

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.2.11>

УДК: 621.396

СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ ДВУХЭЛЕМЕНТНОЙ ЦИФРОВОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ДЛЯ ОЦЕНКИ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ РАДИОСИГНАЛОВ СО СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕМ С ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ НА ОСНОВЕ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ КРАМЕР-РАО

И.В. Пешков

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина
399770, Елец, ул. Коммунаров, 28

Статья поступила в редакцию 25 декабря 2023 г.

Аннотация. В работе рассматривается эффективный способ оптимального размещения направленных антенных элементов (АЭ) для цифровой пространственной обработки сигналов. Цифровая антенная решетка (ЦАР) осуществляет оценку угловых координат радиосигналов с последующим формированием диаграммы направленности. Однако взаимное расположение антенных элементов, их число и формы диаграммы направленности оказывают существенное воздействие на качество пространственного спектра. В работе используется полученное ранее выражение оценки нижней границы Крамера-Рао для снижения числа АЭ без потери точности оценок угловых координат сигналов со сверхразрешением. В частности, приводится процедура получения двухэлементной ЦАР, в качестве элементов которой используется линейная антенная решетка с плоской синтезированной диаграммой направленности. При этом коэффициент усиления синтезированной линейной АР целенаправленно задан, превышающим данное значение для одиночного излучателя, например, микрополоскового. С помощью статистического моделирования установлено,

что точность метода MUSIC в полученной двухэлементной AP выше или сравнима с ЦАР, состоящей из трех АЭ.

Ключевые слова: цифровая антенная решетка, радиопеленгация, MUSIC, нижняя граница Крамера-Рао, оптимизация.

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00125, <https://rscf.ru/project/23-21-00125/>.

Автор для переписки: Пешков Илья Владимирович, ilvpeshkov@gmail.com

Введение

Цифровые антенные решетки в современном мире нашли широчайшее применение [1]. Основная концепция их работы заключается в спектральной оценке пространственных координат сигналов [2]. Однако повышение точности оценок сопряжено с несколькими сложностями. Так, основное направление заключается в повышении числа антенных элементов. Данный подход приводит к значительному усложнению конструкции многоканальной системы и, как следствие, удорожанию всего устройства [3]. Другое направление связано с разработкой нового алгоритма радиопеленгации со сверхразрешением. Как правило, он адаптирован для определенных заранее установленных условий применения (например, канал с замираниями), конкретного типа антенной решетки (например, ESPRIT), либо для формы сигнала (так называемые blind методы) [4]. С помощью данного подхода удастся достичь повышение точности, зачастую незначительного. При этом возрастает вычислительная сложность, что приводит к введению дополнительных процессорных блоков, и, следовательно, удорожанию устройства.

В работе рассматривается способ повышения точности оценок угловых координат со сверхразрешением на основе минимизации нижней границы Крамера-Рао [5-7]. В частности, рассматривается процедура построения двухэлементной антенной решетки для оценки угловых координат. Как показано ранее [8], на основе оптимизации возможно получить геометрии антенных решеток, которые позволяют существенно сократить дисперсию ошибок оценок

угловых координат сигналов. Достигается это благодаря взаимному размещению антенных элементов в пространстве. Однако повышение точности получается достичь только в пределах определенного сектора сканирования, т.е. в предположении, что имеется априорная информация относительно предполагаемых угловых координат источника сигнала. При таком подходе имеются очевидные недостатки, которые заключаются в следующем:

- 1) необходима предварительная информация о координатах сигнала;
- 2) полученная таким образом конфигурация ЦАР будет работать только в строго очерченных границах углов сканирования;
- 3) точность определения угловых координат, выходящих за пределы диапазона, будет существенно снижена;
- 4) реконфигурирование геометрии такой антенной решетки затруднительно или невозможно, либо потребует механических средств;
- 5) для того, чтобы имелась возможность сканирования по всем углам, необходимо переключение тех или иных антенных элементов в зависимости от сектора сканирования, что усложняет схему работы ЦАР.

Исходя из обозначенных недостатков необходимо разработать геометрию антенной решетки для сканирования в диапазоне 360° , при этом необходимо соблюсти несколько противоречащих условий:

- 1) дисперсия ошибок должна быть равномерной в диапазоне 360° ;
- 2) дисперсия ошибок должна быть достаточно низка в сравнении с кольцевой антенной решеткой (т.к. она нашла широкое применение и ее характеристики достаточно изучены);
- 3) число антенных элементов должно быть ниже, чем у широко известных образцов, например, кольцевой АР.

