DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.12.14

УДК: 621.396.96; 519.87

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИГНАЛА РАДИОЛОКАЦИОННОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ СКОРОСТИ НОСИТЕЛЯ С ЛИНЕЙНО-ЧАСТОТНО МОДУЛИРОВАННЫМ СИГНАЛОМ

А.В. Агеева

АО «Научно-исследовательский институт приборостроения имени В.В. Тихомирова»
140180, г Жуковский, ул. Гагарина, д. 3

Статья поступила в редакцию 10 сентября 2025 г.

Аннотация. Актуальность исследования обусловлена необходимостью повышения точности измерения скорости поездов в метро для возможности автоматизации систем управления подвижным составом. На данный момент измерение скорости подвижного состава в метрополитене осуществляется с помощью одометрических датчиков, подверженных погрешностям измерений из-за юза, проскальзывания и износа колеса, а также неровностей, загрязнения или обледенения рельсов. Альтернативным средством измерения скорости подвижного состава для существующих одометрических датчиков, является радиолокационный гомодинный датчик миллиметрового диапазона. Такой датчик обеспечивает надежное измерение скорости в любых погодных условиях, а также при движении с нулевой освещенностью в тоннеле. В работе рассмотрена задача моделирования отраженного от подстилающей поверхности линейно-частотно модулированного сигнала, принимаемого радиолокационной гомодинной станцией, установленной на движущейся платформе. Объектом исследования является гомодинный радиолокатор миллиметрового диапазона. Для решения поставленной задачи разработана математическая модель сигнала

и выполнено моделирование в среде MATLAB, что позволило выявить особенности влияния факторов движения и характеристик радиолокационного датчика на форму принимаемого сигнала. Практическое значение работы заключается в возможности применения результатов расчета и моделирования при разработке алгоритмов обработки радиолокационных данных для гомодинного приемопередатчика миллиметрового диапазона, используемого в системах измерения скорости на подвижной платформе.

Ключевые слова: радиолокационный гомодинный приемопередатчик миллиметрового диапазона, линейно-частотно модулированный сигнал, математическая модель сигнала гомодинного измерителя скорости.

Автор для переписки: Агеева Анастасия Владимировна, a.ageeva.niip@mail.ru

Введение

Планомерное и целенаправленное повышение эффективности перевозочного процесса является одной из приоритетных задач развития железнодорожного транспорта. Реализация данной задачи невозможна без внедрения современных систем обеспечения безопасности движения, функционирование которых требует непрерывного поступления актуальной информации о параметрах движения поездов. Скорость движения подвижного состава в данном контексте представляет собой один из ключевых параметров, контроль которого должен осуществляться в режиме реального времени для обеспечения высокого уровня безопасности перевозок. В тоже время современные поезда метрополитена становятся все более автоматизированными, что обусловливает необходимость использования нескольких устройств для достоверного и своевременного мониторинга параметров движения подвижного состава.

Одометрические измерители скорости, применяемые на современных локомотивах железных дорог РФ, имеют большую погрешность измерения (от 0,5 до 2,0 км/ч в зависимости от скорости движения в диапазоне от 0 до 80 км/ч) [1, 2]. Перспективным направлением повышения эффективности и

безопасности перевозочного процесса является применение высокочастотных малогабаритных радиолокационных датчиков миллиметрового диапазона. Данные устройства, широко используемые в автомобильной отрасли, позволяют формировать надежные системы предупреждения столкновений и обеспечивать высокоточную оценку параметров движения благодаря устойчивости к внешним помехам, эксплуатационной надежности в различных климатических условиях, а также способности функционирования в отсутствии видимости (тоннели, туман, загрязнения).

На сегодняшний день на отечественном рынке отсутствуют датчики скорости с высоким разрешением, способные эффективно работать в сложных условиях подземной инфраструктуры. Применение на подвижном составе гомодинного радиолокационного датчика с высоким разрешением обеспечит надежный сбор данных, необходимых для построения современных автоматизированных систем управления движением. Внедрение данной технологии позволит не только повысить безопасность и эффективность эксплуатации подвижного состава, но и решить целый ряд актуальных задач, таких как предотвращение аварийных ситуаций, оптимизация интервалов движения и сокращение эксплуатационных затрат.

Целью данной работы является разработка математической модели сигнала гомодинного радиолокационного датчика, отраженного от подстилающей поверхности при движении носителя радиолокационной системы. Моделирование полученной математической модели в программной среде MATLAB и сравнение реальных экспериментальных данных с результатами моделирования. Исследование ориентировано на применение радиолокационной системы, установленной на подвижном составе метрополитена.

1. Математическая модель принимаемого сигнала

Принимаемый ЛЧМ сигнал, отраженный от подстилающей поверхности описывается выражением

$$s\left(t-t_З(t)\right)=\sum_{n=0}^{N-1} rect\left(\frac{t-t_З(t)-nT_М}{T_М}\right)\exp\left\{j2\pi\left[f\left(t-t_З(t)\right)+\frac{\gamma}{2}\left(t-t_З(t)-nT_М\right)^2\right]\right\}, \quad (1)$$

где $f=\frac{2Vf_0}{c}$ – доплеровский сдвиг, $t_З=\frac{2R}{c}$ – задержка сигнала, $T_М$ – период модуляции, N – число периодов модуляции [3].

Функция rect обозначает прямоугольную функцию, которая принимает значение 1 на интервале времени от 0 до $T_М$, и значение 0 вне этого интервала.

Выражение (1) можно преобразовать к виду

$$s\left(t-t_З(t)\right)=\left[\sum_{n=0}^{N-1}\mathrm{rect}\left(\frac{t-t_З(t)-nT_М}{T_М}\right)\exp\left\{j2\pi\frac{\gamma}{2}\left(t-t_З(t)-nT_М\right)^2\right\}\right]\cdot\exp\left\{j2\pi f\left(t-t_З(t)\right)\right\}. \quad (2)$$

Согласованный прием сигнала описывается выражением

$$Z=\int_0^T y(t)s^*\left(t-t_{З0}(t)\right)dt, \quad (3)$$

где $t_{З0}$ – ожидаемая задержка (опорного) сигнала.

