DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.2.5
УДК: 537.876.22

О ВЛИЯНИИ ДИСПЕРСИИ ПОГЛОЩЕНИЯ НА ВРЕМЕННУЮ ЗАВИСИМОСТЬ ГОЛОНОМНОГО УЗКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА ВДАЛИ ОТ ТОЧКИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Н.С. Бухман, А.В. Куликова

**Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, д.244**

Статья поступила в редакцию 16 января 2023 г.

Аннотация. Хорошо известно, что при распространении узкополосного сигнала в любой среде при достаточной протяженности трассы неизбежно начинается деформация амплитудно-частотного спектра сигнала из-за дисперсии коэффициента поглощения среды, то есть из-за зависимости коэффициента поглощения от частоты. Поэтому временная зависимость сигнала «на бесконечности» существенно зависит не только от дисперсии вещественного показателя преломления, но и от дисперсии поглощения. В данной работе рассмотрено искажение узкополосного голономного сигнала в однородной диспергирующей среде (на примере слабостолкновительной плазмы) с учетом дисперсии поглощения. Оказывается, что дисперсия поглощения по-разному проявляется для разных типов голономных сигналов – для голономных сигналов с ограниченным спектром (спектр которых тождественно равен нулю вне некоторого спектрального интервала) и для голономных сигналов с неограниченным спектром (спектр которых не обращается в ноль с ростом частоты). Показано, что для голономных сигналов с неограниченным стартовым спектром дисперсия поглощения с ростом протяженности трассы приводит к сдвигу частоты несущей в сторону меньшего поглощения и к нормализации интенсивности спектра – а, следовательно, и к нормализации временной зависимости сигнала, который на бесконечности становится гауссовым. При этом сигнал продолжает оставаться узкополосным. Для голономных сигналов с ограниченным спектром дисперсия поглощения приводит к сужению спектра, «прижимающегося» к границе исходного спектра сигнала. При этом, как и в случае сигналов с неограниченным спектром, тоже происходит «универсализация» временной зависимости сигнала, но теперь временная зависимость произвольного сигнала оказывается не гауссовой, а «лоренцевой».

Ключевые слова: дисперсия, поглощение, искажение, нормализация, узкополосный сигнал, распространение радиоволн, распространение электромагнитных волн.

Автор для переписки: Бухман Николай Сергеевич, nik3142@yandex.ru

Введение

Рассмотрим распространение сигнала $E(z,t)$ с частотой несущей ω_1 и комплексной огибающей $A(z,t)$ в однородной изотропной среде вдоль оси z. Предполагая, что сигнал является узкополосным (то есть ширина спектра сигнала мала в сравнении с частотой несущей ω_1 [1,2]), имеем:

$$E(z,t)=\int_{-\infty}^{+\infty} E_\omega(z,\omega)\exp(-i\omega t)d\omega, \qquad (1)$$

$$E_\omega(z,\omega)=(2\pi)^{-1}\int_{-\infty}^{+\infty} E(z,t)\exp(i\omega t)dt, \qquad (2)$$

$$E(z,t)=A(z,t)\exp(-i\omega_1 t)+A^*(z,t)\exp(i\omega_1 t), \qquad (3)$$

$$A(z,t)=\int_{-\infty}^{+\infty} A_\Omega(z,\Omega)\exp(-i\Omega t)d\Omega, \qquad (4)$$

$$A_\Omega(z,\Omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} A(z,t)\exp(i\Omega t)dt \quad , \tag{5}$$

$$E(z,\omega) = A(z,\omega-\omega_1) + \left(A(z,-(\omega+\omega_1))\right)^* , \tag{6}$$

здесь $E(z,t)$ и $E_\omega(z,\omega)$ – высокочастотный сигнал и его спектр, $A(z,t)$ и $A_\Omega(z,\Omega)$ – низкочастотная комплексная огибающая сигнала и ее спектр.

Обозначим спектр комплексной огибающей сигнала в начальной точке $z=0$ как $A_\Omega^{(0)}(\Omega) \equiv A_\Omega(0,\Omega).$ Тогда для огибающей сигнала в произвольной точке имеем:

$$A(z,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_\Omega^{(0)}(\Omega)\exp(ik(\omega_1+\Omega)z)\exp(-i\Omega t)d\Omega =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[A_\Omega^{(0)}(\Omega)\exp(-k_i(\omega_1+\Omega)z)\right]\exp\left[i\left(k_r(\omega_1+\Omega)z-\Omega t\right)\right]d\Omega, \tag{7}$$

где $k(\omega) = (\omega/c)n(\omega) = k_r(\omega) + ik_i(\omega)$ – комплексное волновое число для волны с частотой ω, $n(\omega)$ – показатель преломления среды (в общем случае комплексный).

В данной работе мы рассматриваем распространение узкополосного сигнала в слабо поглощающей среде, причем нас интересует его поведение достаточно далеко от точки старта ($z=0$), то есть при выполнении условия $z \to \infty$. Предположим, что выполнены следующие условия:

1) Поглощение на длине волны мало ($k_i << k_r$).
2) Сигнал является узкополосным не только «вообще» (то есть ширина спектра сигнала Ω_{sig} мала в сравнении с частотой несущей, $\Omega_{sig} << \omega_1$), но и «для данной среды» (в пределах спектра сигнала показатель преломления среды меняется мало, $\Omega_{sig} << \omega_{med}$, где

ω_{med} – расстояние по комплексной плоскости от частоты несущей до ближайшей особенности волнового числа на комплексной плоскости). Это последнее условие обычно выполняется для любых «узкополосных вообще» сигналов «само собой» – например, при распространении электромагнитной волны в плазме достаточно, чтобы ширина спектра сигнала была мала не только в сравнении с частотой несущей («узкополосность вообще»), но и в сравнении с отстройкой частоты несущей от плазменной частоты («узкополосность для данной среды»).

3) Сигнал не является шумоподобным [3] в точке старта, то есть его база (произведение длительности на ширину спектра) в точке старта порядка единицы.
4) Протяженность трассы z достаточно велика, то есть выполнено условие:

$$z >> z_2 = 2/(k_r''(\omega_1)\Omega_{sig}^2 . \tag{8}$$

В [2] эта область называется дальней зоной, но мы (после неоднократной критики) используем термин «асимптотическая зона», поскольку термин «дальняя зона» уже занят в теории антенн. Сразу отметим, что в асимптотической зоне длительность сигнала велика в сравнении с его стартовой длительностью; в результате база сигнала оказывается велика в сравнении с 1 и, формально, сигнал в асимптотической зоне оказывается шумоподобным.

В данной работе мы рассматриваем вопрос о том, что же происходит с узкополосным сигналом «в конце концов», при неограниченном увеличении протяженности трассы, поэтому нас интересует именно вопрос о поведении сигнала в асимптотической зоне.

В [4] показано, что при выполнении этих условий для интенсивности сигнала справедлива асимптотическая формула[1]

---

[1] Подчеркнем, что несмотря на то, что «генетически» формула (9) получена во втором приближении классической теории дисперсии [1], она оказывается справедлива на любом

$$I(z,t) = \frac{2\pi}{\left|k_r''((\omega_1)z\right|} I_\Omega\left(\frac{t_s(z)}{k_r''(\omega_1)z}, z\right). \tag{9}$$

В этой формуле $I(z,t) = \left|A(z,t)\right|^2$ – временная зависимость интенсивности сигнала в данной точке трассы z,

$$I_\Omega(\Omega, z) = I_\Omega^{(0)}(\Omega)\exp\left(-2k_i\left(\omega_1 + \Omega\right)z\right) \tag{10}$$

– интенсивность спектра испытавшего селективное по частоте поглощение сигнала в данной точке трассы z, $I_\Omega^{(0)}(\Omega) \equiv I_\Omega(\Omega,0) = \left|A_\Omega^{(0)}(\Omega)\right|^2$ – стартовая интенсивность спектра сигнала в точке $z = 0$,

$$t_s(z) = t - k_r'(\omega_1)z \tag{11}$$

– «сдвинутое» на время групповой задержки [1,2] $k_r'(\omega_1)z$ время.

При выполнении противоположного условию (8) условия:

$$z << z_2 = 2/(k_r''(\omega_1)\Omega_{sig}^2 \tag{12}$$

мы оказываемся в области применимости первого приближения классической теории дисперсии [1,2] (оно же – приближение группового времени задержки) и в случае несущественности дисперсии поглощения (см. ниже) имеем вместо (9):

$$I(z,t) = I^{(0)}\left(t_s(z)\right)\exp\left(-2k_i\left(\omega_1\right)z\right), \tag{13}$$

где $I^{(0)}(t) \equiv I(0,t) = \left|A^{(0)}(t)\right|^2$ – стартовая временная зависимость интенсивности сигнала в точке $z = 0$. Область $z << z_2$ обычно [2] именуется ближней зоной; в этой области временная зависимость интенсивности сигнала отличается от стартовой только временным сдвигом и экспоненциальным ослаблением сигнала.

сколь угодно большом расстоянии от стартовой точки [4], а не только при выполнении условия $z_2 = 2/(k_r''(\omega_1)\Omega_{sig}^2 << z << z_3 = 6/(k_r'''\omega_1)\Omega_{sig}^3)$.

Следует различать поглощение само по себе и дисперсию коэффициента поглощения. Очевидно, что при выполнении условия:

$$z << z_{abs} = 1/(2k_i'\Omega_{sig}), \tag{14}$$

где Ω_{sig} – ширина спектра сигнала, можно не учитывать дисперсию коэффициента поглощения и положить в (10) $I_\Omega(\Omega, z) = I_\Omega^{(0)}(\Omega)\exp(-2k_i(\omega_1)z)$, что возвращает нас к случаю непоглощающей среды с единственным отличием – сигнал экспоненциально затухает с ростом длины трассы. В этом случае в асимптотической области (в том числе на бесконечном удалении от точки старта) временная зависимость интенсивности сигнала совпадает (в некотором масштабе) с интенсивностью спектра сигнала в стартовой точке трассы [2].

