

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.2.11>

УДК: 621.396.67

СИНТЕЗ БИФОКАЛЬНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛИНЗ

В.А. Калошин¹, Ви Ут Нам²

¹ ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН

125007, г. Москва, ул. Моховая, д. 11, стр. 7

² Московский физико-технический институт (НИУ)

141700, Москов. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Статья поступила в редакцию 13 февраля 2022 г.

Аннотация. Развита методика точного решения двумерной и трехмерной задач геометрического синтеза диэлектрических бифокальных линз. Методика основана на последовательном нахождении участков поверхности линзы с заданием начального участка одной из поверхностей. Начальный участок другой поверхности линзы находится в результате синтеза плоского фронта для центрального положения луча. Методика обеспечивает непрерывность функций, описывающих поверхности линзы, а также их первой и второй (для двумерной задачи) производной. Исследована зависимость величины средне-квадратической аберрации от параметров линзы. В качестве примера синтезированы и оптимизированы двумерные бифокальные линзы для углов зрения 40° и 90° , а также трехмерная бифокальная линза для угла зрения 90° .

Ключевые слова: бифокальная диэлектрическая линза, средне-квадратическая аберрация, синтез, оптимизация.

Abstract. A technique for the exact solution of two-dimensional and three-dimensional geometric-optical synthesis of dielectric bifocal lenses has been developed. The technique is based on the successive finding of the lens surface areas with the assignment of the initial area of one of the surfaces. The initial portion of the other lens surface is found as a result of flat front synthesis for the center beam position. The technique ensures the continuity of the functions describing the lens surfaces as well

as their first and second (for a two-dimensional problem) derivatives. The dependence of the mean-square aberration on the lens parameters is studied. As an example, two-dimensional bifocal lenses for angles view of 40° and 90° as well as a three-dimensional bifocal lens for angle of view of 90° have been synthesized and optimized.

Keywords: bifocal dielectric lens, mean-square aberration, synthesis, optimization.

Финансирование: работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

Автор для переписки: Калошин Вадим Анатольевич, vak@cplire.ru

Введение

В последнее время возрос интерес к исследованиям планарных антенных решеток и трехмерных многолучевых антенн с квазиоптическими диаграммообразующими системами (ДОС) [1]. Этот интерес связан, с одной стороны, с развитием систем радиолокации и связи, с другой стороны, с появлением новых технологий изготовления антенных систем.

Для формирования многолучевой диаграммы направленности в планарных антенных решетках используется ДОС на основе планарного волновода с расположенными в волноводе облучателями и фокусирующим элементом. В простейшем случае конструкция антенной решетки содержит два слоя, связанных параболической щелью или системой отверстий, которые замыкаются параболическим зеркалом [2, 3]. Однако система с параболическим зеркалом не может обеспечить широкоугольную многолучевую диаграмму из-за aberrаций, возникающих при смещении облучателя из фокуса параболы. В работе [4], где впервые была предложена двухслойная конструкция планарной многолучевой антенны с квазиоптическим формированием лучей, для уменьшения aberrаций использована бифокальная зеркально-линзовая система на основе волноводной линзы, в работах [5-8] – трехфокальная система на основе линзы Ротмана. В работах [9, 10] синтезирована и оптимизирована, а в работе [11] – экспериментально исследована двухзеркальная апланатическая ДОС. В работе [12] синтезирована и исследована трехзеркальная апланатическая ДОС, а в

работе [13] – трехфокальная волноводная зеркально-линзовая ДОС с волноводами одинаковой длины.

Следует отметить, что использование линзовых и зеркально-линзовых ДОС с принудительным преломлением и трехзеркальных ДОС приводит к усложнению конструкции и увеличению потерь. Поэтому представляет интерес задача уменьшения aberrаций и, в результате, расширение углового сектора (угла зрения) многолучевой диаграммы направленности при использовании полифокальных двухзеркальных, линзовых и зеркально-линзовых ДОС на основе диэлектрических линз.

В работах Б.Е. Кинбера с соавторами [14, 15] предложена методика решения задачи синтеза бифокальной двухзеркальной системы, преобразующей две расходящиеся цилиндрические волны в сходящиеся или плоские. Методика основана на задании начального участка поверхности одного из зеркал и последовательного нахождения других участков этого и другого зеркала. Для получения гладкого решения в указанных работах приведены условия сопряжения с требованием непрерывности функций, описывающих участки поверхности, а также их производных на границах участков. Однако приведенных в указанных работах условий недостаточно для получения корректного решения задачи геометрооптического синтеза. Кроме того, в этих работах отсутствует ответ на вопрос о выборе начального участка. В работах [16-18] эта методика была развита с целью обеспечения непрерывности вторых производных и реализована в задачах синтеза бифокальных линзовых, зеркально-линзовых и двухзеркальных систем. Для трехмерных двухзеркальных бифокальных систем методика [14, 15] была развита в работах [19, 20].

При увеличении угла зрения величина среднеквадратической aberrации (СКА) бифокальных систем растет, что ограничивает возможности многолучевых антенн, построенных на их основе. При этом вопрос о синтезе бифокальных систем с минимальными aberrациями остался открытым.

В работах [21, 22] величина СКА волноводно-щелевой антенной решетки с двухзеркальной и зеркально-линзовой ДОС уменьшена путем увеличения

числа фокусов до трех за счет использования в качестве дополнительной степени свободы линии расположения щелей решетки. Однако такой подход приводит к ограничению полосы частот антенной решетки и не может быть использован в антенных системах других типов.

В работах [23, 24] были рассмотрены задачи синтеза и оптимизации цилиндрических двухзеркальных и зеркально-линзовых систем, в результате чего удалось на порядок уменьшить величину СКА. Однако конструкция таких систем использует 180-градусный разворот планарного волновода, что приводит к ухудшению согласования и ограничению полосы частот, а также не позволяет реализовать трехмерный вариант.

Таким образом, является актуальной задача синтеза бифокальных диэлектрических линзовых систем, в том числе трехмерных, с минимальной величиной СКА в заданном угле зрения.

1. Синтез двумерной бифокальной диэлектрической линзы

Рассмотрим задачу синтеза бифокальной цилиндрической диэлектрической линзы, с одной стороны которой расположены два симметричных относительно оси Y (рис. 1) фокуса (F_1 и F_2) с координатами (x_{F1}, y_{F1}) и (x_{F2}, y_{F2}) . При нахождении источника цилиндрической волны в этих фокусах с другой стороны бифокальной системы формируются два симметричных относительно оси Y плоских фронта.

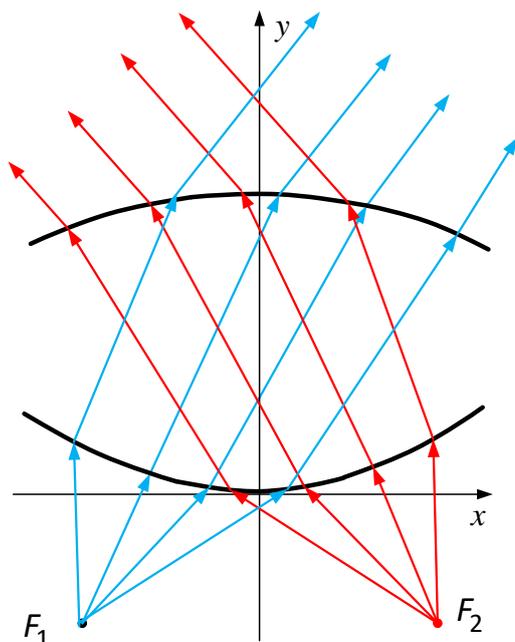


Рис. 1. Бифокальная цилиндрическая диэлектрическая линза

Пусть направляющие первой и второй поверхности линзы описываются функциями $y_1(x)$ и $y_2(x)$, соответственно, начальный участок направляющей первой поверхности линзы задан в виде некоторой четной функции $g_1(x)$, при этом первая и вторая поверхности линзы пересекают ось Y в точках $(0,0)$ и $(0,b)$, соответственно (рис. 2). Найдем начальный участок направляющей второй поверхности линзы, который описывается функцией $g_2(x)$, чтобы после преломления на этом участке лучи, выходящие из точки F_0 с координатами $(0,-f_0)$, сформировали на выходе плоский фронт.

