

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.2.10>

УДК: 621.396

МИНИМИЗАЦИЯ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ КРАМЕРА-РАО ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК С НАПРАВЛЕННЫМИ ИЗЛУЧАТЕЛЯМИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОЦЕНОК УГЛОВЫХ КООРДИНАТ РАДИОСИГНАЛОВ

И.В. Пешков

**Елецкий Государственный Университет им. Бунина
399770, Липецкая обл., Елец, ул. Коммунаров, 28**

Статья поступила в редакцию 1 февраля 2022 г.

Аннотация. Перспективным способом увеличения пропускной способности, помехозащищенности современных беспроводных систем передачи информации является использование антенных решеток (АР), оснащенных блоком цифровой обработки сигналов. Основное преимущество данного подхода заключается в пространственном разнесении антенны, благодаря чему появляется возможность в оценке угловых координат радиосигналов с последующим формированием диаграммы направленности (ДН). Известно, что одним из факторов снижения точности таких систем является недостаточная изученность влияния геометрии решетки совместно с различного рода антенными элементами (АЭ) (такие как, диполь, патч и т.п.). В статье описан подход, позволяющий уменьшить ошибки при оценке угловых координат источников радиосигналов антенными решетками. В частности, для данной задачи используется нижняя граница Крамера-Рао, которая устанавливает предел, ниже которого тот или иной алгоритм оценки направления прихода не может опускаться для конкретной геометрии антенной решетки. Приведен вывод выражений на основе нижней границы Крамера-Рао, описывающие зависимость дисперсии ошибок пеленгации от расположения элементов решетки в декартовой системе координат, т.е. вдоль осей x , y , z . Кроме того, в полученных

формулах принята во внимание функция диаграмм направленности отдельных антенн. При этом считается, что коэффициент направленного действия антенного элемента превышает единицу. Следовательно, предлагаемая методика направлена на снижение дисперсии ошибок пеленгации алгоритмов с накоплением выборок с выходов антенной решеток со сверхразрешением за счет минимизации полученных новых формул. Вследствие этого осуществляется оптимальное размещение антенных элементов вдоль осей x , y , z . В ходе работы получены новые формы антенных решеток на основе предложенного подхода. В частности, рассматриваются двух- и шестиэлементные решетки, которые сравниваются с известными цилиндрическими. Приводятся графики дисперсии ошибок границы Крамера-Рао, а также статистическое исследование метода *MUSIC*. Показано, что во всех исследуемых случаях происходит снижение величины ошибок новыми антенными решетками. Полученные таким образом формы антенных решеток позволяют повысить точность алгоритмов оценки угловых координат радиосигналов со сверхразрешением.

Ключевые слова: кольцевая антенная решетка, цилиндрическая антенная решетка, радиопеленгация, сверхразрешение, граница Крамера-Рао.

Abstract. The use of antenna arrays equipped with digital signal processing units is a promising way to increase the throughput, noise immunity of modern wireless information transmission systems. The spatial diversity of the antenna is the main advantage of this approach which makes it possible to estimate the spatial coordinates of radio signals with subsequent beamforming. It is well known that the insufficient knowledge of the influence of the array geometry together with various types of antenna elements (such as a dipole, a patch, etc.) may be a cause reducing the accuracy of such systems. The article describes an approach aiming at reducing direction-of-arrival estimation errors of radio signal sources by means of optimal antenna array geometries. In particular, the Cramer-Rao lower bound is used for the task. The quantity sets a limit below which one or another algorithm for estimating the spatial coordinates of signal sources cannot descend for a particular geometry of the antenna array. The expressions based on the Cramer-Rao lower bound are derived which

describes the dependence of the variance of direction-of-arrival estimation errors on the location of the array elements in the Cartesian coordinate system, i.e. along the x , y , z axes. In addition, the function of the radiation patterns of individual antennas is taken into account in the obtained formulas. Additionally it is considered that the antenna elements are directional. Therefore, the proposed technique is aimed at reducing the variance of direction-of-arrival estimation errors of statistical algorithms with superresolution by minimizing the obtained new formulas. As a result, the optimal locations of antenna elements along the x , y , z axes are calculated. In the paper, new geometries of antenna arrays have been obtained according to the proposed approach. In particular, two- and six-element arrays are researched, which are compared with equally spaced cylindrical ones. Graphs of the error variance of the Cramer-Rao boundary are presented, as well as a statistical study of the MUSIC method. It is shown that the magnitude of errors is reduced by new antenna arrays in all the researching scenarios. Thus the antenna arrays geometries obtained in this paper allow improving the accuracy of algorithms for estimating the angular coordinates of radio signals with superresolution.

