

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.2.4>

УДК: УДК 621.396.67

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АСИМПТОТИЧЕСКОГО СООТВЕТСТВИЯ ДВУМЕРНЫХ И ТРЕХМЕРНЫХ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ АНТЕННОЙ ТЕХНИКИ

Али Али¹, М.Г. Вахитов², Д.С. Клыгач², А.Б. Хашимов²

¹ Университет Дамаска, Дамаск, Сирия, п/я 30621

² Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)
454080, Россия, Челябинск, пр. Ленина, 76

Статья поступила в редакцию 9 января 2023 г.

Аннотация. Проведена серия вычислительных экспериментов с разработанными математическими моделями двумерных и трехмерных антенных систем. Для таких задач получены критерии для практического использования асимптотического соответствия, которое приводит к повышению эффективности математического моделирования. Разработаны математические модели с использованием интегральных уравнений для оценки взаимодействия антенных систем с близкорасположенными рассеивающими препятствиями. Предложены эффективные численные методы решения систем интегральных уравнений для случая E-поляризации. Разработан комбинированный метод построения математической модели излучателя Вивальди для перехода к двумерным задачам в виде системы излучающих нитевидных токов, основанный на анализе результатов экспериментальных исследований трехмерного макета излучателя. Приведены результаты исследования динамических диаграмм направленности цилиндрической фазированной антенной решетки с излучателями Вивальди. Показано, что в рамках заданных ограничений

формализованная двумерная математическая модель показывает высокую эффективность результатов вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: математическое моделирование, динамическая диаграмма направленности, интегральные уравнения, синтез эквивалентного излучателя Вивальди, дискретные фазовые распределения, асимптотическое соответствие.

Автор для переписки: Вахитов Максим Григорьевич, max_v_333@mail.ru

Введение

В ряде практических задач антенной техники применение асимптотического соответствия трехмерных (3D) и двумерных (2D) задач прикладной электродинамики [1,2] приводит к значительному повышению эффективности математического моделирования влияния объекта установки и близкорасположенных рассеивающих объектов (РО) на диаграмму направленности (ДН) и согласование антенной системы (АС). В первую очередь, это относится к АС в виде антенной решетки вибраторных излучателей вертикальной поляризации, расположенных над протяженными мачтами, башнями, надстройками, а также щелевых излучателей горизонтальной поляризации, прорезанных в протяженных металлических экранах (поляризация относительно оси протяженных объектов, в том числе подвижных). Основное положение такого асимптотического соответствия: исследование поля излучения АС соответствующей поляризации 3D задачи в плоскости, перпендикулярной оси протяженных объектов (металлических, однородных и неоднородных диэлектрических, импедансных) может быть сведено к исследованию значительно более простой в вычислительном плане 2D задачи с осевой симметрией, в которой реальные линейные излучатели заменяются бесконечно протяженными нитями электрических (эквивалентных магнитных) токов, амплитудно-фазовое распределение (АФР) совпадает с реальным АФР возбуждения 3D излучателей. Все рассеивающие объекты (РО) принимаются бесконечно протяженными цилиндрами, поперечное сечение и электродинамические параметры среды заполнения (абсолютная электрическая

и магнитная проницаемости ε_a, μ_a , удельная проводимость σ) совпадают с аналогичными характеристиками 3D РО в плоскости расположения излучателей АС.

1. Постановка задачи

Для практического применения асимптотического соответствия необходима проверка выполнения двух критериев: первый – длины протяженных РО для 3D задачи должны быть не менее некоторых критических размеров, для которых поле рассеяния в плоскости, перпендикулярной оси РО, меняется незначительно при увеличении их длин. То есть, с точки зрения практического применения, это эквивалентно определению значащей области РО, в наибольшей степени определяющей поле рассеяния для возбуждающего поля АС; второй критерий – адекватность перехода от размеров поперечного сечения 3D излучателей к нитевидным излучателям 2D задачи.

Тогда переход от 3D к 2D задачам позволяет получить следующие результаты:

- расширение круга исследуемых задач проектирования АС с учетом влияния близкорасположенных РО, так как дискретизация математических моделей (ММ) 2D электродинамических задач приводит к значительному уменьшению размерности ММ и необходимых компьютерных ресурсов для моделирования;

- уменьшение времени исследования ММ может приводить к оперативному управлению АФР излучателей АС в режиме реального времени;

- возможность коррекции заданного АФР излучателей АС для компенсации влияния дополнительных РО, устанавливаемых в рабочей зоне действующей АС, особенно в угловых областях, представляющих наиболее важный практический интерес, например, обеспечение стабильных позиций азимутальных направлений автоматических пеленгаторных станций.

Для формулировки первого критерия проведем следующий вычислительный эксперимент. Для 3D задачи введем РО в виде идеально

проводящего цилиндра конечной длины L , расположенного симметрично относительно системы координат $[x, y, z]$, поперечное сечение – круг радиуса a (рис. 1).