Предположим, что луч из источника в точке F_0 , падает на линзу в точке с координатами $(0,0)$, преломляется и выходит из нее с точки с координатами $(0,b)$. Эйконал этого луча от источника до фронта $L_0=f_0+nb+h_0-b$, где n – коэффициент преломления среды линзы, h_0 – расстояние от начала координат до фронта.

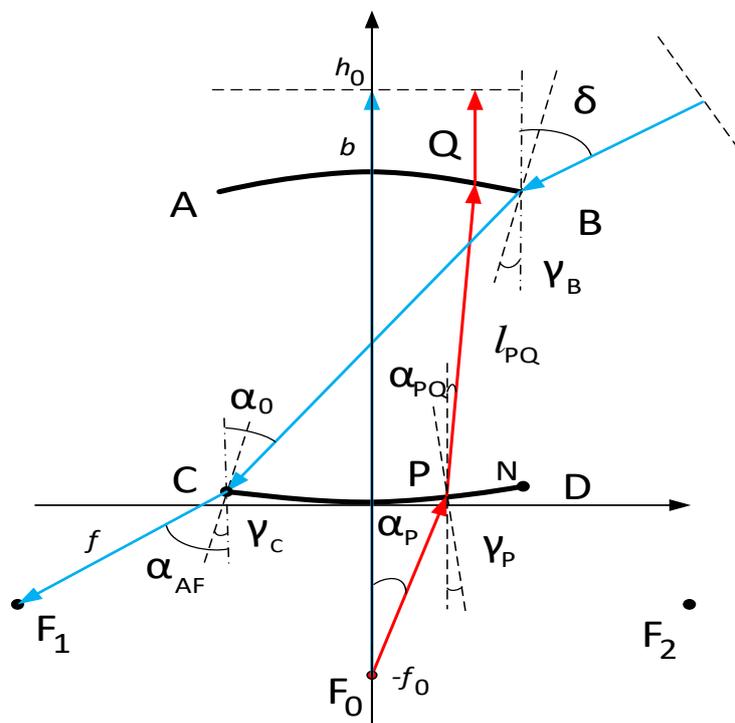


Рис. 2. К определению положения первых участков и фокусов бифокальной линзы

Рассмотрим другой луч, выходящий из точки F_0 , который падает на первую поверхность линзы в точке P с координатами (x_P, y_P) , преломляется линзой и выходит из нее из точки Q с координатами (x_Q, y_Q) параллельно оси Y , при этом его эйконал:

$$L = \sqrt{x_P^2 + (y_P + f_0)^2} + n l_{PQ} + h_0 - y_P - l_{PQ} \cos(\alpha_{PQ}), \quad (1)$$

Где $\alpha_{PQ} = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha_P + \gamma_P)}{n}\right) - \gamma_P$ – угол между осью Y и отрезком PQ ;

$\alpha_P = \arctg(x_P / (y_P + f_0))$ – угол между осью Y и падающим лучом в точке P ;

$\gamma_P = \arctg(g_1'(x_P))$ – угол между осью Y и нормалью к первой поверхности линзы в точке P ; l_{PQ} – расстояние от точки P до точки Q .

Потребуем, чтобы все лучи, выходящие из точки F_0 после преломления линзой, были параллельны оси Y и формировали плоский фронт на выходе. Для этого необходимо равенство эйконалов всех лучей:

$$\sqrt{x_P^2 + (y_P + f_0)^2} + n l_{PQ} - y_P - l_{PQ} \cos(\alpha_{PQ}) = f_0 + nb - b. \quad (2)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$l_{PQ} = \frac{f_0 + (n-1)b + y_p - \sqrt{x_p^2 + (y_p + f_0)^2}}{(n - \cos(\alpha_{PQ}))}. \quad (3)$$

Зная расстояние от точки P до точки Q и угол α_{PQ} , нетрудно найти координаты точки Q :

$$\begin{aligned} x_Q &= x_P + l_{PQ} \sin(\alpha_{PQ}) \\ y_Q &= y_P + l_{PQ} \cos(\alpha_{PQ}). \end{aligned} \quad (4)$$

Множество точек Q образует начальный участок второй поверхности линзы. А функция, описывающая его, определяется параметром x_p .

Далее определим координаты фокусов F_1 и F_2 таким образом, чтобы луч плоской волны, который падает на линзу под углом δ к оси Y в крайней точке $B(x_B, y_B)$ начального участка направляющей второй поверхности линзы, после преломления линзой попал в крайнюю точку $C(x_C, y_C)$ начального участка направляющей первой поверхности линзы и затем прошел через фокус F_1 (рис. 2). Из геометрии на рис. 2 находим координаты фокусов, учитывая, что фокус F_2 симметричен фокусу F_1 относительно оси Y :

$$\begin{aligned} x_{F1} &= x_C - f \sin(\alpha_{AF}) \\ y_{F1} &= y_C - f \cos(\alpha_{AF}), \\ x_{F2} &= -x_{F1}; y_{F2} = y_{F1} \end{aligned} \quad (5)$$

где $x_C = -x_0$; $y_C = y(-x_0)$; $\alpha_{AF} = \gamma_C + \arcsin(n \sin(\alpha_0 - \gamma_C))$ – угол между осью Y и прямой, соединяющей фокус F_1 с краем (точкой C) начального участка направляющей первой поверхности линзы; f – расстояние от края начального участка первой поверхности линзы до фокуса, $\alpha_0 = \arctg((x_D - x_A)/(y_D - y_A))$; $\gamma_C = \arctg(-g_1'(x_C))$.

Рассмотрим луч, который из фокуса F_1 падает на линзу в точке C , преломляется линзой и выходит из нее в точке B под углом δ .

Из геометрии на рис. 1 следует, что угол выхода луча из системы определяется формулой:

$$\delta = \gamma_B + \text{asin}(n \sin(\alpha_0 - \gamma_B)), \quad (6)$$

где $\gamma_B = \text{arctg}(g_2'(x_B))$.

Для определения нового участка второй поверхности линзы предложим, что луч, выходящий из фокуса F_1 , падает на начальный участок направляющей первой поверхности линзы в некоторой точке S с координатами (x_S, y_S) ($-x_0 \leq x_S \leq x_0$), преломляется линзой, выходит из нее в точке T с координатами (x_T, y_T) под углом δ относительно оси Y (рис. 3). Отсюда следует, что угол между осью Y и падающим из точки F_1 в точку S лучом $\beta_S = \text{arctg}((x_S - x_{F_1}) / (y_S - y_{F_1}))$ и угол между осью Y и лучом ST $\alpha_{ST} = \text{asin}(\sin(\beta_S - \gamma_S) / n) + \gamma_S$, где $\gamma_S = \text{arctg}(-g_1'(x_S))$.

