

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.2.3>

УДК: 621.38: 533.9.01

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЫ

А.А. Захаров, А.А. Потапов, А.А. Швачко

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.
410054, г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77.

Статья поступила в редакцию 13 января 2022 г.

Аннотация. Электронная температура и связанная с ним концентрация заряженных частиц в газоразрядной плазме может приводить к изменению свойств соответствующих электронных приборов: изменению пространственного заряда. Даже незначительный пространственный заряд, обусловленный различием концентраций заряженных частиц в плазме, может являться причиной образования неустойчивостей и приводить к образованию незатухающих продольных и поперечных волн (страт) в плазме положительного столба газового разряда. В замагниченной газоразрядной плазме пространственный заряд уменьшается за счет уменьшения параметров движения заряженных частиц и при величине поперечного магнитного поля $B = B^0 = (b_e b_p)^{-1/2}$ обращается в нуль, и плазма становится однородной. В случае, когда магнитное слабо действует на плазму необходимо, чтобы концентрация носителей заряда была одинакова, т.е. плазма была однородна. Следовательно, необходимо определить минимальное значение электронной температуры, при которой максвелловская плазма однородна.

Цель – Для оценки влияния электронной температуры на распределение концентрации носителей зарядов проанализировать уравнение баланса электронов в двух случаях: при нулевых и реальных граничных условиях.

Ключевые слова: низкотемпературная плазма, электронная температура,

распределение концентрации, нулевые граничные условия, реальные граничные условия.

Abstract. The electron temperature and the concentration of charged particles associated with it in a gas-discharge plasma can lead to a change in the properties of the corresponding electronic devices: a change in the space charge. Even an insignificant space charge, due to the difference in the concentrations of charged particles in the plasma, can cause instabilities and lead to the formation of undamped longitudinal and transverse waves (strata) in the plasma of the positive gas discharge column. In a magnetized gas-discharge plasma, the space charge decreases due to a decrease in the parameters of motion of charged particles, and with a transverse magnetic field $B = B^0 = (b_e b_p)^{-1/2}$ vanishes and the plasma becomes homogeneous. In the case when the magnetic weakly affects the plasma, it is necessary that the concentration of charge carriers be the same, i.e. the plasma is homogeneous. Therefore, it is necessary to determine the minimum value of the electron temperature at which the Maxwellian plasma is homogeneous.

Goal – To estimate the effect of electron temperature on the distribution of charge carrier concentration, analyze the electron balance equation in two cases: at zero and real boundary conditions.

Key words: low-temperature plasma, electron temperature, density distribution, zero boundary conditions, real boundary conditions.

Автор для переписки: Потапов Андрей Андреевич, potapov_andrey13@mail.ru

Введение

Одним из приборов, в которых применяется низкотемпературная плазма, является быстропроточный лазер с продольным разрядом. При работе такого лазера необходимо, стремиться, чтобы плазма была однородна, а пространственный заряд [1] был минимален. Пространственный заряд существует в стационарном состоянии плазмы и может приводить к образованию волн в плазме и неустойчивостей. Несмотря на то, что время релаксации пространственного заряда в плазме мало $\tau = 10^{-10} - 10^{-9}$ с [2,3], что

значительно меньше, чем характерное время, связанное с кинетикой заряженных частиц, амбиполярной диффузии и т.д.: $\tau = 10^{-6} - 10^{-5}$ с, неустойчивости могут развиваться, поскольку величина концентрации заряженных частиц изменяется за счет объемного заряда в плазме. Таким образом, необходимо оценить влияние температуры на распределение концентрации электронов в поперечном сечении плазмы. Для этого обратимся к уравнению баланса электронов [4]:

$$\frac{d^2 n}{dy^2} + \frac{z_i}{D_{am}} n = 0, \quad (1)$$

Уравнение (1) является дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка, и было решено при граничных условиях:

$$\gamma^2 + \frac{z_i}{D_{am}} = 0, \quad (2)$$

$$\gamma = \pm i \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}}, \quad (3)$$

$$n(y) = C_1 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y + C_2 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y. \quad (4)$$

Для оценки влияния температуры на распределение концентрации электронов в низкотемпературной плазме рассмотрим это уравнение в двух случаях: при нулевых граничных условиях и при реальных граничных условиях [5], [6].