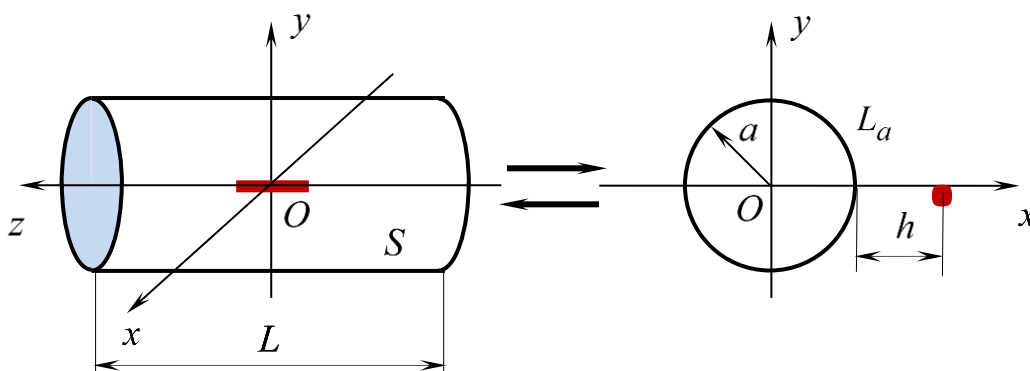


Рис. 1. Проверка асимптотического соответствия 3D и 2D задач

В качестве АС выберем полуволновый электрический вибратор, параллельный оси z на расстоянии h от поверхности цилиндра, координаты центра АС $[h; h; 0]$. Для определения поля рассеяния используем интегральное уравнение (ИУ) II рода, определяющего распределения поверхностных электрических токов \mathbf{j}_s на всей идеально проводящей поверхности цилиндра, включая торцы [3]:

$$\mathbf{j}_s(p) - \frac{1}{2\pi} \mathbf{n}_p \times \int_S \mathbf{j}_s(q) \times \text{grad}_q \varphi(r_{pq}) ds_q = 2\mathbf{n}_p \times \mathbf{H}_i(p); p, q \in S, \quad (1)$$

где \mathbf{n}_p – вектор единичной нормали в точке $p \in S$; $\varphi(r_{pq}) = \exp(-ikr_{pq})/r_{pq}$; p, q – точки наблюдения источника (интегрирования), соответственно; $k = 2\pi/\lambda$; λ – длина волны электромагнитного поля в среде без потерь; $\mathbf{H}_i(p) = \mathbf{i}_x H_{ix}(p) + \mathbf{i}_y H_{iy}(p)$ – вектор напряженности магнитного поля вибратора, который определяется из решения ИУ Поклингтона [4]:

$$\int_{-l_d/2}^{l_d/2} I_z(z_q) \left[\frac{1 + ikr_{pq}}{r_{pq}^2} \right] \varphi(r_{pq}) dz_q = -E_d^i(0) \frac{2\pi ik}{Z_c}; p, q \in l_d, \quad (2)$$

где $l_d = \lambda/2$ – длина вибратора; I_z – распределение тока по оси вибратора;

$r_{pq} = \sqrt{(z_p - z_q)^2 + a_d^2}$; a_d – радиус реального излучателя, обязательно

присутствующий в определении асимптотического соответствия нитевидному излучателю; $E_d^i(0)$ – напряженность электрического поля в зазоре вибратора, в тонкопроволочном приближении равна постоянной величине, именно эта величина служит для определения АФР возбуждения исследуемых АС; $Z_c = 120\pi$, Ом – волновое сопротивление среды.

Тогда

$$\begin{aligned} H_{ix}(p) &= - \int_{-l_d/2}^{l_d/2} (y_p - y_q) I(z_q) B(r_{pq}) dz_q; \\ H_{iy}(p) &= \int_{-l_d/2}^{l_d/2} (x_p - x_q) I(z_q) B(r_{pq}) dz_q; \quad B(r_{pq}) = \frac{1}{4\pi} \frac{1 + ikr_{pq}}{r_{pq}^2} \Phi(r_{pq}). \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя (3) в ИУ (1), можно определить ДН вибратора над цилиндром в плоскости xOy . Для решения ИУ (2) и (1) используется частный случай метода моментов – метод коллокаций [5], для повышения устойчивости численного решения применяются квадратурные формулы повышенной точности Гаусса-Лежандра. Кроме того, для решения гиперсингулярного ИУ (2) необходима специальная процедура интерполяции ядра уравнения в окрестности точки особенности $r_{pq} = 0$ [4]. ДН вибратора определим для произвольной точки наблюдения в плоскости xOy ($\theta = \pi/2$). Это обусловлено наиболее простым представлением поля излучения, хотя для определения поля излучения при произвольном угле θ принципиальных ограничений нет. Для таких углов необходимо использовать распределения токов нитевидных излучателей с линейным фазовым распределением, когда фронт волны перпендикулярен направлению θ . Тогда ДН определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 F_{\theta}(p) &= |E_{\theta}(p)|/E_{\theta\max}; \quad E_{\theta}(p) = E_{\theta_s}(p) + E_{\theta_d}(p); \\
 E_{\theta_s}(p) &= -\frac{Z_c}{4\pi ik} \int_S [j_x(q)K_x(p,q) + j_y(q)K_y(p,q) + j_z(q)K_z(p,q)] \varphi(r_{pq}) ds_q; \\
 K_x(p,q) &= z_q(x_p - x_q)F(r_{pq}); \quad K_y(p,q) = z_q(y_p - y_q)F(r_{pq}); \\
 K_z(p,q) &= P(r_{pq}) + z_q^2 F(r_{pq}); \quad P(r_{pq}) = (-1 - ikr_{pq} + k^2 r_{pq}^2)/r_{pq}^2; \\
 F(r_{pq}) &= (3 + 3ikr_{pq} - k^2 r_{pq}^2)/r_{pq}^4; \quad q \in S; \\
 E_{\theta_d}(p) &= \frac{ikZ_c}{4\pi} \int_{-l_d/2}^{l_d/2} I(z_q) \varphi(r_{pq}) dz_q; \quad q \in l_d.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Эквивалентная двумерная скалярная задача (рис. 1) формулируется как задача возбуждения бесконечного идеально проводящего кругового цилиндра нитью электрического синфазного тока с плотностью

$$j_z = I_z^e \frac{1}{h} \delta(\rho - h) \delta(\varphi - \varphi_0), \tag{5}$$