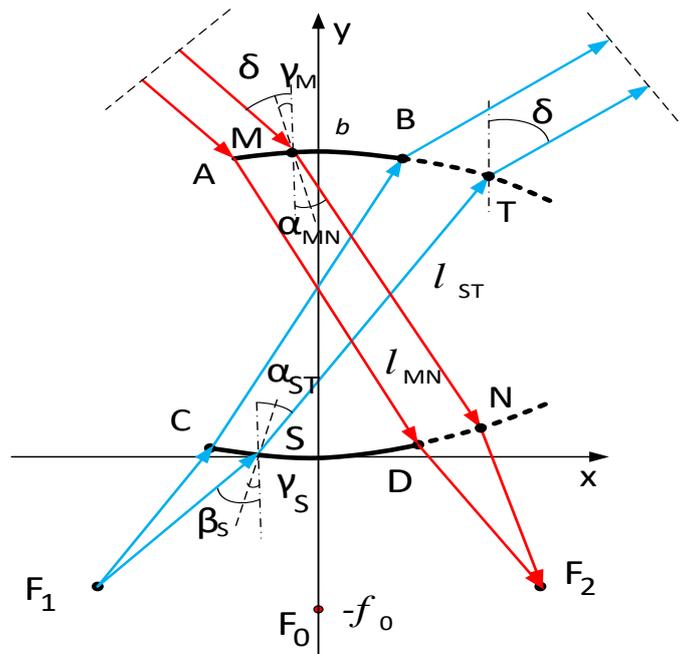


Рис. 3. К определению новых участков бифокальной линзы

Для того, чтобы линза формировала на выходе плоский фронт, необходимо равенство эйконалов всех лучей, которые выходят из фокуса F_1 и после преломления линзой идут параллельно (под углом δ к оси Y). Отсюда получаем уравнение:

$$\begin{aligned} n l_{ST} + (x_B - x_S - l_{ST} \sin(\alpha_{ST})) \sin(\delta) + (y_B - y_S - l_{ST} \cos(\alpha_{ST})) \cos(\delta) = \\ = f_0 + n l_0 - \sqrt{(x_{F_1} - x_S)^2 + (y_{F_1} - y_S)^2} \end{aligned}, \quad (7)$$

где $l_0 = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$; l_{ST} – расстояние от точки S до точки T .

Решение данного уравнения имеет вид:

$$l_{ST} = \frac{f_0 + nl_0 - \sqrt{(x_{F_1} - x_S)^2 + (y_{F_1} - y_S)^2 + (x_S - x_B)\sin(\delta) + (y_S - y_B)\cos(\delta)}}{n - \sin(\alpha_{ST})\sin(\delta) + \cos(\alpha_{ST})\cos(\delta)}. \quad (8)$$

Зная длину l_{ST} и угол α_{ST} , можно определить координаты точки T :

$$\begin{aligned} x_T &= x_S + l_{ST} \sin(\alpha_{ST}) \\ y_T &= y_S + l_{ST} \cos(\alpha_{ST}). \end{aligned} \quad (9)$$

Множество точек T образует новый участок направляющей второй поверхности линзы, который в параметрической форме определяется в (9) в зависимости от x_S .

Для определения нового участка первой поверхности линзы рассмотрим луч, который падает на первый участок второй поверхности линзы в точке M с координатами (x_M, y_M) под углом δ к оси Y . Этот луч преломляется линзой, выходит из нее в точке N с координатами (x_N, y_N) на первой поверхности линзы и проходит через фокус F_2 (рис. 3). Тогда угол между осью Y и лучом MN определяется формулой $\alpha_{MN} = \text{asin}(\sin(\delta - \gamma_M) / n) + \gamma_M$, где $\gamma_M = \text{arctg}(-g_1'(x_C))$.

Равенство эйконалов таких лучей имеет вид:

$$\begin{aligned} nl_{MN} + \sqrt{(x_M + l_{MN} \sin(\alpha_{MN}) - x_{F_2})^2 + (y_M - l_{MN} \cos(\alpha_{MN}) - y_{F_2})^2} = \\ = nl_0 + f + (x_A - x_M) \sin(\delta) - (y_A - y_M) \cos(\delta) \end{aligned} \quad (10)$$

Решение уравнения имеет вид:

$$MN = \frac{\sqrt{A^2 + (n^2 - 1)((x_M - x_{F_2}) + (y_M - y_{F_2}))^2 - (nl_0 + f + (x_A - x_M) \sin(\delta) + (y_M - y_A) \cos(\delta))^2} - A}{1 - n^2},$$

где $A = (x_M - x_{F_2}) \sin(\alpha_{MN}) + (y_{F_2} - y_M) \cos(\alpha_{MN}) + n(nl_0 + f + (x_A - x_M) \sin(\delta) + (y_M - y_A) \cos(\delta))$.

Зная расстояние l_{MN} и угол α_{MN} , координаты точки N можно найти по формулам:

$$\begin{aligned} x_N &= x_M + l_{MN} \sin(\alpha_{MN}) \\ y_N &= y_M - l_{MN} \cos(\alpha_{MN}). \end{aligned} \quad (11)$$

Множество точек N , координаты которых определяются параметром x_M , образует новый участок первой поверхности линзы.

Для обеспечения непрерывности фазового распределения после преломления необходимо, чтобы первые производные функций $y_1(x)$ и $y_2(x)$, были непрерывными. Из геометрии на рис. 2 и закона преломления получим:

$$n \sin(\alpha_{ST} - \gamma_T) = \sin(\delta + \gamma_T)$$

Отсюда следует:

$$y_2'(x_T) = \frac{dy_T}{dx_T} = -\tan(\gamma_T) = -\frac{\sin(\delta) - n \sin(\alpha_{ST})}{\cos(\delta) - n \cos(\alpha_{ST})}. \quad (12)$$

В точках стыка участков второй поверхности линзы функция $\alpha_{ST}(x_M)$ непрерывна, следовательно, первая производная функции направляющей второй поверхности линзы в этих точках также непрерывна. Аналогично можно показать, что первая производная функции направляющей первой поверхности линзы dy_N/dx_N также непрерывна. Таким образом, условие непрерывности первых производных поверхности линзы в точках стыка выполняется.

Для обеспечения непрерывности амплитудного распределения преломленных волн необходимо, чтобы вторые производные функций направляющих поверхностей линзы были непрерывными. Так как координаты точки T определяются через координаты точки S (точки S образуют начальный участок направляющей первой поверхности линзы), а ее первая производная также (12) является параметрической функцией от x_S , вторую производную можно определить дифференцированием первой производной (12) по x_S .

$$y_T''(x_T) = \left(\frac{d(y_T')}{d(x_S)} \right) / \left(\frac{d(x_T)}{d(x_S)} \right) = \frac{n \alpha'_{ST} (\sin(\alpha_{ST}) \sin(\delta) + \cos(\alpha_{ST}) \cos(\delta) - n)}{(\cos(\delta) - n \cos(\alpha_{ST}))^2 (1 + l'_{ST} \sin(\alpha_{ST}) + l_{ST} \cos(\alpha_{ST}) \alpha'_{ST})}. \quad (13)$$

Аналогично вторая производная функции, описывающей начальный участок направляющей второй поверхности линзы, определяется дифференцированием ее первой производной по x_P , в результате получим:

$$y_Q''(x_Q) = \left(\frac{d(y_Q')}{d(x_P)} \right) / \left(\frac{d(x_Q)}{d(x_P)} \right) = \frac{n\alpha'_{PQ}(n - \cos(\alpha_{ST}))}{(1 - n \cos(\alpha_{PQ}))^2 (1 + l'_{PQ} \sin(\alpha_{PQ}) + l_{PQ} \cos(\alpha_{PQ}) \alpha'_{PQ})} \quad (14)$$

Для того, чтобы вторая производная направляющей первой поверхности линзы в точке стыка была непрерывной, значение второй производной первого участка, которая определяется формулой (14) и значение второй производной нового участка, определяемое формулой (13), должны совпадать. Заменим $x_S = -x_0, x_P = x_0$ в выражении (13), (14), соответственно, и приравняем их. В результате получим уравнение, решение которого обеспечивает непрерывность вторых производных функций, описывающих направляющую поверхности линзы.

