

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.2.12>

УДК: 621.391.01

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФАЗОВЫХ ШУМОВ МОДУЛЯТОРОВ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ НА ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ ИХ ПРИЕМЕ

М.В. Кулиев, Л.Е. Назаров

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова
РАН, 141190, Московская обл., Фрязино, пл. Введенского, 1

Статья поступила в редакцию 30 декабря 2022 г.

Аннотация. Приведены результаты исследований искажающего влияния фазовых шумов модуляторов цифровых сигналов, порождаемых кратковременной нестабильностью работы тактовых генераторов, на деградацию вероятностных характеристик (вероятность ошибки на бит) при приеме цифровых сигналов с двумерными «созвездиями» (сигналы с многопозиционной фазовой манипуляцией и сигналы с амплитудно-фазовой манипуляцией). Исследования выполнены для двух моделей фазовых шумов с параметрами их мощности с равномерным и нормальным законами плотности распределения значений фаз. Приведены численные оценки энергетических потерь, полученные путем теоретического вычисления и компьютерного моделирования алгоритма приема цифровых сигналов при использовании рассматриваемых моделей фазовых шумов по отношению к аддитивному белому гауссовскому каналному шуму. Показано, что энергетические потери, вычисленные с использованием аналитического соотношения для данных сигналов, представляют достаточно приближенные оценки по отношению к результатам моделирования. Показано также, что для сигналов с 2-х позиционной фазовой манипуляцией и для сигналов с амплитудно-фазовой

манипуляцией с порядком манипуляции, равным 8, при наличии фазовых шумов с задаваемыми мощностями и законами плотности распределения вероятности ошибки на бит практически эквивалентны теоретическим значениям вероятностям ошибки на бит для канала с аддитивным белым гауссовским шумом – в этом случае энергетические потери практически отсутствуют. Сигналы с 8-ми позиционной фазовой манипуляцией наиболее подвержены искажающему влиянию фазового шума – энергетические потери превышают 1.5 дБ. Метод снижения энергетических потерь при приеме рассматриваемого ряда цифровых сигналов основывается на использовании тактовых генераторов с понижением мощности фазовых шумов.

Ключевые слова: цифровые сигналы, фазовый шум, нестабильность генераторов, вероятность ошибочного приема.

Автор для переписки: Назаров Лев Евгеньевич, levnaz2018@mail.ru

Введение

Цифровые системы связи различного назначения (спутникового, наземного базирования, др.) характеризуются параметром – надежностью передачи информации [1]. Количественной мерой надежности являются вероятность ошибочного приема сигнальных символов $P_{\text{ош}}$ или вероятность ошибки на бит $P_{\text{б}}$ [1,2]. Для оценивания этих вероятностей могут использоваться аналитические выражения, которые доказаны для ограниченного класса цифровых сигналов и для канала передачи с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) [1]. В этот класс входят цифровые сигналы с двумерными «созвездиями», например, сигналы с многопозиционной фазовой манипуляцией (ФМ-М сигналы), сигналы с квадратурно-амплитудной манипуляцией, M – порядок манипуляции [1]. Для данных сигналов и АБГШ канала разработаны алгоритмы оптимального приема, например, алгоритм приема, реализующий критерий максимального правдоподобия и минимизирующий вероятность

ошибки $P_{\text{ош}}$, и алгоритм посимвольного приема, минимизирующий вероятность ошибки $P_{\text{б}}$ [1,2].

При исследовании помехоустойчивости разработанных алгоритмов приема необходимо в дополнение к АБГШ учитывать влияние других факторов: нестационарность каналов передачи, погрешности синхронизации (фазовой, тактовой, частотной), многолучевость распространения с амплитудными замираниями сигналов [1]. Самостоятельное и важное направление среди этих факторов составляет исследование влияния мультипликативных фазовых шумов, порождаемых кратковременными нестабильностями тактовых генераторов в составе модуляторов (симметрично – демодуляторов) цифровых сигналов [1-3]. Теоретические исследования помехоустойчивости рассматриваемых алгоритмов приема и их компьютерное моделирование показывают повышение искажающего влияния этих шумов, обуславливающих соответствующие энергетические потери при увеличении порядка манипуляции M «созвездий» по отношению к АБГШ каналу.