где $h, \varphi_0 = 0$ – цилиндрические координаты расположения нити тока. Выражения для продольных составляющих векторных потенциалов электромагнитных полей возбуждения и рассеяния с учетом граничных условий на поверхности цилиндра приводят к интегральному уравнению Фредгольма I рода [2]:

$$\int_L j_z^s(q) H_0^{(2)}(kr_{pq}) dl_q = -I_z^e H_0^{(2)}(kr_p); \quad p, q \in L, \tag{6}$$

где j_z^s – распределение плотности поверхностного тока, определяющего поле рассеяния; L – контур интегрирования (окружность).

Используя численные методы решения (1.45), можно определить ДН полного поля в произвольной точке наблюдения p [3]:

$$E_z(p) = \frac{\omega\mu_a}{4} \left[I_z^e H_0^{(2)}(kr_p) + \int_L j_z^s(q) H_0^{(2)}(kr_{pq}) dl_q \right]; \quad q \in L, p \in \Phi. \tag{7}$$

В качестве примера, рассмотрим результаты исследования предложенной ММ для следующих значений: $h = 0,24\lambda$; $a = 0,71\lambda$ – один из типичных размеров для известных вариантов радиодальномерных маяков. Длина РО меняется от

$L = 0,62\lambda$ до $L = 3,12\lambda$. Сравнение приведенных результатов вычислительных экспериментов показывает, что для длины цилиндрического РО, более чем 3λ , наблюдается асимптотическое соответствие решений 3D и 2D задач, достаточное для практических приложений. Кроме того, необходимо также учитывать сглаживающий характер интегральных операторов определения поля излучения, то есть степень соответствия будет еще выше при определении ДН системы вибраторных излучателей над РО с учетом их взаимного влияния. На рис. 2 приведены результаты сравнения численного решения 2D задач для различных длин цилиндрического РО.

