УДК 537.8

# **ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В ВОЛОКНИСТОМ КОМПОЗИТЕ ПОЛИЭТИЛЕН/ФЕРРИТ**

### А.А. Паньков

#### Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Получена 1 февраля 2014 г.

Аннотация. Исследовано влияние толщины прослойки полиэтилена между однонаправленными ферритовыми волокнами и частоты электрического поля на эффективную диэлектрическую проницаемость и проводимость полидисперсного композита с учетом максвелл-вагнеровской релаксации. Приведены графики частотных зависимостей эффективных констант и диаграмм Коула-Коула композита. Подтвержден недебаевский характер диэлектрической релаксации в полидисперсных матричных структурах.

Ключевые слова: максвелл-вагнеровская релаксация, композит, эффективные свойства, полидисперсная структура.

**Abstract.** Influence of the thickness of a layer of polyethylene between unidirectional ferrite fibers and frequencies of electric field on effective dielectric permeability and conductivity of a polydisperse composite taking into account maksvell-wagner relaxation is investigated. Schedules of frequency dependences of effective constants and Cole-Cole's charts of the composite are provided. Not Debye character of a dielectric relaxation in polydisperse matrix structures is confirmed.

**Key words:** maxwell-wagner relaxation, composite, effective properties, polydisperse structure.

### Введение

В [1] для аппроксимации экспериментальных частотных зависимостей действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости поликристаллической керамики (рис.1,а) использована подгонка варьируемых параметров равновероятного распределения времен релаксации. В [1] в частности отмечено, что физической основой модели может быть максвелл –

1

вагнеровская поляризация и релаксация [2-6] в электрически неоднородной матричной системе из зерен, окруженных тонкими слоями с малой [7] проводимостью и отличной от зерен диэлектрической проницаемостью; вариация проницаемостей, проводимостей, размера зерен и толщин оболочек вокруг них приводит к широкому распределению времен релаксации и обуславливает большие величины диэлектрической проницаемости и проводимости и недебаевскую релаксацию в поликристаллическом материале.

Цель работы – подтвердить недебаевский характер диэлектрической релаксации в полидисперсных матричных структурах и исследовать влияние толщины прослойки полиэтилена между ферритовыми волокнами и частоты электрического поля на эффективную диэлектрическую проницаемость и проводимость композита.







Рис. 1 Фрагменты реальной [1] (а), моделей (б)-(г) полидисперсных структур

# 1. Диэлектрическая проницаемость композита. Самосогласованные решения

Методы самосогласования [8-12] представляют одно из направлений механики композитов и основаны на учете многочастичного взаимодействия между волокнами композита через замену неоднородной среды, окружающей произвольное волокно, например, без учета или с учетом прилегающей к нему прослойкой матрицы однородной анизотропной средой с искомыми

эффективными свойствами композита. Полученные таким образом расчетные схемы: одиночное включение в эффективной среде и одиночное включение с прослойкой матрицы в эффективной среде, с заданным на большом удалении от волокна однородным полем макронапряженности электрического поля, позволяют рассчитать эффективные диэлектрические проницаемости композитов с соответствующими полидисперсными структурами (рис.1). В полидисперсных структурах распределение ячеек (поперечных сечений однофазных на рис.1,г и составных двухфазных на рис.1,б,в цилиндров) по размерам достаточно широко, включая и бесконечно малые, что обуславливает возможность заполнения такими полидисперсными ячейками всей представительной области композита.

Для рассматриваемых моделей (рис.1,б-г) полидисперсных структур относительное число ячеек с волокнами (1-я фаза)  $p_0 = v_1(1+\delta)^2$ , где относительное объемное содержание 1-й фазы (волокон) в композите  $v_1$ , величина прослойки  $\delta \equiv (r_b - r_a)/r_a$  матрицы (2-я фаза) может принимать значения

$$\delta \in [0; \delta_{\max}], \quad \delta_{\max} = 1/\sqrt{v_1} - 1$$
 (1)

до максимально возможного значения  $\delta_{\max}$ , отношение радиусов  $r_a/r_b = \sqrt{v_0}$ волокна  $r_a$  и ячейки  $r_b$  не зависит от абсолютных размеров ячейки, объемная доля волокна в произвольной ячейке с волокном  $v_0 = v_1/p_0$ . В предельных случаях:  $\delta = \delta_{\max}$ ,  $p_0 = 1$  (рис.1,б),  $\delta = 0$ ,  $p_0 = v_1$  (рис.1,г).