Известно несколько подходов при создании, развитии и применении моделей фазовых шумов во временной и частотной областях [2,3]. Особенности этих моделей, важные при исследовании помехоустойчивости алгоритмов приема цифровых сигналов при увеличении значений M , определяются задаваемыми модельными законами плотности распределения значений отсчетов фаз на выходе модуляторов-демодуляторов как случайных стационарных процессов на временном интервале анализа. В литературе рассматриваются два основных модельных закона распределения – равномерное и нормальное [2,3]. При теоретическом оценивании деградации вероятностных характеристик и оценивании энергетических потерь по отношению к АБГШ каналу одним из основных параметров в составе моделей является мощность фазовых шумов σ_{φ}^2 [2].

Актуальной является проблема численного оценивания и сравнительного анализа энергетических потерь при использовании моделей фазовых шумов с

рассматриваемыми распределениями по отношению к АБГШ каналу для интенсивно используемых в приложениях цифровых сигналов с увеличением порядка их манипуляции M .

1. Постановка задачи

Важным параметром цифровых сигналов является коэффициент их частотной эффективности $k = \log_2 M$ (бит/сек/Гц), который определяет максимальную скорость передачи (бит/с) для ограниченной частотной полосы без применения помехоустойчивого кодирования [1]. Цифровые сигналы формируются путем отображения последовательности k информационных двоичных символов в сигнальные «созвездия» объемом M [1]. Отображение осуществляется с использованием правила Грея – соседние манипуляции «созвездия» отличаются лишь в одном двоичном символе в формирующих последовательностях, что дает возможность снижения вероятности ошибки на бит P_b без усложнения алгоритмов приема [1,2].

На рис. 1а, рис. 1б в качестве примера приведены «созвездия» ФМ-8 сигналов и сигналов с амплитудно-фазовой манипуляцией (АФМ-8) с частотной эффективностью 3 бит/сек/Гц [1]. Комплексные амплитуды этих сигналов $\dot{A}_i = A_i \exp(j\varphi_i)$ на тактовом интервале $(i-1)T \leq t < iT$ (T – длительность сигнальных символов) формируются на основе последовательности трех двоичных информационных символов a_{i0}, a_{i1}, a_{i2} .

Для сигналов ФМ-8 выполняется условие постоянной амплитуды $A_i = A_0$,

фазы задаются соотношением $\varphi_i = \frac{\pi i}{4}$, $i = \sum_{j=0}^2 a_{ij} 2^j$, $0 \leq i < 8$. Для сигналов АФМ-

8 выполняются условия $R_2 / R_1 = 5.32$ и $R_3 / R_1 = 6.8$, фазы φ_i задаются правилом Грея, приведенном на рис. 1б [1].