Тем не менее в любой поглощающей среде условие (14) рано или поздно начинает нарушаться, что приводит к деформации спектра интенсивности сигнала и его искажению. Эти искажения и являются основным объектом изучения в данной работе.

При распространении сигнала в среде с дисперсией поглощения при увеличении протяженности трассы происходит одновременно деформация и фазовой, и амплитудной зависимости его спектра от частоты. Деформация фазы спектра становится существенной при выполнении условия $z \geq z_2 = 2/(k_r''(\omega_1)\Omega_{sig}^2)$ (асимптотическая зона), а деформация интенсивности спектра – при выполнении условия $z \geq z_{abs} = 1/(2k_i'\Omega_{sig})$ (зона дисперсии поглощения). Ясно, что характер распространения сигнала определяется соотношением между параметрами z_2 и z_{abs}.

В случае $z_2 << z_{abs}$ сначала (при $z << z_{abs}$) распространение сигнала происходит практически так же, как в среде без поглощения [4] – при $z << z_2$ сигнал распространяется с групповой скоростью почти без искажений, при

$z \approx z_2$ происходит его перестройка, при $z_2 << z << z_{abs}$ временная зависимость его интенсивности начинает (в некотором масштабе) совпадать с интенсивностью его стартового спектра и лишь затем (при $z \geq z_{abs}$) начинается деформация сигнала за счет деформации интенсивности его спектра. В случае же $z_2 \geq z_{abs}$ сигнал еще в ближней зоне попадает в «зону дисперсии поглощения», и «классическая» асимптотическая зона сформироваться не успевает. Вопрос о том, к асимптотической или к ближней зоне относится распространение сигнала в «зоне дисперсии поглощения», приходится решать отдельно. Дело в том, что в зоне дисперсии поглощения деформация интенсивности спектра приводит к изменению его спектральной ширины, которая начинает зависеть от протяженности трассы ($\Omega_{sig} = \Omega_{sig}(z)$); в результате равенства типа $z_2 = 2/(k_r''(\omega_1)\Omega_{sig}^2(z_2))$ становятся уравнениями, которые приходится решать, причем результат этого решения в разных случаях может быть разным (см. ниже).

1. Голономные сигналы

Как выяснится в дальнейшем, существенное влияние на эволюцию сигнала в области дисперсии коэффициента поглощения оказывает характер уменьшения спектра сигнала при удалении частоты от частоты несущей. В этом отношении все сигналы распадаются на два качественно различных типа – голономные и кусочно-голономные сигналы. Голономными сигналами вслед за [2] мы будем именовать сигналы, огибающая которых представляет собой голономную (аналитическую) функцию на всей вещественной оси, а кусочно-голономными [5] – сигналы, огибающая которых является голономной функцией только на некотором интервале вещественной оси и равна нулю вне этого интервала.

Как показано в [6], спектр кусочно-голономных сигналов с удалением от частоты несущей затухает крайне медленно – по «дальнодействующему» гиперболическому закону $A_{\Omega}^{(0)}(\Omega) \sim \Omega^{-(n+1)}$, где n – наименьший порядок производной огибающей, испытывающей разрыв на начальном или конечном фронте сигнала (если разрыв испытывает сама огибающая, то $n = 0$). Спектр же голономного сигнала, по определению не имеющего разрывов производных огибающей любого порядка) с удалением от частоты несущей затухает существенно быстрее – по крайней мере быстрее, чем $\sim \Omega^{-(n+1)}$, где n – любое сколь угодно большое целое число. Действительно, наличие в асимптотике спектра огибающей сигнала члена $\sim \Omega^{-(n+1)}$ в соответствии с [6] означало бы разрыв производной порядка n огибающей сигнала, что для голономного сигнала невозможно по определению при любом n.

К сожалению, ничего более конкретного о спектре произвольного голономного сигнала сказать не удается (см. [7, с. 155]), поэтому складывается впечатление, что спектр произвольного голономного сигнала при удалении от частоты несущей уменьшается по крайней мере не медленнее, чем по закону:

$$A_{\Omega}^{(0)}(\Omega) \sim \exp\left(-C\left|\Omega^{\alpha}\right|\right), \tag{15}$$

где C, α – произвольные положительные числа. В принципе, могут быть, возможны и другие типы голономных сигналов с неограниченным спектром, но авторам они не известны.

В данной работе мы рассмотрим два возможных типа голономных сигналов – голономные сигналы с неограниченным спектром (спектр которых не ограничен со стороны высоких частот (15)) и голономные сигналы с ограниченным спектром (спектр которых ограничен со стороны высоких частот). Амплитудный спектр голономных сигналов с неограниченным спектром в процессе распространения в среде, поглощение в которой с ростом частоты стремится к нулю, в принципе может сдвигаться в сторону высоких частот [2] и, как показано ниже, именно это и делает. В результате при достаточной протяженности трассы такие сигналы «нормализуются» – формируется узкополосный гауссов сигнал с частотой несущей, все больше сдвигающейся в сторону высоких частот с ростом протяженности трассы.

Голономные сигналы с ограниченным спектром такой возможности лишены. Поэтому с ростом протяженности трассы происходит неограниченное сужение их спектра с приближением частоты несущей таких сигналов к максимальной присутствующей в их спектре частоте. Происходит их «колоколизация» – временная зависимость их интенсивности приближается к лоренцевой кривой.

2. Голономные сигналы с неограниченным спектром

В качестве конкретного примера голономного сигнала с неограниченным спектром рассмотрим распространение «лоренцева» сигнала с несущей частотой ω_1 и характерной длительностью T_{lor} в слабостолкновительной плазме с плазменной частотой ω_p и эффективной частотой столкновений ν. В этом случае комплексная огибающая, спектр сигнала и интенсивность его спектра в стартовой точке (с максимумом спектра при $\Omega = \omega - \omega_1 = 0$ и полушириной спектра около $1/(2T_{lor})$) имеют вид:

$$A^{(0)}(t) = \frac{1}{1+\left(t/T_{lor}\right)^2}, \qquad (16)$$

$$A_\Omega^{(0)}(\Omega) = \left(T_{lor}/2\right)\exp\left(-|\Omega| T_{lor}\right), \qquad (17)$$

$$I_\Omega^{(0)}(\Omega) = \left(T_{lor}/2\right)^2 \exp\left(-2|\Omega| T_{lor}\right). \qquad (18)$$

Волновое число среды в слабостолкновительной плазме с эффективной частотой столкновений ν $k(\omega) = k_r(\omega) + ik_i(\omega)$, где:

$$\tilde{k}_r(\tilde{\omega}) = \left(\tilde{\omega}^2 - 1\right)^{1/2}, \; \tilde{k}_i(\tilde{\omega}) = \left(\tilde{\nu}/2\right)\tilde{\omega}^{-1}\left(\tilde{\omega}^2 - 1\right)^{-1/2}. \qquad (19)$$

В (19) и ниже мы иногда используем безразмерные величины $\tilde{k} = k/k_p$, $\tilde{\omega} = \omega/\omega_p, \tilde{\nu} = \nu/\omega_p$, $\tilde{z} = k_p z$, $\tilde{t} = \omega_p t$, $\tilde{A} = A$, $\tilde{I} = I$, $\tilde{A}_\Omega = A_\Omega \omega_p$, $\tilde{I}_\Omega = I_\Omega \omega_p^2$ и т.п..

В соответствии с (10), (18), (19) для искаженной поглощением на трассе интенсивности спектра сигнала имеем:

$$I_\Omega(\omega, z) = \left(T_{lor}/2\right)^2 \exp\left(-2\left|\omega-\omega_1\right|T_{lor} - \nu\tilde{z}\,\omega^{-1}\left(\tilde{\omega}^2-1\right)^{-1/2}\right). \qquad (20)$$

Ясно, что характер сигнала в данной точке трассы z существенно зависит от функции (20) – именно максимумом этой функции по частоте в точке z определяется несущая частота сигнала в этой точке, а ее шириной – степень его узкополосности или, напротив, неузкополосности в этой точке.

В непоглощающей среде ($\nu = 0$) при любой протяженности трассы z спектр сигнала одинаков. Он имеет характерную остроконечную форму (см. рис. 1a1), с максимумом при $\omega = \omega_1$, ширина спектра равна $1/(2T_{lor})$; при выполнении условия $1/(2T_{lor}) << (\omega_1 - \omega_p)$ сигнал является узкополосным для данной среды и во всей асимптотической зоне для него можно пользоваться вторым порядком классической теории дисперсии.