Полидисперсные структуры (рис.1,б,в) сохраняют свойство матричности 2-й фазы при всех возможных степенях наполнения  $v_1 \in (0;1)$  композита 1-й фазой для всех значений  $\delta \in (0; \delta_{\max}]$ . Лишь в случае  $\delta = 0$  (рис.1,г) свойство матричности исчезает и структура становится инвариантной к инверсии свойств 1-й и 2-й фаз при фиксированных объемных долях обеих фаз:  $v_1$  и  $v_2 = 1 - v_1$ . Интерес к исследованию полидисперсных моделей обусловлен возможностью получения точных, в рамках модели, аналитических решений [8,9] для эффективных констант, в частности диэлектрических проницаемостей композита.

Для полидисперсной структуры на рис.1, с трансверсально-изотропными диэлектрическими проницаемостями обеих фаз решение для эффективной диэлектрической проницаемости в плоскости изотропии *r*<sub>1</sub>*r*<sub>2</sub>

$$\lambda_{22}^{*} = \lambda_{11}^{*} = \frac{1}{2a} \left( -b \pm \sqrt{D} \right)$$
<sup>(2)</sup>

может быть получено из расчетной схемы: одиночное волокно с прослойкой матрицы толщиной  $\delta$  в эффективной среде [9], нагруженной поперечным, например, вдоль оси  $r_1$  электрическим полем как решение квадратного уравнения

$$a(\lambda_{11}^*)^2 + b\lambda_{11}^* + c = 0$$
,

в решении (2) которого

$$D = b^{2} - 4ac, \quad a = b_{0}, \quad b = a_{0} - b_{0}\lambda_{(2)11} - 4v_{1}\overline{\lambda}_{11}, \quad c = -a_{0}\lambda_{(2)11},$$
$$a_{0} = \lambda_{(1)11} + \lambda_{(2)11} + v_{0}\overline{\lambda}_{11}, \quad b_{0} = 1 + v_{0} + (1 - v_{0})\frac{\lambda_{(1)11}}{\lambda_{(2)11}},$$

разность  $\overline{\lambda}_{11} = \lambda_{(1)11} - \lambda_{(2)11}$ , диэлектрические проницаемости фаз:  $\lambda_{(1)11}$ ,  $\lambda_{(2)11}$ .

Для случая отсутствия прослойки ( $\delta = 0$ ) в структуре на рис.1,г, в решении (2) для эффективной диэлектрической проницаемости  $\lambda_{11}^*$ коэффициенты

$$a = 1, \quad b = \overline{\lambda}_{11} (1 - 2v_1), \quad c = \lambda_{(1)11} \lambda_{(2)11}$$

Решение для эффективной продольной диэлектрической проницаемости всех структур (рис.1,б-г)

$$\lambda_{33}^{*} = \left\langle \lambda_{33} \right\rangle = v_1 \lambda_{(1)33} + v_2 \lambda_{(2)33} \tag{3}$$

совпадает с решением Фойгта и не зависит от толщины прослойки  $\delta$ , оператор осреднения по объему композита  $\langle ... \rangle$ .

Отметим, что известные [2] решения  $\lambda^*_{(1)11}$ ,  $\lambda^*_{(2)11}$  или границы Хашина-Штрикмана для поперечных диэлектрических проницаемостей однонаправленного двухфазного волокнистого композита

$$\frac{v_2}{\lambda_{(1)11}^* - \lambda_{(1)11}} = \frac{v_1}{2\lambda_{(1)11}} - \frac{1}{\overline{\lambda}_{11}},$$

$$\frac{v_1}{\lambda_{(2)11}^* - \lambda_{(2)11}} = \frac{v_2}{2\lambda_{(2)11}} + \frac{1}{\overline{\lambda}_{11}},$$
(4)

для продольной диэлектрической проницаемости  $\lambda_{(1)33}^* = \lambda_{(2)33}^* = \langle \lambda_{33} \rangle$  (3).

