

УДК 519.653

ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ БИОМЕДИЦИНСКИХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Б. З. Гармаев, В. В. Бороноев

Институт физического материаловедения СО РАН, 670047, Улан-Удэ, ул. Сахьяновой 6

Статья поступила в редакцию 7 февраля 2017 г.

Аннотация. Предложен метод численного дифференцирования биомедицинских сигналов с помощью вейвлет-преобразования. Простота метода дифференцирования позволяет значительно уменьшить количество вычислений, что делает метод применимым для анализа длинных реализаций исследуемых сигналов. Проведен анализ возможностей метода в сравнении с известными методами.

Ключевые слова: численное дифференцирование, вейвлет-преобразование, регуляризация, вейвлет Хаара.

Abstract. The paper shows the method of numerical differentiation of noisy biomedical signals based on wavelet transform with Haar wavelet. The main feature of this method is that for differentiation it is not necessary to calculate an inverse wavelet transform. It significantly reduces the computational cost. It allows using this method for the analysis of long-term signals and real-time analysis. For differentiation we use the wavelet coefficients at certain scales, multiplied by the factor and divided by the sampling rate. The factor is calculated for each scale separately for the least value of the difference between wavelet coefficients and the true derivative. Next, we search scale with the smallest difference between the calculated and the true derivative. The selection of these parameters is the regularization of wavelet differentiation. For biomedical signals, which are taken from one place with the use of one instrument, it is necessary to search these parameters only once, and further, it is possible to recover the derivative using the found factor and scale. The simplicity of the method and the regularization allows to

implement the algorithm in hardware of medical devices. The accuracy of this method was compared with accuracy of known methods for two characteristic signals. The accuracy of this method is comparable to the accuracy of standard wavelet differentiation. Standard wavelet differentiation requires about three times more computing, because it requires calculation of inverse wavelet transform. Thus, this simplification of the algorithm of wavelet differentiation did not decrease the accuracy of the derivative reconstruction.

Key words: numerical differentiation, wavelet transform, regularization, Haar wavelet.

Введение

В различных областях применения вычислительной техники требуется определение особенностей сигналов, таких как, например, координаты точек экстремума и точек перегиба исследуемой кривой. Чаще всего такая задача встречается в анализе биомедицинских сигналов, где требуется определение экстремумов сигнала и ее производной как признаков начала или окончания физиологических событий. Определение особенностей сигналов связано с нахождением производной сигнала, что при наличии шума в сигнале приводит к задачам регуляризации операции дифференцирования, на практике сводящихся к сглаживанию исходных данных в физическом пространстве или подавлению высоких частот в спектре измеряемых данных.

Существует множество методов восстановления производных, имеющих свои границы применения. В медицинских исследованиях зачастую требуется анализ биомедицинских сигналов имеющих значительную длину, измеряемых иногда сутками. При обработке длинных записей важную роль играет быстроедействие методов или возможность использования метода в режиме реального времени, что требует поиска нересурсоемких методов регуляризации. Так, например, нахождение производной экспериментально измеренного сигнала с помощью регуляризирующего алгоритма А.Н. Тихонова, в котором решается интегральное уравнение, требуется большая

вычислительная ресурсоемкость [1], что делает алгоритм неприменимым для обработки больших массивов информации в режиме реального времени. Такая же проблема имеет место при применении для регуляризации непрерывного вейвлет-преобразования [2], где производятся многократные ресурсоемкие операции интегрирования. Напротив, при использовании методов восстановления производных сигнала кубическими и В-сплайнами [3] показано, что методы менее ресурсоемкие, но достаточно чувствительные к наличию шумов, что ограничивает анализ локальных экстремумов сигналов, имеющих малую амплитуду. Чувствительность метода к шуму приводит к погрешности определения положения экстремумов, и тем самым к ошибке определения длительности физиологических событий.

