}_x}{\|\mathbf{A}(x_i, y_i, z_i)\mathbf{F}_x\|_2}, \quad \overline{\mathbf{A}}_y = \frac{\mathbf{A}(x_i, y_i, z_i)\mathbf{F}_y}{\|\mathbf{A}(x_i, y_i, z_i)\mathbf{F}_y\|_2}, \quad \overline{\mathbf{A}}_z = \frac{\mathbf{A}(x_i, y_i, z_i)\mathbf{F}_z}{\|\mathbf{A}(x_i, y_i, z_i)\mathbf{F}_z\|_2}$$

соответственно, а 
$$\mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Из матриц  $\mathbf{V}_i$  составим матрицу  $K \times 3N$   $\mathbf{M} = [\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_i, \dots, \mathbf{V}_N]$ , где  $N$  – число узлов в модели. Матрицы  $\mathbf{V}_i$  состоят из нормированных модельных откликов на единичные воздействия в трех направлениях для каждого узла, а матрица  $\mathbf{M}$  состоит из откликов для всей модели. Матрица  $\mathbf{T} = \mathbf{M}\mathbf{M}^H$  содержит  $D < K$  главных компонент (собственных векторов  $\mathbf{W}_1 \dots \mathbf{W}_D$ ). Любой отклик на воздействие может быть выражен как линейная комбинация данных компонент. Можно предположить, что при наличии рассогласования между КЭМ и конструкцией экспериментальный отклик  $\mathbf{v}_j$  будет разложен по ортогональным компонентам  $\mathbf{W}_1 \dots \mathbf{W}_D$  с существенной погрешностью. Вероятно, эта погрешность будет максимальной на аномальных/”плохих”



датчиках. Удаление таких датчиков способно существенно повлиять на соответствие эксперимента и модели и, как следствие, на решение обратной задачи.

Попробуем определить такие датчики с использованием матрицы  $\mathbf{T}$ . Будем последовательно исключать каждый датчик, т.е. удалять соответствующие  $k$ -ую строку и столбец из матрицы  $\mathbf{T}$ , получая таким образом для каждого удаленного  $k$ -ого датчика матрицу  $\mathbf{T}_k$ . Для определения размерности ортогонального базиса  $D$  и последующего отбора собственных векторов используем критерий [23]

$$\frac{\sum_{w=1}^D \lambda_w}{\sum_{w=1}^{K-1} \lambda_w} > 0.99, \quad (5)$$

где  $\lambda_w$  – собственные числа матрицы  $\mathbf{T}_k$ .

Прделаем ту же операцию исключения датчиков с экспериментальными данными и получим набор  $\mathbf{v}_{jk}$  – векторов отсчетов сигнала в момент времени  $j$  без  $k$ -ого датчика. Для каждого  $k$  найдем отношение:

$$F_{sensor}(k) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{\mathbf{v}_{jk}^H \mathbf{v}_{jk}}{\mathbf{v}_{jk}^H \mathbf{C} \mathbf{C}^H \mathbf{v}_{jk}}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{C} \mathbf{C}^H = \sum_{d=D+1}^{K-1} \mathbf{c}_d \mathbf{c}_d^H$ ,  $\mathbf{c}_d$  – собственные вектора матрицы  $\mathbf{T}_k$ , соответствующие младшим  $D+1 \leq w \leq K-1$  собственным числам  $\lambda_w$ . Функция (6) вычисляется для каждого  $k$ -ого датчика в каждой частотной полосе  $f_0$  и является мерой того, насколько “хорошо” вектора экспериментальных отсчетов без  $k$ -ого датчика лежат в пространстве  $D$  модельных главных компонент. Знаменатель выражения (6), представляющий собой проекцию вектора экспериментальных отсчетов сигнала на  $(K-1)-D$  собственных векторов матрицы  $\mathbf{T}_k$  резко уменьшится при удалении “аномального” датчика. Причина этого в том, что проекция векторов  $\mathbf{v}_{jk}$  (лежащих в пространстве, образованном собственными

векторами  $\mathbf{W}_{k1} \dots \mathbf{W}_{kD}$ , соответствующим  $D$  старшим собственным числам матрицы  $\mathbf{T}_k$ ) на младшие собственные вектора  $\mathbf{c}_d$  при устранении рассогласования устремляется к нулю. Можно предположить, что при удалении нормальных датчиков (без рассогласования) отношение (6) для разных  $k$  будет меняться не так сильно, как при удалении “аномальных” датчиков. Резко выделяющиеся выбросы функции  $F_{sensor}(k, f_o)$  можно определить с помощью абсолютного медианного отклонения [24]:

$$MAD = med(|F_{sensor}(1..K) - med[F_{sensor}(1..K)]|)b, b = 1.4826, \quad (7)$$

Те датчики, для которых выполняется неравенство

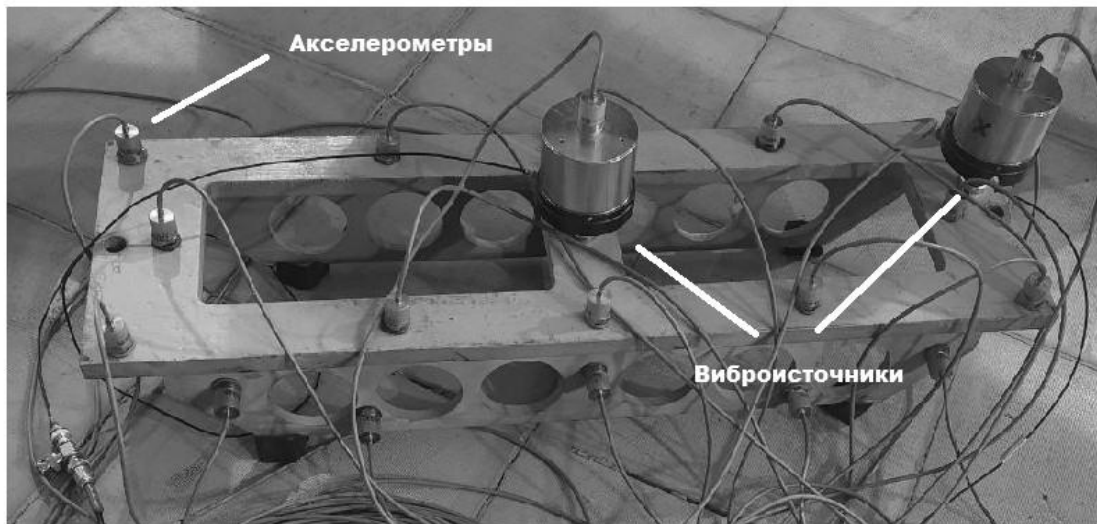
$$F_{sensor}(k) > med[F_{sensor}(1..K)] + 3MAD \quad (8)$$

и будем считать аномальными датчиками.