2. Двухэтапная обработка сигнала

В соответствии с установленными нормами и требованиями, скорость движения подвижного состава метро при пассажироперевозках не превышает максимального значения в 25 м/с. При этом перемещение поезда за период модуляции составляет лишь доли элемента разрешения по дальности. Это обстоятельство позволяет пренебречь изменением задержки за период модуляции и разделить обработку на два этапа: этап внутрипериодной обработки и межпериодную обработку.

$$Z=\sum_{n=0}^{N-1}\left[\int_{nT_М+t_{0З}(t)}^{(n+1)T_М+t_{З0}(t)} y(t)rect\left(\frac{t-t_{З0}(nT_М)-nT_М}{T_М}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\exp\left\{-j2\pi ft-j2\pi\frac{\gamma}{2}\left(t-t_{З0}(nT_М)-nT_М\right)^2\right\}dt\right]\exp\left\{j2\pi f\times t_{З0}(nT_М)\right\}. \quad (4)$$

3. Внутрипериодная обработка сигнала

На данном этапе осуществляется анализ сигналов в рамках одного периода модуляции. В процессе внутрипериодной обработки происходит сжатие сигнала по дальности.

$$z(n)=\int_{nT_M+t_З(t)}^{(n+1)T_M+t_З(t)} y(t)\,rect\left(\frac{t-t_З(nT_M)-nT_M}{T_M}\right)\exp\left\{-j2\pi\left(ft+\frac{\gamma}{2}\left(t-t_З(nT_M)-nT_M\right)^2\right)\right\}dt \quad (5)$$

4. Межпериодная обработка сигнала

Межпериодная обработка сигнала осуществляется на основе спектрального анализа и включает интеграцию (накопление) данных, полученных на различных периодах модуляции:

$$Z=\sum_{n=0}^{N-1} z(n)\exp\left\{j2\pi f\cdot t_{З0}(nT_M)\right\}=\sum_{n=0}^{N-1} z(n)e^{j\frac{4\pi}{\lambda}R_0}\exp\left\{-j2\pi f_{Д0}nT_M\right\}, \quad (6)$$

так как $f\cdot t_{З0}(nT_M)=f\cdot t_{З0}(t)=f\frac{2}{c}\left(R_0-V_0nT_M\right)=\frac{2R_0}{\lambda}-\frac{2V_0}{\lambda}nT_M=\phi_0-f_{Д0}nT_M$, (7)

где $t_{З0}$ – задержка строба дальности (опорная задержка), R_0 – опорная дальность до цели, V_0 – опорная скорость цели, ϕ_0 – фаза опорного сигнала, $f_{Д0}$ – опорный доплеровский сдвиг частоты сигнала.

Накопление сигнала на этапе сжатия по дальности определяется выражением

$$z(n)=A\int_{nT_M+t_{З0}}^{(n+1)T_M+t_{З0}}\exp\left\{j2\pi\frac{\gamma}{2}\left(t-t_З-nT_M\right)^2\right\}\exp\left\{-j2\pi\frac{\gamma}{2}\left(t-t_{З0}-nT_M\right)^2\right\}dte^{-j2\pi ft_З}+n_z(nT_M). \quad (8)$$

С целью упрощения математического моделирования и анализа сигналов вводится замена переменной $t'=t-nT_M$, тогда на интервале модуляции

$$z(n)=Ae^{-j2\pi\cdot f\cdot t_З}\exp\left\{j2\pi\frac{\gamma}{2}\left(t_З^2-t_{З0}^2\right)\right\}\frac{e^{-j2\pi\gamma\Delta t\cdot t_{З0}}-e^{-j2\pi\gamma\Delta t\cdot\left(T_M+t_{З0}\right)}}{j2\pi\gamma\Delta t}+n_z(nT_M). \quad (9)$$

Сомножитель выражения (9) можно преобразовать к виду

$$\frac{e^{-j2\pi\gamma\Delta t\cdot t_{з0}}-e^{-j2\pi\gamma\Delta t\cdot\left(T_М+t_{з0}\right)}}{j2\pi\gamma\Delta t}=e^{-j2\pi\gamma\Delta t\cdot\left(t_{з0}+T_М\right)}T_М\ \sin c\left\{\pi\gamma\Delta tT_М\right\},\quad (10)$$

где $\Delta t=t_з-t_{з0}$, тогда выражение (8) принимает вид

$$z(n)=AT_М e^{j2\pi\frac{\gamma}{2}\left(t_з^2-t_{з0}^2\right)}e^{-j2\pi\gamma\left(t_з-t_{з0}\right)\cdot\left(t_{з0}+T_М\right)}\sin c\left\{\pi\gamma\left(t_з-t_{з0}\right)T_М\right\}\exp\left\{-j2\pi ft_з\right\}+n_z\left(nT_М\right).\quad (11)$$

Функция $\sin c\left\{\pi\gamma\left(t_з-t_{з0}\right)T_М\right\}$, входящая в (11) определяет зависимость амплитуды выходного сигнала на выходе фильтра сжатия по дальности (строба дальности, или внутрипериодной обработки) от рассогласования по задержке отраженного сигнала и опорной функции (импульсной характеристики фильтра сжатия). При этом разница истинной $t_з(t)=\frac{2}{c}\cdot\left(R-VnT_М\right)$ и опорной задержек радиосигнала $t_{з0}(t)=\frac{2}{c}\cdot\left(R_0-V_0nT_М\right)$характеризует изменение амплитуды от номера периода модуляции. Например, при совпадении изменения задержек $V=V_0$, амплитудный множитель $\sin c\{\pi\gamma(t_з-t_{з0})T_М\}$ не зависит от n, и от периода к периоду амплитуда выходного сигнала фильтра сжатия по дальности остается постоянной, а при не совпадении ($V\neq V_0$) – аргумент амплитудного множителя линейно зависит от номера периода модуляции $\Delta t=\frac{2}{c}\cdot\left(V-V_0\right)nT_М$ (при $R=R_0$), что приводит к изменению (уменьшению) отраженного сигнала в пределах времени межпериодной обработки ($T=NT_М$).

Последний сомножитель первого слагаемого (11) определяет линейное изменение фазы принимаемого сигнала, обусловленное доплеровским эффектом

$$\exp\left\{-j2\pi ft_з\right\}=\exp\left\{-j2\pi f\frac{2}{c}\left(R-VnT_М\right)\right\}=\exp\left\{-j\frac{4\pi}{\lambda}R+j2\pi\frac{2V}{\lambda}nT_М\right\},\quad (12)$$

где доплеровский сдвиг частоты сигнала $f_д=\frac{2V}{\lambda}$.