1. Нулевые граничные условия

Обозначим нулевые граничные условия следующим образом: $n(0) = 0$, $n(y_0) = 0$, $C_1 = 0$.

Общее решение в таком случае:

$$n(y) = C_2 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y, \quad n(y_0) = C_2 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 = 0. \quad (5)$$

И собственные значения этого уравнения (когда $C_2 \neq 0$) определяется уравнением:

$$\sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 = 0, \quad (6)$$

откуда

$$\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 = \pi k, \quad (7)$$

$$k = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Физическим условием задачи удовлетворяет только $k = 1$ (при $k = 0$ тривиальное выражение $n(y) = 0$, при $k = 2, 3 \dots$ общее решение $n(y)$ имеет области значений y при которых $n(y) < 0$, что физически не возможно).

$$\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 = \pi, \quad (8)$$

откуда получаем:

$$z_i = \frac{\pi^2}{y_0^2} D_{am}. \quad (9)$$

Это выражение позволяет определить коэффициент объемной ионизации в плоской плазме и связать ее с параметрами газового разряда (D_{am}) и геометрией (размерами) (y_0)

$$n(y) = C_2 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y. \quad (10)$$

Определим постоянную C_2 , считая, что значение концентрации в плоскости симметрии известно:

$$n\left(\frac{y_0}{2}\right) = n_0, \quad n\left(\frac{y_0}{2}\right) = C_2 \sin \frac{\pi}{2}, \quad \left(\frac{y_0}{2}\right) = C_2, \quad (11)$$

$$n(y) = n\left(\frac{y_0}{2}\right) \sin \frac{\pi}{y_0} y. \quad (12)$$

Это выражение справедливо при нулевых граничных условиях, при учете объемного заряда в плазме может не выполняться, поэтому рассмотрим реальные граничные условия.

2. Реальные граничные условия

Уравнения для реальных граничных условий для модели плоской плазмы

могут быть представлены в виде [4]:

$$\left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_{y=0} = \gamma_0, \quad \left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_{y=y_0} = -\gamma_0, \quad (13)$$

$$n(y) = C_1 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y + C_2 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y, \quad (14)$$

$$\dot{n}(y) = \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \left(-C_1 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y + C_2 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y \right), \quad (15)$$

$$\frac{\dot{n}(y)}{n(y)} = \frac{\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \left(-C_1 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y + C_2 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y \right)}{C_1 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y + C_2 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y}, \quad (16)$$

$$\left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_{y=0} = \frac{\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} C_2}{C_1} = \frac{C_2}{C_1} \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} = \gamma_0, \quad (17)$$

$$\left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_{y=y_0} = \frac{\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \left(-C_1 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 + C_2 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 \right)}{C_1 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 + C_2 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0} = -\gamma_0. \quad (18)$$

В итоге система однородных алгебраических уравнения для определения произвольных постоянных:

$$\begin{cases} C_1 \left(\gamma_0 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 - \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 \right) + C_2 \left(\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 + \gamma_0 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 \right) = 0 \\ C_1 \gamma_0 - C_2 \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} = 0 \end{cases}.$$

Поскольку эта система имеет отличное от нуля решение лишь при равенстве нулю определителя этой системы, найдем из этого условия собственные значения данной краевой задачи:

$$\Delta = \left(\gamma_0^2 - \frac{z_i}{D_{am}} \right) \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 + 2\gamma_0 \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 = 0. \quad (19)$$

Преобразуем его к виду удобному для анализа:

$$\operatorname{tg} \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 = - \frac{2\gamma_0 \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \gamma_0^2}{\left((y_0 \gamma_0)^2 - \left(\frac{z_i}{D_{am}} y_0 \right)^2 \right)}. \quad (20)$$

Обозначим $\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0$ как x тогда:

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{-2(y_0 \gamma_0) x}{(y_0 \gamma_0)^2 - x^2}. \quad (21)$$