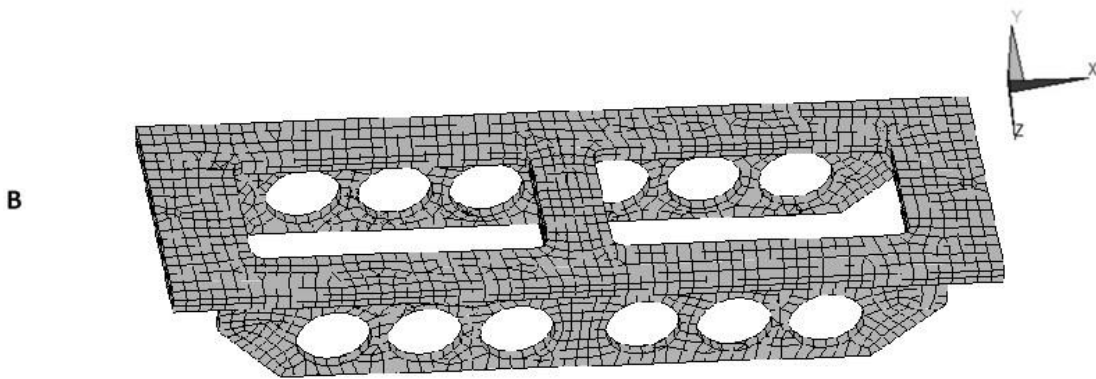
Такая методика позволяет для каждой узкой частотной полосы  $f_0$  определить аномальные, плохо согласующиеся (в силу рассогласования, и в силу аппаратных погрешностей) с моделью датчики.

### 3. Апробация метода селекции

Для исследования эффективности метода селекции датчиков были проведены численное моделирование и эксперимент с механической конструкцией. Длина конструкции составляла около 0.8 м, ширина – 0.23 м, высота – 0.14 м, число узлов около 25000, число элементов около 6000. На рис. 1 представлены фото конструкции с установленными вибродатчиками (А) и виброисточниками и ее конечно-элементная модель (В).



А



В

Рис. 1. Конструкция с установленными вибродатчиками и виброисточниками (А), КЭМ конструкции (В).

В качестве вибродатчиков использовались пьезоэлектрические акселерометры, установленные в контрольных точках конструкции и подключенные к сборщику данных, при этом каждый из акселерометров был ориентирован по одной из осей  $x$ ,  $y$  или  $z$  – по нормали к поверхности модели. Всего было установлено 24 акселерометра: 22 на модели и 2 на виброисточниках (для контроля мощности). Эксперимент проводился при двух взаимных положениях двух виброисточников, излучавших одновременно широкополосный белый гауссовский шум в диапазоне 100–800 Гц (положение I и положение II). В положении I мощность виброисточников во всем диапазоне

излучаемого сигнала была примерно одинаковой, в положении II мощность во всем диапазоне одного из источников была выше примерно на 10 дБ. Сигнал на виброисточники подавался на протяжении приблизительно 2,5 мин.

Численный расчет модельной матрицы  $\mathbf{A}$  производился в диапазоне 100-800 Гц с шагом в 1 Гц. Апробация метода селекции проводилась на неverified [25] КЭМ. Локализация единственного виброисточника проводилась по методу МНК (2), двух виброисточников по модифицированному методу MUSIC (3).

#### 4. Численное моделирование

Предварительно проведено имитационное моделирование с единственным модельным виброисточником, помещаемым в один из узлов. В моделировании использовались  $K = 22$  модельных датчика с расположением как в эксперименте. При проведении имитационного моделирования вносилось искусственное рассогласование тремя разными способами.

- 1) В каждой из полос в диапазоне 100-800 с шагом в 1 Гц выбирался случайный вибродатчик и отклик на данном датчике умножался на случайную гауссовую действительную переменную  $\psi$ , с нулевым средним и единичным СКО.
- 2) Аналогично п.1., только с 4 случайными «плохими» датчиками в каждой полосе
- 3) Искусственно изменен модуль Юнга для части конструкции (диапазон 100-800 Гц с шагом в 1 Гц).

После расчета с помощью конечно-элементного моделирования матриц коэффициентов передачи  $\mathbf{A}$ , для каждой частотной полосы и каждого возможного “плохого” датчика матрицы формировались матрицы  $\mathbf{T}_k$ . Размерность базиса  $D$  определялась по спектру собственных чисел по правилу (5). В большинстве полос  $D$  было равно 4-7, в полосах, близких к собственным частотам конструкции  $D$  снижалась, в части полос  $D$  повышалась до 11. На рис. 2 представлены спектры собственных чисел для двух частотных полос.