$$\frac{nA_p(C_p - n)V^2}{(1 - nC_p)^2(1 + l_p S_p + lC_p A_p)} + \frac{nA_m(n - S_a S_l - C_a C_l)V^2}{(C_l - nC_a)^2(V^2 + S_a(U_P V - V_P U) + C_a V A_m)} = 0, \quad (15)$$

где: $l = \frac{f_0 + b(n-1) + w_1 - \sqrt{x_0^2 + (w_1 + f_0)^2}}{n - C_p}$; $w_1 = g_1(x_0)$; $w_2 = g_1'(x_0)$; $w_3 = g_1''(x_0)$.

$$l_p = \frac{(-w_2 + \frac{x_0 + (w_1 + f_0)w_2}{\sqrt{x_0^2 + (w_1 + f_0)^2}})(n - C_p) + S_p A_p (\sqrt{x_0^2 + (w_1 + f_0)^2} - f_0 - b(n-1) - w_1)}{(n - C_p)^2};$$

$$S_p = \frac{H - y_0' \sqrt{(1 + H^2)n^2 - H^2}}{n\sqrt{1 + H^2} \sqrt{1 + w_2^2}}; \quad C_p = \frac{\sqrt{(1 + H^2)n^2 - H^2} + y_0' H}{n\sqrt{1 + H^2} \sqrt{1 + w_2^2}};$$

$$A_p = \frac{-w_3}{1 + w_2^2} + \frac{1}{\sqrt{(1 + H^2)n^2 - H^2}} \left(\frac{w_1 + f_0 - x_0 w_2}{x_0^2 + (w_1 + f_0)^2} - \frac{-w_3}{1 + w_2^2} \right); \quad H = \frac{w_2(w_1 + f_0) + x_0}{w_1 + f_0 - x_0 w_2};$$

$$A_m = \frac{-w_3}{1 + w_2^2} + \frac{\sqrt{1 + w_2^2 - n^2(S_a + C_a w_2)^2} (w_3 f + (1 + w_2^2)^{3/2} \sqrt{1 - n^2 S_m})}{n f (1 + w_2^2) \sqrt{1 + w_2^2 - (S_a + C_a w_2)^2}};$$

$$U = n\sqrt{l_p^2 + 4x_0(x_0 + l_p S_p)} - l_p(S_p S_l + C_p C_l); \quad U_p = nS_m(1 + w_2^2)^{-1/2} + S_l - w_2 C_l;$$

$$V_p = A_m(S_a S_l - C_a C_l); V = n - S_a S_l - C_a C_l; S_l = \frac{nS_x(nC_p - 1) + nS_p \sqrt{1 - (nS_x)^2}}{\sqrt{1 + n^2 - 2nC_p}};$$

$$C_l = \frac{(nC_p - 1)\sqrt{1 - (nS_x)^2} - n^2 S_x S_p}{\sqrt{1 + n^2 - 2nC_p}}; S_x = \frac{S_a(nC_p - 1) - nS_p C_a}{\sqrt{n^2 + 1 - 2nC_p}}; S_m = \frac{S_a - w_2 C_a}{\sqrt{1 + w_2^2}};$$

$$S_a = \frac{2x_0 + l_p S_p}{\sqrt{l_p^2 + 4x_0(x_0 + l_p S_p)}}; C_a = \frac{l_p C_p}{\sqrt{l_p^2 + 4x_0(x_0 + l_p S_p)}}.$$

2. Оптимизация двумерных бифокальных линз

Для синтеза линзы необходимо задать исходные параметры: толщину линзы b , размер начального участка $2x_0$, расстояние f от конца начального участка первой поверхности линзы до фокуса F_1 , расстояние f_0 от линзы до F_0 . Остальные коэффициенты, которые нужны для определения формы начального участка $g_l(x)$, находим из условия непрерывности второй производной зеркал (15). В данной работе будем синтезировать линзы с начальным отрезком в виде полинома второго порядка $g_l(x) = ax^2 + b$. Подставляя исходные параметры в уравнение (15) и решая его с использованием стандартных численных методов, находим величину a . Реализуя алгоритм синтеза новых участков m раз, получим направляющие поверхностей линзы, которые состоят из $2m + 1$ участков (рис. 4).

В процессе синтеза линзы выяснилось, что алгоритм синтеза работает не со всеми комбинациями входных параметров, т.е. существует область отсутствия решения, при которой уравнение (15) не имеет действительного корня. При увеличении числа повторения m размер линзы увеличивается, и в результате для некоторого значения m_{\max} у направляющей появляется точка возврата (рис. 4), которая определяет максимальное значение апертуры линзы.

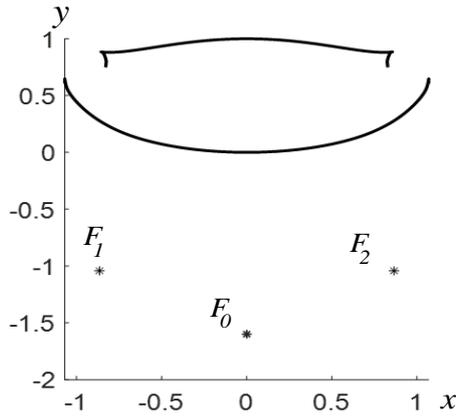


Рис. 4. Геометрия бифокальной линзы

В процессе оптимизации проведем исследование зависимости величины СКА эйконала (оптического пути) на выходе линзовой системы, которая определяется формулой:

$$\sigma = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (L_i - L_0)^2}, \quad (16)$$

где L_i – эйконал луча с номером i ; m – количество учтенных лучей, D – размер апертуры системы; L_0 – эйконал, относительно которого СКА имеет минимальное значение (этот луч будем называть опорным).

Угол зрения в основном определяется соотношением x_0/b , поэтому для оптимизации линз с определенным углом зрения значения x_0 и b будем фиксировать.

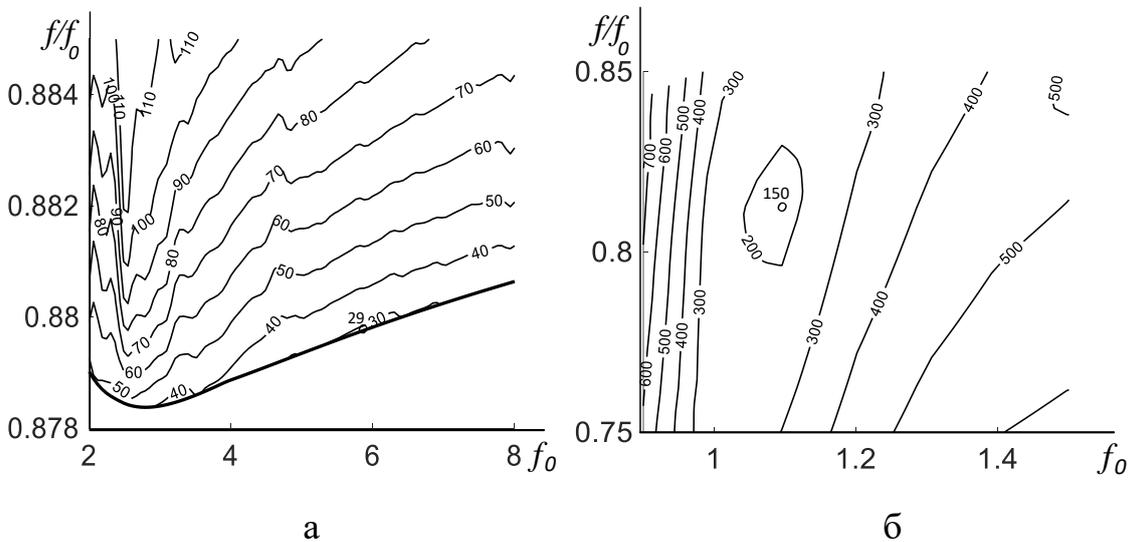


Рис. 5. Линии уровня величины $\sigma \times 10^6$ бифокальной линзы с коэффициентом преломления $n= 1.6$: а) $x_0=0.95$, $b=1$, $\delta \approx 40^\circ$; б) $x_0=0.2$, $b=1$, $\delta \approx 90^\circ$