Перспективность применения вейвлет-методов дает основание для поиска подходов использования вейвлет-преобразований, уменьшающих объем вычислений. Так, в работах [4-7] используется основанный на вейвлет-преобразовании Хаара метод определения координат точек максимумов, минимумов и точек перегиба биомедицинских сигналов с шумом. При этом в этих работах не рассматривалась задача восстановления производной. Кроме того, в работе [6] оценивалась точность нахождения координат точек экстремумов биомедицинских сигналов при наличии шума в сравнении с результатами аналогичных работ [1,3].

Целью работы является разработка регуляризованного метода дифференцирования биомедицинских сигналов в условиях шума, имеющего малую вычислительную ресурсоемкость, который позволит использовать его для оперативной обработки длинных реализаций сигнала в режиме реального времени.

Метод численного дифференцирования с помощью вейвлет-преобразования и его регуляризация

Рассмотрим метод дифференцирования и методику его регуляризации на примере простой модели биомедицинского сигнала (сфигмограммы) – суммы

синусоид $s = 100\sin(2\pi t - \varphi) + 100\sin(4\pi t - \varphi) + \xi$ с аддитивным белым шумом ξ и дисперсией σ^2 , равной 10 мВ^2 (5% от максимальной амплитуды сигнала). Белый шум взят как наиболее распространенный в электронике [8].

Для метода определения производной сигнала предлагается использовать непрерывное вейвлет-преобразование дискретного цифрового сигнала по формуле [9]:

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_k f(k) \int_k^{k+1} \psi\left(\frac{b-t}{a}\right) dt,$$

где a – масштабный коэффициент (масштаб), b – параметр сдвига, k – номер шага дискретизации, $f(k)$ – дискретный цифровой сигнал;

с вейвлетом Хаара, представляющим собой ортонормальный вейвлет с компактным носителем [10]:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 0.5 \\ -1, & -0.5 \leq t < 0. \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

Вейвлет Хаара взят как простейший пример антисимметричного вейвлета, хотя в качестве материнского вейвлета может быть выбран любой антисимметричный вейвлет, например wave-вейвлет: $\psi(t) = t \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}$

При данном способе дифференцирования значения производной можно определять на всех масштабах как в целых точках, так и в дробных точках. Далее в статье показаны расчеты для нахождения значений в целых точках. Для дифференцирования будем использовать результат вейвлет-преобразования на конкретном масштабе, и, говоря об использовании вейвлет-коэффициентов на масштабе a , предполагается использование не матрицы вейвлет-коэффициентов размера $a_{max} * k_{max}$, а строки этой матрицы - вектора длины k_{max} на конкретном масштабе a .

Также необходимо учитывать краевые эффекты вейвлет-преобразования на границах временного ряда, которые возникают на конкретном масштабе при сдвигах возле границ. Это связано с тем, что вейвлетная функция на всех

масштабах при сдвигах вдоль анализируемого сигнала при приближении к границе начинает выходить за пределы временного ряда, и расчет значений вблизи границ становится некорректным. Ширина области влияния краевых эффектов для нашего примера вейвлета Хаара равна масштабу умноженному на шаг дискретизации $a \cdot \Delta t$. Чтобы избежать этого влияния в расчетах, достаточно расширить временной ряд на эту величину в обе стороны, что в принципе не является проблемой при длинных реализациях биомедицинских сигналов.

Наибольшее визуальное сходство с дифференциальной кривой имеет кривая вейвлет-коэффициентов на масштабе $a=3$, перевернутая зеркально относительно дифференциальной кривой. Разделив значения вейвлет-коэффициентов $W(3,b)$ на шаг дискретизации по времени $\Delta t=0.005$ сек., затем умножив на (-1) и множитель $\alpha(3)=0.8656$, получим преобразованные вейвлет-коэффициенты $d(3)$ на масштабе 3 с минимальными визуальными различиями относительно нефильТРованной дифференциальной кривой.

Рассматривать вейвлет – коэффициенты на масштабах меньше 3 не имеет смысла, так как на этом масштабе они имеют величину, равную величине производной после численного дифференцирования без фильтрации. При увеличении масштаба происходит подавление высоких частот в спектре исходных данных, поэтому для фильтрации необходимо использовать в формуле масштабы больше чем 3.