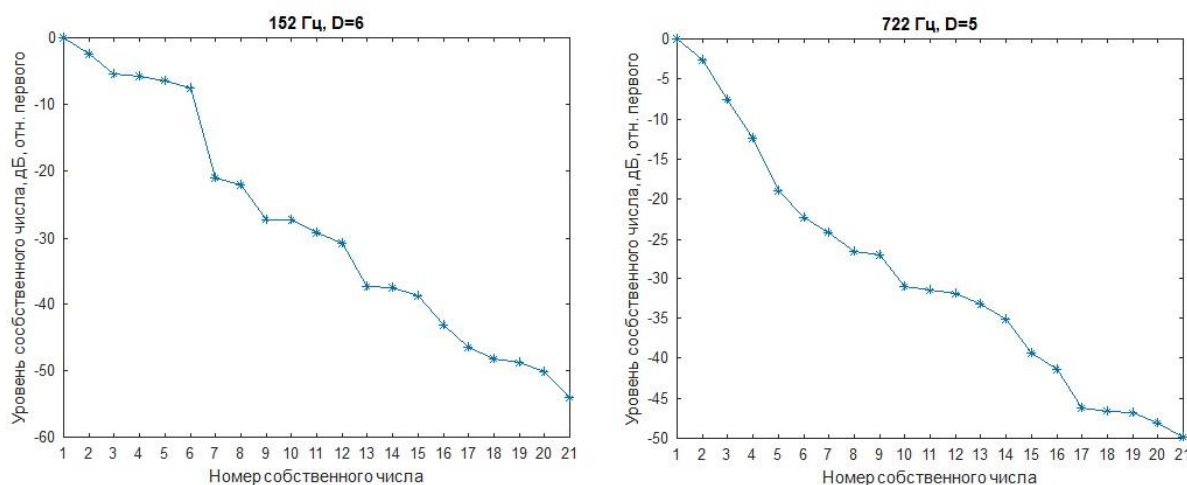


Рис. 2. Спектры собственных чисел двух матриц  $\mathbf{T}_k$  для двух частотных полос и определенного  $k$ . Слева размерность  $D = 6$ , справа размерность  $D = 5$ .

На рис. 3 представлено сравнение результатов локализации единственного виброисточника с использованием проекционного метода отбора датчиков с ошибкой на одном (А – без селекции, В – с селекцией) и на 4 датчиках (С – без селекции, D – с селекцией). Показана ошибка локализации в метрах. Критерием “неудачной” локализации считается ошибка локализации больше 12 см (красная черта).

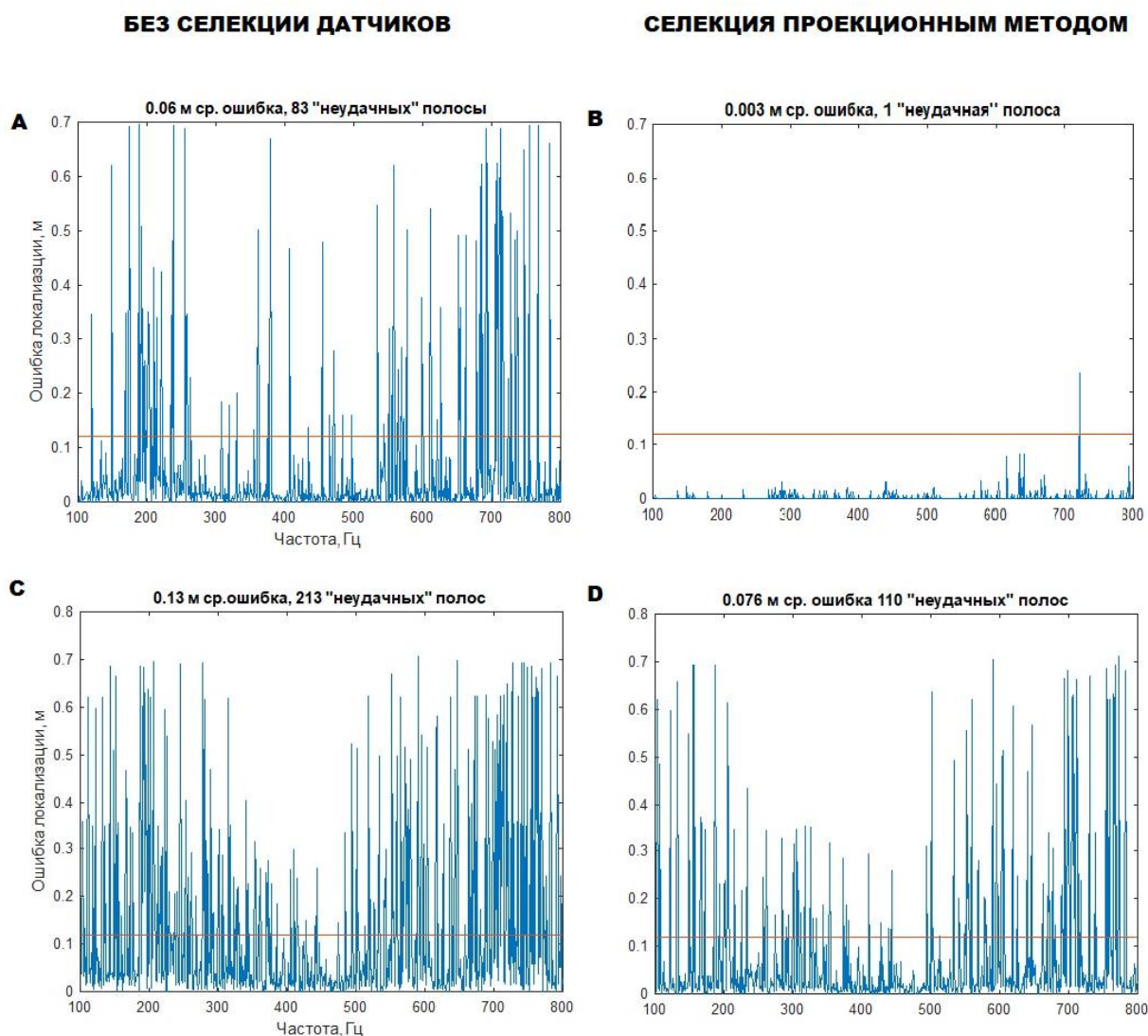


Рис. 3. Ошибка локализации единственного виброисточника с использованием метода селекции датчиков (б) с введенной ошибкой на одном (А – без селекции, В – с селекцией) и на 4 датчиках (С – без селекции, D – с селекцией). Критерием «неудачной» локализации считается ошибка локализации больше 12 см (красная черта) – при ошибке больше полоса считается «неудачной».

Как видно из рис. 3, селекция датчиков по методу (б) позволила в случае одного аномального датчика (п.1) практически полностью устранить ошибку, а в случае четырех аномальных датчиков (п.2) существенно снизить число «неудачных» полос (с 83 до 1, с 213 до 110). Отметим, что использование алгоритма (б) не обязательно исключает «аномальные» датчики – в случае, если присутствие рассогласования на датчике не имеет существенного влияния на согласование модели и эксперимента исключения не происходит. Подобная ситуация хорошо отражается на рис. 3В, где в ряде полос присутствует

незначительная ошибка (следовательно определение аномального датчика не произошло). При этом, в большинстве случаев не происходит и избыточного исключения датчиков (т.е. исключения «хороших» датчиков), что позволяет использовать алгоритм «вслепую», т.е. не имея априорной информации о качестве модели и не заботясь о возможности ухудшения качества результата решения обратной задачи.