Такие условия могут быть удовлетворены аналитическим способом, если обратиться к границе Крамера-Рао и полученным ранее выражениям, из которых видно, каким образом, связаны между собой дисперсия оценок с координатами размещения элементов решетки, а также диаграммой направленности каждого антенного элемента.

1. Модель сигналов.

На рисунке 1 показана антенная решетка из N направленных элементов, распределенных в пространстве, образуя произвольную форму.

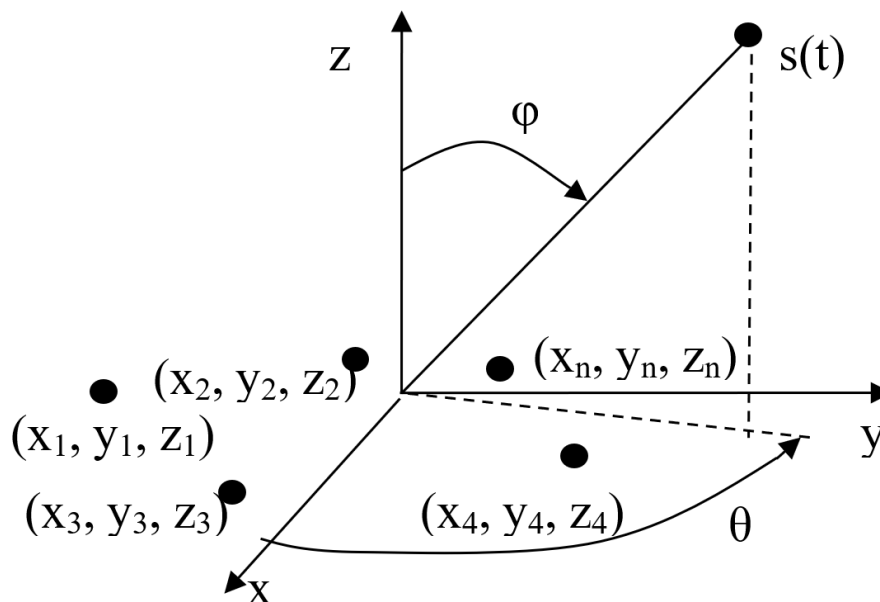


Рис. 1. Антенная решетка произвольной конфигурации.

Рассмотрим узкополосный сигнал $s(t)$ на несущей частоте ω_0 с угловыми координатами θ и φ относительно осей x , y и z соответственно, т.е. θ связана с азимутальной и φ с вертикальной плоскостями. Таким образом, задача радиопеленгации состоит в оценке координат θ и φ с максимальной точностью. Для этого необходима модель применяемой АР.

Направляющий вектор на выходе АР, описывающий амплитудно-фазовое распределение, будет выглядеть следующим образом [9]:

$$\mathbf{a}(\omega, \theta, \lambda) = \left[g_1(\omega, \theta, \lambda) e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}_1^T} \quad g_2(\omega, \theta, \lambda) e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}_2^T} \quad \cdots \quad g_N(\omega, \theta, \lambda) e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}_N^T} \right], \quad (1)$$

где $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} (k_x, k_y, k_z) = (\sin\varphi \cos\theta, \sin\varphi \sin\theta, \cos\varphi)$ – волновое число, описывающее скорость изменения фазы распространяющейся волны в направлениях x , y , z , $\mathbf{r}_n^T = (x_n, y_n, z_n)^T$ – радиус-вектор к n -му АЭ и $g_n(\theta, \varphi)$ – коэффициент усиления n -го АЭ.

Величина дисперсии оценок угловых координат θ и φ рассчитывается по критерию нижней границы Крамера-Рао, которая определяется только

величиной шума, а также расположением антенных элементов в пространстве. При этом произвольный алгоритм радиопеленгации не способен опуститься ниже данного предела, а лишь приблизиться к нему. Ковариационная матрица ошибок для оценки угловых координат сигналов со сверхразрешением как в азимутальной, так и в угломестной плоскостях сканирования [10]:

$$\mathbf{B}_{sto} = \frac{\sigma^2}{2N} \Re \left[Tr \left\{ \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 \\ \Lambda_3 & \Lambda_4 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \Xi & \Xi \\ \Xi & \Xi \end{bmatrix}^T \right\} \right]^{-1}, \quad (2)$$

здесь $\Lambda_1 = \mathbf{D}_\theta^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_\theta$, $\Lambda_2 = \mathbf{D}_\theta^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_\phi$, $\Lambda_3 = \mathbf{D}_\phi^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_\theta$, $\Lambda_4 = \mathbf{D}_\phi^H \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{D}_\phi$, $\Xi = \mathbf{S} \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{S}$, \mathbf{D}_θ и \mathbf{D}_ϕ – матрицы дифференцирования направляющих векторов $\mathbf{a}(\theta, \phi)$ по соответствующим плоскостям. Следовательно, воздействуя на координаты антенных элементов ЦАР можно снизить величину \mathbf{B}_{sto} .