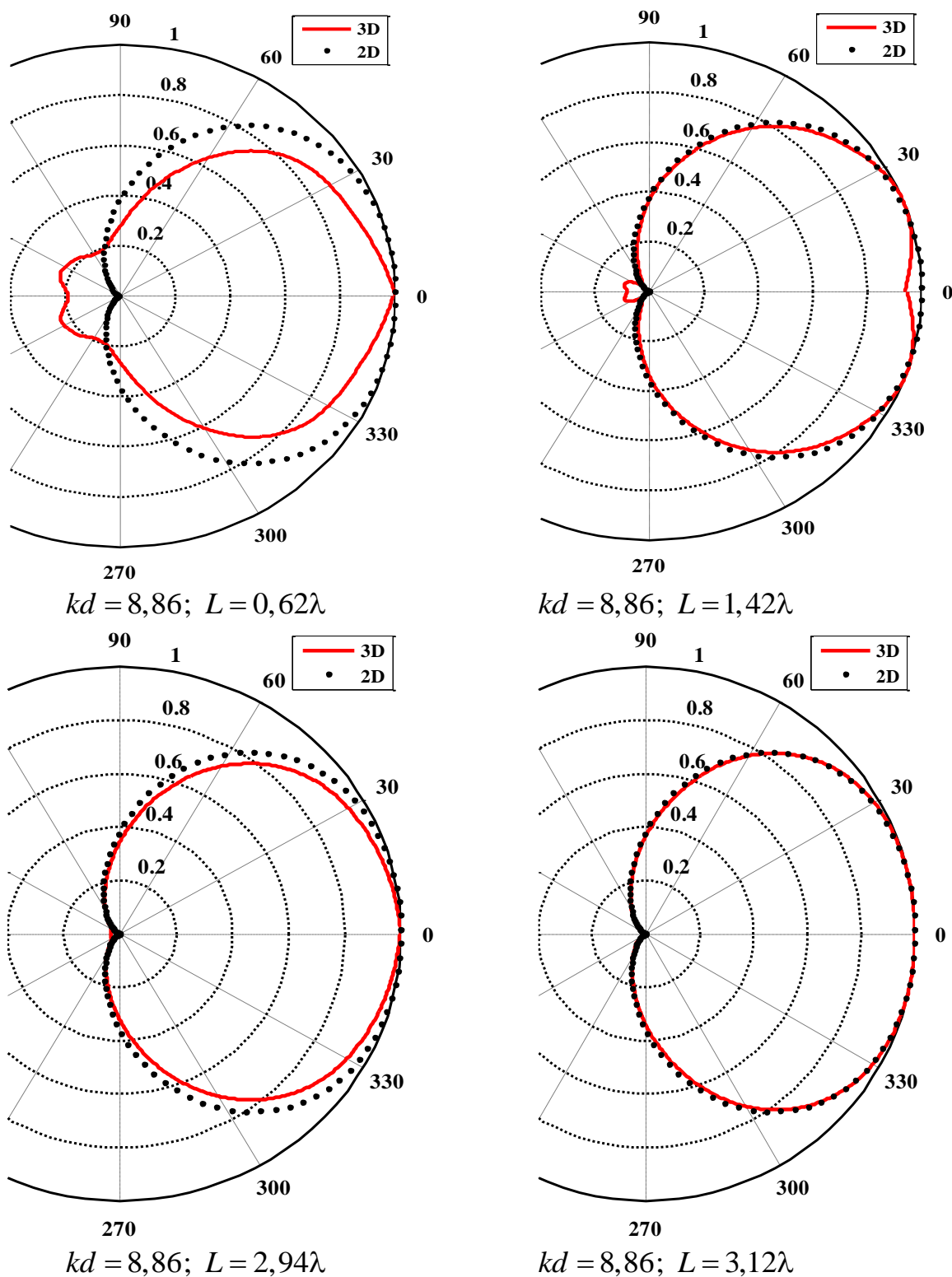


Рис. 2. Сравнение ДН излучателей с 2D и 3D PO

Серия вычислительных экспериментов для других размеров диаметров цилиндрического PO подтверждает правомерность асимптотического соответствия при выполнении условия для длины PO $L > 3\lambda$. Это условие выполняется в большинстве практических конструкций АС

телерадиовещательных, инфокоммуникационных, радиорелейных станций, радионавигационных систем.

Второй критерий – адекватная трансформация в плоскости поперечного сечения размеров 3D излучателей к точечным 2D излучателям. Проектируемые АС могут иметь в своем составе большое количество излучателей. Например, для цилиндрического азимутально-дальномерного маяка число вибраторных излучателей вертикальной поляризации равно $N = 300$. В связи с этим, численное исследование ММ требует значительных компьютерных ресурсов, так как на каждом круговом контуре $L_n, n = \overline{1:N}$, образованном поперечным сечением n -го вибратора, необходимо ввести узлы дискретизации, число которых определяется соотношением периметра контура L_n к длине волны λ . Тонкопроволочное приближение позволяет провести трансформацию распределения поверхностных токов на контурах излучателей $j_n^e(q)$ к линейным нитям электрического тока $I_n^e, n = \overline{1:N}$, поле излучения которых эквивалентно полю излучения системы токов $j_n^e(q)$. Основная проблема численного решения ИУ (6) для нитевидных излучателей заключается в невозможности вычисления функции ядра ИУ при совпадении точек наблюдения и интегрирования p, q . Для устранения этой сингулярности проведем вычислительный эксперимент, в котором критерием сравнения результатов вводится поле излучения линейной ФАР над плоским идеально проводящим экраном конечной толщины d_r . Излучатели ФАР – цилиндры, контуры L_i которых представляют одинаковые окружности радиуса a . Для таких контуров число узлов дискретизации N_a определяет интервал $\Delta l_a = 2\pi a/N_a$. Асимптотическое поведение функции Ганкеля для малого аргумента приведено в [4]:

$$H_0^{(2)}(kr) \Big|_{kr \ll 1} \approx 1 - i \frac{2}{\pi} \left[\ln \left(\frac{\gamma_e k \Delta l_a}{4e} \right) \right]; \gamma_e = e^c; c = 0,577215664901532\dots, \quad (8)$$

где e – основание натурального логарифма; c – константа Эйлера. Введем систему ИУ, численное решение которой позволяет определить поле излучения для произвольного множества заданных точек наблюдения:

$$\sum_{n=1}^N \int_{L_i} j_{in}(q) H_0^{(2)}(kr_{pnq}) dl_q + \int_{L_r} j_r(q) H_0^{(2)}(kr_{pnq}) dl_q = \frac{4}{kZ_c} E_{in}(p_n); n = \overline{1:N};$$

$$\sum_{n=1}^N \int_{L_i} j_{in}(q) H_0^{(2)}(kr_{pq}) dl_q + \int_{L_r} j_r(q) H_0^{(2)}(kr_{pq}) dl_q = 0; p \in L_r,$$
(9)

где в первом уравнении системы точка наблюдения последовательно размещается на всех излучателях АС; L_r – контур рефлектора.

На втором этапе излучатели АС представляются в виде нитей электрического тока. Для детального рассмотрения случая совпадения точек наблюдения и источника на нити введем некоторый эквивалентный радиус a_i окружности, охватывающей нить тока, для которой можно ввести вспомогательный интервал Δl_i , подставляя который в выражение (8), можно выделить сингулярность для нити тока. При этом система ИУ (9) трансформируется в систему сумматорно-интегральных уравнений значительно меньшей размерности. Используя аналогичный численный метод решения этой системы, вычисляем поле излучения на том же множестве точек. Далее вводится функционал разности двух полей излучения по среднеквадратичному критерию, минимизация которого с помощью программного комплекса *fminunc* позволяет определить оптимальный размер $\Delta l_i = c_i \cdot 2\pi a$; $c_i = 0,87413$, где a – радиус реального цилиндрического излучателя. Такой переход к нитям токов позволяет получить относительное отличие двух сравниваемых полей излучения по заданному критерию не более 10^{-3} .