Key words: circular antenna array, cylindrical antenna array, direction-of-arrival estimation, superresolution, Cramer-Rao lower bound.

Автор для переписки: Пешков Илья Владимирович, ilvpeshkov@gmail.com

Введение

В настоящее время разворачивается множество сетей беспроводной связи, которые требуют адаптивного формирования диаграммы направленности [1]. На первом этапе особенно важна оценка пространственных координат радиосигналов в азимутальной и угломестной плоскостях с помощью цифровой антенной решетки для последующего оптимального приема слабого сигнала. Исследования, проведенные за последнее время, показали, что наиболее важным фактором для достижения высокой точности конкретного алгоритма оценки, который необходимо реализовать, является геометрия антенной решетки. Кроме того, важную роль играет и тип АЭ решетки [2, 3]. Данное ограничение можно

преодолеть за счет оптимизации формы АР. В результате среднеквадратические погрешности пеленгов могут быть значительно снижены без привлечения сложных в реализации алгоритмов со сверхразрешением [4-6].

К настоящему времени предложено множество подходов для повышения точности при пространственной оценке параметров сигналов. Наиболее распространенным из них является синтез нового алгоритма оценки угловых координат сигналов. В этом случае вновь разработанный алгоритм будет использовать определенные свойства сигнала или будет применим только к определенной конфигурации антенной решетки. В частности, можно упомянуть об алгоритме *ESPRIT*, или так называемых слепых алгоритмах [7]. Основным недостатком такого подхода является невозможность преодолеть границу среднеквадратичной ошибки (СКО), так называемую нижнюю границу Крамера-Рао. В этом случае синтезируемый алгоритм может быть довольно затратным с вычислительной точки зрения. Таким образом, он будет неприменим для реальных практических задач, в том числе для удовлетворения режима обработки сигналов в реальном масштабе времени [8].

Другой подход направлен на устранение одной из основных причин ошибок методов спектральной пространственной оценки. Этот подход основан на снижении нижней границы Крамера-Рао, что достигается построением той или иной формы антенной решетки, что в конечном итоге приведет к уменьшению СКО [9]. И тогда использование алгоритма оценки угловых координат в составе новой синтезированной антенной решетки, безусловно, приведет к повышению точности пеленгации. Даже если известно, что данный алгоритм имеет низкую точность в рамках стандартной формы антенной решетки, например, кольцевой. В этом случае становится возможным выбор доступного для реализации алгоритма оценки направления прихода, способного обрабатывать сигналы в режиме реального времени.

В данной работе предложен алгоритм оптимизации формы АР с направленными излучателями (не всенаправленными) для уменьшения СКО оценок пространственных координат источников сигналов. Этот алгоритм

основан на получении точного выражения нижней границы Крамера-Рао [10], из которого видна зависимость величина дисперсии от координат элементов АР в декартовой системе. В то же время в полученном выражении диаграммы направленности АЭ также позволяют провести анализ точности алгоритмов пеленгации. Поэтому на основе полученных выражений оптимизируются расположение элементов антенны и их ДН. Проведена оценка точности полученных форм антенных решеток для задач радиопеленгации.