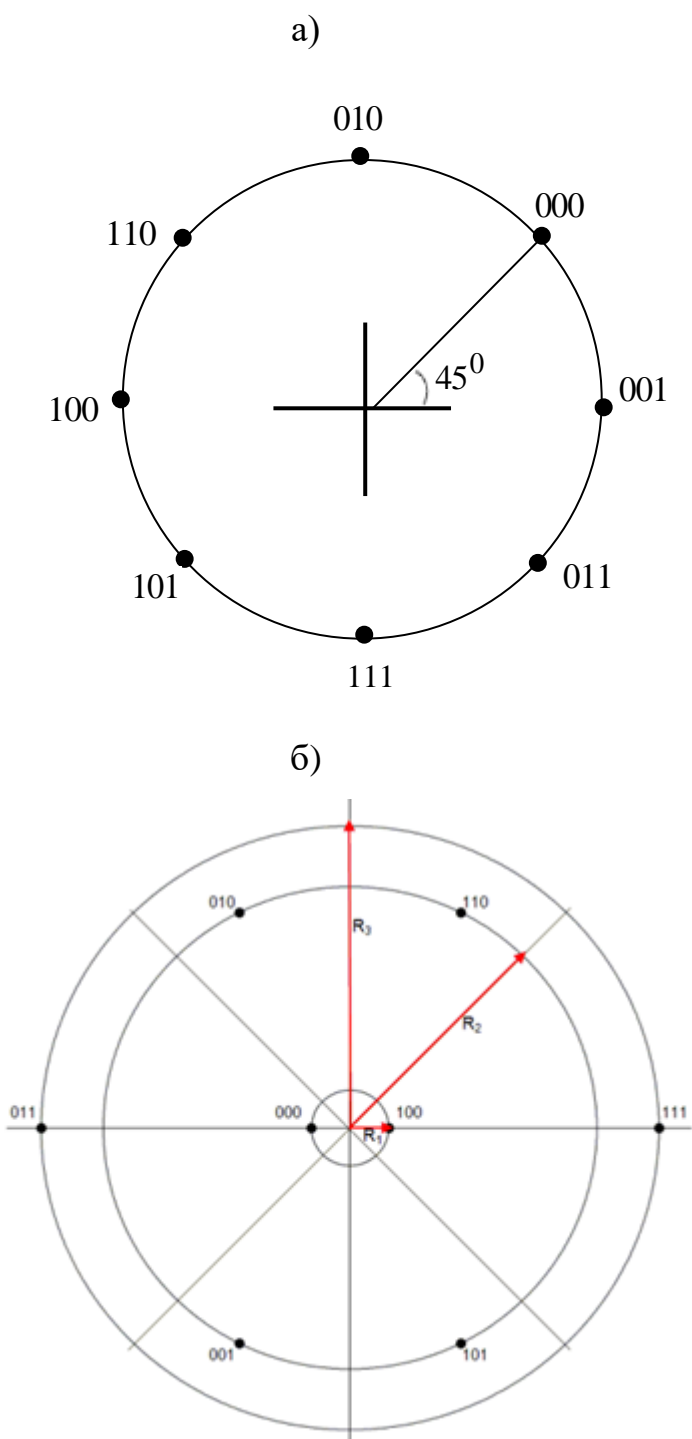


Рис. 1. «Созвездия» сигналов: а) ФМ-8, б) АФМ-8

«Созвездия» с постоянной амплитудой, подобные «созвездию» сигналов ФМ-8, определены также для рассматриваемых ниже сигналов с 2-х позиционной фазовой манипуляцией ФМ-2 ($M = 2$) и сигналов с 4-х позиционной фазовой манипуляцией ФМ-4 ($M = 4$) с частотной эффективностью $k = 1$ и $k = 2$ соответственно [1].

Вероятность ошибки $P_{\bar{0}}$ при оптимальном когерентном приеме сигналов ФМ-М для АБГШ канала при использовании кода Грея определяется аналитическим выражением [1]:

$$P_{\bar{0}} = \frac{1}{k} \left(1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} p(\theta) d\theta \right), \quad (1)$$

где $p(\theta)$ – плотность распределения фазы, для АБГШ канала с односторонней спектральной плотностью N_0 имеем [1,2]:

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{E_c \sin^2 \theta}{N_0}\right) \int_0^{\infty} r \exp\left(-\frac{1}{2} \left(r - \sqrt{\frac{2E_c}{N_0}} \cos \theta\right)^2\right) dr, \quad (2)$$

где $E_c = E_{\bar{0}} \log_2 M$ – энергия элементарного сигнала; $E_{\bar{0}}$ – энергия на бит.

Для АФМ-М сигналов и АБГШ канала вероятностные характеристики $P_{\text{ош}}$ и $P_{\bar{0}}$ определяются путем моделирования алгоритмов приема [1].

С учетом мультипликативных фазовых шумов модуляторов цифровых сигналов в дополнение к АБГШ задача оценивания вероятностных характеристик $P_{\text{ош}}$, $P_{\bar{0}}$ для рассматриваемых цифровых сигналов может быть решена также путем моделирования алгоритмов приема с использованием моделей шумов.

Цель работы – дать описания моделей фазовых шумов, оценить деградацию вероятностных характеристик и энергетические потери при приеме рассматриваемого класса цифровых сигналов с использованием этих моделей по отношению к АБГШ каналу и привести результаты сравнительного анализа с теоретическими оценками энергетических потерь.