Рассмотрим построение и исследование ММ цилиндрической антенной решетки, излучателями которой являются печатные антенны Вивальди вертикальной поляризации [5]. Эти антенны получили широкое применение в широкополосных фазированных антенных решетках (ФАР) как компактные, надежные излучатели с хорошим согласованием в широкой полосе частот,

технология изготовления которых совместима с технологией планарных печатных плат. Цилиндрические ФАР часто используют в качестве азимутально-дальномерных радиомаяков для обеспечения стабильной сетки заданных азимутальных направлений. Введем следующие исходные данные для моделирования:

- диапазон частот 870...1040 МГц;
- диаметр несущего идеально проводящего цилиндра $12,2\lambda_{\text{ср}}$, высота $5,2\lambda_{\text{ср}}$;
- общее число излучателей 64, число одновременно работающих излучателей дуговой антенной решетки (ДАР) 16;
- равномерный угловой шаг расположения излучателей по кольцу $5,625^\circ$.

Для формирования заданной ДН ДАР используются четырехрядные фазовращатели (ФВР), младший разряд фазирования $22,5^\circ$ на центральной частоте. Для ДАР ДН сканирование ступенчатое, шаг азимутальной сетки $0,25^\circ$, число азимутальных направлений 45. Общая программа сканирования является циклической, так как высокочастотный коммутатор подключает следующую ДАР, отстоящую на один излучатель, затем цикл повторяется.

Формирование каждой ДН в цикле производится диаграммо-образующей схемой, последовательно коммутирующей соответствующие фазовые распределения (ФР) на входах излучателей ДАР, амплитудное распределение возбуждения постоянное, ступенчатое. Каждое ФР синтезировано для определенного азимутального направления, но применение дискретного ФР может приводить к некоторым ошибкам позиционирования. Кроме того, такие ФР приводят к асимметрии ДН в цикле сканирования. Следовательно, для наблюдателя, находящегося в фиксированной позиции, поле излучения, сканирующей ФАР, представляет собой динамическую ДН (ДДН) [5,6]. Особенностью ДДН является нерегулярная форма, вызванная дискретными ФР и нестабильностью ДН излучателей в полосе частот вследствие построения дискретных ФВР на отрезках линий и коммутируемых диодах. Поэтому к стабильности ДН излучателей предъявляются повышенные требования, которым

отвечают излучатели Вивальди. При этом, широко используемые вибраторные излучатели в полосе частот часто приводят к неравномерности коэффициента усиления ФАР.

Принципы формирования и особенности ДДН подробно рассмотрены в работах [5,6,7], поэтому в дальнейшем исследуются ДДН для ФАР с излучателями Вивальди. Методы проектирование таких излучателей приведены в [8,9], используя которые изготовлен лабораторный макет излучателя, материал подложки Rogers RO4003.

Для построения ММ цилиндрической ФАР с использованием асимптотического приближения поля излучения необходимо использование излучателей ФАР в виде нитей электрических токов с заданным АФР. Следовательно, разработанный излучатель Вивальди для использования в ММ должен быть представлен в виде эквивалентного излучателя системы нитей электрического тока, ДН которого должна максимально соответствовать ДН излучателя Вивальди в горизонтальной плоскости. Рассмотрим один из возможных методов синтеза таких излучателей, используя экспериментальные результаты измерений амплитудной ДН излучателя Вивальди. Такие задачи в антенной технике относятся к нелинейным некорректным задачам, для решения которых разработаны специальные методы [10,11]. Для измерения ДН на разных частотах использован лабораторный стенд, в котором излучатель Вивальди установлен на стойке диаметром 32 мм. Следовательно, измеряется не собственная амплитудная ДН излучателя, а ДН с учетом влияния стойки. В этом случае, для заданного частотного диапазона влияние стойки оказывает существенное влияние на результаты измерений. В строгой электродинамической постановке задача синтеза АФР и расположения эквивалентного излучателя в виде нитей электрических токов может быть представлена следующим образом:

$$\int_0^{2\pi} \left| \int_{L_v} j_v(q) H_0^{(2)}(kr_{pq}) dl_q + \sum_{m=1}^M \left[I_m H_0^{(2)}(kr_{pm}) \right] \right|^2 - F_{\text{exp}}(\varphi) \Big| d\varphi \rightarrow \min, \quad (10)$$

где j_ν, L_ν – АФР поверхностного тока и контур цилиндра стойки, соответственно; I_m – АФР токов нитей эквивалентного излучателя; M – число нитей; $F_{\text{exp}}(\varphi)$ – измеренная амплитудная ДН; точка наблюдения $p \in [0, 2\pi]$ соответствует условиям экспериментов; расстояния от нитей до точки наблюдения p определяются как $r_{pm} = \sqrt{(x_p - x_{pm})^2 + (y_p - y_{pm})^2}$; x_{pm}, y_{pm} – координаты нитей. При этом необходимо учитывать, что все переменные и функции в (10) должны удовлетворять ИУ

$$\int_{L_\nu} j_\nu(q) H_0^{(2)}(kr_{pq}) dl_q = - \sum_{m=1}^M \left[I_m H_0^{(2)}(kr_{pm}) \right]. \quad (11)$$

Серия вычислительных экспериментов показала, что наиболее простые и приемлемые по точности результаты синтеза, могут быть получены уже для двух нитевидных излучателя. На рис. 3 приведены ДН синтезированного излучателя и экспериментальной ДН для следующих значений АФР токов: $I_1 = 1 \cdot \exp(-i0,4363)$; $I_2 = 0,35 \cdot \exp(i1,6581)$, координаты нитей: $x_{p1} = x_{p2} = 0$; $y_{p1} = 0,4\lambda$; $y_{p2} = 0,3\lambda$ относительно поверхности цилиндра ФАР, частота 937 МГц. Сравнение ДН, полученной в результате измерений, и синтезированной ДН эквивалентного 2D излучателя, показывает высокую степень соответствия в направлении максимума излучения. Следовательно, в направлении максимума ДН ФАР такое соответствии приведет к достаточной достоверности результатов для реального излучателя и ММ эквивалентного излучателя. Так как по условиям экспериментов измерение фазовой ДН не проводилось, то фазовая ДН эквивалентного излучателя может служить оценкой фазовой ДН реального излучателя, так его относительные размеры принципиально не могут приводить к быстро меняющимся значениям в секторе азимутальных углов.