1. Нижняя граница Крамера-Рао для решеток с направленными элементами

Величина дисперсии, рассчитываемая по критерию нижней границы Крамера-Рао, определяет предел, ниже которого тот или иной алгоритм оценивания не может опуститься для заданных ограничений. В нашем случае данным условием является шумовая обстановка, а также расположение антенных элементов в пространстве. Пусть $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ будет несмещенная оценка вектора параметров $\boldsymbol{\eta}_0$, т.е. $E\{\hat{\boldsymbol{\eta}}\} = \boldsymbol{\eta}_0$ основываясь на выборках \mathbf{X}_N . Для определения нижней границы Крамера-Рао сначала необходимо определить матрицы \mathbf{D}_θ и \mathbf{D}_φ [11]:

$$\mathbf{D}_{\theta,\varphi} = \left[\left. \frac{\partial \mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1)}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right|_{\boldsymbol{\eta}=\theta_1, \varphi_1}, \dots, \left. \frac{\partial \mathbf{a}(\theta_d, \varphi_d)}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right|_{\boldsymbol{\eta}=\theta_d, \varphi_d} \right] \quad (1)$$

Затем ковариационная матрица ошибок для оценки угловых координат сигналов как в азимутальной, так и в угломестной плоскостях сканирования:

$$\mathbf{B}_{STO} = \frac{\sigma^2}{2N} \Re \left[\text{Tr} \left\{ \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 \\ \Lambda_3 & \Lambda_4 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \Xi & \Xi \\ \Xi & \Xi \end{bmatrix}^T \right\} \right]^{-1} \quad (2)$$

здесь $\Lambda_1 = \mathbf{D}_\theta^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_\theta$, $\Lambda_2 = \mathbf{D}_\theta^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_\varphi$, $\Lambda_3 = \mathbf{D}_\varphi^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_\theta$, $\Lambda_4 = \mathbf{D}_\varphi^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_\varphi$,
 $\Xi = \mathbf{S} \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{S}$.

Определим матрично-векторное выражение для расчета нижней границы Крамера-Рао для оценки пространственных координат источников сигналов, как в азимутальной, так и в угломестной плоскостях с помощью произвольной АР с учетом коэффициента направленности антенн.

2. Вывод выражения нижней границы Крамера-Рао

В этом разделе мы рассмотрим вывод выражения, полезного для построения оптимальной формы антенной решетки. Это выражение основано на нижней границе Крамера-Рао и показывает зависимость СКО от координат антенн в плоскостях x , y и z , а также пространственных диаграмм направленности антенных элементов.

Рассмотрим частный случай. Здесь имеется произвольная АР, состоящая из двух направленных антенных элементов, и тогда:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} g_1 e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}_1^T} & g_2 e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}_2^T} \end{bmatrix} = [g_1 a_1 \quad g_2 a_2] \quad (3)$$

где g_i – функция ДН i -го АЭ, $a_i = e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}_i^T}$, $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}(k_x, k_y, k_z) = (\sin\varphi\cos\theta, \sin\varphi\sin\theta, \cos\varphi)$ – волновое число в направлениях x , y , z , $\mathbf{r}_i^T = (x_i, y_i, z_i)^T$ – радиус-вектор к i -му АЭ.

Необходимо иметь вектор производной направляющих векторов для дальнейшего получения точного выражения нижней границы Крамера-Рао, то есть:

$$\mathbf{b} = \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \eta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_1}{\partial \eta} & \frac{\partial a_2}{\partial \eta} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1 a_1}{\partial \eta} & \frac{\partial g_2 a_2}{\partial \eta} \end{bmatrix}^T = [g'_1 a_1 + g_1 a'_1 a_1 \quad g'_2 a_2 + g_2 a'_2 a_2]^T \quad (4)$$

Как видим, выражение (2) довольно сложное, и здесь мы рассматриваем только частный случай. После упрощения выражения (4), нижняя граница Крамера-Рао для случая только одного источника сигнала может быть выражена следующим образом:

$$\text{var}(\varphi, \theta) = \frac{\sigma^2}{2K} \Re \left[\left(\frac{\partial \mathbf{a}^H}{\partial \eta} \left(\mathbf{I} - \mathbf{a}(\mathbf{a}^H \mathbf{a})^{-1} \mathbf{a}^H \right) \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \eta} \right) \circ \Xi \right]^{-1} \quad (5)$$