2. Проектирование двухэлементной АР для радиопеленгатора.

Теперь в данной главе рассмотрим процедуру построения двухэлементной антенной решетки для оценки угловых координат. Для этого рассмотрим выражение нижней границы Крамера-Рао более внимательно [11]:

$$\begin{bmatrix} var(\theta_1, \phi_1) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & var(\theta_M, \phi_M) \end{bmatrix} \approx \frac{\sigma^2}{2N} \left\{ \frac{1}{g_1^2 g_2^2 (a'_1 - a'_2)^2 + (g'_2 g_1 - g'_1 g_2)^2} \right\}, \quad (3)$$

здесь и далее (...)’ – производная по θ или ϕ в зависимости от направления сканирования.

Особенно нам важен знаменатель правой части выражения (3) в фигурных скобках. Он состоит из трех основных членов, а именно:

- 1) $g_1^2 g_2^2$ – произведение квадратов диаграмм направленности АЭ, т.е. физически определяется общим усилением решетки в данном направлении;
- 2) $(a'_1 - a'_2)^2$ – квадрат разности фаз между АЭ, т.е. физически определяется через взаимное расположение АЭ в пространстве;
- 3) $(g'_2 g_1 - g'_1 g_2)^2$ – квадрат разности ДН.

Из анализа п.1-3 можно с уверенностью сказать, что основными факторами, определяющими дисперсию оценок, являются п. 1 и п. 2, т.е. общее усиление и пространство, занимаемое решеткой, или апертура. Таким образом, можно влиять один из этих факторов, либо на оба. Снизить величину ошибок можно путем увеличения апертуры и/или коэффициента усиления ДН. С другой стороны, допустим имеется ограниченное число антенных элементов, например, только два. В этом случае можно компенсировать данный недостаток либо расположив АЭ на большей площади и/или увеличив коэффициент усиления каждого элемента решетки. Данные факторы показывают квадратическую зависимость. Если увеличить усиление каждого АЭ в 2 раза, дисперсия оценок может быть снижена радикально. С другой стороны, синтезировать антенну, усиление которой было бы равномерно на 360° , не представляется возможным. Однако можно взять за основу подход, нашедший применение при проектировании согласованного фильтра, либо спектр системы OFDM. В этих приложениях максимум частотной характеристики одного канала совпадает с минимумом предыдущего (как в OFDM). Таким образом стратегию выбора диаграммы направленности можно сформулировать следующим образом: усиление в широком пространственном обзоре, например по азимуту от -90° до 90° , при этом максимальное усиления должно быть в пределах -5° до 5° , чтобы компенсировать минимум диаграммы направленности второго антенного элемента, как показано на рис. 2.

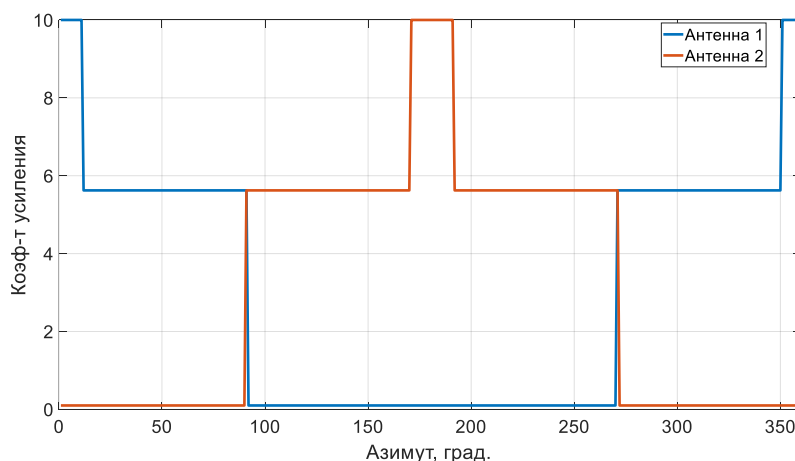


Рис. 2. Шаблоны для синтеза диаграмм направленности антенных элементов а) красный – для первого АЭ, б) синий – для второго АЭ.