На рис. 4А приведен пример распределения амплитуды полезного сигнала на вибродатчиках до и после внесения чисто амплитудного искажения на 12 вибродатчике на одной из частот. Это искажение привело к появлению аномальной ошибки локализации (ошибка локализации несколько десятков сантиметров). На рис. 4В приведены значения функции селекции (6) в зависимости от номера датчика  $k$  для данного сценария.

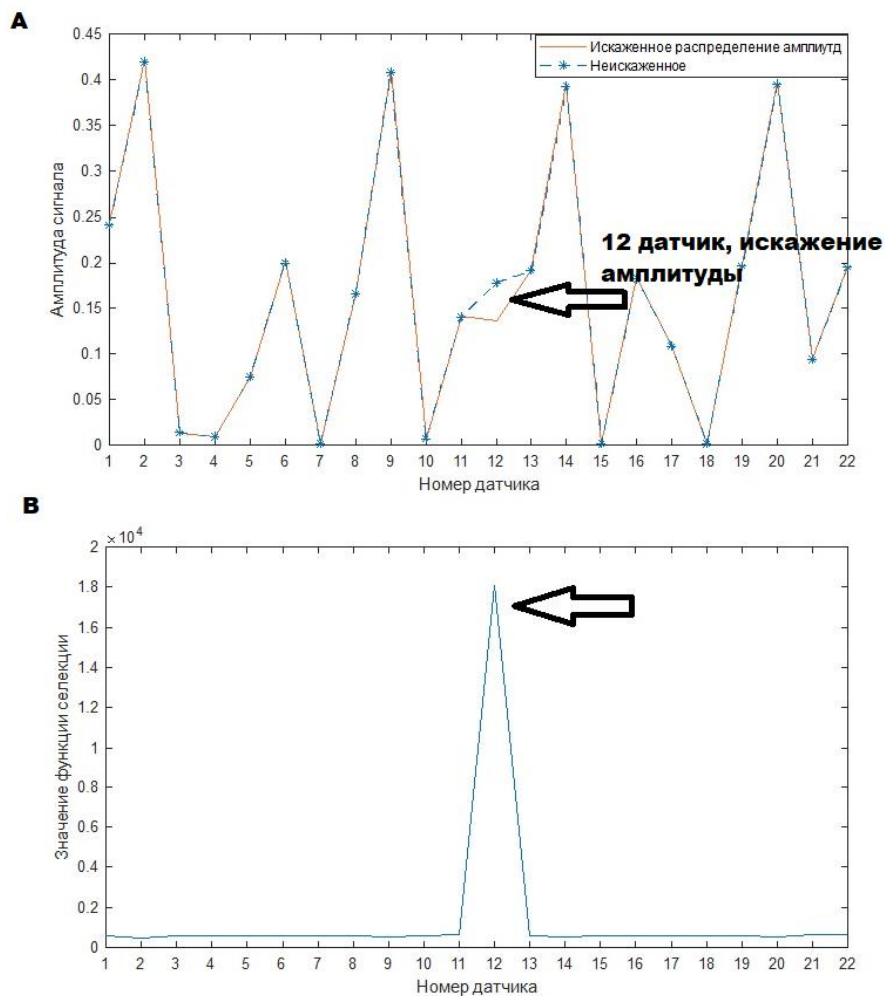


Рис. 4. А – Зависимость амплитуды сигнала на одной из частот от номера датчика для искаженного и неискаженного распределения амплитуд (искажение внесено в 12 датчик). В – функция (6).

Как видно из рис. 4В, алгоритм селекции смог определить аномальный датчик, а его устранение привело к обнулению ошибки локализации.

На рис. 5 представлены значения функции (6) для двух разных частотных полос (случай п.2. – 4 “плохих” датчика), стрелками указаны аномальные датчики.

На рис. 5 стрелками отмечены превышения значения функции (6) для датчиков с аномалиями для двух частотных полос. На втором рисунке значения функции (6) для двух датчиков едва превосходят значение абсолютного медианного отклонения – следует отметить, что функция (6) для плохого датчика может и не превысить критического значения, если показания датчика не оказывают решающего влияния на результат локализации в данной частотной полосе.

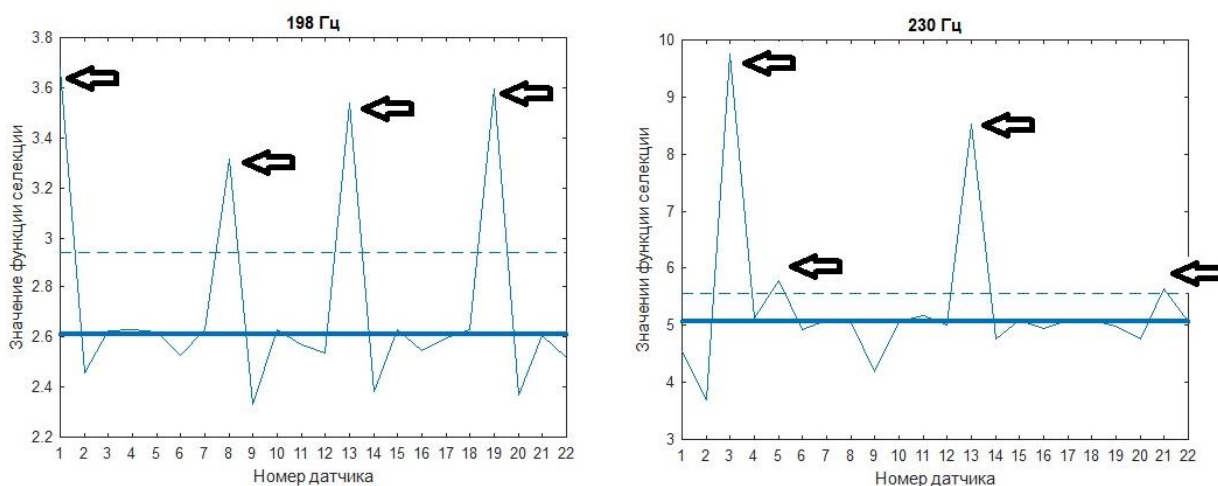


Рис. 5. Значение функции (6) для двух разных частотных полос, 4 аномальных датчика. Жирной линией показана медиана функции (6), пунктиром – значение (8). Все датчики с номером  $k$ , в которых  $F_{sensor}(k)$  выше пунктира считаются “плохими”.