Общая формула дифференцирования выглядит следующим образом:

$$d(a) = -\frac{\alpha(a) \times W(a,b)}{\Delta t}, \quad (1)$$

где множитель $\alpha(a)$ вычислялся для каждого масштаба отдельно по наименьшему значению величины разницы между вейвлет-коэффициентами и производной:

$$D = \frac{\sum (d(a)_n - d_n)^2}{n \sum d_n^2},$$

где $d(a)$ – преобразованные вейвлет-коэффициенты, d – производная.

Величина параметра $\alpha(a)$ находится по наименьшей величине D для масштаба $a=3$ и представлена на рис. 1. На данном масштабе параметр $\alpha(a) = 0,8656$.

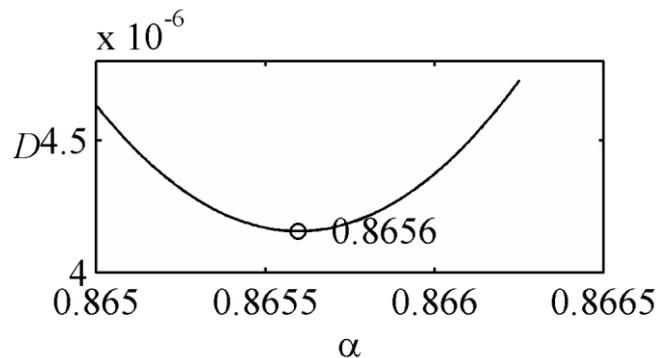


Рис. 1. Зависимость разницы восстановленной и истинной производной D от множителя $\alpha(a)$ при масштабе $a=3$.

Используя формулу (1) для вычисления производных и увеличивая масштаб, наблюдаем фильтрацию шумов и уменьшение разницы между истинной производной и преобразованными вейвлет - коэффициентами.

Оптимальный масштаб, минимизирующий ошибку дифференцирования, определялся вариацией масштаба, на котором преобразовывались вейвлет-коэффициенты, и вычислением минимума функции:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (d(a)_n - d_n)^2}{n \sum d_n^2}}, \quad (2)$$

где σ - среднеквадратичное отклонение операции дифференцирования [2]. В качестве примера зависимость σ от масштаба a вейвлет-коэффициентов с минимумом при масштабе 21 показана на рис. 2.

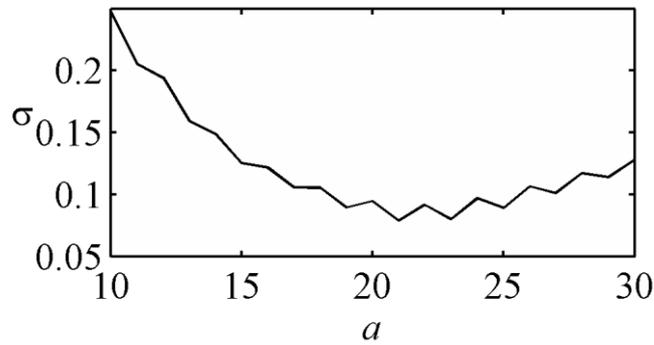


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичного отклонения дифференцирования σ от масштаба a .

Показано, что использование предложенного метода регуляризации позволяет производить операцию дифференцирования сигналов, при заданном уровне шума, с помощью формулы (1) только на масштабе $a=21$, не вычисляя в дальнейшем вейвлет-преобразование на других масштабах. В этом случае будет проведена фильтрация шума и одновременное дифференцирование сигнала в режиме реального времени.

Таким образом, появляется возможность использования формулы (1) для восстановления производной сигнала, производя вейвлет-преобразование на только одном найденном масштабе. Процедуру поиска масштаба a_{min} и значения $\alpha(a_{min})$ для однотипных сигналов, например, для снятых с одного места и одной аппаратурой биомедицинских сигналов, надо производить единожды и в дальнейшем восстанавливать производную по найденным параметрам.