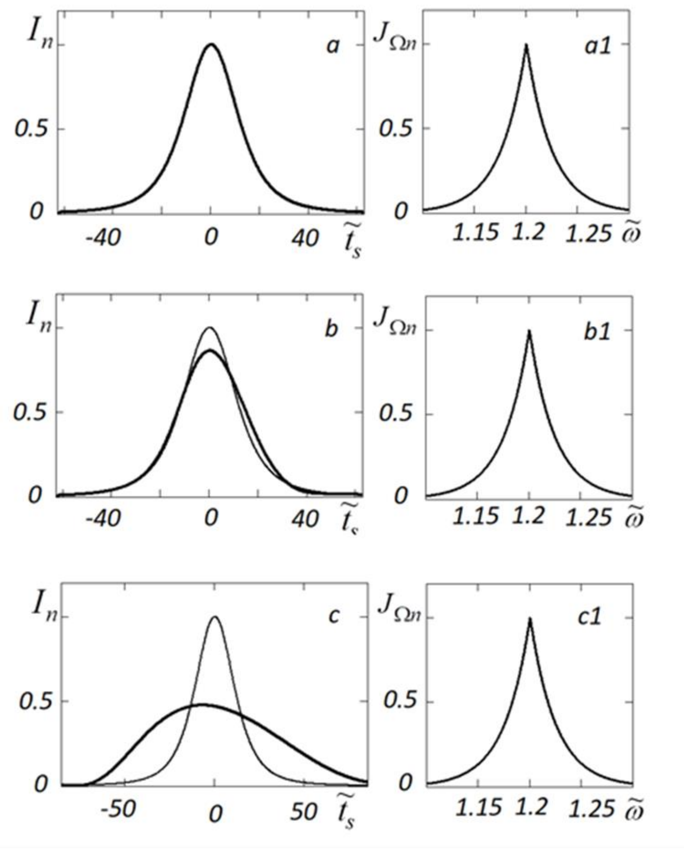

Рис. 1. Ближняя и промежуточная зоны голономного сигнала с неограниченным спектром. Случай $z_2 << z_{abs}$

В поглощающей же среде за счет преимущественного поглощения при низких частотах происходит «сжатие» левой половины спектра при одновременном «расширении» его правой половины (см. рис. 1, 2, 3 a1-c1). Впрочем, при достаточно малых протяженностях трассы (рис. 1, 2 a1-c1) ситуация качественно не меняется, несмотря на деформацию спектра сигнала, максимум его спектра по-прежнему расположен при $\omega = \omega_1$ и потому частота несущей стабильна и равна ω_1. В этой области, несмотря на существенность затухания сигнала, дисперсия этого затухания несущественна и потому деформация временной зависимости сигнала с ростом протяженности трассы происходит почти так же, как и при отсутствии поглощения – ближняя зона (рис. 1a,b), в которой временная зависимость стабильна, затем – промежуточная (рис. 1c), в которой происходит перестройка временной зависимости и затем – асимптотическая зона (рис. 2a,b,c), в которой временная зависимость интенсивности совпадает с интенсивностью спектра сигнала в данной точке (рис. 2a1,b1,c1). Единственное отличие по сравнению со случаем отсутствия поглощения – некоторая деформация интенсивности временной зависимости сигнала с ростом протяженности трассы, соответствующая деформации интенсивности его спектра в результате дисперсии поглощения.

Ситуация качественно меняется при достижении длиной трассы «порогового» значения:

$$\tilde{z}_{ov} = \left(2\tilde{T}_{lor}/\tilde{\nu}\right)\tilde{\omega}_1^2\left(\tilde{\omega}_1^2 - 1\right)^{3/2}\left(2\tilde{\omega}_1^2 - 1\right)^{-1}. \qquad (21)$$

Именно при этой длине трассы $\tilde{z} = \tilde{z}_{ov} \approx \tilde{z}_{abs}$ для сигнала (16) одновременно происходит два события. Во-первых, при $\tilde{z} = \tilde{z}_{ov}$ частота ω_1 перестает быть точкой максимума спектра; во-вторых, нарушается условие (12). На самом деле это не два разных события, а два альтернативных описания одного и тог же события – сигнал под влиянием дисперсии поглощения качественно перестраивается и теряет свой первоначальный характер.

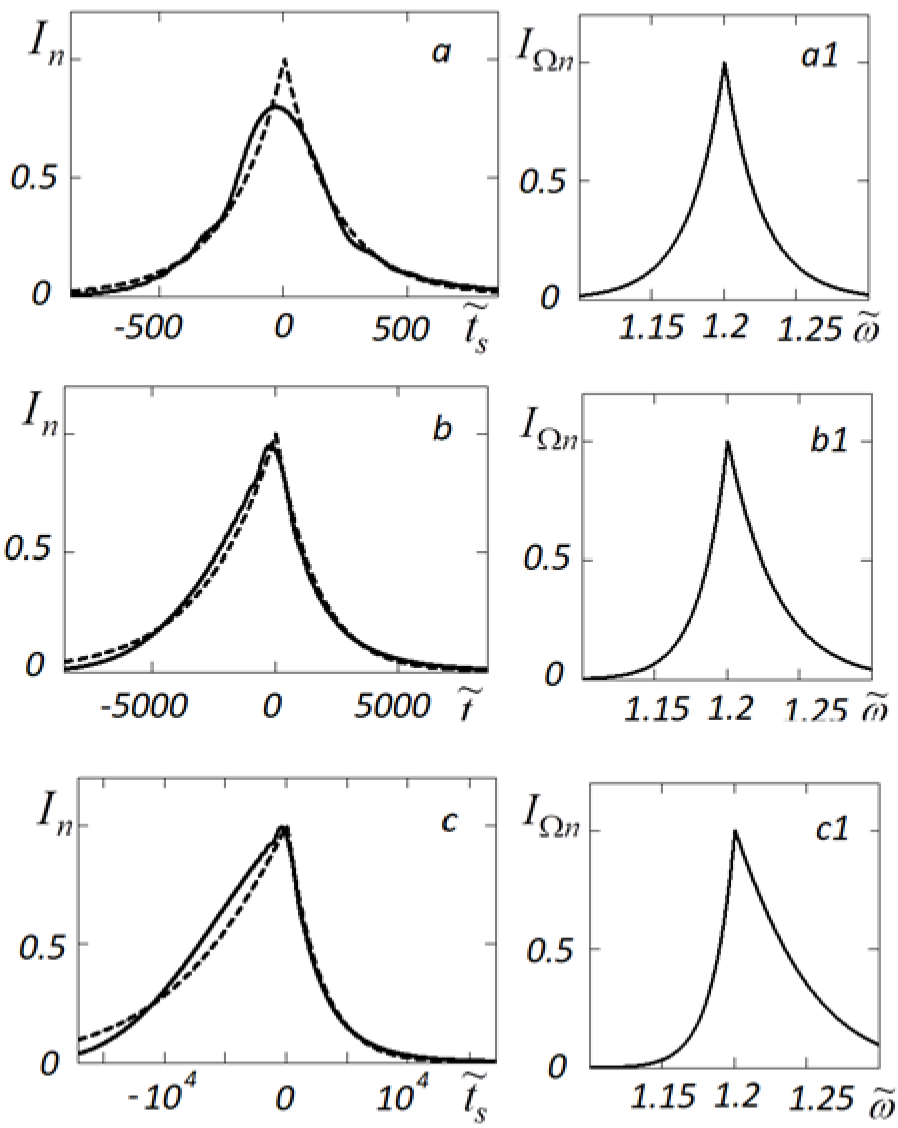

Рис. 2. Асимптотическая зона голономного сигнала с неограниченным спектром. Случай $z_2 << z_{abs}$

Нетрудно проверить, что при $\tilde{z} > \tilde{z}_{ov}$ максимум спектра достигается при частоте $\tilde{\omega}_0(\tilde{z}) > \tilde{\omega}_1$, определяемой при решении уравнения:

$$\tilde{z} = \left(2\tilde{T}_{lor}/\tilde{\nu}\right)\tilde{\omega}_0^2\left(\tilde{\omega}_0^2 - 1\right)^{3/2}\left(2\tilde{\omega}_0^2 - 1\right)^{-1} \quad (22)$$

относительно $\tilde{\omega}_0$. Именно частота $\tilde{\omega}_0(\tilde{z})$ при протяженностях трассы $\tilde{z} > \tilde{z}_{ov}$ становится несущей частотой сигнала.

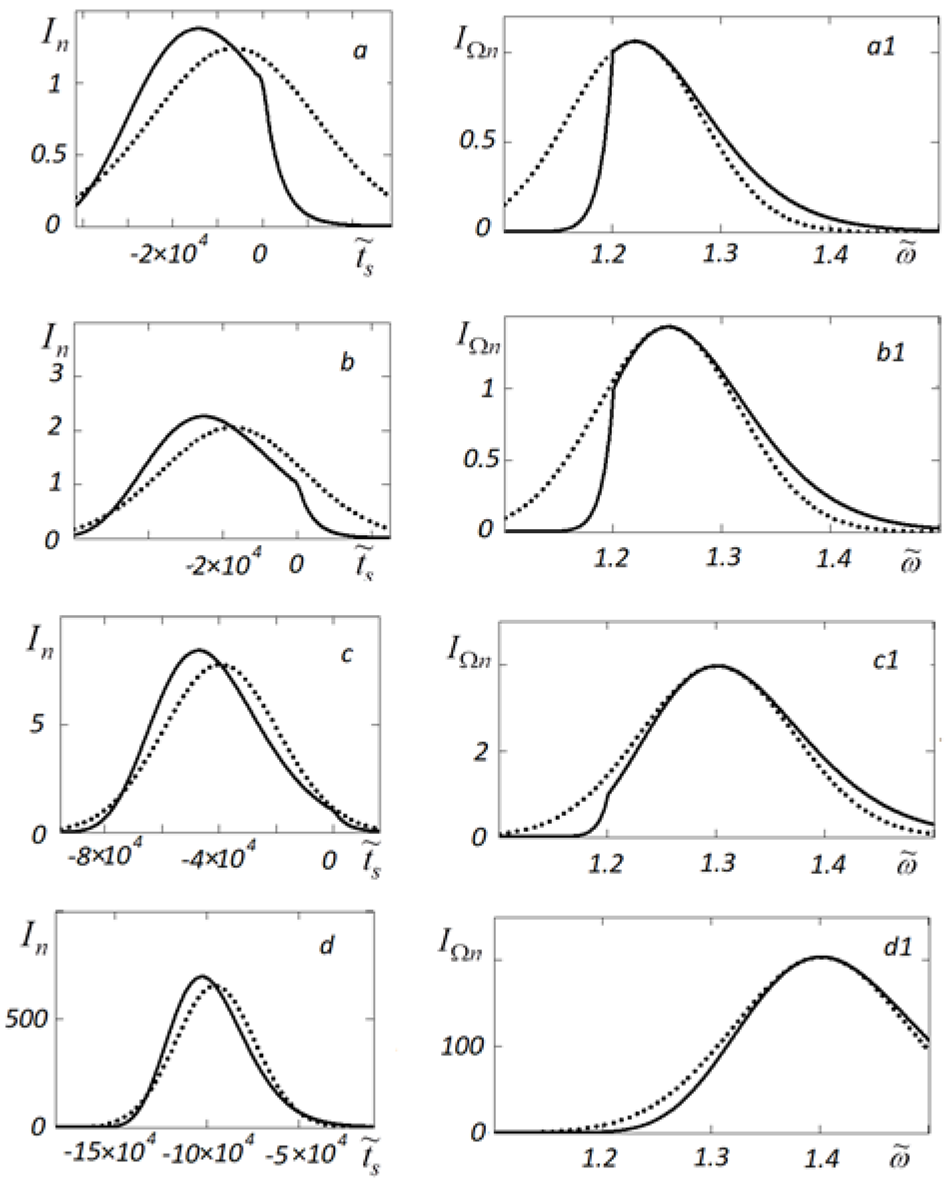

Рис. 3. Зона дисперсии поглощения голономного сигнала с неограниченным спектром. Случай $z_2 << z_{abs}$