Проведено также моделирование, предполагающее локальное изменение модуля Юнга в части конструкции, при этом «экспериментальный» отклик смоделирован с использованием КЭМ с изменением жесткости, а модельный – без. На рис. 6 (А) представлена конструкция с цветовым распределением модуля Юнга. Для красной части модуль Юнга повышен с  $2 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> до  $3.3 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> (например, замена стали более жестким материалом). Подобное изменение жесткости в части конструкции привело к появлению ошибки



локализации, число “неудачных” полос стало равно 183. На рис. 6 (В) представлена зависимость ошибки локализации виброисточника от частоты в диапазоне 570-700 Гц без селекции аномальных датчиков (синяя линия) и с селекцией (красная пунктирная линия).

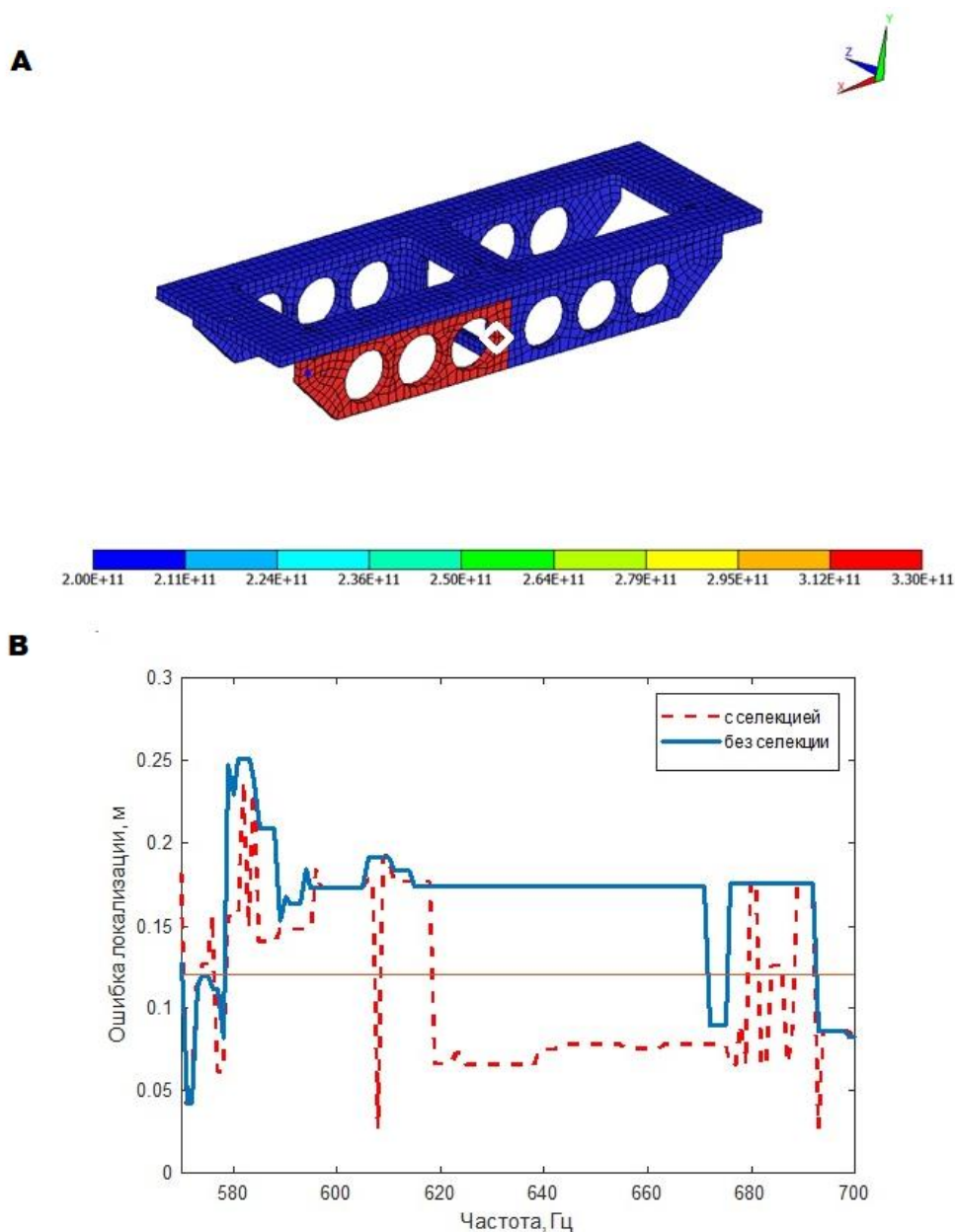


Рис. 6. А – конструкция с цветовым распределением модуля Юнга; В – Зависимость ошибки локализации виброисточника от частоты без селекции аномальных датчиков (синяя линия) и с селекцией (красная линия). Показан результат для случая введения рассогласования модуля Юнга в конструкции.

Из рис. 6В видно, что селекция датчиков по методу (6) привела к существенному улучшению качества локализации (в основном в диапазоне 570-700 Гц – см. рис. 6, В), при этом число неудачных полос снизилось до 132

(со 183). Следует отметить, что при селекции исключались в основном датчики, расположенные на «измененной» части конструкции (с большим рассогласованием).