Учет проводимостей  $\gamma_f$  фаз  $f = \overline{1,2}$  и частоты  $\omega$  приложенного электрического поля через комплексную форму записи [2-6]

$$\boldsymbol{\lambda}_{f} = \boldsymbol{\lambda}_{f}^{'} - i\boldsymbol{\gamma}_{f} / \boldsymbol{\omega}$$
 (5)

тензоров диэлектрических проницаемостей  $\lambda_f$  фаз с действительными частями  $\lambda'_f$  приводит к комплексному виду тензора эффективных диэлектрических проницаемостей (2) композита

$$\lambda^* = \lambda^{*'} - i\lambda^{*''}, \qquad (6)$$

где мнимая часть  $\lambda^{*''} = \gamma^{*'} / \omega$  выражается через действительную часть  $\gamma^{*'}$  эффективной проницаемости композита

$$\gamma^* \equiv i\omega\lambda^* = \gamma^{*'} + i\gamma^{*''} \tag{7}$$

Для четкого выделения релаксационных максимумов исключим из мнимой части эффективной диэлектрической проницаемости  $\lambda^{*''} = \lambda^{*''}(\omega)$  сингулярную составляющую, обусловленную статической при  $\omega \to 0$  или «сквозной» [1] проводимостью

$$\boldsymbol{\gamma}_{\boldsymbol{\omega}\to\boldsymbol{0}}^{*'}=\lim_{\boldsymbol{\omega}\to\boldsymbol{0}}(\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\lambda}^{*''}),$$

и найдем релаксационные максимумы из анализа частотной зависимости вспомогательной функции

$$\Delta \lambda^{*''}(\omega) = \frac{1}{\omega} \left( \gamma^{*'}(\omega) - \gamma^{*'}_{\omega \to 0} \right)$$
(8)

# 2. Численный расчет

Рассмотрим однонаправленный волокнистый композит с полидисперсной структурой: 1-я фаза - феррит (волокна), 2-я фаза – полиэтилен (матрица). Волокна ориентированы вдоль координатной оси  $r_3$ , плоскость изотропии  $r_1r_2$ . Диэлектрическая проницаемость  $\lambda'_{(2)11} = 0.5\lambda_0$  и проводимость  $\gamma_{(2)11} = 10^{-10}$  (Ом·м)<sup>-1</sup> полиэтилена [13], для феррита:  $\gamma_{(1)11} = 10^{-5}$  (Ом·м)<sup>-1</sup> [14],  $\lambda'_{(1)11} = 10\lambda_0$  (5), где диэлектрическая проницаемость вакуума  $\lambda_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

На рис.2 приведены результаты расчета действительной  $\lambda_{11}^{*'}$  (сплошная линия) и мнимой  $\lambda_{11}^{*''}$  (пунктирная линия) частей (6) эффективной диэлектрической проницаемости  $\lambda_{11}^{*}$  (рис.2,а) (2), мнимой части с вычетом сквозной проводимости  $\Delta \lambda_{11}^{*''}$  (рис.2,б) (8), действительная часть (7) полной проводимости  $\gamma_{11}^{*'}$  (рис.2,в) композита при объемной доле ферритовых волокон



a

б

 $\gamma_{11}^{*'}/\gamma_{(2)11}^{'}$ 



В









a

 $v_1 = 0.7$  для различных значений прослоек  $\delta$  (1) между волокнами:  $\delta = \delta_{max} \approx 0.2$  ( $\Box$ ), 0 (•), 0.025 ( $\diamond$ ), 0.02 ( $\diamond$ ), 0.01 ( $\triangle$ ); границы Хашина-Штрикмана (-) и (+) (4). Отметим, что решения (+) и ( $\Box$ ) совпадают для всех значений  $v_1$ ,  $\omega$  и на рис.2,6 использована логарифмическая шкала для частоты  $\omega$  по аналогии [1].