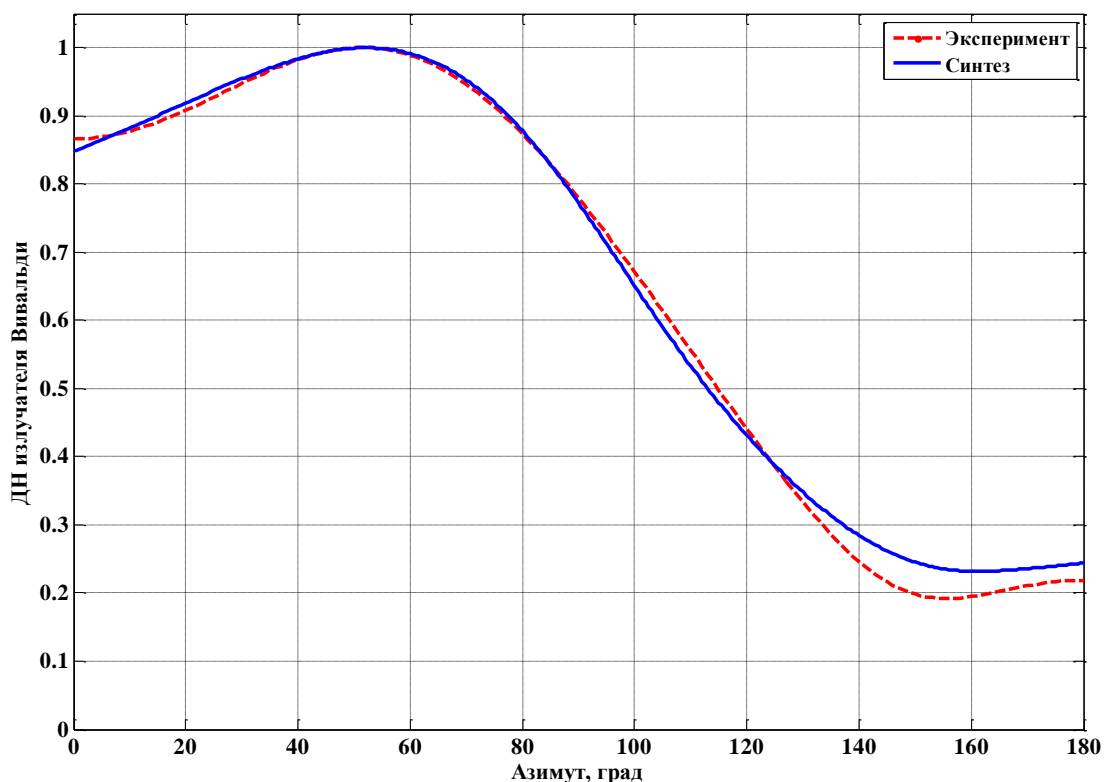


Рис. 3. Сравнение ДН реального и эквивалентного излучателей Вивальди

Использование в составе ММ цилиндрической ФАР синтезированного эквивалентного излучателя Вивальди позволяет получить широкий перечень практических результатов: ДДН в диапазоне частот для различных направлений азимута бортовой антенны; оценка нестабильности генерируемой сетки азимутальных направлений ДДН в диапазоне частот; влияние случайных искажений АФР (нестабильность сетки частот задающего генератора) на точность установки заданного направления азимута; возможность моделирования различных отказов в ФАР (дискретных ФВР, излучателей).

На рисунках 4, 5, 6 приведены ДДН для различных частот и направлений азимутов измерения ДДН, то есть направлений бортовых антенн.