2. Модели фазовых шумов

Важной характеристикой фазовых шумов является спектральная плотность мощности (СПМ) $P_{\varphi}(f)$, которая определяется как отношение их мощности в частотной полосе 1 Гц при отстройке на f от центральной частоты

к мощности сигнальной составляющей [2,3]. Мощность фазовых шумов задается

$$\text{соотношением } \sigma_{\varphi}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\varphi}(f)df .$$

Известно несколько подходов при описании фазовых шумов как случайных процессов. Один из подходов основан на рассмотрении значений фазы в виде случайного стационарного процесса на анализируемом временном интервале с равномерным законом плотности распределения на сегменте $[-\sqrt{3}\sigma_{\varphi}, \sqrt{3}\sigma_{\varphi}]$ с нулевым средним и дисперсией σ_{φ}^2 [2]. На тактовом интервале «созвездий» $[(i-1)T, iT]$ полагается справедливым условие относительно фазы $\varphi_i = const$, фазы φ_i и φ_j статистически независимы для $i \neq j$.

Альтернативный подход основан на рассмотрении значений фаз с нормальным распределением плотности распределения с нулевым средним и дисперсией σ_{φ}^2 [2,3].

Модель СПМ в частотной области задается соотношением [2]:

$$P_{\varphi}(f) = \sum_{i=0}^4 \frac{\alpha_i}{f^i} . \quad (3)$$

СПМ для параметра α_0 называется белым шумом. При приближении к центральной частоте уровень СПМ увеличивается на 10 дБ на декаду (фликкер-шум для α_1); далее на 20 дБ на декаду (белая ЧМ для α_2); далее на 30 дБ (фликкер-ЧМ для α_3 ,) и на 40 дБ на декаду (случайная ЧМ для α_4).

Известной является теоретическая оценка энергетических потерь D_t при приеме цифровых сигналов при учете фазовых шумов [2,3]:

$$D_t = 1 + \frac{E_{\text{ср}}}{N_0} \frac{\pi^2}{3} \sigma_{\varphi}^2, \quad (4)$$

где $E_{\text{ср}}$ – средняя энергия сигнального символа для достижения задаваемой вероятности ошибки P_6 при наличии АБГШ и при применении алгоритма

оптимального приема. Таким образом, оценка D_t (4) является функционалом от вероятности P_G и линейно зависит от параметров E_{cp} , σ_φ^2 .

Следует отметить, что при доказательстве оценки (4) не предполагается определенность относительно закона плотности распределения отсчетов фазового шума [2]. Вместе с тем исследования показывают зависимость вероятностных характеристик и энергетических потерь при приеме цифровых сигналов от используемых моделей фазовых шумов. Ниже приведены результаты моделирования приема сигналов ФМ-2, ФМ-4, ФМ-8 и АФМ-8 с целью определения этих зависимостей.

3. Результаты моделирования

На рис. 2, рис. 3, рис. 4 приведены вычисленные зависимости ошибки P_G от отношения сигнал/помеха E_G / N_0 для рассматриваемых цифровых сигналов при наличии АБГШ и фазового шума. Вероятностные кривые получены при применении алгоритма приема, реализующего критерий максимального правдоподобия. Моделирование произведено для мощности фазовых шумов $\sigma_\varphi^2 = 0.01$ рад² и $\sigma_\varphi^2 = 0.0033$ рад² с равномерным и нормальным законами плотности распределения значений отсчетов фазовых шумов [2,3].

На рис. 2 приведены вероятностные кривые для сигналов ФМ-2 и ФМ-4 (кривая 1), ФМ-8 (кривая 2) и АФМ-8 (кривая 3) для АБГШ канала. Кривые 1, 2 вычислены с использованием соотношения (1), кривая 3 получена моделированием алгоритма приема. Вероятность ошибки $P_G = 10^{-5}$ достигается при отношениях E_G / N_0 , равных 9.5, 13.0, 17.5 дБ соответственно для рассматриваемых сигналов. Таким образом, наиболее эффективными относительно вероятностных характеристик являются сигналы ФМ-2 и ФМ-4.

Моделирование показало, что для ФМ-2 и АФМ-8 сигналов при наличии фазовых шумов с задаваемыми мощностями и законами плотности распределения вероятности P_G практически эквивалентны значениям P_G на

рис. 2 (кривые 1, 3) для АБГШ канала. В этом случае для $P_6 = 10^{-5}$ энергетические потери D при приеме ФМ-2 сигналов по отношению к кривой 1 и АФМ-8 сигналов по отношению к кривой 3 можно положить равными 0.