Сомножители, содержащие экспоненты при первом слагаемом определяют нелинейное (параболическое) изменение фазы при дальнейшей межпериодной обработке (накоплении) сигнала:

$$e^{j2\pi\frac{\gamma}{2}\left(t_з^2-t_{з0}^2\right)}e^{-j2\pi\gamma\left(t_з-t_{з0}\right)\cdot\left(t_{з0}+T_м\right)}=\exp\left\{j2\pi\frac{\gamma}{2}\left[\left(t_з-t_{з0}-T_м\right)^2-T_м^2\right]\right\}. \quad (13)$$

Такая модуляция фазы ведет к падению уровня спектрального отклика отражателя и увеличению его боковых лепестков. Выражение (13) содержит квадратичную и линейную составляющие фазы

$$\phi(t)=\pi\gamma\left(\frac{2}{c}\left(R-R_0-\Delta Vt\right)\right)^2-2\pi\gamma\frac{2}{c}T_{\text{М}}\left(R-R_0-\Delta Vt\right), \quad (14)$$

где $t=nT_м$; $\Delta V=V\text{-}V_0$ или

$$\phi(n)=2\pi\frac{\gamma}{2}\left[\Delta t(n)^2-2\Delta t(n)T_{\text{М}}\right]=\phi_{\text{КВ}}(n)+\phi_л(n). \quad (15)$$

где $\Delta t(n)=\frac{2}{c}\cdot\left[R-R_0-\Delta VnT_{\text{М}}\right]$.

При последующей межпериодной обработке квадратичный член определяет расфокусировку спектрального отклика, а линейный – его частотный сдвиг, допустимые величины которых зависят от соотношения времени (межпериодной обработки) накопления $T=NT_M$ и нескомпенсированной скорости сближения с отражателем ΔV определяется три условия:

$$\phi_{\text{КВ}}(T)=2\pi\frac{\gamma}{2}\left(\frac{2}{c}\Delta VT\right)^2\le\frac{\pi}{2} \text{ или } \phi_л(T)=2\pi\frac{\gamma}{2}\frac{2}{c}\Delta VT\cdot T_{\text{М}}\le\frac{\pi}{2} \quad (16)$$

$$T\le\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\delta rT_{\text{М}}c}}{\Delta V}, \quad (17)$$

$$T\le\frac{1}{2}\frac{\delta r}{\Delta V}. \quad (18)$$

Условие (18) в физическом смысле определяет, что миграция сигнала отражателя по задержке за время межпериодной обработки Т не должна превышать половину величины разрешающей способности РЛС по дальности вследствие взаимного радиального движения отражателя и РЛС. Выполнение (18) означает выполнение условия (17), определяющего степень расфокусировки спектрального отклика отражателя.

При выполнении (18) влияние фазовой модуляции (13) на результат последующей межпериодной обработки несущественно, а сигнал на выходе процедуры сжатия по дальности определяется выражением

$$z(n) = AT_{\text{М}}\ \text{sinc}\left\{\pi\gamma\left(t_{З} - t_{З0}\right)T_{\text{М}}\right\}\exp\left\{-\text{j}2\pi f t_{З}\right\} + n_{Z}\left(nT_{\text{М}}\right). \tag{19}$$

Дисперсия шума на выходе внутрипериодной обработки

$$n_{Z}\left(nT_{\text{М}}\right) = \int\limits_{nT_{\text{М}}+t_{З0}}^{(n+1)T_{\text{М}}+t_{З0}} n(t)\exp\left\{-\text{j}2\pi\left(ft + \frac{\gamma}{2}\left(t - t_{З0} - nT_{\text{М}}\right)^{2}\right)\right\}dt \tag{20}$$

с учетом его корреляционной функции определяется выражением:

$$P_{Z} = \left\langle \dot{n}_{Z}\left(nT_{\text{М}}\right)\cdot\dot{n}_{Z}^{*}\left(nT_{\text{М}}\right)\right\rangle = \frac{N_{0}}{2}T_{\text{М}}\ . \tag{21}$$

Результат межпериодной обработки (6) имеет вид:

$$Z = \sum_{n=0}^{N-1} AT_{\text{М}}\ \text{sinc}\left\{\pi\gamma\left(t_{З} - t_{З0}\right)T_{\text{М}}\right\}\exp\left\{-\text{j}2\pi f\left(t_{З} - t_{З0}\right)\right\} + \sum_{n=0}^{N-1} n_{Z}\left(nT_{\text{М}}\right)\exp\left\{\text{j}2\pi f t_{З0}\right\} \tag{22}$$

и при $\Delta V \le \frac{1}{2}\frac{\delta r}{T}$:

$$Z \approx AT_{М}\sin c\left\{\pi\gamma\left(t_{З} - t_{З0}\right)T_{М}\right\}e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}R}e^{j\frac{4\pi}{\lambda}R_{0}}\sum_{n=0}^{N-1}\exp\left\{j2\pi\left(f_{\partial} - f_{\partial 0}\right)nT_{n}\right\} + n_{Z}, \tag{23}$$

где $n_{Z} = \sum_{n=0}^{N-1} n_{Z}\left(nT_{М}\right)e^{j\frac{4\pi}{\lambda}R_{0}}\exp\left\{-j2\pi f_{\partial 0}nT_{М}\right\}$.

В (23) компонента аргумента комплексной экспоненты характеризует начальную фазу отраженного сигнала с дальности R

$$e^{j\phi_{0}} = e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}R}e^{j\frac{4\pi}{\lambda}R_{0}}. \tag{24}$$

Последний сомножитель сигнальной компоненты (23) характеризует межпериодное когерентное накопление отраженного сигнала в фильтре, настроенном на частоту $f_{\partial 0}$ и определяет зависимость выходного сигнала межпериодного накопления от рассогласования $\Delta f_{\partial} = f_{\partial} - f_{\partial 0}$ по частоте (доплеровскому сдвигу частоты) отраженного сигнала $f_{д}$ относительно опорной частоты $f_{\partial 0}$ межпериодной обработки (доплеровского фильтра системы обработки)

$$AT_{М}\sum_{n=0}^{N-1}\exp\left\{j2\pi\Delta f_{\partial}nT_{М}\right\}\approx AT_{М}\ N\cdot\frac{\sin\left\{\pi\Delta f_{\partial}NT_{М}\right\}}{\pi\Delta f_{\partial}NT_{М}}e^{j\pi\Delta f_{\partial}(N-1)T_{М}}\approx AT\sin c\left\{\pi\Delta f_{\partial}T\right\}e^{j\pi\Delta f_{\partial}T}\quad(25)$$

или

$$AT_{М}\sum_{n=0}^{N-1}\exp\left\{j2\pi\Delta f_{\partial}nT_{М}\right\}\underset{\substack{nT_{М}\to t\\ NT_{М}\to T}}{\to}A\int_{0}^{T}\exp\left\{j2\pi\Delta f_{\partial}t\right\}dt=AT\sin c\left\{\pi\Delta f_{\partial}T\right\}e^{j\pi\Delta f_{\partial}T}.\quad(26)$$