Рассмотрим более подробно правую часть выражения (5), в котором имеется два множителя. Как уже было отмечено, $\Xi \approx P_S$ для нашего конкретного рассматриваемого случая с одним источником, то давайте подробнее рассмотрим остальные:

$$\begin{aligned} [\mathbf{D}_{\theta, \varphi}^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_{\theta, \varphi}] &= \left[\frac{\partial \mathbf{a}^H}{\partial \eta} \left(\mathbf{I} - \mathbf{a}(\mathbf{a}^H \mathbf{a})^{-1} \mathbf{a}^H \right) \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \eta} \right] = \\ &= \begin{bmatrix} (g'_1 a_1 + g_1 a'_1 a_1)^H & (g'_2 a_2 + g_2 a'_2 a_2)^H \end{bmatrix} \mathbf{P}_A^\perp \begin{bmatrix} g'_1 a_1 + g_1 a'_1 a_1 \\ g'_2 a_2 + g_2 a'_2 a_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим точное выражение для компонента \mathbf{P}_A^\perp :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_A^\perp &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^H & a_2^H \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_1^H & a_2^H \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1 a_1 \\ g_2 a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 a_1^H & g_2 a_2^H \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_1 a_1^H & g_2 a_2^H \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{g_1^2 + g_2^2} \begin{bmatrix} g_1^2 & g_1 g_2 a_1 a_2^H \\ g_2 g_1 a_2 a_1^H & g_2^2 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{g_1^2 + g_2^2} \begin{bmatrix} g_2^2 & -g_1 g_2 a_1 a_2^H \\ -g_2 g_1 a_2 a_1^H & g_1^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

Для дальнейшей работы нам понадобятся следующие свойства:

$$1) \ a_i a_i^H = 0$$

$$\left(e^{j\psi_i} \right) \left(e^{j\psi_i} \right)^H = \left(e^{j\psi_i} \right) \left(e^{-j\psi_i} \right) = 0$$

$$2) \ a'_i + a_i'^H = 0$$

$$\frac{\partial j \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} + \left(\frac{\partial j \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right)^H = \frac{\partial j \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} + (-1) \frac{\partial j \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} = 0$$

$$3) a'_i a'^H_i = \left(\frac{\partial j \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial j \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right)^H = \left(\frac{\partial j \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right) (-1) \left(\frac{\partial j \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right) =$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right) = \left(\frac{\partial \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right)^2$$

$$4) a'_i a'_j = \left(\frac{\partial j \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial j \mathbf{k} r_j^T}{\partial \eta} \right) = (-1) \left(\frac{\partial \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{k} r_j^T}{\partial \eta} \right) =$$

$$(-1) \left(\frac{\partial \mathbf{k} r_i^T}{\partial \eta} \right)^2$$

И тогда точное выражение нижней границы Крамера-Рао для произвольной антенной решетки, состоящей из двух направленных АЭ, выглядит следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \text{var}(\theta_1, \varphi_1) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \text{var}(\theta_M, \varphi_M) \end{bmatrix} = \frac{\sigma^2}{2N} \Re \left[\left(\mathbf{D}_{\theta, \varphi}^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_{\theta, \varphi} \right) \circ \Xi \right]^{-1} \approx$$

$$\frac{\sigma^2}{2N} \Re \left[\frac{1}{g_1^2 + g_2^2} \left[g_1^2 g_2^2 (a'_1 - a'_2)^2 + (g'_2 g_1 - g'_1 g_2)^2 \right] \circ (g_1^2 + g_2^2) \right]^{-1} \approx \quad (8)$$

$$\frac{\sigma^2}{2N} \Re \left\{ \frac{1}{g_1^2 g_2^2 (a'_1 - a'_2)^2 + (g'_2 g_1 - g'_1 g_2)^2} \right\}$$

Таким образом, взглянув на полученное выражение (8), можно сделать вывод, что нижняя граница Крамера-Рао для антенных решеток с направленными элементами определяется двумя слагаемыми: первое – квадратом разности фаз и второе – квадратом разности диаграмм направленности антенных элементов.

Зная формулу (8), можно получить такое расположение антенных элементов в пространстве, а также их диаграммы направленности, при которых коэффициент (8) будет максимальным, а, следовательно, нижняя граница Крамера-Рао станет минимальной по азимуту и углу места. Далее в работе мы будем оптимизировать положения элементов антенны в плоскости ХУ, согласно

формуле (8), а также угол поворота диаграммы направленности, согласно выражению (3), чтобы минимизировать (2) и, как следствие, ошибки оценок угловых координат источников радиосигналов по азимуту.