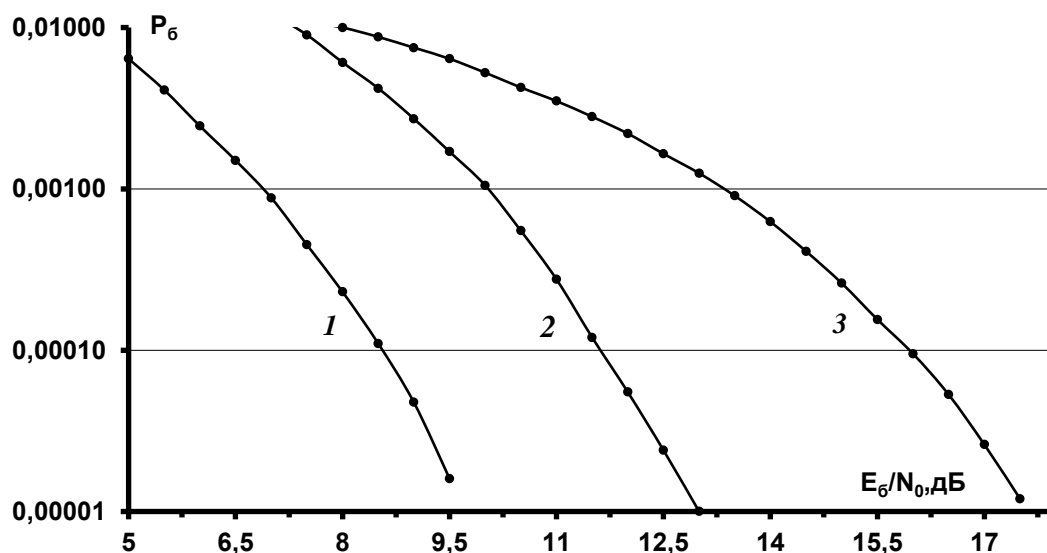


Рис. 2. Вероятностные кривые для сигналов ФМ-2 и ФМ-4 (кривая 1), ФМ-8 (кривая 2) и АФМ-8 (кривая 3) для АБГШ канала

На рис. 3 приведены вероятностные кривые для ФМ-4 сигналов, кривая 1 соответствует АБГШ каналу, кривая 2 соответствует АБГШ каналу и наличию моделей фазовых шумов с мощностью $\sigma_\varphi^2 = 0.01$ рад².

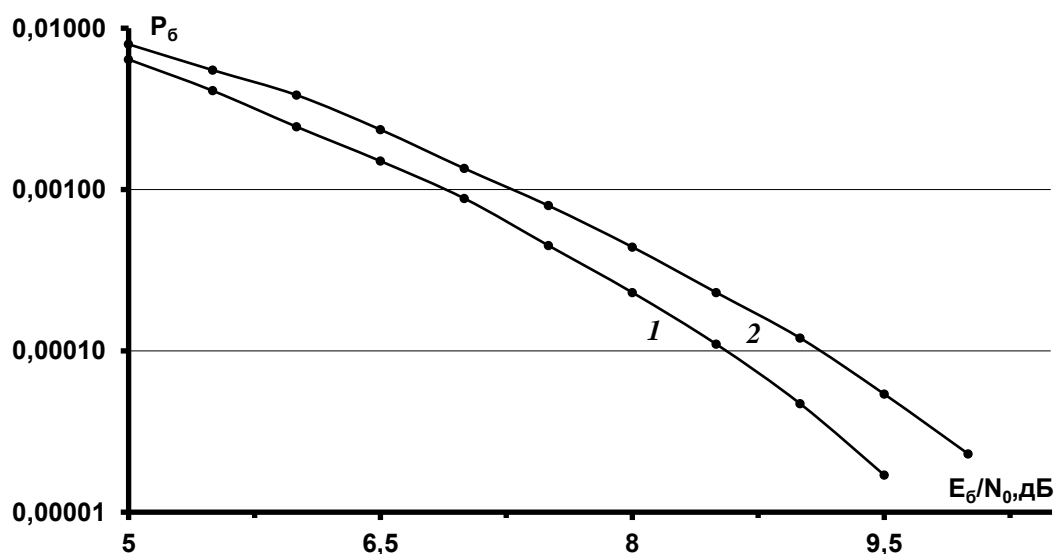


Рис. 3. Вероятностные кривые для сигналов ФМ-4: 1 – АБГШ канал, 2 – АБГШ и фазовый шум