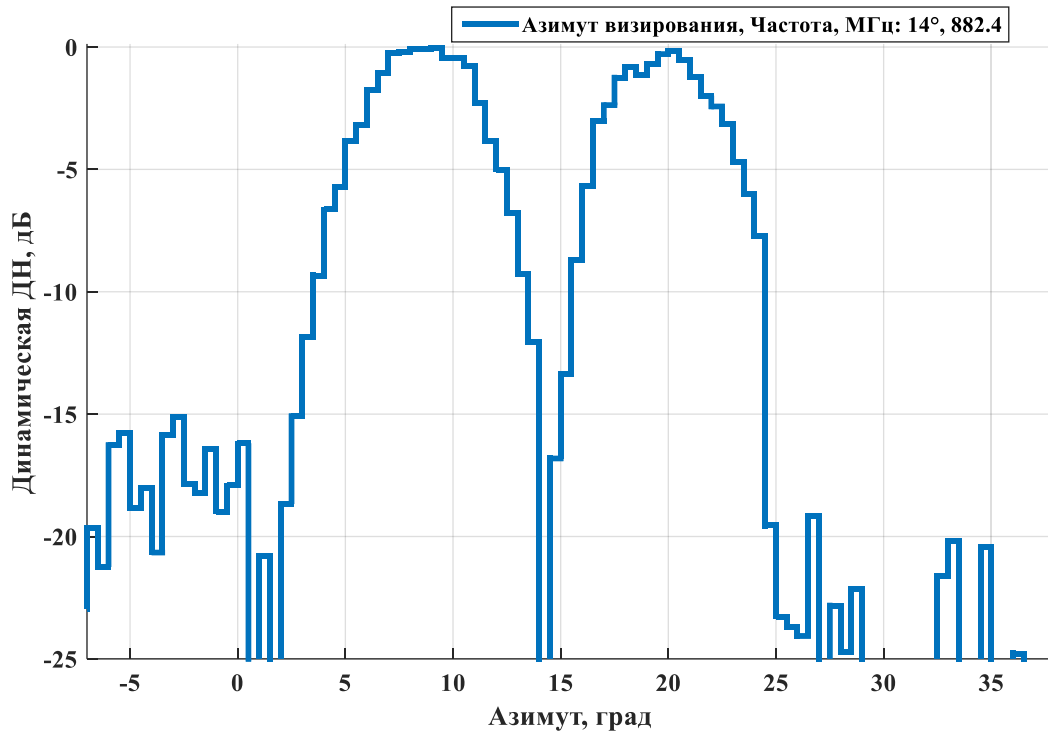


Рис. 4. ДДН для направления измерения 14°, частота 882,4 МГц

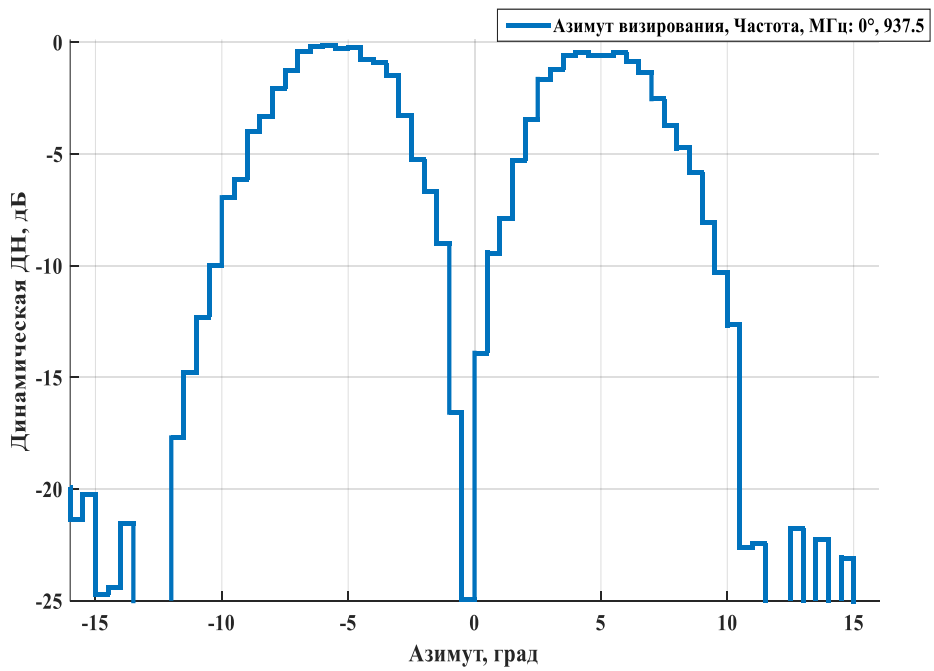


Рис. 5. ДДН для направления измерения 0°, частота 937,5 МГц

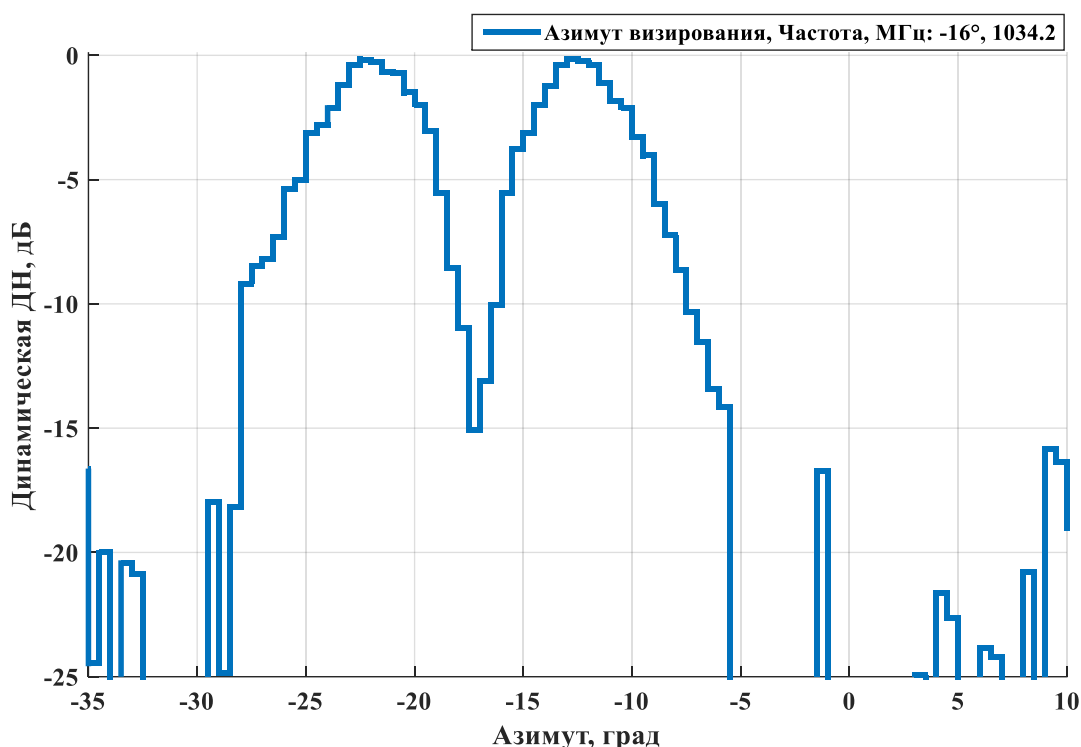


Рис. 6. ДДН для направления измерения -16° , частота 1032,4 МГц

Для оценки эффективности применения асимптотического соответствия 2D и 3D ММ ряд вычислительных экспериментов для тестовых задач показал, что применение типовых компьютерных ресурсов для 2D задач размерность глобальной матрицы ММ составляет порядка 120×120 элементов, время расчетов порядка 0,38 с. В то же время, для аналогичной 3D ММ размерность глобальной матрицы порядка 4880×4880 элементов, время вычислений не менее 520 с, то есть приблизительно в 1350 больше. Сравнение результатов моделирования показано на рис. 2. Переход к практической ММ цилиндрической ФАР с учетом реальных размеров для заданного частотного диапазона для 2D ММ приводит к размерности глобальной матрицы не более 700×700 элементов, при этом общее время вычислений не превышает 9 с. Для аналогичной 3D ММ размерность глобальной матрицы составляет порядка 100500×100500 элементов, что требует использования суперкомпьютерного моделирования. Здесь оценка эффективности значительно усложняется трудностью сравнения быстродействия вычислительных средств, но ряд полученных результатов показывает, что время вычислений для доступного суперкомпьютерного кластера не менее 98 с. При этом совпадение полученных результатов не

уступает приведенным примерам. Кроме того, важно подчеркнуть, что 2D ММ может генерировать результаты только для заданных ограничений – расчет поля излучения только в одной плоскости, перпендикулярной оси ФАР, тогда как для 3D таких ограничений нет.

Заключение

Таким образом, в рамках заданных ограничений формализованная 2D ММ показывает высокую эффективность и достоверность результатов вычислительных экспериментов.

Литература

1. Хансен Р.С. *Фазированные антенные решетки*. 2-е изд. Москва, Техносфера. 2012. 560 с.
2. Грибанов А.Н., Гаврилова С.Е., Дорофеев А.Е., Мосейчук Г.Ф., Алексеев О.С. Метод измерения динамических диаграмм направленности пассивных и активных фазированных антенных решеток. *Вестник Концерна ВКО «Алмаз- Антей»*. 2016. №4. С.32-40. <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2016-4-32-40>.