Таким образом, выходной сигнал системы обработки (4) при приеме отражения от точечного объекта (элементарного отражателя) определяется соотношением

$$.Z=Ae^{jf_{0}}NT_{м}\sin c\left\{\pi\gamma\left(t_{з}-t_{з0}\right)T_{м}\right\}\sin c\left\{\pi\left(f_{\partial}-f_{\partial0}\right)T\right\}e^{j\pi\left(f_{\partial}-f_{\partial0}\right)T}+n_{Z}.\quad(27)$$

где $n_{Z}=\sum_{n=0}^{N-1}n_{Z}\left(nT_{М}\right)e^{j\frac{4\pi}{\lambda}R_{0}}\exp\left\{-j2\pi f_{\partial0}nT_{М}\right\}$, $NT_{М}$ – множитель, характеризующий накопление сигнала системой обработки.

Дисперсия шума на выходе межпериодной обработки соответствует выражению

$$P_{Z}=\sum_{n=0}^{N-1}P_{Z}\left(nT_{n}\right)=\frac{N_{0}}{2}NT_{М}.\quad(28)$$

Отражения от подстилающей поверхности в элементе разрешения описываются аддитивной суммой сигналов от элементарных отражателей, распределенных равномерно на подстилающей поверхности. Положение элементарного отражателя характеризуется его дальностью (задержкой), и угловыми координатами – азимутом εg и углом места εv. Предположим, что радиолокационная станция подвижного состава находится относительно подстилающей поверхности на высоте H (в точке O’) и совершает движение со скоростью V (рисунок 1). Скорость движения имеет две составляющие: горизонтальную (путевую) $V_{П}=V\cos\upsilon$ и вертикальную $V_{В}=V\sin\upsilon$, где υ – угол направления вектора скорости в вертикальной плоскости. Составляющая вертикальной скорости возникает из-за наличия наклонных участков на пути (подъемы/спуски), качанием платформы, при этом рельеф подстилающей поверхности также может изменяться, что важно учитывать при анализе спектра отражений [4].

Доплеровский сдвиг частоты отраженного сигнала от отражателя определяется выражением (рис. 1)

$$f_{\partial} = \frac{2V_n}{\lambda}\cos\varepsilon_g \cos\varepsilon_v - \frac{2V_y}{\lambda}\sin\varepsilon_v \tag{29}$$

Время задержки сигнала: $t_з = \frac{2R}{c} = \frac{2}{c}\frac{H}{\sin\varepsilon_v}$.

Сигнал от элементарного точечного отражателя на выходе приемника РЛС описывается функцией частоты настройки доплеровского фильтра $f_{\partial 0}$, задержки строба $t_{з0}$ (опорного сигнала) и доплеровского сдвига частоты f_{∂} и задержки самого сигнала $t_з$. Сигнал, отраженный от совокупности отражателей, (на выходе приемника РЛС) в элементе разрешения РЛС описывается интегралом (суммой) по элементу поверхности *ds*, соответствующего элементу разрешения $ds = dx \times dz$:

$$\dot{Z}_{\Sigma}\left(t_{з0}, f_{\partial 0}\right) = \int_S \dot{Z}\left(t_з\left(x,z\right) - t_{з0}, f_{\partial}\left(x,z\right) - f_{\partial 0}\right) ds = \int_X \int_Z \dot{Z}\left(t_з\left(x,z\right) - t_{з0}, f_{\partial}\left(x,z\right) - f_{\partial 0}\right) dxdz. \tag{30}$$

Время задержки и частота доплера в соответствии с рис. 1

$$t_з\left(x,z\right) = \frac{2}{c}R = \sqrt{H^2 + x^2 + z^2} \tag{31}$$

$$f_д\left(x,z\right) = \frac{2V_п}{\lambda}\frac{x}{\sqrt{H^2 + x^2 + z^2}}\cos\left\{\arctan\left\{\frac{z}{x}\right\}\right\} - \frac{2V_y}{\lambda}\frac{H}{\sqrt{H^2 + x^2 + z^2}} \tag{32}$$

Мощность отражений (30) определяется соотношением

$$P = \left\langle \dot{Z}_{\Sigma}\left(t_{з0}, f_{\partial 0}\right)\dot{Z}^*_{\Sigma}\left(t_{з0}, f_{\partial 0}\right)\right\rangle$$

или

$$P = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \dot{Z}\left(t_з\left(x_1\right) - t_{з0}, f_{\partial}\left(x_1, z_1\right) - f_{\partial 0}\right)\dot{Z}^*\left(t_з\left(x_2\right) - t_{з0}, f_{\partial}\left(x_2, z_2\right) - f_{\partial 0}\right) dx_1 dz_1 dx_2 dz_2 \right\rangle. \tag{33}$$

В предположении, что сигналы отдельных отражателей независимы

$$\left\langle \dot{A}_1 \dot{A}_2^* \right\rangle = k\rho_0 \left(\tau_u N\right)^2 \delta\left(t_{з1} - t_{з2}, f_{д1} - f_{д2}\right), \tag{34}$$

где ρ_0 – имеет смысл удельной ЭПР подстилающей поверхности; а $k \sim P_t \dfrac{G_{ПРМ}\left(\varepsilon_g, \varepsilon_v\right) G_{ПРД}\left(\varepsilon_g, \varepsilon_v\right)}{R^4}$ – коэффициент характеризующий зависимость интенсивности отражений от мощности излучения РЛС P_t, дальности R. С учетом диаграммы направленности РЛС на прием $G_{ПРМ}$ и передачу $G_{ПРД}$, выражение (34) приобретает вид:

$$P = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} k\rho_0 \left(\tau_u N\right)^2 \exp\left\{-\frac{\pi}{2}\frac{\left(t_з(x) - t_{з0}\right)^2}{\tau_u^2}\right\} \exp\left\{-2\pi\left(f_Д(x,z) - f_{Д0}\right)^2 T^2\right\} dxdz + \frac{N_0}{2}\left(N\tau_u\right). \tag{35}$$