3. Точное выражение нижней границы Крамера-Рао для произвольной антенной решетки

В этом разделе обсуждается вывод выражения нижней границы Крамера-Рао для антенных решеток с произвольным числом направленных антенных элементов.

Таким образом, можно получить общее выражение для расчета нижней границы Крамера-Рао для оценки координат источника радиосигнала по азимуту и углу места с помощью антенных решеток с произвольным числом направленных излучателей, ориентированных также в пространстве произвольно:

$$\begin{bmatrix} \text{var}(\theta_1, \varphi_1) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \text{var}(\theta_M, \varphi_M) \end{bmatrix} = \frac{\sigma^2}{2N} \Re \left[\left(\mathbf{D}_{\theta, \varphi}^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_{\theta, \varphi} \right) \circ \Xi \right]^{-1} \quad (9)$$

$$\approx \frac{\sigma^2}{2N} \Re \left\{ \frac{1}{\sum_{ij} g_i^2 g_j^2 (a'_i - a'_j)^2 + \sum_{ij} (g'_i g_j - g'_j g_i)^2} \right\}$$

где $i=1 \div N, j=1 \div N, i \neq j$.

Выражение (9) получается после распространения формул (3-7 и 8), а также свойств, описанных в разделе выше, на случай, если АР состоит из произвольного числа направленных антенных элементов. Можно повторить приведенный ранее вывод о том, что точность оценки направления прихода увеличивается, если суммировать члены ДН и разности фаз антенной решетки.

4. Исследование

В данном разделе представлены результаты построения антенных решеток, полученные из выражения (8), а именно путем оптимизации

расположения элементов антенны в декартовой системе координат с использованием алгоритма наискорейшего спуска. При этом будем считать, чтобы изначально упростить задачу, что сигнал имеет координату в азимутальной плоскости около 150° и угол места 90° . Начальные значения для расположения элементов антенны будут 0° и 180° по азимуту, как показано на рис. 2в. Рассмотрим также два различных сценария минимизации (8): во-первых, АЭ останутся в исходных положениях, а будет оптимизирован только угол поворота диаграмм направленности. Второе условие состоит в том, чтобы угол поворота пространственных ДН антенн совпадал с углом смещения антенных элементов АЭ, как это обычно бывает в кольцевых (цилиндрических) решетках. Результаты оценки нижней границы Крамера-Рао (2) после оптимизации (8) по азимуту показаны на рис. 1.

Далее на графиках полученных результатов приняты следующие обозначения. Зеленая кривая представляет собой оптимизированную АР, полученную после смещения и поворота антенн. Синяя кривая - обычная антенная решетка. Красная кривая - оптимизированная АР, полученная после поворота оставшихся на своих местах элементов с координатами x, y, z .

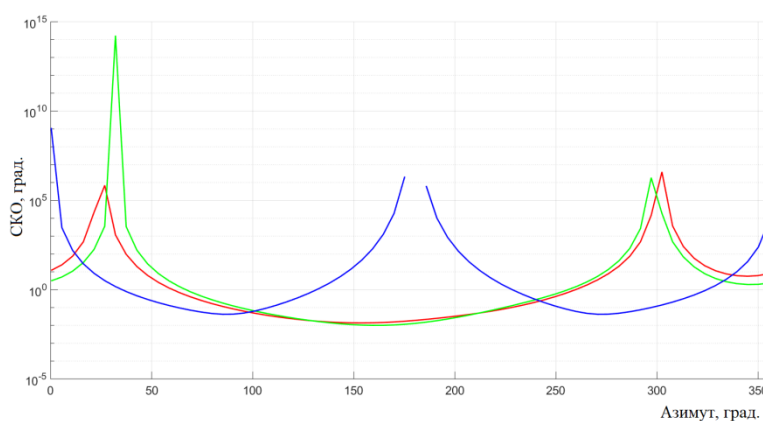


Рис. 1. Среднеквадратическое отклонение ошибок оценки направления угловых координат, рассчитанное согласно нижней границе Крамера-Рао