Моделирование показало, что для этих сигналов вероятности P_6 практически не зависят от модели фазовых шумов, энергетические потери D по отношению к кривой 1 не превышают 0.25 дБ. Для фазовых шумов с мощностью $\sigma_\varphi^2 = 0.0033 \text{ рад}^2$ значения энергетических потерь D не превышают 0.1 дБ.

На рис. 4 приведены вероятностные кривые для ФМ-8 сигналов, кривая 1 соответствует АБГШ каналу.

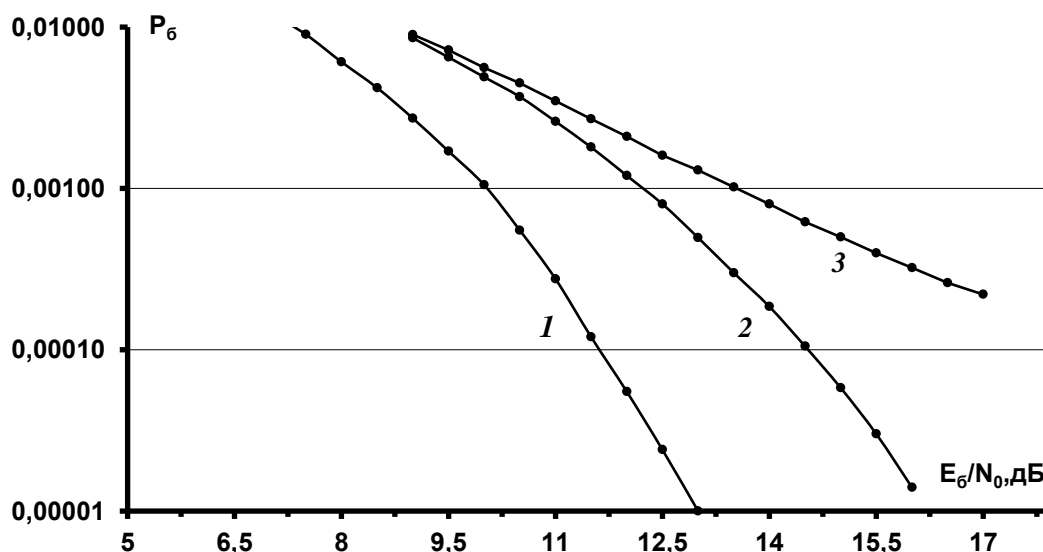


Рис. 4. Вероятностные кривые для ФМ-8 сигналов: 1 – АБГШ; 2 – АБГШ и фазовые шумы с мощностью $\sigma_\varphi^2 = 0.01 \text{ рад}^2$ (равномерный закон распределения); 3 – АБГШ и фазовые шумы с мощностью $\sigma_\varphi^2 = 0.01 \text{ рад}^2$ (нормальный закон распределения)

Кривая 2 и кривая 3 на рис. 4 соответствуют АБГШ каналу и наличию фазовых шумов с мощностью $\sigma_\varphi^2 = 0.01 \text{ рад}^2$ с равномерным и нормальным законом распределения отсчетов фазовых шумов. Видно отличие вероятностных кривых 2 и 3: для модели фазовых шумов с нормальным законом распределения существует асимптотическое значение $P_6 = 0.000021$ при увеличении отношения сигнал/помеха. В этом случае вероятность ошибки $P_6 = 10^{-5}$ не достигается. Энергетические потери D при использовании модели фазовых шумов с равномерным законом плотности распределения по отношению к кривой 1 достигают 3 дБ. Модель фазовых шумов с нормальным законом распределения

представляется более приемлемой для приложений вследствие операции суммирования при демодуляции цифровых сигналов (центральная предельная теорема в теории вероятностей [1,2]). При этом значения энергетических потерь для модели с равномерным законом плотности распределения можно рассматривать как их нижнюю границу.