К сожалению, точно разрешить (22) относительно частоты $\tilde{\omega}_0(\tilde{z})$ в общем случае не удается, поэтому ниже многие параметры сигнала в «зоне поглощения» выражены не непосредственно через протяженность трассы, а через «локальную» несущую частоту $\tilde{\omega}_0(\tilde{z})$, являющуюся монотонно растущей функцией протяженности трассы $\tilde{z}$, изменяющейся от $\tilde{\omega}_0(\tilde{z}_{ov}) = \tilde{\omega}_1$ при $\tilde{z} = \tilde{z}_{ov}$ до $\tilde{\omega}_0(+\infty) = +\infty$ при $\tilde{z} = +\infty$. Асимптотическая (при $\tilde{z} >> \tilde{z}_{ov}$) формула для $\tilde{\omega}_0(\tilde{z})$ имеет вид:

$$\tilde{\omega}_0(\tilde{z}) = \left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{1/3}\left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-2/3} + \frac{1}{24}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-4/3} + O\left(\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-2}\right)\right]. \quad (23)$$

Видно, что с ростом протяженности трассы, несущая частота сигнала увеличивается и в пределе $\tilde{z} >> \tilde{z}_{ov}$ стремится к бесконечности.

Для полуширины спектра сигнала $\Delta\tilde{\omega}(z) = \left(-2I_{\Omega}(\tilde{\omega}_0, z) / I''_{\Omega}(\tilde{\omega}_0, z)\right)^{1/2}$ за «точкой переворота» имеем:

$$\Delta\omega(z) = \omega_0\left(\frac{2}{\omega_0 T_{lor}}\frac{(\tilde{\omega}_0^2 - 1)(\tilde{\omega}_0^2 - 1/2)}{6\tilde{\omega}_0^4 - 5\tilde{\omega}_0^2 + 2}\right)^{1/2}. \quad (24)$$

Видно, что исходно узкополосный ($\omega_1 T_{lor} >> 1$) сигнал всюду за «точкой переворота» остается узкополосным ($\Delta\omega << \omega_0$), несмотря на изменение несущей частоты. Более того, нетрудно показать, что при удалении точки наблюдения от точки переворота быстро происходит нормализация сигнала – его эффективный спектр $I_{\Omega}(\omega, z)$ по форме неограниченно приближается к функции гаусса (см. рис. 3 a1-d1):

$$I_{\Omega}(\omega, z) = I_{\Omega\max}(z)\exp\left(-\frac{(\omega - \omega_0(z))^2}{\Delta\omega^2}\right), \quad (25)$$

где полуширина спектра $\Delta\omega$ определяется формулой (24), несущая частота – формулой (18), а максимум спектра:

$$I_{\Omega\max}(\tilde{z}) = \left(T_{lor}/2\right)^2 \exp\left(2T_{lor}\omega_1 - 3T_{lor}\omega_0(\tilde{\omega}_0^2 - 2/3)(\tilde{\omega}_0^2 - 1/2)^{-1}\right). \quad (26)$$

В результате (в соответствии с (9)) и временная зависимость сигнала за точкой переворота быстро становится гауссовой (см. рис. 1 a1-d1):

$$I(z,t) = I_{\max}(z)\exp\left(-2t_s^2(z)/T_g^2(z)\right), \quad (27)$$

где

$$I_{\max}(z) = \frac{\pi T_{lor}\nu(\tilde{\omega}_0^2 - 1/2)}{2\tilde{\omega}_0^2}\exp\left(2T_{lor}\omega_1 - 3T_{lor}\frac{\omega_0(\tilde{\omega}_0^2 - 2/3)}{(\tilde{\omega}_0^2 - 1/2)}\right), \quad (28)$$

$$\tilde{T}_g^2(z) = \frac{4\tilde{T}_{lor}}{\tilde{\nu}^2} \frac{\tilde{\omega}_0^5(\tilde{\omega}_0^2 - 1)}{(\tilde{\omega}_0^2 - 1/2)(6\tilde{\omega}_0^4 - 5\tilde{\omega}_0^2 + 2)}, \tag{29}$$

$$t_s(z) = t - k_r'(\omega_0)z = t - \tilde{\omega}_0 z \Big/ \left(c(\tilde{\omega}_0^2 - 1)^{1/2}\right). \tag{30}$$

Для базы сигнала за «точкой переворота» имеем $B(z) = \frac{2}{\tilde{\nu}} \frac{\tilde{\omega}_0^3(\tilde{\omega}_0^2 - 1)}{(6\tilde{\omega}_0^4 - 5\tilde{\omega}_0^2 + 2)} >> 1$, то есть сигнал является шумоподобным в радиотехническом смысле и (что в данном случае одно и то же) «зона дисперсии поглощения» для голономных сигналов с неограниченным спектром является асимптотической зоной.

С использованием асимптотики (23) для зависимости текущей несущей частоты от протяженности трассы формулы (28) – (30) можно переписать как

$$I_{\max}(z) = \frac{\pi T_{lor}\nu}{2} \exp\left(2T_{lor}\omega_1\right) \times$$
$$\times \exp\left[-3\tilde{T}_{lor}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{1/3} \left(1 + \frac{1}{6}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-2/3} + \frac{1}{72}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-4/3} + O\left(\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-2}\right)\right)\right],$$

(31)

$$\tilde{T}_g^2(z) = \frac{2\tilde{T}_{lor}}{3\tilde{\nu}^2}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{1/3}\left[1 + O\left(\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-2/3}\right)\right], \tag{32}$$

$$t_s(z) = t - t_{gr}(z) = t - z / v_{gr}(z), \tag{33}$$

$$t_{gr}(z) = (z/c)\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-2/3} + \frac{1}{24}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-4/3} + O\left(\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-2}\right)\right], \tag{34}$$

$$v_{gr}(z) = c\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-2/3} + \frac{5}{24}\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-4/3} + O\left(\left(\frac{\tilde{\nu}\tilde{z}}{\tilde{T}_{lor}}\right)^{-2}\right)\right). \tag{35}$$

Из формул (31) – (35) можно сделать следующие выводы для голономных сигналов с неограниченным спектром:

1) За «точкой перевертывания спектра» сигнал нормализуется, то есть его временная зависимость приближается к функции Гаусса, причем это происходит независимо от того, в ближней, дальней или промежуточной зонах находится «точка перевертывания».
2) За «точкой перевертывания» сигнал продолжает быстро (по закону типа $\exp(-z^{1/3})$) затухать. Тем не менее скорость затухания оказывается существенно снижена по сравнению с «до переворотной» (по закону типа $\exp(-z)$). Это связано с «миграцией» несущей частоты сигнала в область меньшего поглощения.
3) За «точкой перевертывания» продолжительность сигнала продолжает расти, но очень медленно – по закону $\tilde{T}_g(z) \sim \tilde{z}^{1/6}$.
4) За «точкой перевертывания» групповая скорость сигнала с ростом протяженности трассы стремится к скорости света в вакууме. Тем не менее, время запаздывания сигнала не стремится к вакуумному. Более того, величина дополнительного (в сравнении с «вакуумной» задержкой) времени запаздывания сигнала неограниченно (по закону $t_{gr}(z) - z/c \sim z^{1/3}$) нарастает.

Резюмируя, можно констатировать, что голономные сигналы с неограниченным спектром не имеют предвестников как таковых, в любой поглощающей среде с ростом протяженности трассы бесследно (по «быстрому», то есть экспоненциальному закону) затухают и в стадии сильного затухания становятся гауссовыми сигналами. Можно показать, что основные качественные выводы, сделанные в данном пункте (в том числе и вывод о «нормализации» сигнала с ростом протяженности трассы), сохраняются и для более широкого класса голономных сигналов с неограниченным спектром (15).

В качестве иллюстрации на рис. 1–5 приведены результаты расчетов распространения колоколообразного сигнала (16) в среде (19). На этих рисунках стартовая продолжительность $\tilde{T}_{lor} = 20$ $(T_{lor} = 20\omega_p^{-1})$, несущая частота

$\tilde{\omega}_1 = 1.2$ $(\omega_1 = 1.2\omega_p)$, но на рис. 1–3 приведены результаты расчетов для случая достаточно слабо поглощающей среды ($\nu / \omega_p = 0.0001,\ z_2 << z_{abs}$), а на рис. 4,5 – для среды с заметным поглощением ($\nu / \omega_p = 0.1,\ z_2 >> z_{abs}$).