Найдем решение постоянные в уравнении (1) при реальных граничных условиях, определив значение концентрации в центральной симметричной

плоскости $y = \frac{y_0}{2} - n\left(\frac{y_0}{2}\right) = n_0$, тогда $C_1 \gamma_0 - C_2 \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} = 0$,

$$C_1 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \frac{y_0}{2} + C_2 \sin \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \frac{y_0}{2} = n_0,$$

Из этой систему уравнений определим C_1 и C_2 . Тогда решение уравнения баланса будет сведено к виду:

$$n(y) = n\left(\frac{y_0}{2}\right) \frac{\gamma_0 \sin\left(\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y\right) + \alpha_2 \cos \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y}{\gamma_0 \sin\left(\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \frac{y_0}{2}\right) + \alpha_2 \cos\left(\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \frac{y_0}{2}\right)}, \quad (22)$$

здесь $n\left(\frac{y_0}{2}\right)$ – значение концентрации в центре плазмы в плоскости $y = \frac{y_0}{2}$;

$\gamma_0 = 2e^2 \lambda_p (\pi k m_p b_p^2 T_e)^{-1}$ – граничные значения концентрации на стенке, имеющие

вид $\left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_0 = \left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_{y_0} = \frac{2e^2 \lambda_p}{\pi k m_p b_p^2 T_e}$, величина которых обратно пропорциональна

величине T_e ;

α_2 – собственные значения краевой задачи уравнения баланса (1), определяемые из уравнения для собственных значений:

$$\operatorname{tg} \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} y_0 = -2\gamma_0 \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \left(\left(\sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} \right)^2 - \gamma_0^2 \right)^{-1}. \quad (23)$$

Из $\left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_0 = \left(\frac{\dot{n}}{n}\right)_{y_0} = \frac{2e^2\lambda_p}{\pi k m_p b_p^2 T_e}$ видно, что температура электронов определяет

граничные значения плазмы и таким образом влияет на концентрацию [6]. Из решения (22) следует, что необходимым условием существования плазмы является неотрицательность величины концентрации, т.е. необходимо выполнение условия $\alpha_2 y_0 \leq \pi/2$. Анализ (23) показывает, что при $\alpha_2 y_0 > \pi/2$ в распределении $n(y)$ (3) имеются области с отрицательными значениями концентрации, где плазма существовать не может, и мы имеем дело с неоднородной по сечению плазмой положительного столба разряда. При выполнении условия $\alpha_2 y_0 \leq \pi/2$ разряд локализуется по всему сечению плазмы – плазма однородна.

На рис. 1 и рис. 2, показано распределение концентрации при условии $\alpha_2 y_0 \leq \pi/2$ и $\alpha_2 y_0 > \pi/2$, соответственно.