## 5. Экспериментальная апробация

Апробация метода (6) проводилась в эксперименте с двумя виброисточниками. Отметим, что в эксперименте с одним источником для данной конструкции даже неverified КЭМ позволила получить хорошие результаты локализации, которые едва ли возможно существенно улучшить. В эксперименте с двумя виброисточниками, записанный с вибродатчиков сигнал был подвергнут узкополосной фильтрации, частотные полосы были взяты в диапазоне 100-800 Гц с шагом 1 Гц. Таким образом, получилось 700 полос, при этом ширина полосы фильтрации была выбрана 0,33 Гц. В рассматриваемом сценарии ставилась задача разрешения и правильной локализации двух источников с использованием метода MUSIC (3). Считалось, что источники в данной полосе правильно разрешены, если глобальный максимум целевой функции расположен вблизи реального положения одного из источников – в области близлежащих узлов (сфере радиуса 12 см), а при исключении данной области глобальный максимум будет располагаться в области близлежащих узлов другого источника. Результаты разрешения с использованием алгоритма селекции (6) и без него представлены на рис. 7. для различных двух взаимных положений источников. Зеленым отмечены полосы, в которых произошло улучшение результата.

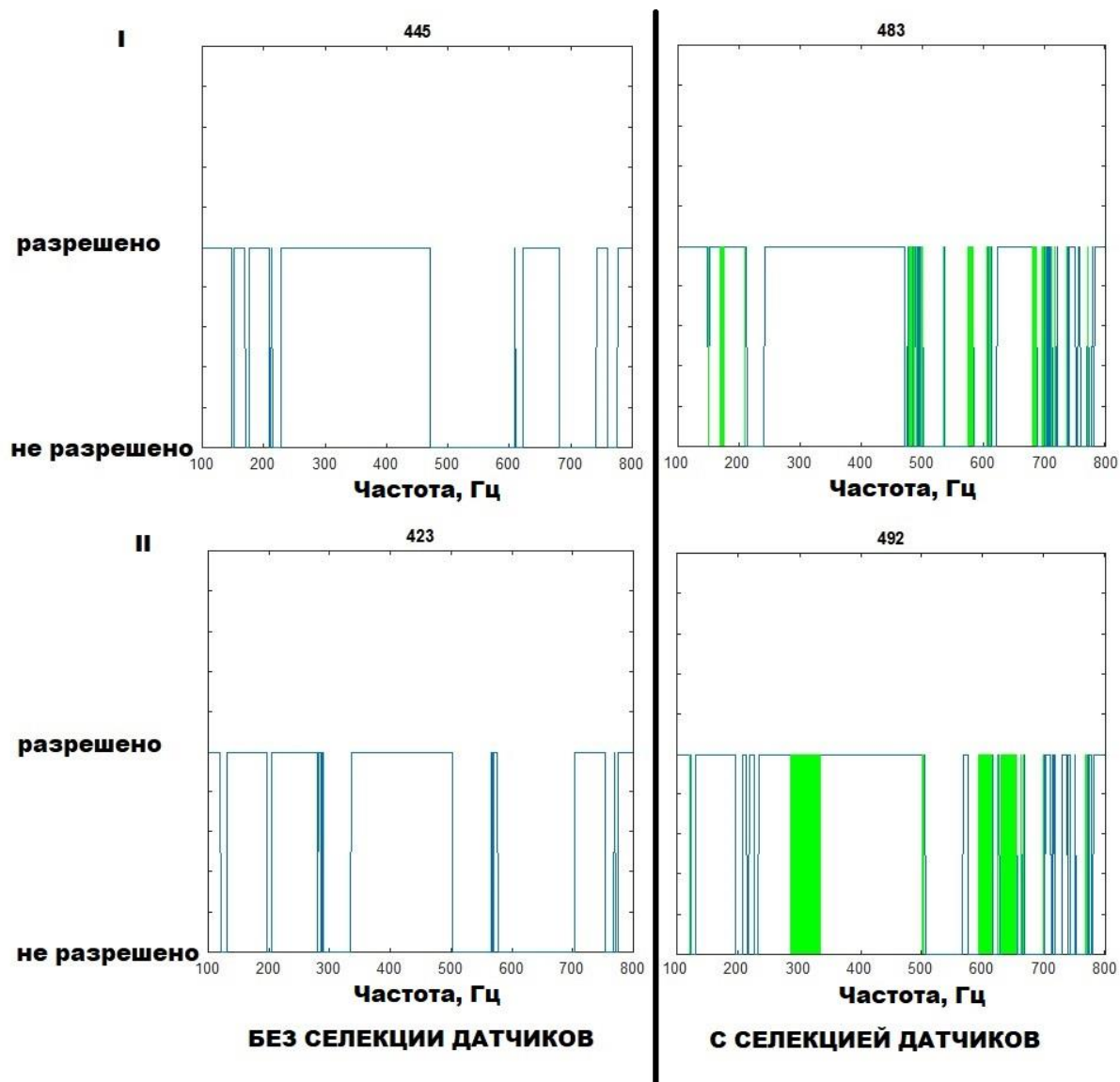


Рис. 7. Результат локализации двух виброисточников по методу MUSIC (3) с использованием алгоритма селекции (б) – справа и без него – слева для двух взаимных положений источников (I и II). Зеленым отмечены полосы, в которых произошло улучшение результата. Для первого положения добавилось 38 полос разрешения, для второго – 69 полос.

На рис. 8 для этих положений представлено характерное улучшение результата локализации в полосах 580 и 626 Гц, отмечены положения двух источников, определяемые алгоритмом MUSIC. Отметим, что в результате селекции для разных полос удалялось разное число вибродатчиков (от 0 до 6). Подобное разнообразие обусловлено различным рассогласованием модели и эксперимента на разных частотах.