На рис. 1–3 приведены графики временной зависимости интенсивности сигнала (1a-c, 2a-c, 3a-d) и интенсивности его частотного спектра (1a1-c1, 2 a1-c1, 3a1-d1) в различных точках трассы $\tilde{z} = (\omega_p / c)z = 0$ (рис. 1a), $\tilde{z} = 25$ (рис. 1b), $\tilde{z} = 250$ (рис. 1c), $\tilde{z} = 2500$ (рис. 2a), $\tilde{z} = 25000$ (рис. 2b), $\tilde{z} = 50000$ (рис. 2c), $\tilde{z} = 1.028 \times 10^5$ $(\tilde{\omega}_0 = \omega_0 / \omega_p = 1.22)$ (рис. 3a), $\tilde{z} = 1.241 \times 10^5$ $(\tilde{\omega}_0 = \omega_0 / \omega_p = 1.25)$ (рис. 3b), $\tilde{z} = 1.628 \times 10^5$ $(\tilde{\omega}_0 = \omega_0 / \omega_p = 1.3)$ (рис. 3c), $\tilde{z} = 2.525 \times 10^5$ $(\tilde{\omega}_0 = \omega_0 / \omega_p = 1.4)$ (рис. 3d). По горизонтальной оси на графиках рис. 1a-c, 2a-c, 3a-d отложено безразмерное время $\tilde{t}_s = t_s \omega_p$ с учетом группового сдвига на исходной частоте несущей ω_1 (6) $t_s(z) = t - k_r'(\omega_1)z$. До «зоны дисперсии поглощения» (рис. 1, 2 a-c) сигнал распространяется действительно именно с этой групповой скоростью, поэтому его максимум соответствует «сдвинутому» времени $\tilde{t}_s = 0$. В «зоне дисперсии поглощения» (рис. 3a-d) начинается дрейф несущей в сторону высоких частот, и сигнал в точке наблюдения появляется раньше – в соответствии с временем группового запаздывания на частоте $\omega_0(z) > \omega_1$ (26). Именно поэтому в зоне дисперсии поглощения максимум сигнала достигается при $\tilde{t}_s < 0$. По вертикальной оси на рис. 1, 2, 3 a-c(d) отложена интенсивность сигнала, нормированная на «теоретический» максимум интенсивности в данной точке трассы $I_n(t) = I(t) / I_{\max}$. В качестве «теоретического» максимума во всех зонах использовался предложенный в [4] (уравнение (19)) теоретический максимум сигнала с учетом его дисперсионного расплывания и экспоненциального поглощения сигнала на исходной частоте несущей ω_1: $I_{\max} = 1$ (1a),

$I_{\max} = 0.997$ (1b), $I_{\max} = 0.711$ (1c), $I_{\max} = 0.054$ (2a), $I_{\max} = 3.173\times10^{-4}$ (2b), $I_{\max} = 6.861\times10^{-6}$ (2c), $I_{\max} = 3.393\times10^{-9}$ (3a), $I_{\max} = 2.511\times10^{-10}$ (3b), $I_{\max} = 1.477\times10^{-12}$ (3c), $I_{\max} = 1.208\times10^{-17}$ (3d). По вертикальной оси на рис. 1, 2, 3 a1-c1(d1) отложена интенсивность спектра сигнала, нормированная на значение интенсивности спектра на частоте несущей в данной точке трассы $I_{\Omega n} = I_{\Omega}(\omega, z) \Big/ \left(\left(T_{lor}/2\right)^2 \exp\left(-\nu\tilde{z}\,\omega^{-1} \left(\tilde{\omega}^2 - 1\right)^{-1/2} \right) \right)$ (в соответствии с (20)).

Нетрудно заметить, что вне зоны дисперсии поглощения (рис. 1, 2 a-c) максимальное значение как нормированной интенсивности сигнала, так и его нормированной интенсивности спектра, практически равно 1. В области же дисперсии поглощения (рис. 3 a-d) наблюдается настолько заметное превышение «ожидаемых» максимумов, что это даже вынудило нас изменить масштаб графиков. Очевидно, это связано с миграцией реальной частоты несущей в сторону высоких частот и меньших коэффициентов поглощения за счет дисперсии поглощения – истинное поглощение сигнала огромно, но, все же, оно существенно меньше ожидаемого на исходной частоте несущей. Так, например, «ожидаемый» фактор ослабления сигнала на рис. 3d равен примерно 10^{-17}, а настоящий – «всего» 10^{-14}. Толстой сплошной линией на всех графиках показаны результаты численных расчетов. Тонкой сплошной линией на рис. 1a-c показаны результаты приближения групповой задержки (13), штриховой линией на рис. 2 a-c – результаты метода стационарной фазы (9), пунктирной линией на рис 3 a-d – результаты «гауссова» приближения для интенсивности сигнала (27) – (30), пунктирной линией на рис. 3 a1-d1 – результаты «гауссова» приближения для интенсивности спектра сигнала (23) – (26).

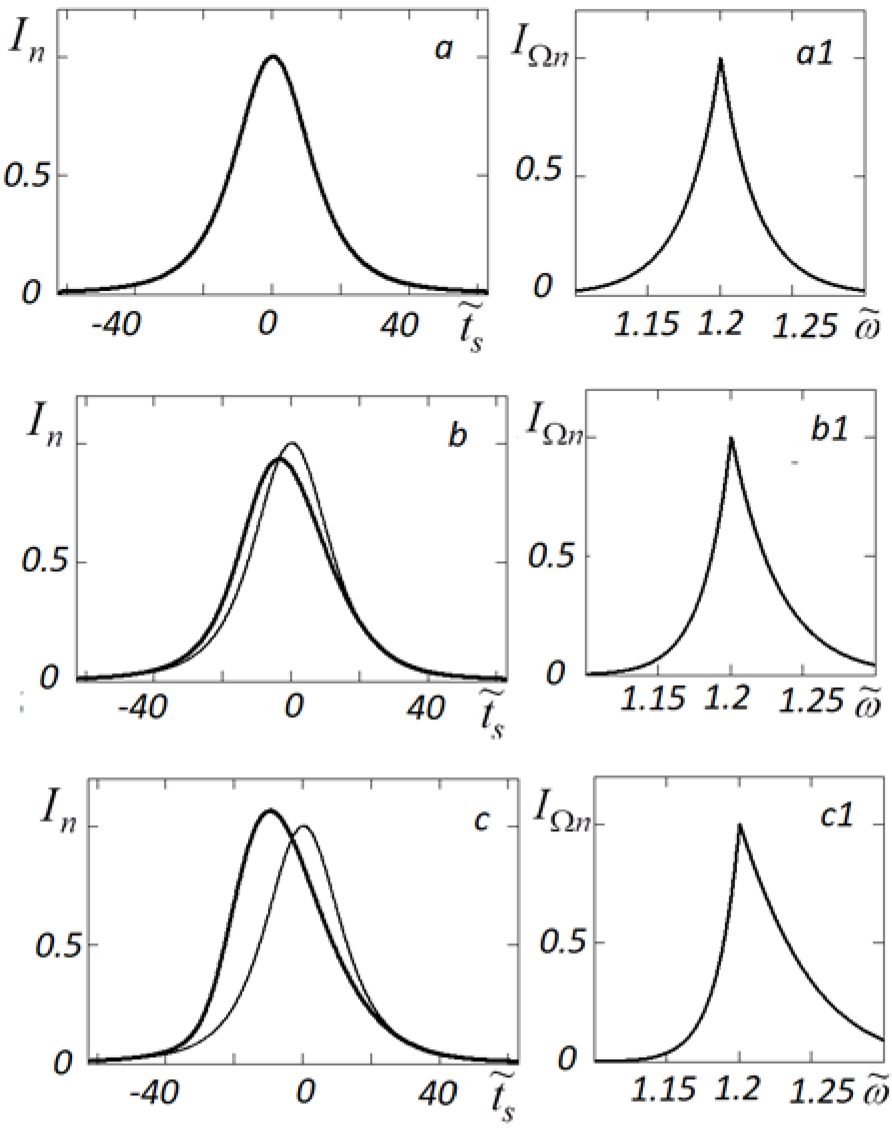

Рис. 4. Ближняя зона голономного сигнала с неограниченным спектром. Случай $z_2 >> z_{abs}$

Обозначения на рис. 4-5 совпадают с обозначениями рис. 1-3. Приведены графики временной зависимости интенсивности сигнала (рис. 4 a-c, рис. 5 a-d) и интенсивности его частотного спектра (рис. 4 a1-c1, рис. 5 a1-d1) в различных точках трассы – $\tilde{z} = (\omega_p / c) z = 0$ (рис. 4a,a1), $\tilde{z} = 25$ (рис. 4b,b1), $\tilde{z} = 50$ (рис. 4c,c1), $\tilde{z} = 102.8$ $(\tilde{\omega}_0 = \omega_0 / \omega_p = 1.22)$ (рис. 5a,a1), $\tilde{z} = 124.1$ $(\tilde{\omega}_0 = \omega_0 / \omega_p = 1.25)$ (рис. 5b,b1), $\tilde{z} = 162.8$ $(\tilde{\omega}_0 = \omega_0 / \omega_p = 1.3)$ (рис. 5c,c1), $\tilde{z} = 252.5$ $(\tilde{\omega}_0 = \omega_0 / \omega_p = 1.4)$ (рис. 5d,d1). Значения нормировочных констант для интенсивности сигнала в различных точках трассы $I_{\max} = 1$

(рис. 4a), $I_{\max} = 0.046$ (рис. 4b), $I_{\max} = 2.104\times10^{-3}$ (рис. 4c), $I_{\max} = 3.137\times10^{-6}$ (рис. 5a), $I_{\max} = 2.275\times10^{-7}$ (рис. 5b), $I_{\max} = 1.925\times10^{-9}$ (рис. 5c), $I_{\max} = 2.19\times10^{-14}$ (рис. 5d).