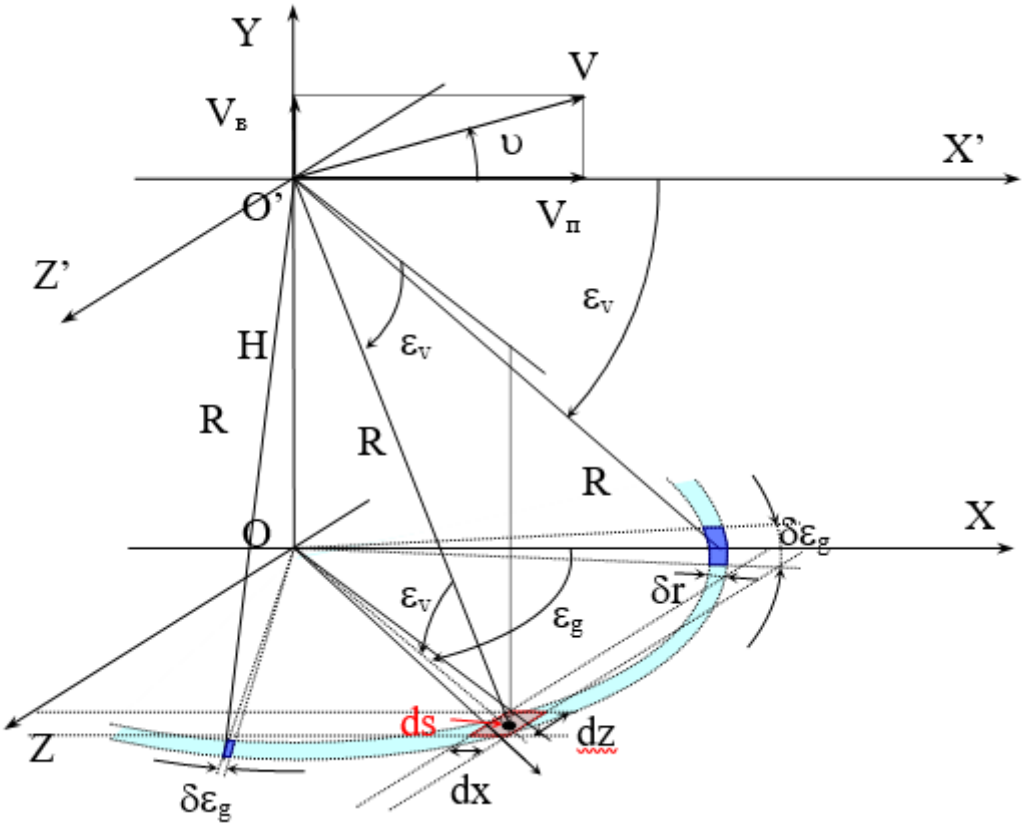

Рис. 1. Система координат.

Интегрирование по подстилающей поверхности удобно произвести в угловых координатах $\left(\varepsilon_g, \varepsilon_v\right)$, произведя замену переменных с учетом якобиана преобразования координат:

$$P \sim \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_{ПРМ}\left(\varepsilon_g(x,z),\varepsilon_v(x,z)\right)G_{ПРД}\left(\varepsilon_g(x,z),\varepsilon_v(x,z)\right)}{R(x,z)^4} e^{-\frac{\pi}{2}\frac{\left(t_з(x)-t_{з0}\right)^2}{\tau_и^2}} e^{-2\pi\left(f_\partial(x,z)-f_{\partial 0}\right)^2 T^2} dxdz \quad (36)$$

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \varepsilon_g} & \frac{\partial x}{\partial \varepsilon_v} \\ \frac{\partial z}{\partial \varepsilon_g} & \frac{\partial z}{\partial \varepsilon_v} \end{vmatrix} = \frac{H^2 \cos\varepsilon_v}{\left(\sin\varepsilon_v\right)^3}. \quad (37)$$

Таким образом, мощность отражений определяется соотношением:

$$P \sim \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} G_{ПРМ}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_v\right)G_{ПРД}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_v\right) e^{-\frac{\pi}{2}\frac{\left(\frac{2}{c}\frac{H}{\sin\varepsilon_v}-t_{з0}\right)^2}{\tau_и^2}} e^{-2\pi\left(\frac{2V_п}{\lambda}\cos\varepsilon_g\cos\varepsilon_v-\frac{2V_y}{\lambda}\sin\varepsilon_v-f_{\partial 0}\right)^2 T^2} \frac{\sin\varepsilon_v\cos\varepsilon_v}{H^2} d\varepsilon_v d\varepsilon_g. \quad (38)$$

При относительно высоком разрешении по дальности, когда можно считать, что высота установки РЛС существенно превышает разрешающую способность РЛС по дальности ($H >> \delta r$), угловой размер строба дальности является малой величиной, в пределах которой ДНА не меняется и изменение доплеровского набега мало, в выражении (38) внутренний интеграл по ε_v допустимо заменить на:

$$\int_{-\infty}^{\infty} G_{ПРМ}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_v\right)G_{ПРД}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_v\right) e^{-\frac{\pi}{2}\frac{\left(\frac{2}{c}\frac{H}{\sin\varepsilon_v}-t_{з0}\right)^2}{\tau_и^2}} e^{-2\pi\left(\frac{2V_п}{\lambda}\cos\varepsilon_g\cos\varepsilon_v-\frac{2V_y}{\lambda}\sin\varepsilon_v-f_{д0}\right)^2 T^2} \frac{\sin\varepsilon_v\cos\varepsilon_v}{H^2} d\varepsilon_v =$$

$$= \frac{1}{2H^2} G_{ПРМ}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_{v0}\right)G_{ПРД}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_{v0}\right) e^{-2\pi\left(\frac{2V_п}{\lambda}\cos\varepsilon_g\cos\varepsilon_{v0}-\frac{2V_y}{\lambda}\sin\varepsilon_{v0}-f_{д0}\right)^2 T^2} \int_{\arcsin\left\{\frac{H}{R_0+\frac{\delta r}{2}}\right\}}^{\arcsin\left\{\frac{H}{R_0-\frac{\delta r}{2}}\right\}} \sin\left(2\varepsilon_v\right) d\varepsilon_v =$$

$$= \frac{G_{ПРМ}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_{v0}\right)G_{ПРД}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_{v0}\right)}{2H^2} e^{-2\pi\left(\frac{2V_п}{\lambda}\cos\varepsilon_g\cos\varepsilon_{v0}-\frac{2V_y}{\lambda}\sin\varepsilon_{v0}-f_{д0}\right)^2 T^2} \frac{32R_0H^2\delta r}{\left(4R_0^2-\delta r^2\right)^2} \approx$$

$$\approx G_{ПРМ}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_{v0}\right)G_{ПРД}\left(\varepsilon_g,\varepsilon_{v0}\right) e^{-2\pi\left(\frac{2V_п}{\lambda}\cos\varepsilon_g\cos\varepsilon_{v0}-\frac{2V_y}{\lambda}\sin\varepsilon_{v0}-f_{д0}\right)^2 T^2} \frac{\delta r}{R_0^3}, \quad (39)$$

где $\varepsilon_{v0} = \arcsin\left\{\frac{H}{R_0}\right\}$ – угол места строба дальности.