# 3. Выводы

Наличие явно выраженных максимумов у кривых на рис.2.6 свидетельствует о протекании в композите релаксационного процесса, а вид диаграмм Коула-Коула (рис.3) указывает на недебаевскую релаксацию [1]. Вид графиков на рис.2, рис.3 хорошо согласуются с экспериментальными данными в [1]. В предельном случае, при устремлении толщины прослойки к нулю ( $\delta \rightarrow 0$ ) эффективной диэлектрической проницаемости  $\lambda_{11}^*$  и решения ДЛЯ проводимости  $\gamma_{11}^{*'}$  стремятся к соответствующим решениям для случая  $\delta = 0$  с расчетной схемой – волокно в эффективной среде лишь в высокочастотном случае при  $\omega \to \infty$ . В низкочастотном случае, особенно при  $\omega \to 0$ , наличие даже бесконечно малых прослоек  $\delta \rightarrow 0$  очень существенно влияет на значения эффективных констант  $\lambda_{11}^{*}$  и  $\gamma_{11}^{*'}$  композита и на отличие в несколько раз от соответствующих решений при  $\delta = 0$  (рис.2). Все решения для мнимой части диэлектрической проницаемости  $\lambda_{11}^{*"}$  (рис.2,а) и действительной части проводимости  $\gamma_{11}^{*'}$  (рис.2,в) композита, полученные при варьировании толщины прослойки δ∈ [0; δ<sub>max</sub>], лежат внутри соответствующих границ Хашина-Штрикмана. Решения для действительной части  $\lambda_{11}^{*'}$  попадают в эти границы лишь при высоких значениях частоты  $\omega > 10^5 c^{-1}$  (рис.2,а).

## Литература

Павленко А.В., Турик А.В., Резниченко Л.А., Шилкина Л.А., Константинов Г.М. Диэлектрическая релаксация в керамике PbFe<sub>1/2</sub>Nb<sub>1/2</sub>O<sub>3</sub> // Физика твердого тела. – 2011. – Т. 53, № 9. – С. 1773–1776

- 2. Виноградов А.П. Электродинамика композитных материалов. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 208 с.
- Турик А.В., Радченко Г.С., Чернобабов А.И., Турик С.А. Диэлектрическая проницаемость полимерных матриц, содержащих изолированные включения: гигантское диэлектрическое усиление вместо коллективного резонанса // Письма в ЖЭТФ. – 2004. – Т. 79, № 9. – С.512–514
- Соцков В.А. Экспериментальная оценка концентрационной зависимости действительной части диэлектрической проницаемости в неупорядоченной макросистеме парафин-графит // Письма в ЖТФ. – 2004. – Т. 30, № 12. – С.1-5
- Pan'kov A.A. Maxwell-wagner relaxation in fibrous polydisperse magnetoelectric piezocomposites // Mechanics of Composite Materials. – 2013. – Vol. 49, № 1. – pp.45-50
- Паньков А.А. Максвелл-вагнеровская релаксация в пьезокомпозите PVF/феррит с эллипсоидальными включениями в переменном электрическом поле // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. – 2013. – №6. URL: http://jre.cplire.ru/jre/jun13/12/text.pdf
- Raevski I.P., Prosandeev S.A., Bogatin A.S., Malitskaya M.A., Jastrabik L. // J. Appl. Phys. 93, 4130 (2003)
- 8. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 334 с.
- Паньков А.А. Методы самосогласования механики композитов. Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 253 с.
- 10.Pan'kov A.A. A self-consistent statistical mechanics approach for determining effective elastic properties of composites // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 1999. – Vol. 31, № 3. – pp.157–161
- 11.Pan'kov A.A. A generalized self-consistent method for composites with random elastic properties of inclusions // Mechanics of Composite Materials. 1999. Vol. 35, № 6. pp.513–520
- 12.Паньков А.А. Самосогласованные решения для коэффициентов электромагнитной связи волокнистого пьезокомпозита // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. – Т.19, №2. – С.233–243

9

- 13.Турик А.В., Радченко Г.С. Гигантский пьезоэлектрический эффект в слоистых композитах сегнетоэлектрик-полимер // Физика твердого тела. 2003. Т. 45, № 9. С.1676–1679
- 14.Петров В.М., Бичурин М.И., Srinivasan G. Максвелл-вагнеровская релаксация в магнитоэлектрических композиционных материалах // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30, № 8. С.81–87