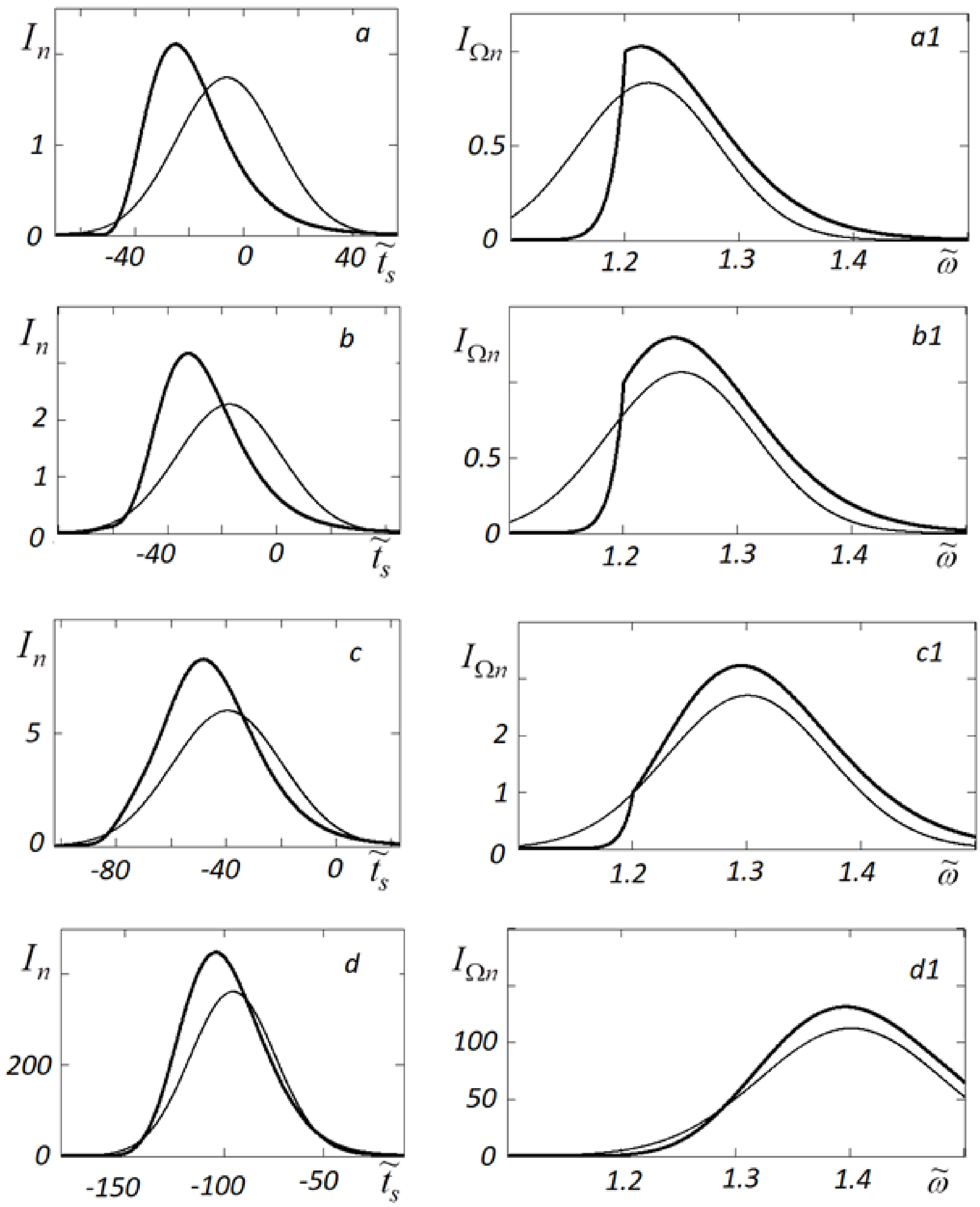

Рис. 5. Зона дисперсии поглощения голономного сигнала с неограниченным спектром. Случай $z_2 >> z_{abs}$

В случае, показанном на рис. 1-3, граница между ближней и асимптотической зоной проходит при $|\tilde{z}_2| = 934$, а расстояние «переворачивания» спектра равно $\tilde{z}_{ov} = 8.94 \times 10^4 >> |\tilde{z}_2|$. Поэтому с ростом протяженности трассы мы последовательно наблюдаем сначала ближнюю зону $\tilde{z} << \tilde{z}_2$ (рис. 1 a, b), в которой сигнал распространяется с экспоненциальным затуханием на частоте несущей, но без существенной деформации временной зависимости, затем – промежуточную зону, в которой происходит перестройка временной зависимости сигнала (рис. 1c), затем – асимптотическую зону, $\tilde{z}_2 << \tilde{z} << \tilde{z}_{ov}$ (рис. 2a,b,c), в которой временная зависимость интенсивности сигнала совпадает с частотной зависимостью интенсивности его искаженного дисперсией поглощения спектра (ср. рис. 2a и 2a1, 2b и 2b1, 2c и 2c1), и лишь затем (при $\tilde{z} >> \tilde{z}_{ov}$) происходит «нормализация» сигнала и его частотный спектр вместе с временной зависимостью стремится к функции Гаусса (рис. 2a-d, 3a1-d1).

В случае, показанном на рис. 4,5, при том же стартовом сигнале за счет большего в 1000 раз поглощения, расстояние «переворачивания» спектра оказывается в 1000 раз меньше, чем на рис. 1: $\tilde{z}_{ov} = 89.4 << |\tilde{z}_2| = 934$. Поэтому сразу за ближней зоной (рис. 4a-c) начинается зона дисперсии поглощения с нормализацией сигнала и его спектра (рис. 5a-d). Переход от ближней зоны к асимптотической в этом случае происходит в пределах зоны дисперсии поглощения и потому внешне никак не проявляется (фурье-образ гауссовой функции – гауссова функция).

3. Голономные сигналы с ограниченным спектром

В качестве конкретного примера голономного сигнала с ограниченным спектром рассмотрим распространение sinc-сигнала с несущей частотой ω_1 и характерной длительностью T_{sinc} в слабостолкновительной плазме с плазменной частотой ω_p и эффективной частотой столкновений ν. В этом случае комплексная огибающая, спектр сигнала и интенсивность его прямоугольного в стартовой точке спектра имеют вид:

$$A^{(0)}(t) = \sin(t/T_{sinc})/(t/T_{sinc}), \qquad (36)$$

$$A_{\Omega}^{(0)}(\Omega) = \begin{cases} T_{sinc}/2, |\Omega T_{sinc}| \le 1 \\ 0, |\Omega T_{sinc}| > 1 \end{cases}, \qquad (37)$$

$$I_{\Omega}^{(0)}(\Omega) == \begin{cases} T_{sinc}^2/4, |\Omega T_{sinc}| \le 1 \\ 0, |\Omega T_{sinc}| > 1 \end{cases}, \qquad (38)$$

где $\Omega = \omega - \omega_1$. В соответствии с (19) для искаженной поглощением на трассе интенсивности исходного спектра сигнала имеем:

$$I_{\Omega}(\tilde{\omega}, \tilde{z}) = \begin{cases} (T_{sinc}/2)^2 \exp\left(-\tilde{\nu}\tilde{z}\,\tilde{\omega}^{-1}\left(\tilde{\omega}^2 - 1\right)^{-1/2}\right), |\Omega T_{sinc}| \le 1 \\ 0, |\Omega T_{sinc}| > 1 \end{cases}. \qquad (39)$$

Нетрудно заметить (см. рис 6a1-c1, 7a1-d1), что исходно прямоугольный спектр сигнала с ростом протяженности трассы сужается и сдвигается к своей правой границе $\omega_0 = \omega_1 + 1/T_{sinc}$, стремясь при $\tilde{z} >> \tilde{z}_{abs1} = \tilde{T}_{sinc}/(-k_i'(\omega_0)) \approx \tilde{z}_{abs}$ к предельной форме:

$$I_{\Omega}(\tilde{\omega}, \tilde{z}) = \begin{cases} (T_{sinc}/2)^2 \exp(-2k_i(\omega_0)z - 2k_i'(\omega_0)z(\omega - \omega_0)), \omega \le \omega_0 \\ 0, \omega > \omega_0 \end{cases} \qquad (40)$$

Очевидно, в зоне дисперсии поглощения $\tilde{z} >> \tilde{z}_{abs1}$ происходит сужение спектра сигнала Ω_{sig} по гиперболическому закону ($\Omega_{sig} \sim 1/z$). Несущей частотой сигнала становится максимальная присутствующая в его спектре частота $\omega_0 = \omega_1 + 1/T_{sinc}$, значение которой от протяженности трассы (в отличие от голономного сигнала с неограниченным спектром) не зависит.