На рис. 5 показана СКА бифокальной линзы с начальным участком в виде параболы при фиксированных значениях x_0 и b (соответствует углам зрения 40 и 90 градусов) и коэффициенте преломления $n=1.6$ в зависимости от параметров f_0 и f/f_0 . При угле зрения 40 градусов ($x_0=0.95$ и $b=1$) оптимальные значения параметров $f_0=5.9$ и $f/f_0=0.88$, а величина СКА линзы составляет 2.9×10^{-5} . При угле зрения 90 градусов ($x_0=0.2$ и $b=1$) оптимальные значения параметров $f_0=1.1$ и $f/f_0=0.81$, а величина СКА линзы составляет 1.5×10^{-4} .

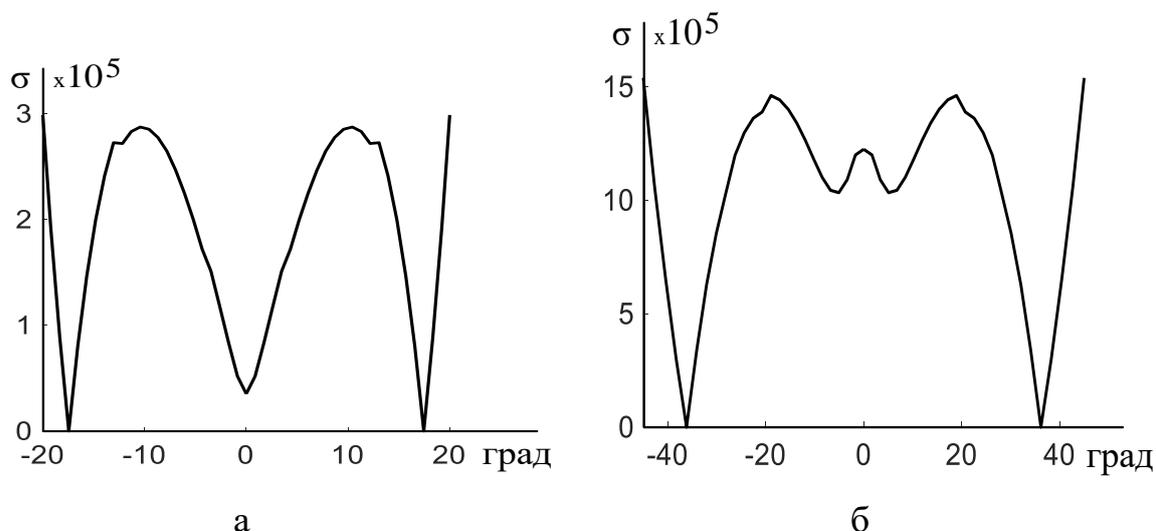


Рис. 6. Зависимости величины $\sigma \times 10^5$ бифокальных линз с коэффициентом преломления $n= 1.6$ а) $x_0=0.95, b=1, f_0=5.9, f=5.191$
 б) $x_0=0.2, b=1, f_0=1.1, f=0.891$

На рис. 6 а,б показаны, соответственно, зависимости СКА оптимальных линз от угла зрения для линз, синтезированных и оптимизированных для угла зрения 40 и 90 градусов. Как видно на рисунках, величина СКА бифокальных линз, синтезированных и оптимизированных для углов зрения 40 и 90 градусов составляет 2.9×10^{-5} и 1.5×10^{-4} , соответственно.

3. Синтез трехмерных бифокальных диэлектрических линз

Рассмотрим задачу синтеза трехмерной бифокальной диэлектрической линзы. С одной стороны линзы расположены два лежащих в плоскости XU симметричных относительно плоскости YZ фокуса (F_1 и F_2) с координатами $(x_{F1}, y_{F1}, 0)$ и $(x_{F2}, y_{F2}, 0)$. При положении источника сферической волны в этих фокусах с другой стороны бифокальной линзы формируются два симметричных

относительно плоскости YZ плоских фронта (рис. 7). Поскольку линза симметрична относительно плоскости XU , а фокусы линзы лежат также в этой плоскости, лучи, вышедшие из линзы после преломления, тоже лежат в этой плоскости.

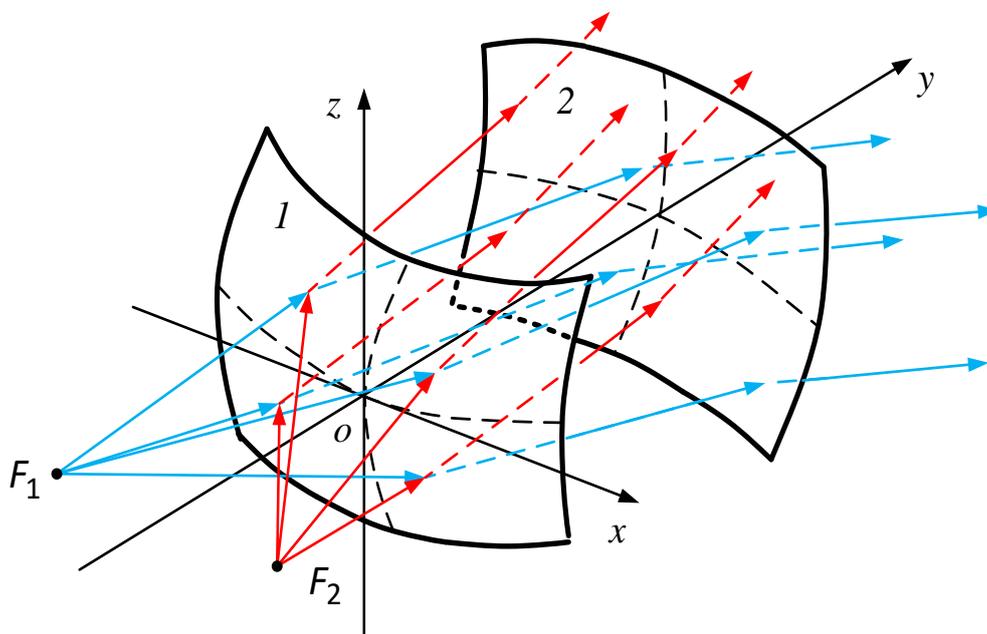


Рис. 7. Трехмерная бифокальная диэлектрическая линза 1 – первая поверхность линзы, 2 – вторая поверхность линзы

Пусть начальные участки первой и второй поверхности линзы имеют вид суммы четных одномерных функций: $y_1=g(x, z)=g_1(x)+g_2(z)$, $y_2=h(x, z)=h_1(x)+h_2(z)+b$. При этом первая и вторая поверхности линзы пересекают ось Y в точках $(0,0,0)$ и $(0,b,0)$, соответственно (рис. 8).