Оценка погрешности метода дифференцирования с помощью вейвлет-преобразования

Для оценки погрешности использовалась методика, предложенная в работе [2], в которой оценена точность разных методов дифференцирования. Оценка проводилась на двух характерных примерах. Первый сигнал представляет собой производную, основная энергия которого сосредоточена в высокочастотной части спектра (периоды характерных колебаний существенно

меньше длины интервала, на котором задан сигнал). В этом случае можно считать, что сигнал задан на неограниченном отрезке или является периодическим, что позволяет избежать проблемы, связанные с границами области определения. В качестве второго сигнала выбрана производная в виде кусочно-гладкой функции.

Первый сигнал представляет собой заданный на интервале от 0 до 1 с осциллирующий сигнал, модулированный по частоте и амплитуде, искомая производная которого определяется по формуле [2]:

$$g(x) = \sin(2\pi x(10x+10))(1 - 1/2 \cos(6\pi x))$$

Производная второго модельного сигнала определяется выражением [2]:

$$g(x) = \begin{cases} -2, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

Второй сигнал более гладкий и не имеет высокочастотной составляющей за исключением области разрыва производной. Этот сигнал задан только в интервале от -1 до 1; ограниченность области определения оказывает прямое влияние на дифференцирование [2].

Для каждого из модельных сигналов были сформированы наборы точек f_n по формуле [2]:

$$f_n = \int_{x_0}^{x_n} g(x) dx + \xi(\mu),$$

где $\xi(\mu)$ - белый шум с уровнем $\mu * 100\%$ относительно среднего абсолютного значения функции.

Уровень шума составляет 30% для первого сигнала и 10% для второго. Массивы f_n использовались для численного определения производной $d(a)$ по формуле (1) и сравнения с аналитическими значениями производной $g(x_n)$. Среднеквадратичная ошибка дифференцирования определялась по формуле (2).

Оптимальный масштаб, минимизирующий параметр σ , определялся вариацией масштаба a , на котором преобразовывались вейвлет-коэффициенты.

Зависимости σ от масштаба a показаны на рис. 3. Оптимальный масштаб a имеет значение 26 для первого сигнала и 223 - для второго сигнала. При этом получены следующие минимальные значения параметра σ : 0.145 - для первого сигнала и 0.1889 - для второго сигнала.

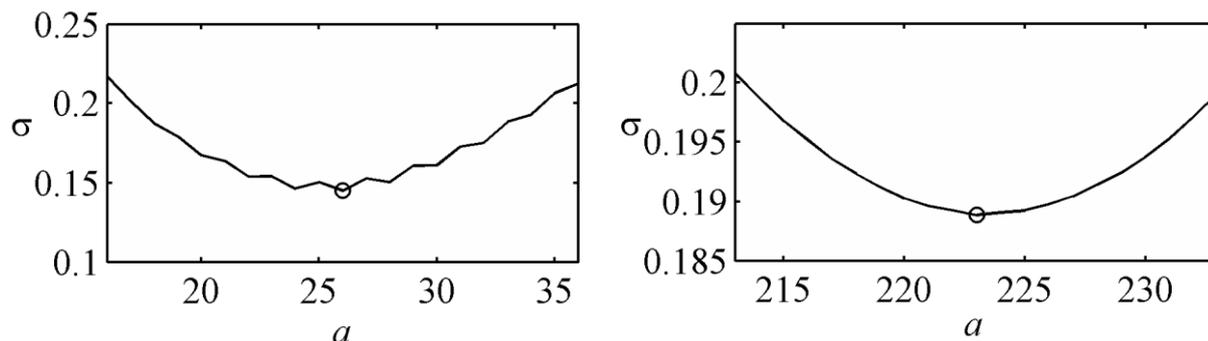


Рис. 3. Зависимость среднеквадратичного отклонения дифференцирования σ от масштаба a для двух модельных сигналов.

В таблице 1 для сравнения эффективности фильтрации шума при вычислении производной показаны минимальные значения σ для разных методов из работы [2] и результаты работы предложенного алгоритма. Представлены результаты по порядку для следующих алгоритмов: прямоугольное окно и гауссово окно в физическом пространстве, ФНЧ в частотном пространстве, которые используются совместно с методом конечных разностей, дифференцирующий идеальный и гауссов фильтр в частотном пространстве, вейвлет Морле в физическом пространстве и этот же алгоритм с вариацией минимального масштаба, а также предложенный метод вейвлет – регуляризации дифференцирования с вейвлетом Хаара.