Это сужение спектра приводит к любопытному эффекту – при достаточной протяженности трассы (конкретно – при условии $z >> z_{2sec}$), где

$$z_{2sec} = k_r'' \Big/ \left(2(k_i')^2\right) = \left(\tilde{\omega}^4(\tilde{\omega}^2-1)^{3/2}\right) \Big/ \left(2k_p\tilde{\nu}^2(\tilde{\omega}^2-1/2)^2\right) \qquad (41)$$

условие асимптотической зоны ($z >> z_2 = 2/(k_r''(\omega_1)\Omega_{sig}^2)$ неизбежно нарушается и заменяется на противоположное ему условие ближней зоны $z << z_2$. Поэтому, в случае голономных сигналов с ограниченным спектром асимптотическая зона ограничена не только со стороны малых, но и со стороны больших протяженностей трассы – она существует лишь в интервале $z_2 << z << z_{2sec}$; при $z << z_2$ и $z >> z_{2sec}$ сигнал распространяется в ближней зоне и его распространение может описываться в приближении группового времени задержки (при $z >> z_{2sec}$ – комплексного группового времени задержки [5], разумеется). Это позволяет записать во «второй» ближней зоне (при $z >> z_{2sec}$) для временной зависимости интенсивности произвольного голономного сигнала с ограниченным спектром асимптотическую формулу:

$$I(z,t) = \frac{I_{\max}(z)}{1+\left(t_s(z)/T_{as}(z)\right)^2}, \qquad (42)$$

где

$$I_{\max}(z) = \frac{\left|\Delta A_\Omega^{(0)}\right|^2}{T_{as}^2(z)} \exp\left(-2k_i(\omega_0)z\right), \qquad (43)$$

$$T_{as}(z) = -k_i'(\omega_0)z, \qquad (44)$$

$$t_s(z) = t - k_r'(\omega_0)z = t - \tilde{\omega}_0 z \Big/ \left(c(\tilde{\omega}_0^2-1)^{1/2}\right). \qquad (45)$$

В (43) $\Delta A_\Omega^{(0)}$ – скачок спектра сигнала на его правой границе (в случае сигнала (37) $\Delta A_\Omega^{(0)} = T_{sinc}/2$). Как уже отмечалось, максимальная (по времени) интенсивность сигнала в данной точке трассы $\tilde{I}_{\max}(z)$ снижается по экспоненциальному закону, соответствующему крайней частоте исходного спектра сигнала ω_0, его длительность $T_{as}(z)$ растет по линейному закону. База сигнала при $z >> z_{2sec}$ перестает изменяться и сохраняет значение порядка 1, то есть сигнал в этой области, в радиотехническом смысле [3], шумоподобным не является, что вполне естественно, коль скоро речь идет о ближней зоне, хотя бы и расположенной дальше асимптотической.

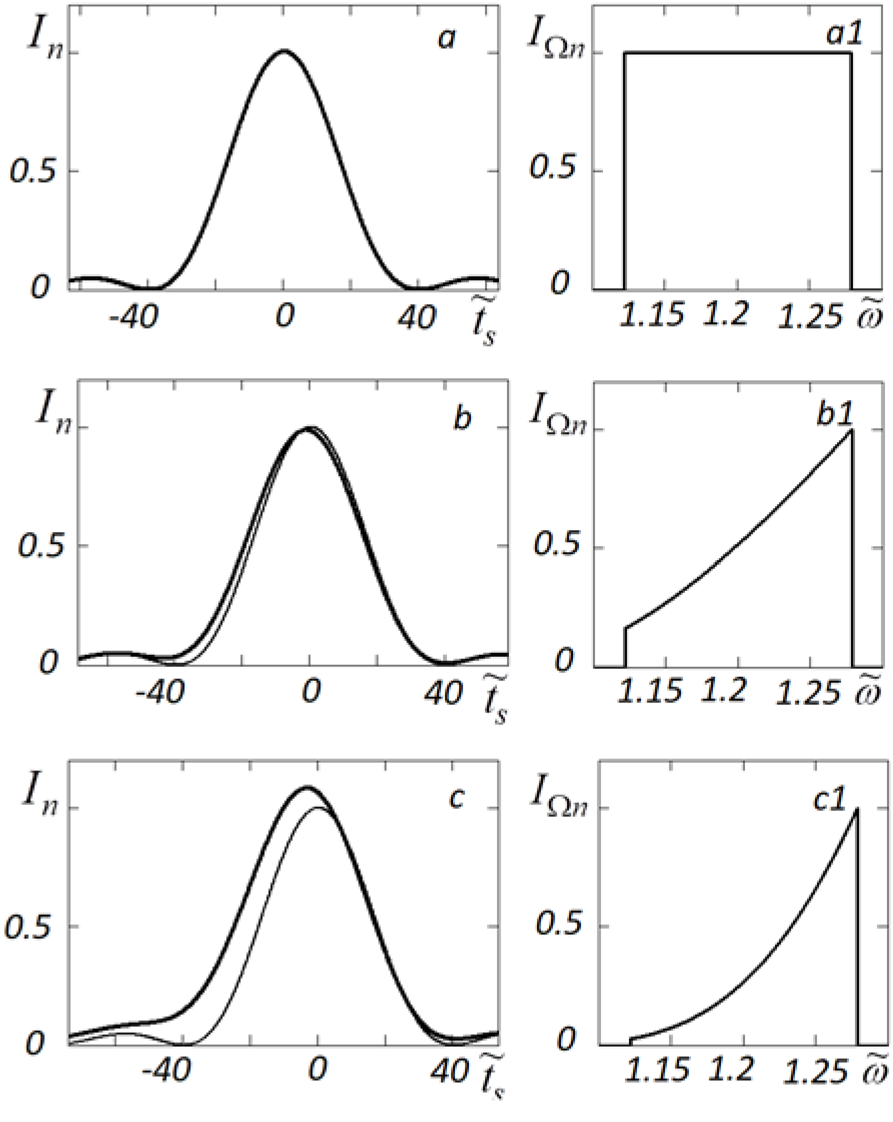

Рис. 6. Ближняя зона голономного сигнала с ограниченным спектром. Случай $z_2 >> z_{abs}$

Вообще, в случае голономных сигналов с ограниченным спектром, асимптотическая зона реализуется только при выполнении условия $|z_2/z_{abs1}| = |2T_{sinc}k_i'/k_r''| << 1$, то есть при достаточно слабом поглощении изначально достаточно короткого сигнала. При выполнении противоположного условия $|z_2/z_{abs1}| = |2T_{sinc}k_i'/k_r''| >> 1$, сигнал при любой протяженности трассы пребывает в ближней зоне и его распространение можно описывать в приближении групповой задержки (при $z \ge z_{abs1}$ – комплексной групповой задержки). Асимптотическая зона в этом случае вообще не возникает, и потому временная зависимость сигнала нигде не совпадает ни со стартовой, ни с текущей интенсивностью его спектра. Именно этот случай изображен на рис. 6, 7, где показано распространение сигнала (37) при $\tilde{T}_{sinc} = 12.73$, $\tilde{\omega}_1 = 1.2$, $\tilde{\nu} = 0.1$.

Очевидно, асимптотические формулы (42) – (45) справедливы только в том случае, когда спектр сигнала на правой границе исчезает «скачком» (то есть имеет разрыв нулевого ранга по терминологии [6]). В случае скачка первого ранга (когда спектр на правой границе непрерывен, но рвется его первая производная (то есть $A_{\Omega}^{(0)}(\Omega) = \alpha(\omega - \omega_0)$ при $\omega \le \omega_0$, $A_{\Omega}^{(0)}(\Omega) = 0$ при $\omega > \omega_0$) асимптотической формой временной зависимости сигнала будет, очевидно, не «лоренцева» функция (42), а функция типа $I(z,t) = I_{\max} \Big/ \left(1 + \left(t_s / T_{as}\right)^2\right)^2$, что, впрочем, качественно ситуацию не меняет.

Резюмируя, можно констатировать, что голономные сигналы с ограниченным спектром, как и голономные сигналы с неограниченным спектром, не имеют предвестников как таковых, в любой поглощающей среде с ростом протяженности трассы бесследно (еще быстрее, чем голономные сигналы с неограниченным спектром) затухают и в стадии сильного затухания становятся «лоренцевыми» сигналами с временной зависимостью типа (42).

В общем случае голономные сигналы с ограниченным спектром в зоне поглощения (при $z >> z_{abs1}$) имеют временную зависимость типа $I(z,t) = I_{\max} \Big/ \left(1 + \left(t_s / T_{as}\right)^2\right)^{1+n}$, где n – порядок корня спектра сигнала на границе его спектральной полосы.

На рис. 6,7 в качестве иллюстрации показано распространение сигнала с исходно sinc-образной огибающей (36) в плазме (19).