На рис. 5 приведены вероятностные кривые для ФМ-8 сигналов, кривая 1 соответствует АБГШ каналу, кривая 2 и кривая 3 соответствуют АБГШ каналу и наличию моделей фазовых шумов с мощностью $\sigma_\varphi^2 = 0.0033 \text{ рад}^2$ с равномерным и нормальным законом распределения отсчетов фазовых шумов. В этом случае вероятность ошибки $P_6 = 10^{-5}$ достигается при максимальном значении $\frac{E_6}{N_0} = 14.7 \text{ дБ}$, энергетические потери D по отношению к кривой 1 не превышают 1.5 дБ. Отличия энергетических потерь при применении рассматриваемых моделей фазовых шумов не превышают 0.5 дБ.

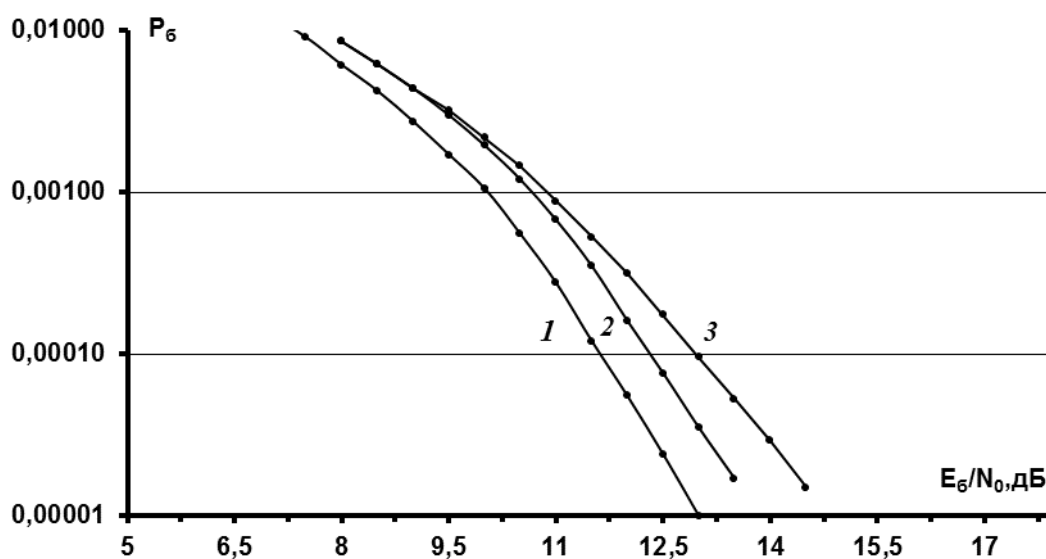


Рис. 5. Вероятностные кривые для ФМ-8 сигналов: 1 – АБГШ; 2 – АБГШ и наличие фазовых шумов с мощностью $\sigma_\varphi^2 = 0.01 \text{ рад}^2$ (равномерный закон распределения); 3 – АБГШ и наличие фазовых шумов с мощностью $\sigma_\varphi^2 = 0.0033 \text{ рад}^2$ (нормальный закон распределения)

В таблице 1 и таблице 2 приведены полученные оценочные значения энергетических потерь D и D_t для параметров модели фазовых шумов $\sigma_\varphi^2 = 0.01$ рад² и $\sigma_\varphi^2 = 0.0033$ рад² с равномерным и с нормальным законом распределения (значение вероятности ошибки $P_6 = 10^{-5}$). Видно, что сигналы ФМ-8 наиболее подвержены искажающему влиянию фазового шума. Сигналы ФМ-2, ФМ-4 и АФМ-8 обеспечивают наибольшую помехоустойчивость при наличии фазовых шумов – энергетические потери D не превышают 0.25 дБ.

Следует также отметить достаточно приближенные оценки энергетических потерь D_t , полученных с использованием (4) для рассматриваемого ряда сигналов, по отношению к результатам моделирования.