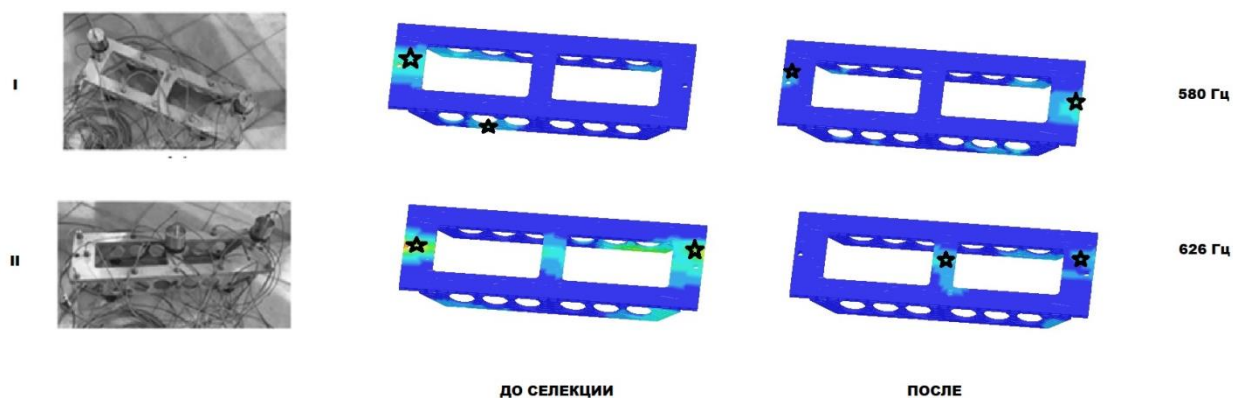


Рис. 8. Результат локализации двух виброисточников на частотах 580 Гц и 626 Гц по методу MUSIC (3) с использованием алгоритма селекции (6) и без него представлены для двух взаимных положений источников (I и II).

Звездами отмечены локализованные источники.

Из представленных результатов видно, что использование селекции проекционным методом позволило существенно улучшить результат локализации.

## 6. Сравнение с применяемыми методами

Следует отметить, что большинство методов поиска аномалий на датчиках не предполагает совмещения модельных и экспериментальных данных (используются, как правило, только экспериментальные данные). В нашем случае, эффективность предлагаемого проекционного метода селекции датчиков может быть показана в сравнении с «жадной» [26-27] модификацией метода наименьших квадратов. Идея «жадных» алгоритмов состоит в принятии локально оптимальных решений на каждой итерации алгоритма, допуская, что конечное решение также окажется оптимальным. Предположим, что при решении задачи локализации единственного виброисточника по методу наименьших квадратов (2) какие-то  $R$  вибродатчиков (из общего числа в  $K$ ) являются аномальными. Полный перебор  $C_K^R$  при максимизации функции (2) является вычислительно затратным (к примеру,  $C_{22}^4 = 7315$ ), к тому же, как правило, отсутствует априорная информация об  $R$ . В таком случае альтернативой полному перебору является использование «жадного» алгоритма

– итерационное удаление по одному датчику с пересчетом функции (2) для всей модели на каждой итерации.

Подобный «жадный» алгоритм был применен при имитационном моделировании. Использовались  $K = 22$  модельных датчика, в каждой из полос в диапазоне 100-200 Гц с шагом в 1 Гц выбирались  $R = 4$  случайных датчика и отклик на данном датчике умножался на случайную гауссову действительную переменную  $\psi$ , с нулевым средним и единичным СКО. Локализация единственного виброисточника производилась по методу наименьших квадратов (2) с исключением датчиков «жадным» способом. На каждой итерации «жадного» МНК проводился расчет целевой функции (коэффициента корреляции) по методу (2) для всех узлов модели с исключением каждого возможного  $k$ -ого «плохого» датчика. В каждой из полученных таким образом функций (2)  $S_{MNK}(x, y, z, k)$  определялся узел с максимальным значением  $S_{MAX}(k)$ , потом уже в свою очередь определялось  $S_{GREEDY} = \max_k [S_{MAX}(k)]$ . Если на данной итерации значение  $S_{GREEDY}$  оказывалось более чем на 0.01 больше значения  $S_{GREEDY}$  на предыдущей итерации, то  $k$ -ый датчик считался аномальным и исключался из рассмотрения. В противном случае процедура удаления датчиков останавливалась и предполагаемым место нахождения виброисточника считался узел соответствующий  $S_{GREEDY}$  на предыдущей итерации. Процедура исключения датчиков «жадным» способом запускалась, если первоначальное значение функции МНК – коэффициента корреляции (без удаления датчиков) удовлетворяло условию  $S_{MNK}(x, y, z) < 0.95$ . Сравнение результатов применения подобного «жадного» алгоритма и проекционного метода приведено в таблице 1. «Неудачной» считалась полоса при ошибке локализации больше 0.12 м.

Таблица 1. Сравнение эффективности проекционного и «жадного» методов, имитационное моделирование, диапазон 100-200 Гц, единственный виброисточник, аномалия на 4 датчиках.

	Средняя ошибка, м	Число “неудачных” полос
Без удаления датчиков	0.2232	55
Проекционный метод	0.1864	40
“Жадный” алгоритм	0.1943	42

Как видно, эффективность предлагаемого метода оказалась близкой к эффективности «жадного» алгоритма. При этом вычислительная сложность «жадного» алгоритма примерно в  $RK$  раз выше, чем при использовании предложенного метода. Процедура удаления аномальных датчиков проекционным методом выполняется предварительно перед проведением локализации для всех полос и не является вычислительно затратной, в то время как при использовании жадного алгоритма расчет выполняется для каждого возможного удаляемого датчика (в нашем случае,  $RK = 88$ ). Также стоит отметить, что «жадный» алгоритм не может применяться при локализации нескольких источников и использовании других, отличных от МНК функций (поскольку другие целевые функции не имеют однозначной интерпретации, в отличие, от функции (2) – коэффициента корреляции).

## Заключение

В настоящей работе для решения задачи нахождения «аномальных» измерений на датчиках предложен оригинальный метод, работающий по принципу проекционных алгоритмов. На модельных и экспериментальных данных показано, что предложенный подход позволяет обнаруживать такого рода «аномальные» приемники. Особенностью разработанного метода является совмещение численной конечно-элементной модели (КЭМ) исследуемого объекта и экспериментально получаемых данных. С помощью эксперимента и

имитационного моделирования продемонстрирована эффективность предложенного метода в задаче локализации 1 и 2 виброисточников. Предложенный метод обладает высоким потенциалом развития (применение других целевых функций селекции), а также может быть полезен и в других приложениях, где решение обратной задачи происходит с использованием численной или аналитической модели.