Выражение (38) можно представить в виде:

$$P \sim \frac{P_t \lambda^2 \sigma_0}{(4\pi)^3} \frac{\delta r}{R_0^3} \int_{-\infty}^{\infty} G_{ПРМ}(\varepsilon_g, \varepsilon_{v0}) G_{ПРД}(\varepsilon_g, \varepsilon_{v0}) e^{-\frac{2\pi}{\Delta f_{\phi}^2}\left(\frac{2V_n}{\lambda}\cos\varepsilon_g \cos\varepsilon_{v0} - \frac{2V_y}{\lambda}\sin\varepsilon_{v0} - f_{\partial 0}\right)^2} d\varepsilon_g . \quad (40)$$

При этом: $\cos\varepsilon_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{H}{R_0}\right)^2}$, $\sin\varepsilon_0 = \frac{H}{R_0}$, R_0 – дальность до строба дальности, соответствующая опорной задержке $t_{з0}$. Вычисления мощности отражений в координатах «дальность-доплеровская частота» производятся в соответствии с выражением:

$$P \sim \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R_0^3} G_{\Sigma}\left(\varepsilon_g, \arcsin\left\{\frac{H}{R_0}\right\}\right) e^{-2\pi\left(\frac{2V_n}{\lambda}\cos\varepsilon_g \sqrt{1-\left(\frac{H}{R_0}\right)^2} - \frac{2V_y}{\lambda}\frac{H}{R_0} - f_{\partial 0}\right)^2 T^2} d\varepsilon_g . \quad (41)$$

С учетом неоднозначности по дальности и частоте выражение (23) имеет вид:

$$P(R_0, f_{\partial 0}) \sim \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-Nf}^{Nf} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P_t \lambda^2 \sigma_0}{(4\pi)^3} \frac{\delta r}{\left(R_0 + m\frac{c}{2F_n}\right)^3} G_{\Sigma}\left(\varepsilon_g, \arcsin\left\{\frac{H}{R_0 + m\frac{c}{2F_n}}\right\}\right) \times$$
$$\times e^{-2\pi\left(\frac{2V_n}{\lambda}\cos\varepsilon_g \sqrt{1-\left(\frac{H}{R_0+m\frac{c}{2F_n}}\right)^2} - \frac{2V_y}{\lambda}\frac{H}{R_0+m\frac{c}{2F_n}} - f_{\partial 0} - nF_n\right)^2 T^2} d\varepsilon_g . \quad (42)$$

В соответствии с (42) произведены расчеты распределения мощности отражений с использованием программного пакета *MatLab,* создана симуляция радиолокационных эхо-сигналов для миллиметровой РЛС, размещенной на подвижном составе метрополитена.

На рисунке 2 представлена модель спектра мощности отражений от подстилающей поверхности в координатах «Дальность – Частота» и в трехмерных координатах «Дальность – Частота – Мощность» для РЛС с шириной ДН в азимутальной плоскости 30°. Для расчета модели спектра использовались следующие параметры: высота установки антенны H = 1 м,

длина волны λ = 0,0038 м, разрешающая способность по дальности Δr = 0,142 м, путевая скорость Vn = 7,2 м/с. Время накопления $nT_M = 9 \cdot 10^{-3}$ с.

На рисунке 3 представлена модель спектра мощности отражений от подстилающей поверхности для сигнала с теми же параметрами что и на рисунке 2 при скорости носителя Vn = 16,5 м/с.

Спектр мощности представляет собой характерное тело, ширина которого ограниченна по оси частот асимптотой – максимальной частотой Доплера $f_д$, а по оси дальности ограничено снизу высотой установки антенны H (рис. 2,3) [5].

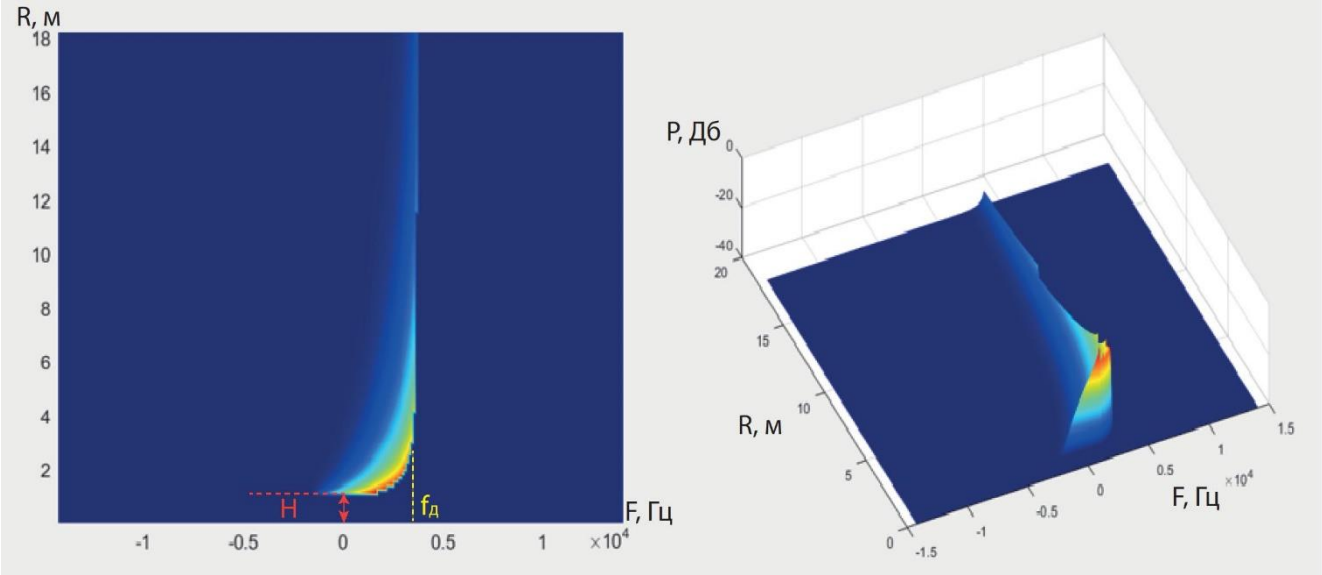

Рис. 2. Модель спектра мощности отражений при скорости 7,2 м/с.