Таблица 1. Сравнение эффективности фильтрации шума при вычислении производной

Метод	Минимальное значение σ	
	Пример 1	Пример 2
Прямоугольное окно [2]	0,42	0,31
Гауссово окно [2]	0,31	0,25

Фурье (ФНЧ) [2]	0,16	0,8
Фурье гаусс [2]	0,16	0,7
Дифференцирующий фильтр [2]	0,18	0,27
Диф. Гауссов фильтр [2]	0,3	0,32
Вейвлет-регуляризация (Морле) [2]	0,15	0,2
Вейвлет $a_{\min}=(20*x+c)^{-1}$ [2]	0,12	
Вейвлет-регуляризация (Хаар)	0,15	0,19

Из таблицы видно, что минимальные значения σ у предложенного нами метода дифференцирования сравнимы с лучшими алгоритмами из работы [2].

Выводы

1. Предложен быстродействующий алгоритм дифференцирования дискретных сигналов в условиях шума с использованием вейвлет-преобразования. Данный метод численного дифференцирования имеет малую вычислительную ресурсоемкость, что делает его применимым для обработки длинных реализаций биомедицинских сигналов в режиме реального времени.

2. Приведенная методика регуляризации метода позволяет проводить устойчивую операцию дифференцирования в условиях шума. Установлена эффективность предложенного метода в сравнении с другими методами дифференцирования, приведенными в работе [2].

3. Предложенный метод может быть применен при решении обратных задач не только в биомедицине, но и в других областях науки. Простота основанного на вейвлете Хаара алгоритма позволит легко внедрить его в аппаратную часть медицинских приборов.

Литература

1. Бороноев В.В., Шабанова Е.В. Численное дифференцирование сфигмограммы лучевой артерии методом регуляризации А.Н. Тихонова // Измерительная техника. 1994. № 11. С. 60-62.

2. Патрикеев И.А., Степанов Р.А., Фрик П.Г. Вейвлет-регуляризация операции дифференцирования сигналов с шумом // Вычислительные методы и программирование. 2005. Т. 6. С. 35-42.
3. Бороноев В.В., Ринчинов О.С. Методы сплайн-аппроксимации в задаче амплитудно-временного анализа пульсовой волны // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1998. Т. XLI. № 8. С. 1043-1057.
4. Бороноев В.В., Гармаев Б.З., Лебединцева И.В. Особенности непрерывного вейвлет-преобразования пульсовых сигналов // Оптика атмосферы и океана. 2007. Т. 20. № 12. С. 1142-1146.
5. Boronoyev V.V., Garmaev B.Z., and Lebedintseva I.V. The features of continuous wavelet transform for physiological pressure signal // Proc. SPIE, Vol. 6936, 693611 (2008).
6. Бороноев В.В., Гармаев Б.З. Метод непрерывного вейвлет-преобразования в задаче выделения информативных точек пульсового сигнала // Биомедицинские радиоэлектроника. 2009. № 3. С. 44-49.
7. Boronoyev V.V., Garmaev B.Z. Wavelet-based Detection Method for Physiological Pressure Signal Components // Proceedings of 2014 International Conference on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications (ICCTPEA). pp. 23-24.
8. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники. М.:Изд. Бином, 2014. С. 455-458.
9. Переберин А.В. О систематизации вейвлет-преобразований // Вычислительные методы и программирование. 2001. Т. 2. С. 15-40.
10. Stankovic, R.S., Falkowski, B.J. The Haar wavelet transform: its status and achievements // Computers and Electrical Engineering. 2003. Vol. 29. P. 25-44.

Ссылка на статью:

Б.З.Гармаев, В.В.Бороноев. Численное дифференцирование биомедицинских сигналов с помощью вейвлет-преобразования. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №2. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb17/9/text.pdf>