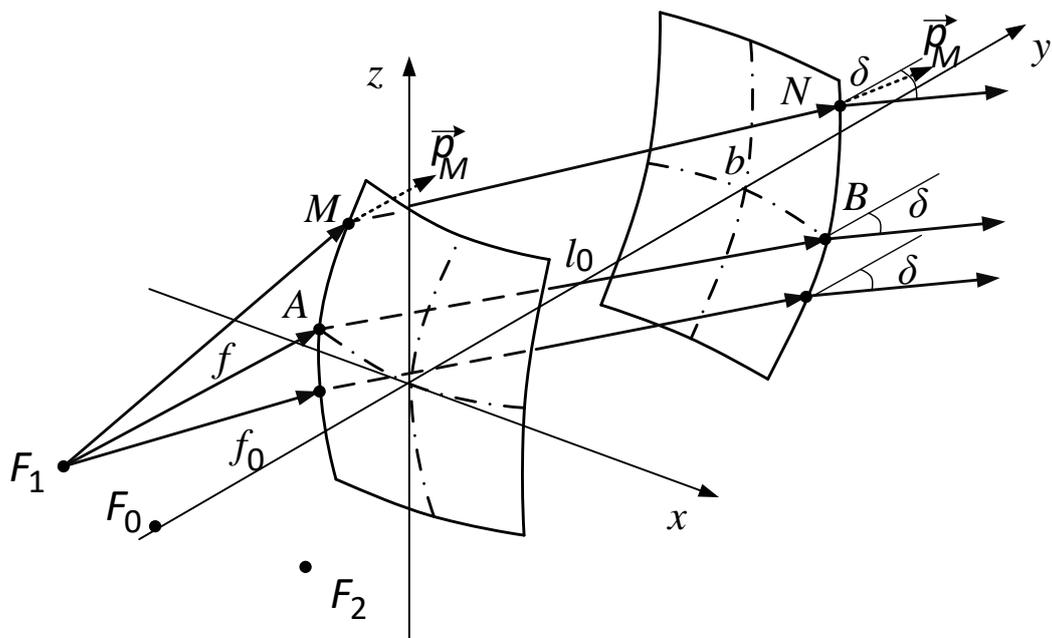


Рис. 8. К определению начальных участков поверхностей трехмерной диэлектрической линзы

Для синтеза сечения линзы при $z=0$ зададим параметры: размер $2x_0$ начального участка сечения при $z=0$ первой поверхности линзы, расстояние f от краев этого сечения до фокусов, расстояние f_0 от линзы до точки F_0 и применим алгоритм, описанный в первом разделе. В результате находим функции $g_1(x)$, $h_1(x)$, их производные и угол выхода луча δ . Единичная нормаль к одному из фронтов имеет вид:

$$\vec{p}_{FR} = (\sin(\delta), \cos(\delta), 0). \quad (17)$$

Эйконал соответствующего луча имеет вид:

$$E_0 = f + nl_0 + h - (\vec{OB}, \vec{p}_{FR}), \quad (18)$$

где h – расстояние от начала системы координат до фронта, а величина l_0 показана на рис. 8.

Определим размер начального участка первой поверхности линзы вдоль z . Предположим, что луч из фокуса F_1 попадает в точку M с координатами (x_M, y_M, z_M) , которая находится на границе начального участка первой поверхности линзы (рис. 8).

Вектор-нормаль к первой поверхности линзы в точке M имеет вид:

$$\vec{p}_M = \frac{\left(-\frac{\partial y_M}{\partial x_M}, 1, -\frac{\partial y_M}{\partial z_M}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\partial y_M}{\partial x_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_M}{\partial z_M}\right)^2 + 1}}. \quad (19)$$

Пусть после преломления в точке M луч проходит через точку N , лежащую на границе первого участка второй поверхности линзы. Лучевой вектор луча MN имеет вид:

$$\vec{v} = a_M \vec{u} + b_M \vec{p}_M, \quad (20)$$

где $a_M = \frac{1}{n}$; $b_M = \sqrt{1 - a_M^2 (1 - (\vec{u}, \vec{p}_M)^2)} - a_M (\vec{u}, \vec{p}_M)$, \vec{u} – лучевой вектор луча F_1M .

Координаты точки N определяются формулой:

$$\vec{ON} = \vec{OM} + l_{MN} \vec{v}, \quad (21)$$

где l_{MN} – расстояние между точками M и N , а эйконал луча

$$E_M = |\vec{F_1M}| + n l_{MN} + h - (\vec{ON}, \vec{p}_{FR}). \quad (22)$$

Подставляя вектор \vec{ON} из (21) в (22) и приравнивая величину E_M , определенную в (22) и длину луча E_0 в (18), получаем выражение для l_{MN} :

$$l_{MN} = \frac{f + n l_0 + (\vec{BM}, \vec{p}_{FR}) - |\vec{F_1M}|}{n - (\vec{v}, \vec{p}_{FR})}. \quad (23)$$

Из закона преломления находим нормаль ко второй поверхности линзы в точке N

$$\vec{p}_N = a_N \vec{v} + b_N \vec{p}_{FR}, \quad (24)$$

где $b_M = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1 - 2n(\vec{u}, \vec{p}_M)}}$, $a_N = -n b_N$.

Учитывая, что $\frac{\partial y_2}{\partial x} = h_1'(x)$ и формулу (24), получаем уравнение

относительно x_M :

$$h_1'(x_N(x_M, z_M)) p_{Ny}(x_M, z_M) - p_{Nx}(x_M, z_M) = 0, \quad (25)$$

где p_{Nx}, p_{Ny} – проекции вектора \vec{p}_N .

Решая с использованием численной процедуры уравнение (25), находим зависимость $x_M(z_M)$, которая определяет границу начального участка первой поверхности линзы. Зная координаты точки M на этой границе и используя формулы (21) и (23), определяем вектор \overrightarrow{ON} и соответствующую границу начального участка второй поверхности линзы $x_N(z_N)$. Подставляя эту функцию и $y_N(z_N)$ в выражение $y_2 = h_1(x) + h_2(z) + b$, находим функцию

$$h_2(z_N) = y_N - h_1(x_N(z_N)) + b, \quad (26)$$

которая определяет первый участок второй поверхности линзы.

Для синтеза нового участка второй поверхности линзы предположим, что луч из фокуса F_1 падает на первую поверхность линзы в точке S с координатами (x_S, y_S, z_S) . После преломления линзой луч выходит из линзы в точке Q с координатами (x_Q, y_Q, z_Q) . Эти координаты можно найти по формулам (21)-(24) с соответствующей заменой обозначений. Множество точек Q образуют новый участок второй поверхности линзы.

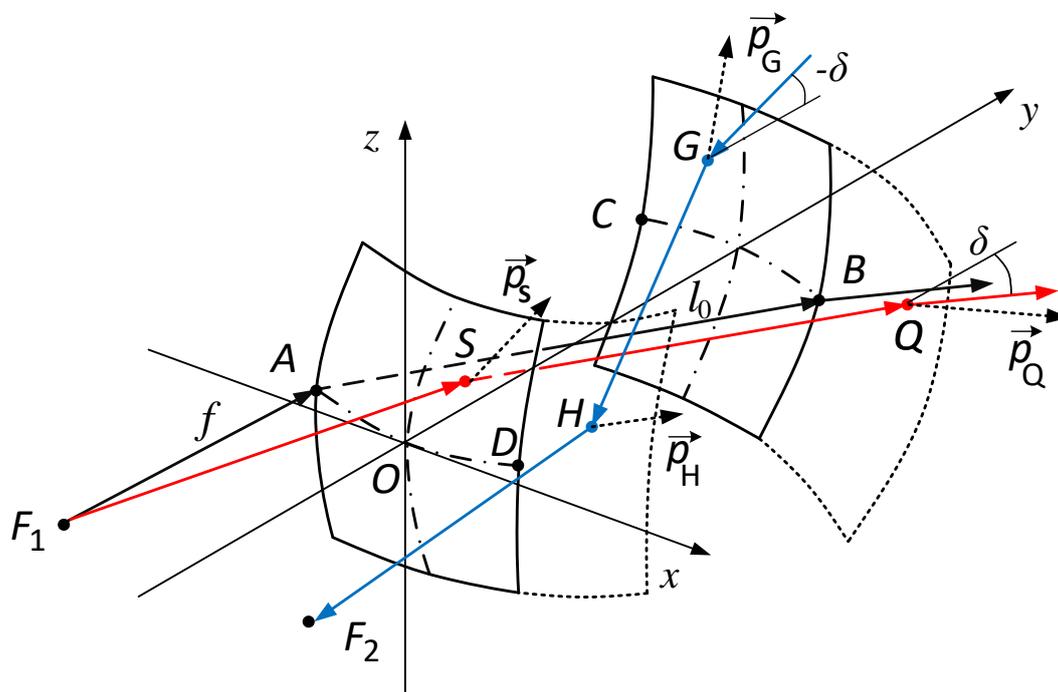


Рис. 9. К определению новых участков поверхностей трехмерной диэлектрической линзы