**Финансирование:** работа выполнена в рамках госзадания №FFUF-2024-0040

### Литература

1. Petyt M. Introduction to finite element vibration analysis. – Cambridge university press, 2010. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511761195>
2. Pastor M., Binda M., Harčarik T. Modal assurance criterion // Procedia Engineering. – 2012. – Т. 48. – С. 543-548. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.09.551>
3. Lee E.T., Eun H.C. Optimal sensor placements using modified Fisher information matrix and effective information algorithm // International Journal of Distributed Sensor Networks. – 2021. – Т. 17. – №. 6. <https://doi.org/10.1177/15501477211023022>
4. Heo G., Wang M.L., Satpathi D. Optimal transducer placement for health monitoring of long span bridge // Soil dynamics and earthquake engineering. – 1997. – Т. 16. – №. 7-8. – С. 495-502. [https://doi.org/10.1016/S0267-7261\(97\)00010-9](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(97)00010-9)
5. Teh H.Y., Kempa-Liehr A.W., Wang K.I.K. Sensor data quality: A systematic review // Journal of Big Data. – 2020. – Т. 7. – №. 1. – С. 11. <https://doi.org/10.1186/s40537-020-0285-1>
6. Hotelling H. Analysis of a complex of statistical variables into principal components // Journal of educational psychology. – 1933. – Т. 24. – №. 6. – С. 417. <https://doi.org/10.1037/h0071325>

7. De Boe P., Golinval J.C. Principal component analysis of a piezosensor array for damage localization // Structural health monitoring. – 2003. – Т. 2. – №. 2. – С. 137-144. <https://doi.org/10.1177/1475921703002002005>
8. Golub G.H., Van Loan C.F. Matrix computations. – JHU press, 2013. <https://doi.org/10.1137/1.9781421407944>
9. Pirra M. et al. PCA algorithm for detection, localisation and evolution of damages in gearbox bearings // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2011. – Т. 305. – №. 1. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/305/1/012019>
10. Tibaduiza D. et al. A sensor fault detection methodology applied to piezoelectric active systems in structural health monitoring applications // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – IOP Publishing, 2016. – Т. 138. – №. 1. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/138/1/012016>
11. Dunia R. et al. Use of principal component analysis for sensor fault identification // Computers & Chemical Engineering. – 1996. – Т. 20. – С. S713-S718. [https://doi.org/10.1016/0098-1354\(96\)00128-7](https://doi.org/10.1016/0098-1354(96)00128-7)
12. Xu C., Zhao S., Liu F. Sensor fault detection and diagnosis in the presence of outliers // Neurocomputing. – 2019. – Т. 349. – С. 156-163. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2019.01.025>
13. Abu-Mahfouz I. Drilling wear detection and classification using vibration signals and artificial neural network // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2003. – Т. 43. – №. 7. – С. 707-720. [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(03\)00023-3](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(03)00023-3)
14. Zonzini F. et al. Machine learning meets compressed sensing in vibration-based monitoring // Sensors. – 2022. – Т. 22. – №. 6. – С. 2229. <https://doi.org/10.3390/s22062229>
15. Zhu K., San Wong Y., Hong G.S. Wavelet analysis of sensor signals for tool condition monitoring: A review and some new results // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2009. – Т. 49. – №. 7-8. – С. 537-553. <https://doi.org/10.1016/j.ijmactools.2009.02.003>



16. Diez A. et al. A clustering approach for structural health monitoring on bridges // Journal of Civil Structural Health Monitoring. – 2016. – Т. 6. – С. 429-445.  
<https://doi.org/10.1007/s13349-016-0160-0>
17. Žvokelj M., Zupan S., Prebil I. Multivariate and multiscale monitoring of large-size low-speed bearings using ensemble empirical mode decomposition method combined with principal component analysis // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2010. – Т. 24. – №. 4. – С. 1049-1067.  
<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2009.09.002>
18. Kutuzov N.A. et al. Study of the possibility of localizing multiple vibration sources in a mechanoacoustic system with a large number of degrees of freedom // Acoustical Physics. – 2020. – Т. 66. – С. 313-319.  
<https://doi.org/10.1134/S1063771020030033>
19. Kutuzov N.A., Rodionov A.A., Stulenkov A.V. Localization of Multiple Vibration Sources Using a Modified MUSIC Algorithm // Physics of Wave Phenomena. – 2024. – Т. 32. – №. 1. – С. 56-66.  
<https://doi.org/10.3103/S1541308X24010059>
20. Goutaudier D., Osmond G., Gendre D. Impact localization on a composite fuselage with a sparse network of accelerometers // Comptes Rendus. Mécanique. – 2020. – Т. 348. – №. 3. – С. 191-209. <https://doi.org/10.5802/crmeca.12>
21. Turek G., Kuperman W.A. Applications of matched-field processing to structural vibration problems // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1997. – Т. 101. – №. 3. – С. 1430-1440 <https://doi.org/10.1121/1.418168>
22. Луковский М.А., Матвеев А.М. Сравнительный анализ методов калибровки каналов сигналов антенн моноимпульсной радиолокации // Журнал радиоэлектроники. – 2022. – №. 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.6.5>
23. Valle S., Li W., Qin S.J. Selection of the number of principal components: the variance of the reconstruction error criterion with a comparison to other methods // Industrial & Engineering Chemistry Research. – 1999. – Т. 38. – №. 11. – С. 4389-4401. <https://doi.org/10.1021/ie990110i>

24. Leys C. et al. Detecting outliers: Do not use standard deviation around the mean, use absolute deviation around the median // Journal of experimental social psychology. – 2013. – Т. 49. – №. 4. – С. 764-766.  
<https://doi.org/10.1016/j.jesp.2013.03.013>
25. Suvorov A.S., Sokov E.M., V'yushkina I.A. Regular algorithm for the automatic refinement of the spectral characteristics of acoustic finite element models // Acoustical Physics. – 2016. – Т. 62. – С. 593-599.  
<https://doi.org/10.1134/S1063771016050171>
26. DeVore R. A., Temlyakov V.N. Some remarks on greedy algorithms // Advances in computational Mathematics. – 1996. – Т. 5. – №. 1. – С. 173-187.  
<https://doi.org/10.1007/BF02124742>
27. Dumitrescu B. Sparse total least squares: analysis and greedy algorithms // Linear Algebra and its Applications. – 2013. – Т. 438. – №. 6. – С. 2661-2674.  
<https://doi.org/10.1016/j.laa.2012.10.032>

**Для цитирования:**

Кутузов Н.А., Родионов А.А. Проекционный метод определения аномальных датчиков в задачах виброакустики // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 12.  
<https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.12.8>