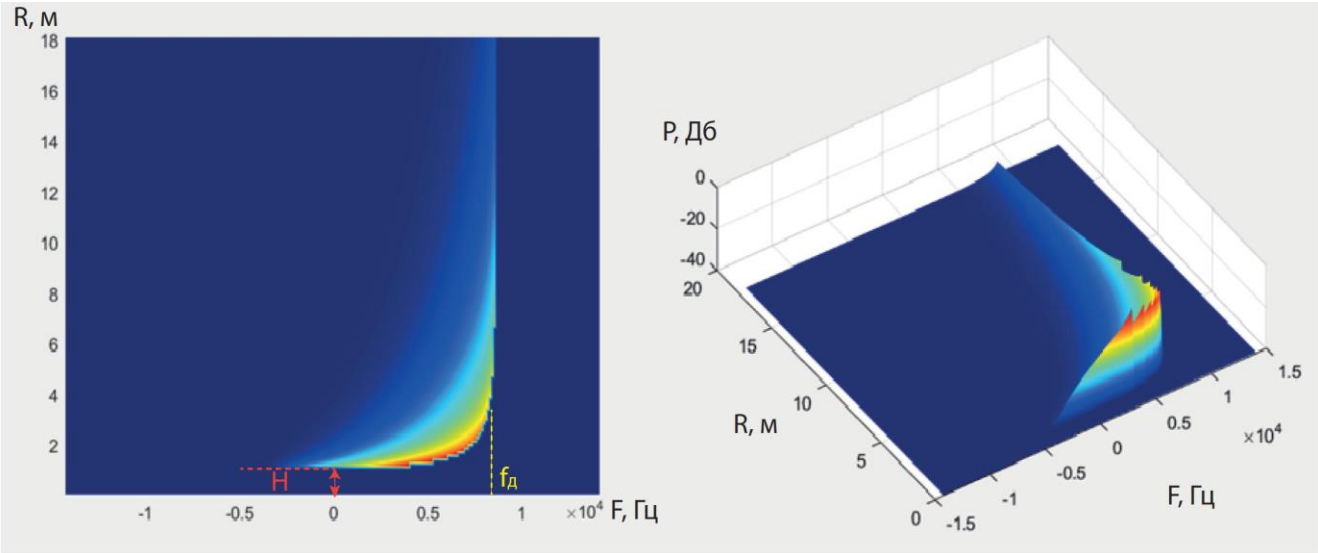

Рис. 3. Модель спектра мощности отражений при скорости 16,5 м/с.

5. Экспериментальные данные

Для получения экспериментальных данных использована отладочная плата от Texas Instruments AWR2243Boost. Основные характеристики радарной платы AWR2243Boost приведены в таблице 1 [6].

РЛС миллиметрового диапазона AWR2243Boost установлена на лобовом стекле поезда (рис. 4) по направлению движения. Съемка экспериментальных данных РЛС произведена в реальных условиях метрополитена, в тоннелях и сложной фоновой обстановке.

Рис. 4. AWR2243Boost, установленная на лобовом стекле поезда метрополитена.

Таблица 1. Основные характеристики радарной платы AWR2243Boost.

Параметр	**Номинал**
Частота, F	77 – 81 ГГц
Ширина полосы, ΔF	до 4 ГГЦ
Мощность излучения, Ризл	20 мВт
Внутренний шум приемника, Рш	12 Дб
Мощность питания, Р	5 В
Количество каналов	3 на излучение, 4 на прием
Размеры платы, м	менее 0,1×0,1
Размеры антенны, м	0,03×0,01
Поддержка тактовой частоты, МГц	до 45
Разрядность АЦП, бит	12
Диапазон рабочих температур, °С	от -40 до 140
Вес, г	250.1

На рис. 5 представлены результаты обработки экспериментальных данных в произвольный момент времени. На рис. 6 видно, что при соответствующих параметрах модели и РЛС AWR2243Boost распределения мощности модели и экспериментальных данных практически совпадают.

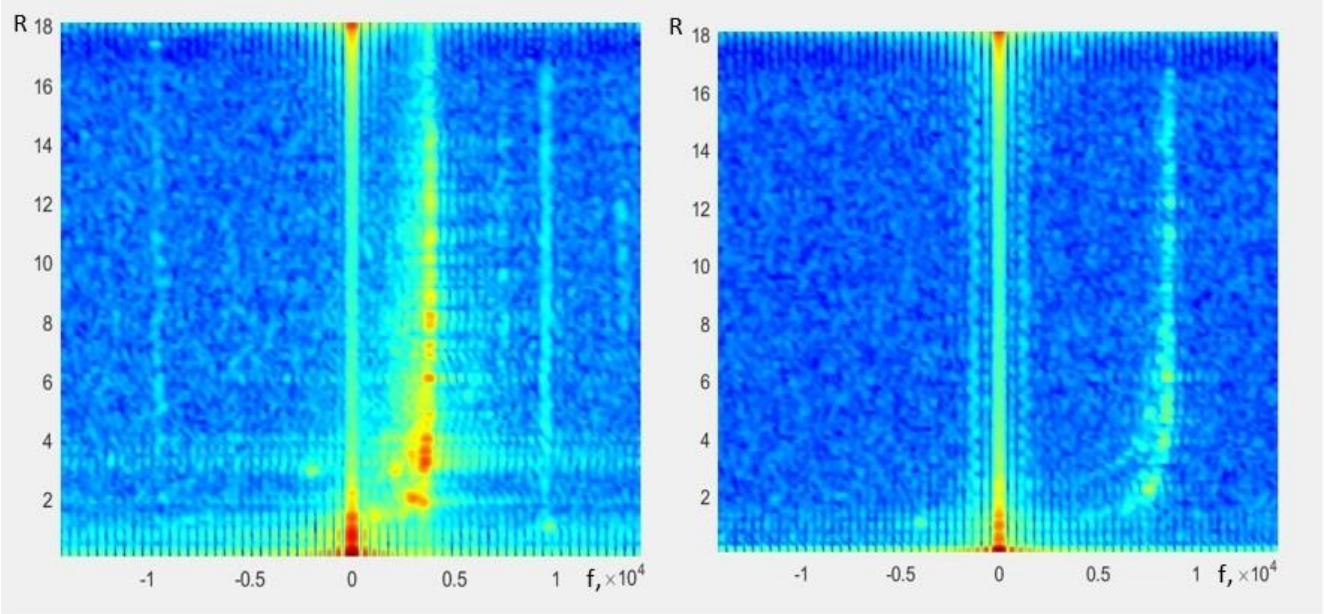

Рис. 5. Спектр мощности отражений, полученный в результате эксперимента.