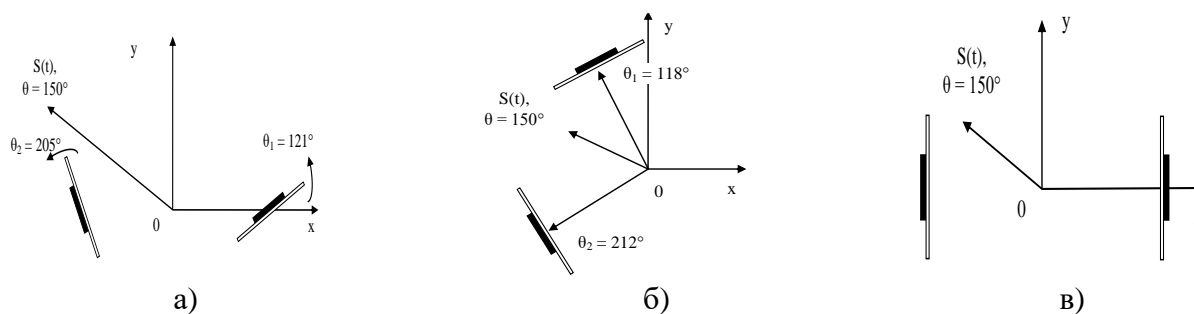


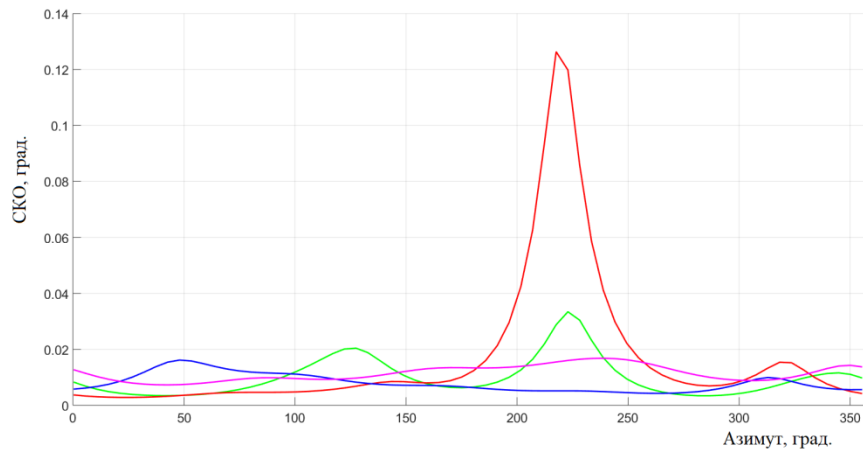
Рис. 2. Антенные решетки из двух направленных элементов:
 а) оптимизированная, при этом положения элементов фиксированы;
 б) оптимизированная, при этом элементы смещаются и вращаются вокруг своей оси; в) кольцевая решетка

Как было сказано выше, рассматривались два случая оптимизации антенной решетки: элементы антенны поворачиваются только в их фиксированном положении (рис. 2а) и элементы поворачиваются, а также смещаются, как на рис. 2б. В первом случае направление излучателей было равно 121° и 205° . Такой подход имеет место быть, но, по мнению авторов, слабо реализуем. Гораздо реалистичнее иметь многоэлементную кольцевую (цилиндрическую) антенную решетку, но с электрически связанными отдельными элементами для сканирования заданной области пространства. Допустим, что имеются две патч-антенны, и возникает необходимость сканировать одну и ту же область, то есть область азимута $\theta = 150^\circ$. В этом случае после оптимизации элементы будут располагаться на расстоянии R от центра антенной решетки, но угол их поворота равен 118° и 212° .