3. Гаврилова С.Е., Грибанов А.Н., Мосейчук Г.Ф., Синани А.И. Особенности реконструкции возбуждения в раскрыве плоской многоэлементной фазированной антенной решетки с использованием динамических диаграмм направленности. *Вестник Концерна ВКО «Алмаз-Антей»*. 2017. №4. С.32-39. <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2017-4-32-39>
4. Грибанов А.Н., Гаврилова С.Е., Мосейчук Г.Ф., Алексеев О.С., Дорофеев А.Е. Метод измерения динамических диаграмм направленности для диагностики неисправности ФАР и АФАР. В сб. *Антенны и радары с электронным управлением лучом*. Под ред. А.И. Синани, Г.В. Кауфмана. Москва, Радиотехника. 2016. С.129-134.
5. Клыгач Д.С., Вахитов М.Г., Хашимов А.Б. Особенности динамических диаграмм направленности цилиндрических фазированных антенных

- решеток. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2020. №3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.3.12>.
6. Khashimov A.B., Klygach D.S., Vakhitov M.G. Dynamic patterns technique for circular phased array diagnostics. *Proceedings of the 2019 21st International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications*. 2019. № 8879410. P.1372-1376. <https://doi.org/10.1109/ICEAA.2019.887941>.
 7. Voitovich N.I., Khashimov A.B. On the Correspondence of Asymptotic Solutions to 2D and 3D Problems in Antenna Engineering. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2010. V.55. №12. P.1374-1379. <https://doi.org/10.1134/S1064226910120077>.
 8. Григорьев А.Д. *Методы вычислительной электродинамики*. Москва, Физматлит. 2013. 432 с.
 9. Дмитриев В.И., Захаров Е.В. *Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики*. Москва, Изд. Московского университета. 1987. 167 с.
 10. Optimization Toolbox [web]. *Mathworks*. Дата обращения 16.01.2023. URL:www.mathworks.com/.
 11. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. *Численные методы решения обратных задач математической физики*. Москва, Издательство ЛКИ. 2015. 480 с.

Для цитирования:

Али Али, Вахитов М.Г., Клыгач Д.С., Хашимов А.Б. Оценка эффективности асимптотического соответствия двумерных и трехмерных прикладных задач антенной техники. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2023. №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.2.4>