Для синтеза нового участка первой поверхности линзы рассмотрим падение плоского фронта, нормаль к которому параллельна плоскости YX на

начальный участок второй поверхности линзы. Пусть луч падает на эту поверхность в точке G с координатами (x_G, y_G, z_G) под углом δ к плоскости YZ (рис. 9). Его лучевой вектор имеет вид:

$$\vec{u}_G = (-\sin(\delta), \cos(\delta), 0). \quad (27)$$

Этот луч преломляется линзой, выходит из нее в точке H с координатами (x_H, y_H, z_H) на первой поверхности линзы и проходит через фокус F_2 . Нормаль к второй поверхности линзы в точке G определяется формулой:

$$\vec{p}_G = \frac{\left(-\frac{\partial y_G}{\partial x_G}, 1, -\frac{\partial y_G}{\partial z_G}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\partial y_G}{\partial x_G}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_G}{\partial z_G}\right)^2 + 1}}. \quad (28)$$

Лучевой вектор GH определяется формулой:

$$\vec{w} = a_G \vec{u}_G + b_G \vec{p}_G, \quad (29)$$

где $a_G = -\frac{1}{n}$, $b_G = \sqrt{1 - a_G^2 (1 - (\vec{u}_G, \vec{p}_G)^2)} - a_G (\vec{u}_G, \vec{p}_G)$.

Координаты точки H определяются формулой:

$$\vec{OH} = \vec{OG} + l_{GH} \vec{w}, \quad (30)$$

где l_{GH} – расстояние между точками G и H . Эйконал этого луча от фронта до фокуса F_2 имеет вид:

$$E_G = h - (\vec{OG}, \vec{u}_G) + nl_{GH} + \left| \vec{HF}_2 \right|. \quad (31)$$

Приравнивая (31) и (18), получаем уравнение:

$$f + nl_0 + (\vec{OG}, \vec{u}_G) - (\vec{OB}, \vec{p}_{FR}) - nl_{GH} = + \left| \vec{HF}_2 \right|. \quad (32)$$

Учитывая, что $\vec{HF}_2 = \vec{OF}_2 - \vec{OH} = \vec{OF}_2 - \vec{OG} - l_{GH} \vec{w} = \vec{F}_2G - l_{GH} \vec{w}$, нетрудно получить уравнение:

$$A_1 l_{GH}^2 + 2A_2 l_{GH} + A_3 = 0, \quad (33)$$

где $A_1 = (n^2 - 1)$, $A_2 = (\vec{w}, \vec{F}_2G) - nL$, $A_3 = L^2 - \left| \vec{F}_2G \right|$, $L = f + nl_0 + (\vec{OG}, \vec{u}_G) - (\vec{OB}, \vec{p}_{FR})$.

Уравнение (33) имеет два корня. При совпадении точки G и точки C величина l_{GH} должна равняться l_0 . Это требование определяет единственный корень уравнения

$$l_{GH} = \frac{-A_2 - \sqrt{A_2^2 - A_1 A_3}}{A_1}. \quad (34)$$

Зная величину l_{GH} , определяем координаты точки H по формуле (30). Далее, определяем нормаль к первой поверхности линзы в точке H

$$\vec{p}_H = a_H \vec{w} + b_H \vec{s}, \quad (35)$$

где $a_H = n / \sqrt{n^2 + 1 - 2n(\vec{w}, \vec{s})}$, $b_H = -\frac{a_H}{n}$, \vec{s} – лучевой вектор луча HF_2 .

Для определения следующих участков линзы применим такой же алгоритм, используя синтезированные участки в качестве начальных.

4. Анализ трехмерных бифокальных диэлектрических линз

В качестве примера синтезируем линзы с начальным участком первой поверхности в виде полинома второго порядка $y_l = a_x x^2 + a_z z^2$. Зададим толщину линзы b , размер $2x_0$ сечения начального участка первой поверхности линзы при $z=0$, расстояния f от краев начального участка двумерной бифокальной линзы до фокусов и f_0 от линзы до точки F_0 .

Решая уравнение (15), находим a_x . Далее находим начальные участки поверхностей линзы. При увеличении z один из этих участков расширяется, а другой – сужается. При некотором $z=z_{max}$ границы второго участка пересекаются (рис. 10). Изменяя a_z и параметры системы, можно регулировать величину z_{max} .

После определения начальных участков линзы находим новые участки линзы с использованием описанного алгоритма m раз. В результате находим поверхности линзы, состоящие из $2m+1$ участков. На рис. 10 представлена геометрия трехмерной бифокальной диэлектрической линзы, синтезированной для угла зрения 90 градусов ($a_x=0.2311$, $a_z=-0.3$, $x_0=0.14$, $b=1$, $f_0=1.6$, $f=1.28$).

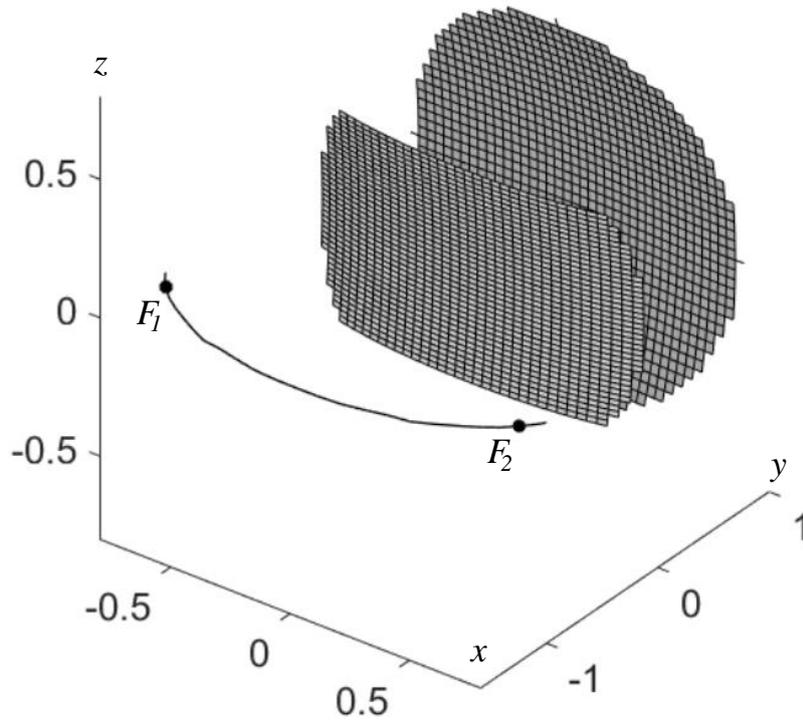


Рис. 10. Геометрия входной и выходной поверхности линзы

На рис. 11 показана зависимость СКА линзы от угла зрения, рассчитанная по формуле.