Таблица 1. Значения энергетических потерь D , D_t ($P_6 = 10^{-5}$), модель фазовых шумов с равномерным законом плотности распределения

Тип сигналов	$\sigma_\varphi^2 = 0.01$ рад ²		$\sigma_\varphi^2 = 0.0033$ рад ²	
	D , дБ	D_t , дБ	D , дБ	D_t , дБ
ФМ-2	<0.1	1.1	<0.1	0.4
ФМ-4	0.25	2.0	<0.1	0.7
ФМ-8	3.0	5.1	0.5	2.4
АФМ-8	<0.1	8.1	<0.1	4.5

Таблица 2. Значения энергетических потерь D , D_t ($P_6 = 10^{-5}$), модель фазовых шумов с нормальным законом плотности распределения

Тип сигналов	$\sigma_\varphi^2 = 0.01$ рад ²		$\sigma_\varphi^2 = 0.0033$ рад ²	
	D , дБ	D_t , дБ	D , дБ	D_t , дБ
ФМ-2	<0.1	1.1	<0.1	0.4
ФМ-4	0.25	2.0	<0.1	0.7
ФМ-8	–*	5.1	1.5	2.4
АФМ-8	<0.1	8.1	<0.1	4.5

* – не достигается вероятность ошибки $P_6 = 10^{-5}$.

Заключение

Приведены результаты исследований искажающего влияния фазовых шумов за счет кратковременной нестабильности тактовых генераторов в составе модуляторов ряда цифровых сигналов на вероятностные характеристики при их приеме. Исследование выполнено для ряда интенсивно используемых в приложениях цифровых сигналов ФМ-2, ФМ-4, ФМ-8 и АФМ-8 и для двух моделей фазовых шумов с параметрами их мощности $\sigma_{\varphi}^2 = 0.01 \text{ рад}^2$ и $\sigma_{\varphi}^2 = 0.0033 \text{ рад}^2$ с равномерным и нормальным законами плотности распределения значений фаз.

Модель фазовых шумов с нормальным законом распределения представляется более приемлемой для приложений вследствие нормализации при суммировании в блоке демодулятора цифровых сигналов. При этом значения энергетических потерь, вычисленных при использовании модели с равномерным законом плотности распределения, можно рассматривать как их нижнюю границу.

Приведены численные оценки энергетических потерь, полученные путем теоретического вычисления и компьютерного моделирования алгоритма приема цифровых сигналов при использовании рассматриваемых моделей фазовых шумов по отношению к АБГШ каналу. Энергетические потери, вычисленные с использованием аналитического соотношения для данных сигналов, представляют достаточно приближенные оценки по отношению к результатам моделирования.

Показано также, что для ФМ-2 и АФМ-8 сигналов при наличии фазовых шумов с задаваемыми мощностями и законами плотности распределения вероятности ошибки P_6 практически эквивалентны теоретическим значениям P_6 для АБГШ канала – энергетические потери практически отсутствуют.

Сигналы ФМ-8 наиболее подвержены искажающему влиянию фазового шума – для параметра $\sigma_{\varphi}^2 = 0.0033 \text{ рад}^2$ энергетические потери достигают 1.5 дБ.

Снижение значений энергетических потерь обеспечивается путем использования тактовых генераторов с понижением мощности фазовых шумов по отношению к рассмотренным мощностям σ_{φ}^2 .

Основные результаты работы доложены на VIII Всероссийской Микроволновой конференции (Москва, 23-25 ноября, 2022 г.).

Литература

1. Скляр Б. *Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Второе издание*. Москва, Издательский дом «Вильямс». 2003. 1104 с.
2. Meyr M., Moeneclaey M., Fechtel S.A. *Digital communication Receivers*. New York, Wiley-Interscience Publication, John Wiley and Sons, Inc. 1998. 827p.
3. Armada A.G. Understanding the Effects of Phase Noise in Orthogonal Frequency Division Multiplexing. *IEEE Transactions on Broadcasting*. 2001. V.47. №1. P.153-159. <https://doi.org/10.1109/11.948268>

Для цитирования:

Кулиев М.В., Назаров Л.Е. Исследование влияния фазовых шумов модуляторов цифровых сигналов на вероятностные характеристики при их приеме. *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*. 2023. №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.2.12>