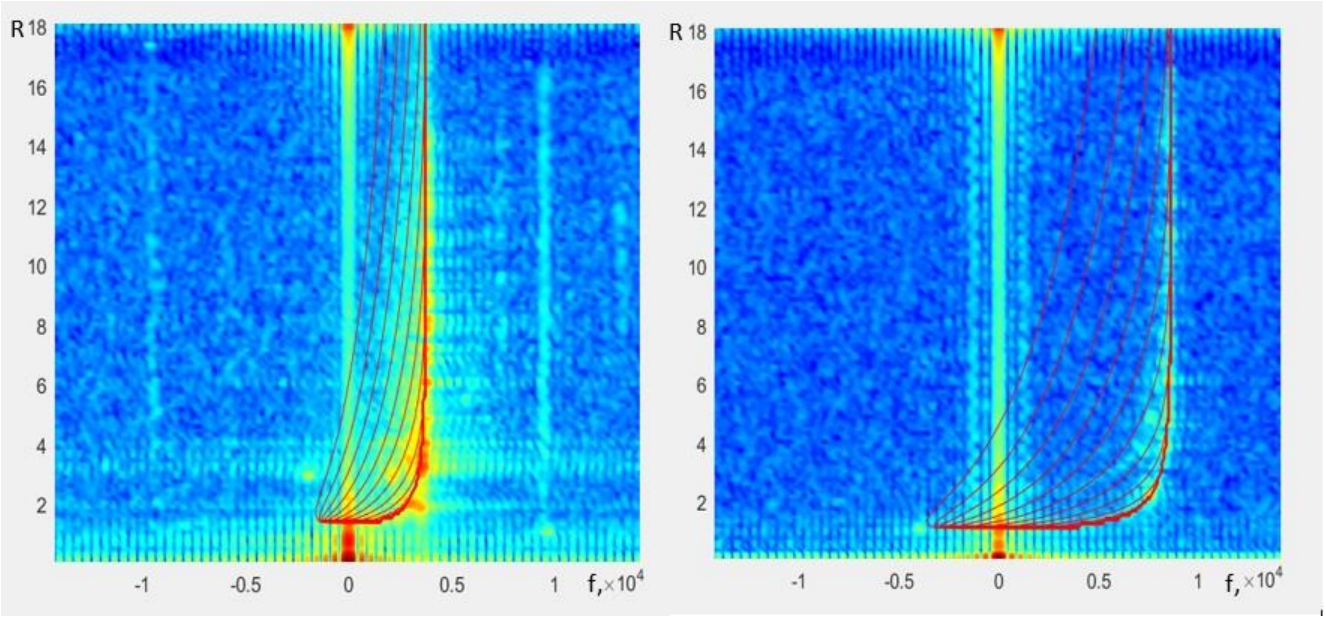

Рис. 6. Сопоставление математической модели отраженного сигнала и экспериментальных данных.

Таким образом, разработанная модель может быть использована в разработке алгоритмов обработки для определения скорости движения состава и их исследовании с использованием гомодинной РЛС с высоким разрешением.

Результаты эксперимента получены на основе обработки экспериментальных данных с использованием существенно модифицированной версии зарегистрированного программного продукта [7].

Заключение

В данной статье рассмотрена проблема измерения скорости подвижного состава метро радиолокационным гомодинным датчиком миллиметрового диапазона. Разработана математическая модель сигнала, отраженного от подстилающей поверхности для радарного гомодинного приемопередатчика с высоким разрешением. Выполнено моделирование полученной математической модели в программной среде MATLAB. Проведен эксперимент в реальных условиях, путем установки радиолокационного датчика AWR2243Boost на лобовом стекле подвижного состава метрополитена. В качестве результатов эксперимента для примера приводятся две дальномерно-доплеровские карты в моменты движения подвижного состава со скоростями 7,2 м/с и 16,5 м/с соответственно. Анализ формы спектра сигнала, полученного путем математического моделирования, показал практическое совпадение формы спектра реального экспериментального сигнала, отраженного от подстилающей поверхности во время движения поезда в тоннеле метрополитена. Данное соответствие математической модели реальным физическим условиям распространения сигнала позволяет ее использовать при разработке и исследовании алгоритмов обработки радиолокационных данных для измерения скорости платформы, оснащенной гомодинным приемопередатчиком миллиметрового диапазона. Это позволяет сделать вывод, что полученная математическая модель отраженного от подстилающей поверхности сигнала является корректной. Дальнейшие исследования должны быть направлены на разработку алгоритмов обработки радиолокационных данных гомодинных радиолокационных датчиков миллиметрового диапазона, используемых на подвижной платформе для измерения собственной скорости носителя.

Литература

1. Марюхненко В.С., Гурулева М.А. Особенности применения радиолокационных измерителей скорости подвижных объектов железнодорожного транспорта // iPolytech Journal. – 2016. – №. 1 (108). – С. 129-142.
2. Гурулева М.А., Марюхненко В.С. Применение доплеровского измерителя для определения скорости подвижных железнодорожных единиц // Современные проблемы радиоэлектроники : сб. науч. тр. [Электронный ресурс] / науч. ред. В.Н. Бондаренко ; отв. за вып. А.А. Левицкий. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2015. С. 35-39. URL: Сборник_СПР-2015.pdf
3. Радиолокационные системы: учебник / В.П. Бердышев, Е.Н. Гарин, А.Н. Фомин [и др.]; под общ. ред.В. П. Бердышева. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2011. 400 с.
4. Фельдман Ю.И., Мандуровский И.А. Теория флуктуаций локационных сигналов, отраженных распределенными цепями. – Радио и связь, 1988.
5. Агеева А.В., Вицукаев А.В., Колтышев Е.Е., Кудрявцева А.А. Применение высокочастотной малогабаритной РЛС AWR2243Boost в подвижных составах метрополитена для измерения скорости поезда // АО «ГРПЗ»: сборник научных статей – Рязань: ИП Коняхин А.В., 2025. С. 13-20.
6. AWR2243 Evaluation Module (AWR2243BOOST) mmWave Sensing Solution // User’s Guide SPRUIT8D February 2020. 33 с.
7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2024681124 (РФ). Программа для измерения собственной скорости подвижного состава метро: №2024680184: заявл. 30.08.2024: опубл. 05.09.2024/ Вицукаев А.В., Павлович О.В., Кудрявцева А.А., Бородко Е.А., Агеева А.В.

Для цитирования:

Агеева А.В. Математическая модель сигнала радиолокационного измерителя скорости носителя с линейно-частотно модулированным сигналом // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 12.