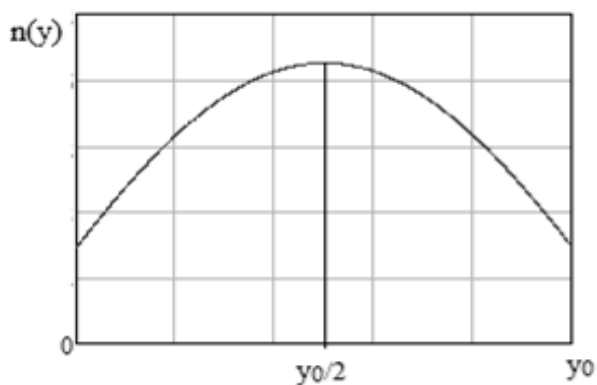


Рис.1. Распределение концентрации при $\alpha_2 y_0 \leq \pi/2$

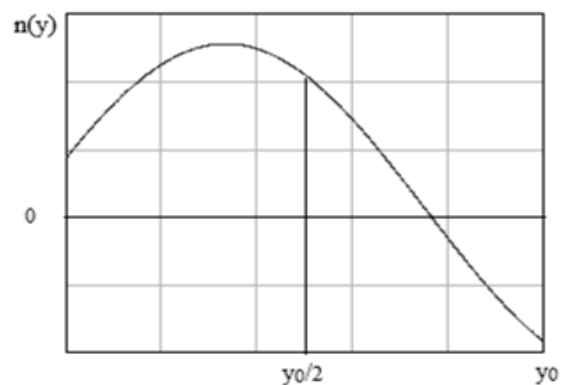


Рис. 2. Распределение концентрации при $\alpha_2 y_0 > \pi/2$

Как видно из рисунков, при $\alpha_2 y_0 > \pi/2$ распределение концентрации уходит в отрицательную область. В этой области плазма существовать не может. При $\alpha_2 y_0 \leq \pi/2$ распределение концентрации показывает о существовании однородной плазмы. Из этих рисунков и рассуждений можно еще раз подчеркнуть, необходимость расчета величины электронной температуры.

Анализ уравнения для собственных значений показывает, что однородная плазма образуется в случае, если граничные значения удовлетворяют неравенству $\alpha_2 y_0 \leq \pi/2$, т.е. при выполнении условия:

$$\frac{2}{3} \frac{y_0 e^2 \lambda_p}{\pi k m_p b_p^2 T_e} < \frac{\pi}{2}. \quad (24)$$

Минимальное значение электронной температуры, при которой максвелловская плазма однородна, равно:

$$kT_e^{\min} = \frac{3}{2} \frac{\pi m_p b_p^2}{y_0 e^2 \lambda_p}. \quad (25)$$

При $kT_e < kT_e^{\min}$ однородная плазма существовать не может, т.к. энергия хаотического движения не обеспечивает существование плазмы по всему сечению разряда. Подчеркнем, что с повышением электронной температуры граничное значение γ_0 уменьшается и плазма становится однородной.

Заключение

Проведен анализ уравнения баланса энергии электронов в плоской газоразрядной плазме в двух случаях: при нулевых граничных условиях и при реальных граничных условиях, и было доказано, что температура электронов определяет граничные значения плазмы и таким образом влияет на концентрацию носителей заряда.

Показано, что при условии $\alpha_2 y_0 > \pi/2$ низкотемпературная плазма существовать не может, так как распределение концентрации уходит в отрицательную область (рис. 2). При условии $\alpha_2 y_0 \leq \pi/2$ распределение концентрации имеет параболическую форму (рис. 1), что доказывает существование однородной плазмы.

Было определено минимальное значение электронной температуры (25), при которой максвелловская плазма однородна по всему сечению разряда.

Автор для переписки: Потапов Андрей Андреевич: potapov_andrey13@mail.ru

Литература

1. Банковский А.С., Захаров А.А., Потапов А.А., Швачко А.А. Влияние пространственного заряда в газоразрядной плазме на устойчивость баланса частиц и токовую составляющую напряженности электрического поля. *Радиотехника*. 2020. Т.84. №7(14). С.50-58. [http://doi.org/10.18127/j00338486-202007\(14\)-07](http://doi.org/10.18127/j00338486-202007(14)-07)
2. Taccogna F., Dilecce G. Non-equilibrium in low-temperature plasmas. *The European Physical Journal D*. 2016. V.70. №11. P.37. <http://doi.org/10.1140/epjd/e2016-70474-0>
3. Shibkov V.M., Shibkova L.V., Logunov A.A. The electron temperature in the plasma of a DC discharge created in a supersonic airflow. *Moscow University Physics Bulletin*. 2017. V.72. P.294-300. <http://doi.org/10.3103/S0027134917030109>
4. Грановский В.Л. *Электрический ток в газе. Установившийся ток*. Москва, Наука. 1971. 543 с.
5. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. *Основы физики плазмы*. Санкт-Петербург, Лань. 2021. 448 с.
6. Gorin V.V., Kudryavtsev A.A., Yao J., Yuan C., Zhou Z. Boundary conditions for drift-diffusion equations in gas-discharge plasmas. *Physics of Plasmas*. 2020. V.27. №1. P.5120613. <http://doi.org/10.1063/1.5120613>

Для цитирования:

Захаров А.А., Потапов А.А., Швачко А.А. Влияние электронной температуры на распределение концентрации в поперечном сечении газоразрядной плазмы. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.2.3>