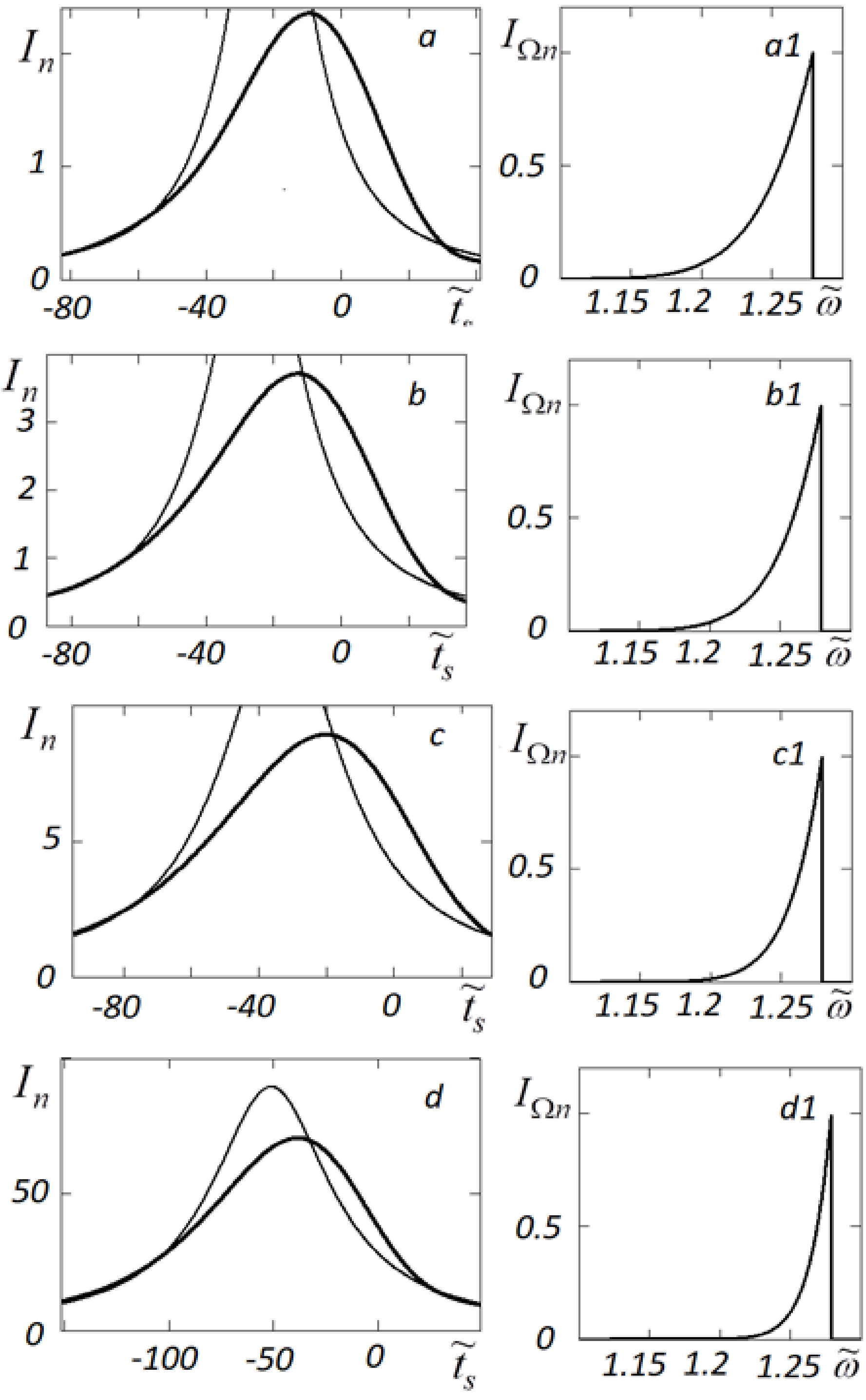

Рис. 7. Зона дисперсии поглощения голономного сигнала с ограниченным спектром. Случай $z_2 >> z_{abs}$

Стартовая продолжительность сигнала $\tilde{T}_{sinc} = 12.73$ ($T_{sinc} = 12.73\omega_p^{-1}$), несущая частота $\tilde{\omega}_1 = 1.2$ ($\omega_1 = 1.2\omega_p$), эффективная частота столкновений в плазме $\tilde{\nu} = 0.1$ $(\nu/\omega_p = 0.1)$. Приведены графики временной зависимости интенсивности сигнала (рис. 6a-c, 7a-d) и интенсивности его частотного спектра (рис. 6a1-c1, 7a1-d1) в различных точках трассы – $\tilde{z} = (\omega_p / c)z = 0$ (рис. 6a,a1), $\tilde{z} = 25$ (рис. 6b,b1), $\tilde{z} = 50$ (рис. 6c,c1), $\tilde{z} = 102.8$ (рис. 7a,a1), $\tilde{z} = 124.1$ (рис. 7b,b1), $\tilde{z} = 162.8$ (рис. 7c,c1), $\tilde{z} = 252.5$ (рис. 7d,d1). Длины трассы выбраны так, чтобы облегчить сопоставление с аналогичными расчетами рис. 4,5 для голономного сигнала с неограниченным спектром. Тонкой сплошной линией на рис. 6a-c показаны результаты приближения вещественной групповой задержки (13), пунктирной линией на рис 7a-d – результаты «лоренцева» приближения для интенсивности сигнала (42) – (45). По горизонтальной оси на графиках отложено безразмерное время $\tilde{t}_s = t_s \omega_p$ с учетом группового сдвига на исходной частоте несущей ω_1 $(t_s(z) = t - k_r'(\omega_1)z)$. До «зоны дисперсии поглощения» (рис. 6a-c) сигнал распространяется действительно с этой групповой скоростью, поэтому его максимум соответствует «сдвинутому» времени $\tilde{t}_s = 0$. В «зоне дисперсии поглощения» (рис. 7a-d) несущая практически совпадает с крайней частотой спектра $\omega_0 > \omega_1$ и сигнал в точке наблюдения появляется раньше – в соответствии с временем группового запаздывания на частоте $\omega_0 > \omega_1$. Именно поэтому в зоне дисперсии поглощения максимум сигнала достигается при $\tilde{t}_s < 0$. По вертикальной оси на рис. 6a-c и 7a-d (как и на соответствующих графиках рис. 1 и 2) отложена интенсивность сигнала, нормированная на «теоретический» максимум интенсивности в данной точке трассы $I_n(t) = I(t)/I_{\max}$. В качестве «теоретического» максимума во всех зонах использовался предложенный в [4] (ф. (19)) теоретический максимум сигнала с учетом его дисперсионного расплывания и экспоненциального поглощения сигнала на исходной частоте несущей ω_1: $I_{\max} = 1$ (6a), $I_{\max} = 0.046$ (6b), $I_{\max} = 2.104 \times 10^{-3}$ (6c), $I_{\max} = 2.208 \times 10^{-6}$ (7a), $I_{\max} = 1.377 \times 10^{-7}$ (7b), $I_{\max} = 8.558 \times 10^{-10}$ (7c), $I_{\max} = 8.377 \times 10^{-15}$ (7d). Небольшое отличие приведенных нормировочных значений от случая рис. 4,5 связано с небольшим, но реальным отличием темпов «ожидаемого» дисперсионного расплывания различных сигналов («лоренцева» в п.3 и «sinc» в п.4). По вертикальной оси на рис. 6a1-c1 и 7 a1-d1 отложена интенсивность спектра сигнала, нормированная на значение интенсивности спектра на частоте несущей в данной точке трассы $J_{\Omega n} = I_{\Omega}(\omega, z) \Big/ \left(\left(T_{lor}/2\right)^2 \exp\left(-\nu \tilde{z}\, \omega^{-1} \left(\tilde{\omega}^2 - 1\right)^{-1/2} \right) \right)$ (в соответствии с (20)).

Нетрудно заметить, что вне зоны дисперсии поглощения (рис. 6 a-c) максимальное значение как нормированной интенсивности сигнала, так и его нормированной интенсивности спектра, практически равно 1. В области же дисперсии поглощения (рис. 7 a-d) наблюдается заметное превышение «ожидаемых» максимумов, что даже вынудило нас изменить масштаб графиков. Очевидно, это (как и в случае голономных сигналов с неограниченным спектром, п.3) связано с миграцией реальной частоты несущей в сторону высоких частот и меньших коэффициентов поглощения за счет дисперсии поглощения. Тем не менее, сравнив рис. 5d и рис. 7d, нетрудно заметить, что «эффективность» миграции несущей частоты в случае голономных сигналов с ограниченным спектром все же заметно ниже, чем в случае голономных сигналов с неограниченным спектром.

Заключение

1) При достаточной протяженности трассы в среде с дисперсией поглощения происходит миграция несущей частоты голономных сигналов в область более слабого поглощения. При этом изначально узкополосные сигналы продолжают оставаться узкополосными. В случае сигналов с ограниченным спектром эта миграция несущей ограничена исходной спектральной полосой сигнала. В случае голономных сигналов с неограниченным спектром частота несущей при неограниченном росте протяженности трассы неограниченно растет.
2) Миграция несущей приводит к снижению коэффициента поглощения сигнала по сравнении с коэффициентом поглощения соответствующей плоской волны

на исходной частоте несущей и к увеличению скорости распространения сигнала по сравнению с групповой скоростью на частоте несущей.

3) В области сильного поглощения происходит «стандартизация» временной зависимости интенсивности сигнала, причем любые голономные сигналы независимо от их исходной временной зависимости приобретают «колоколообразную» форму. Эта форма различна для двух типов голономных сигналов – сигналов с ограниченным и неограниченным спектром. Сигналы с неограниченным спектром при неограниченном возрастании длины трассы становятся гауссовыми, а сигналы с ограниченным спектром – «лоренцевыми», то есть имеют временную зависимость типа $I(z,t) = I_{\max} \Big/ \left(1 + \left(t_s / T_{as}\right)^2\right)^{1+n}$, где n – порядок корня спектра сигнала на границе его спектральной полосы.

4) С ростом протяженности трассы происходит неограниченное приближение скорости распространения голономных сигналов с неограниченным спектром к вакуумной скорости света. Тем не менее накопленное отставание таких сигналов от вакуумного света не только не исчезает, но даже неограниченно растет с ростом протяженности трассы, причем не только по абсолютной величине, но и в сравнении с длительностью сигнала. Для голономных сигналов с ограниченным спектром с ростом протяженности трассы скорость распространения приближается к групповой скорости на крайней частоте их спектра.

5) Голономные сигналы не имеют никаких фрагментов, которые можно было бы интерпретировать как предвестники. Очевидно, предвестники – это исключительный атрибут кусочно-голономных и только кусочно-голономных сигналов.

Благодарности: Авторы благодарны Е.А. Палкину и Г.М. Стрелкову за полезные замечания и советы.

Литература

1. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. *Теория волн*. Москва, Наука. 1979. 384 с.
2. Вайнштейн Л.А. Распространение импульсов. *Успехи физ. наук*. 1976. Т.118. №2. С.339-367. https://doi.org/10.3367/UFNr.0118.197602h.0339
3. Варакин Л.Е. *Системы связи с шумоподобными сигналами*. Москва, Радио и Связь. 1985. 384 с.
4. Бухман Н.С., Куликова А.В. О временной зависимости узкополосного сигнала в диспергирующей среде вдали от точки излучения. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №12. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.12.14
5. Бухман Н.С. О принципе причинности и сверхсветовых скоростях распространения сигналов. *Радиотехника и электроника*. 2021. Т.66. №3. С.209-225. https://doi.org/10.31857/S0033849421030049
6. Бухман Н.С. Об искажении переднего фронта сигнала без несущей. *Радиотехника и электроника.* 2016. Т.61. №12. С.1148-1158. https://doi.org/10.7868/S0033849416120056
7. Федорюк М.В. *Асимптотика: Интегралы и ряды*. Москва, Наука. 1987. 544 с.

Для цитирования:

Бухман Н.С., Куликова А.В. О влиянии дисперсии поглощения на временную зависимость голономного узкополосного сигнала вдали от точки излучения. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2023. № 2. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.2.5