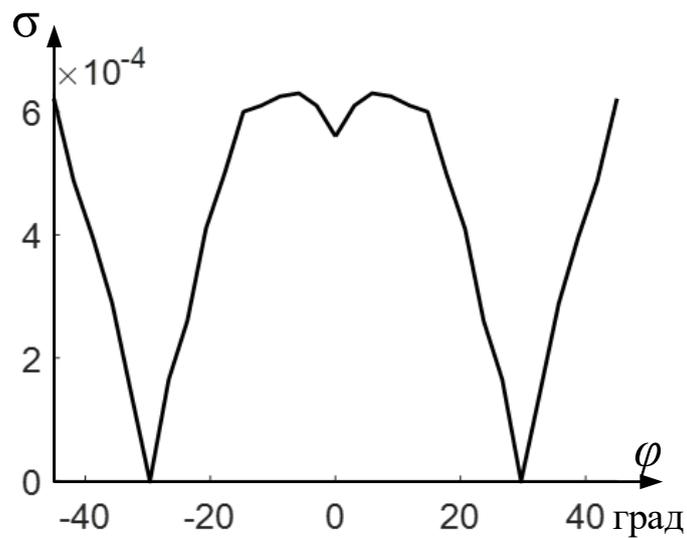


Рис. 11. Зависимости СКА от угла отклонения луча трехмерной бифокальной диэлектрической линзы

На рисунке видно, что СКА в угле зрения 90^0 не превышает величину 6×10^{-4} .

Заключение

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Развитая методика позволяет синтезировать и оптимизировать бифокальные диэлектрические линзы по минимуму СКА.
2. С увеличением угла зрения в два раза СКА цилиндрической линзы увеличивается в 5 раз.
3. СКА синтезированных цилиндрических линз больше, чем СКА соответствующих двухзеркальных и зеркально-линзовых систем.
4. СКА синтезированной трехмерной линзы в 4 раза превышает СКА соответствующей цилиндрической линзы.

Финансирование: работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

Автор для переписки: Калошин Вадим Анатольевич, vak@cplire.ru

Литература

1. Шишлов А.В. и др. Многолучевые антенны для систем радиолокации и связи. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2018. №7. <https://www.doi.org/10.30898/1684-1719.2018.7.6>
2. Mauro Ettore, Erio Gandini, Ronan Sauleau. Multi-beam pillbox antennas in the millimeter-wave range. *Proc. of the 5th European Conf. on Antennas and Propagation (EUCAP) 2011*. Rome. P.2947.
3. Банков С.Е., Грачев Г.Г., Дупленкова М.Д., Фролова Е.В. Проектирование и экспериментальное исследование интегральной зеркальной многолучевой антенны миллиметрового диапазона. *Радиотехника и электроника*. 2014. Т.59. №6. С.552. <https://doi.org/10.1134/S1064226914060059>

4. Калошин В.А. Многолучевые гибридные антенны. *Труды 13 Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (Crimico-2003)*. Севастополь. 2003. С.383-390.
5. Karim Tekkouk, Mauro Ettore, Laurent Le Coq, Ronan Sauleau. Multibeam SIW slotted waveguide antenna system fed by a compact dual-layer Rotman lens. *IEEE Trans. on Antennas and Propag.* 2016. V.64. №2. P.504.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2015.2499752>
6. Tekkouk K., Ettore M., Sauleau R., Casaletti M. Compact multi-beam Rotman lens antenna in SIW technology. *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI)*. Chicago. IL. USA. 2012. P.2979.
<https://doi.org/10.1109/APS.2012.6349043>
7. Toan K., Vo Dai, Tuan Nguyen, Ozlem Kilic. A compact microstrip Rotman lens design. *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting*. San Diego. 2017. P.2129.
8. Yi Liu, Hu Yang, Zusheng Jin, Fei Zhao, Jiang Zhu, A multi-beam cylindrically conformal slot array antenna based on a modified Rotman lens. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2018. V.66. №7. P.3441.
9. Калошин В.А., Фролова Е.В. Анализ и минимизация аберраций в широкоугольных планарных зеркальных системах. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2014. №1.
<http://jre.cplire.ru/jre/jan14/16/text.pdf>
10. Венецкий А.С., Калошин В.А. Аберрации эйконала в планарных двухзеркальных антеннах. *Радиотехника и электроника*. 2014. Т.59. №11. С.1102.
11. Банков С.Е., Фролова Е.В. Проектирование и экспериментальное исследование планарной многолучевой двухзеркальной апланатической системы. *Радиотехника и электроника*. 2017. Т.62. №5. С.463.

12. Венецкий А.С., Калошин В.А., Нгуен К.Т., Фролова Е.В. Синтез и исследование сверхширокополосной планарной трехзеркальной системы. *Журнал радиоэлектроники*. 2018. №1 <https://www.doi.org/10.30898/1684-1719-2018-1-5>
13. Калошин В.А., Нгием Х.Д., Фролова Е.В. Синтез и исследование сверхширокополосной планарной волноводной трехфокальной линзо-зеркальной системы с принудительным преломлением. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2018. №1. <https://www.doi.org/10.30898/1684-1719-2018-1-4>
14. Кинбер Б.Е., Классен В.И., Стеблин В.И. К теории бифокальных систем. *В кн.: Волны и диффракция*. Москва, ИРЭ АН СССР. 1981. С.101-104.
15. Классен В.И., Кинбер Б.Е., Шишлов А.В., Тоболев А.К. Гибридные и полифокальные антенны. *Антенны*. 1987. №34. С.3-24.
16. Калошин В.А., Нгием Х.Д. Синтез и анализ диэлектрических бифокальных линз. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2018. №8. <https://www.doi.org/10.30898/1684-1719.2018.8.17>
17. Калошин В.А., Ле Д.Т., Ви У.Н. Многолучевые волноводно- щелевые антенные решетки с бифокальными диаграммо-образующими системами и широким сектором частотного сканирования. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2020. №3. <https://www.doi.org/10.30898/1684-1719.2020.3.13>
18. Калошин В.А., Ле Д.Т. Синтез и анализ бифокальных двухзеркальных систем. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2018. №9. <https://www.doi.org/10.30898/1684-1719.2018.9.13>
19. Kogan B.L., Plastikov A.N. About a New Procedure for Offset Bifocal Reflector Antennas Synthesis. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2013. V.12. P.512-515. <https://www.doi.org/10.1109/LAWP.2013.2256335>
20. Plastikov A.N. A High-Gain Multibeam Bifocal Reflector Antenna With 40° Field of View for Satellite Ground Station Applications. *IEEE Trans.* 2016. V.AP-64. №7. P.3251. <https://doi.org/10.1109/TAP.2016.2560918>

21. Калошин В.А., Ле Д.Т. Трехфокальная планарная волноводно-щелевая антенная решетка. *Радиотехника и электроника*. 2021. Т.66. №10. С.974-979.
<https://www.doi.org/10.31857/S0033849421100077>
22. Калошин В.А., Ле Д.Т. Трехфокальная зеркально-линзовая планарная волноводнощелевая антенная решетка. *Радиотехника и электроника*. 2021. Т.66. №11. С.1078-1084. <https://www.doi.org/10.31857/S0033849421110048>
23. Калошин В.А., Ви Ут Нам. Синтез двухзеркальной бифокальной цилиндрической системы с минимальными aberrациями. *Радиотехника и электроника*. 2022. Т.67. №2. С.140-148.
<https://www.doi.org/10.31857/S003384942202005X>
24. Калошин В.А., Ви Ут Нам. Синтез бифокальных зеркально-линзовых цилиндрических систем с минимальными aberrациями. *Радиотехника и электроника*. 2022. №3. С.249-258.
<https://doi.org/10.1134/S1064226922020061>

Для цитирования:

Калошин В.А., Ви Ут Нам. Синтез бифокальных диэлектрических линз. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022 №2.
<https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.2.11>