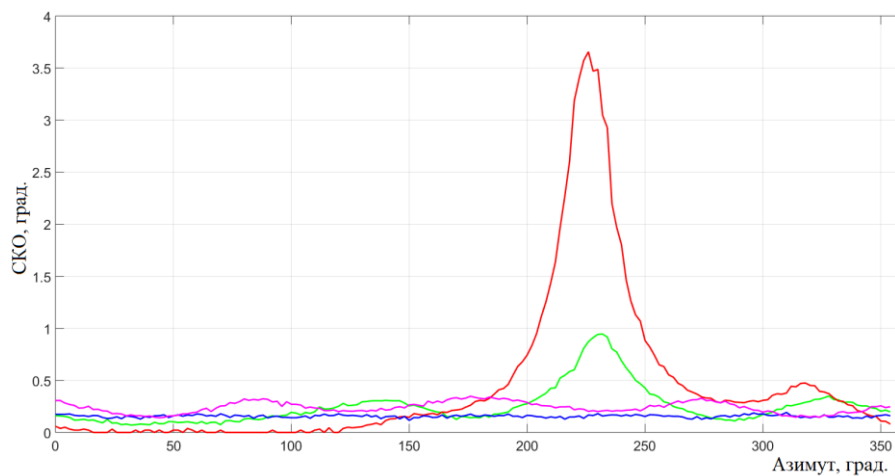
Из графиков и геометрии решеток, показанных на рис. 1-2 можно сделать несколько выводов. Обе формы решеток (рис. 2 б-в), полученные после минимизации выражений (8), позволяют уменьшить стандартное отклонение ошибок пеленгации по сравнению с кольцевой (рис. 2в). Однако решетка, показанная на рис. 1в, т.е. элементы с новыми координатами x - y и максимумами диаграммы направленности, позволяет добиться наилучшей точности пеленгации.

Теперь рассмотрим ситуацию с одним источником излучения в области $\theta = 60^\circ$ и антенной решеткой из шести элементов. Помимо теоретических

исследований, мы представим некоторые результаты численного моделирования, иллюстрирующие эффективность рассматриваемых конфигураций антенных решеток для задачи радиопеленгации со сверхразрешением методом *MUSIC* [12]. В этом случае получены две антенные решетки, аналогичные эксперименту, описанному выше. Начальные значения координат для оптимизации взяты из кольцевой АР.



а)



б)

Рис. 3. Среднеквадратическое отклонение ошибок оценок угловых координат:
а) согласно нижней границе Крамера-Рао; б) оценка метода *MUSIC*

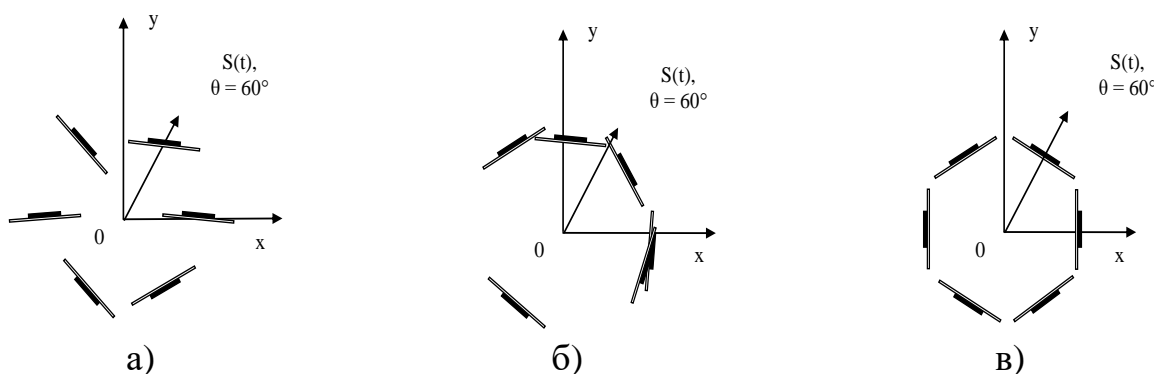


Рис. 4. Антенные решетки из шести направленных элементов:

- а) оптимизированная, при этом положения элементов фиксированы;
 б) оптимизированная, при этом элементы смещаются и вращаются вокруг своей оси, в) кольцевая решетка

Из рис. 3 видно, что СКО метода *MUSIC* совпадает по форме с графиком СКО нижней границы Крамера-Рао. Кроме того очевидно, что полученные конфигурации антенных решеток позволили уменьшить количество ошибок оценок угловых координат в сравнении с широко используемой цилиндрической антенной решеткой. Можно также сказать, что оптимальный прием для оценки направления падения электромагнитных волн в раскрыв АР в определенном секторе достигается, если, как это особенно видно из рис. 4, добиться концентрации АЭ вокруг двух-трех точек, для обеспечения высоких взаимных значений разности фаз, а также произведения квадратов диаграмм направленности антенн. В этом случае знаменатель формулы (9) достигнет максимума. Таким образом, это приведет к большей точности, что также видно из результатов численного моделирования метода *MUSIC* (рис. 3).

Заключение

Повышение точности оценок угловых координат радиосигналов является актуальной задачей во многих приложениях. Распространенным подходом для этого является разработка новых алгоритмов со сверхразрешением, которые, в свою очередь, имеют высокую вычислительную сложность. Другой подход заключается в размещении элементов антенны таким образом, чтобы снизить границу Крамера-Рао, а затем использовать один из методов оценки пространственных координат со сверхразрешением. В работе предложено

выражение, описывающее зависимость ошибок оценок координат от расположения элементов антенны в декартовой системе. С помощью полученных выражений предложены геометрии антенных решеток, позволившие уменьшить среднеквадратическое отклонение пеленгов.

Автор для переписки: Пешков Илья Владимирович, ilvpeshkov@gmail.com

Литература

1. Ефремова С.В. Варианты реализации цифрового диаграммообразования в адаптивных цифровых антенных решетках. *Актуальные проблемы авиации и космонавтики*. 2017. Т.1. №13. С.451-454.
2. Sanudin R., Noordin N.H., El-Rayis A.O., Haridas N., Erdogan A.T., Arslan T. Analysis of DOA estimation for directional and isotropic antenna arrays. *2011 Loughborough Antennas & Propagation Conference*. 2011. P.1-4. <https://doi.org/10.1109/LAPC.2011.6114043>
3. Nechaev Yu.B., Peshkov I.W. Evaluation of the influence of directivity factor of directive elements of conformal antenna arrays on the performances of Azimuth-elevation DOA estimation. *Progress In Electromagnetics Research Symposium - Spring (PIERS)*. 2017. P.490-495.
4. Houcem Gazzah, Jean Pierre Delmas. On isotropic circular arrays of anisotropic sensors. *2015 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT)*. 2015. P.95-99.
5. Houcem Gazzah, Jean Pierre Delmas, Sergio M. Jesus. Direction-finding arrays of directional sensors for randomly located sources. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2016. V.52. №4. P.1995-2003.
6. Хабиров Д.О., Славянский А.О., Радченко А.А. Пример оптимизации расположения антенных элементов плоской антенной решетки фазового пеленгатора. *Электроника и микроэлектроника СВЧ. Сборник статей V Всероссийской конференции*. 2016. С.254-258.

7. Youssef Fayad, Caiyun Wang, Qunsheng Cao and Alaa El-Din Sayed Hafez. A Developed ESPRIT Algorithm for DOA Estimation. *Frequenz*. 2015. V.69. №5-6. P.263-269. <https://doi.org/10.1515/freq-2014-0112>
8. Gentilho E., Scalassara P.R., Abrão T. Direction-of-Arrival Estimation Methods: A Performance-Complexity Tradeoff Perspective. *J Sign Process Syst*. 2020. №92. P.239-256. <https://doi.org/10.1007/s11265-019-01467-4>
9. Lange O., Yang B. Array geometry optimization for direction-of-arrival estimation including subarrays and tapering. *2010 International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*. 2010. P.135-142. <https://doi.org/10.1109/WSA.2010.5456461>
10. Nechaev Yu.B., Algazinov E., Peshkov I. Estimation of the Cramer-Rao Bound for Radio Direction-Finding on the Azimuth and Elevation of the Cylindrical Antenna Arrays. *2018 41st International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP)*. 2018. P.1-4. <https://doi.org/10.1109/TSP.2018.8441419>
11. Stoica P., Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1989. V.37. №5. P.720-741. <https://doi.org/10.1109/29.17564>
12. Schmidt R.O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation. *IEEE Trans. Antennas Propagation*. 1986. V.AP-34. P.276-280.

Для цитирования:

Пешков И.В. Минимизация нижней границы Крамера-Рао для построения антенных решеток с направленными излучателями для повышения точности оценок угловых координат радиосигналов. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.2.10>