Из рис. 2 видно, что пиковые значения выбраны для компенсации минимума диаграммы направленности соседнего элемента. Для синтеза согласно шаблону решено взять десятиэлементную эквидистантную линейную антенную решетку, показанную на рис. 3.

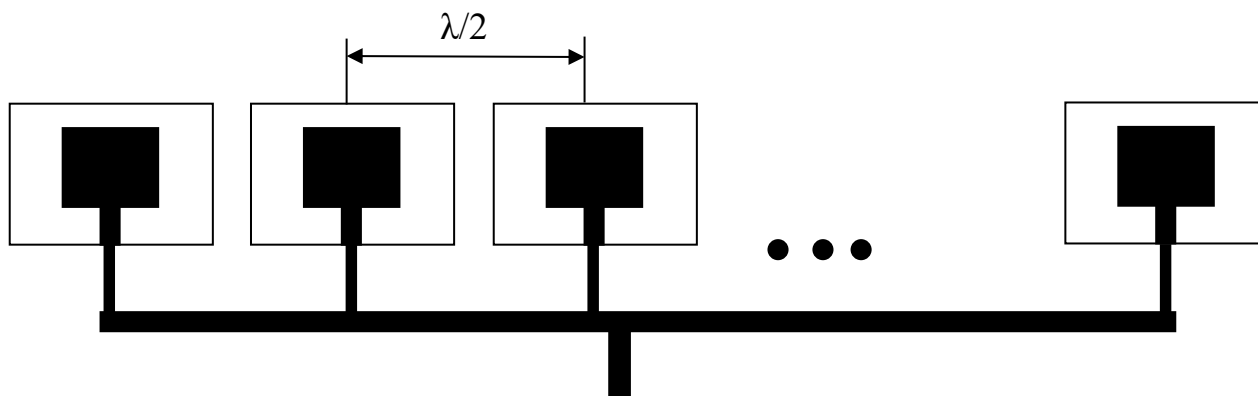


Рис. 3. Схема линейной эквидистантной антенной решетки.

Затем необходимо определить фазы и амплитуды на каждом элементе. В качестве АЭ выступает прямоугольный микрополосковый элемент (но может быть и другой), диаграмма направленности которого известна и определяется по формуле:

$$g_n(\phi, \theta) = \frac{D}{2^{2m}} (1 + \sin(\phi))^m \left(1 + \cos \left(\theta - \frac{2\pi n}{N} \right) \right)^m, \quad (4)$$

где D – коэффициент направленного действия, m определяется через D .

Для синтеза диаграммы направленности, показанной на рис. 2, линейной эквидистантной антенной решетки из рис. 3, межэлементное расстояние которой составляет $d = \lambda/2$, воспользуемся следующим выражением электрического поля в дальней зоне:

$$E(\theta) = \sum_{n=1}^N g_n(\theta) \cdot a_n e^{j(k(n-1)d \cos \theta + \beta_n)}, \quad (5)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число в свободном пространстве, а d – расстояние между элементами решетки, N – число АЭ, т.е. 10. Весовые коэффициенты по амплитуде и фазе n -го элемента обозначены как a_n и β_n соответственно. Выражение $g_n(\theta)$ представляет собой диаграмму направленности n -го элемента по формуле (4).

Для синтеза ДН всей линейной АР воспользуемся генетическим алгоритмом оптимизации [12]. Для каждой точки выборки поля вычисляется

относительная ошибка, которая представляет собой разницу между фактическим уровнем электрического поля и желаемым уровнем по всем точкам выборки:

$$e_m = E_{\text{факти}}(\theta_m) - E_{\text{желаем}}(\theta_m), i = 1, 2, \dots, M, \quad (6)$$

где $E(\theta_m)$ обозначает значение диаграммы решетки в точке с координатой по азимуту θ_m . В качестве целевой функции используется величина наименьших средних квадратов согласно следующему выражению [13]:

$$F(a_1, \dots, a_N, \beta_1, \dots, \beta_N) = \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |e_m|^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

После выполнения процедуры оптимизации были получены следующие значения фазовых сдвигов β_n и амплитудных распределений a_n питания АР на рис. 3.

Таблица 1. Значения амплитудно-фазовых сдвигов для линейной АР.

Номер элемента	Фаза, град.	Амплитуда
1	-279,02	0,99
2	298,6	1
3	140,4	1
4	359,9	0,99
5	-255,7	0,99
6	-342,9	0,99
7	137,22	0,99
8	-49,16	0,99
9	-256,9	0,91
10	253,5	0,85

После завершения оптимизации были получены следующие диаграммы направленности синтезированной линейной антенной решеткой.

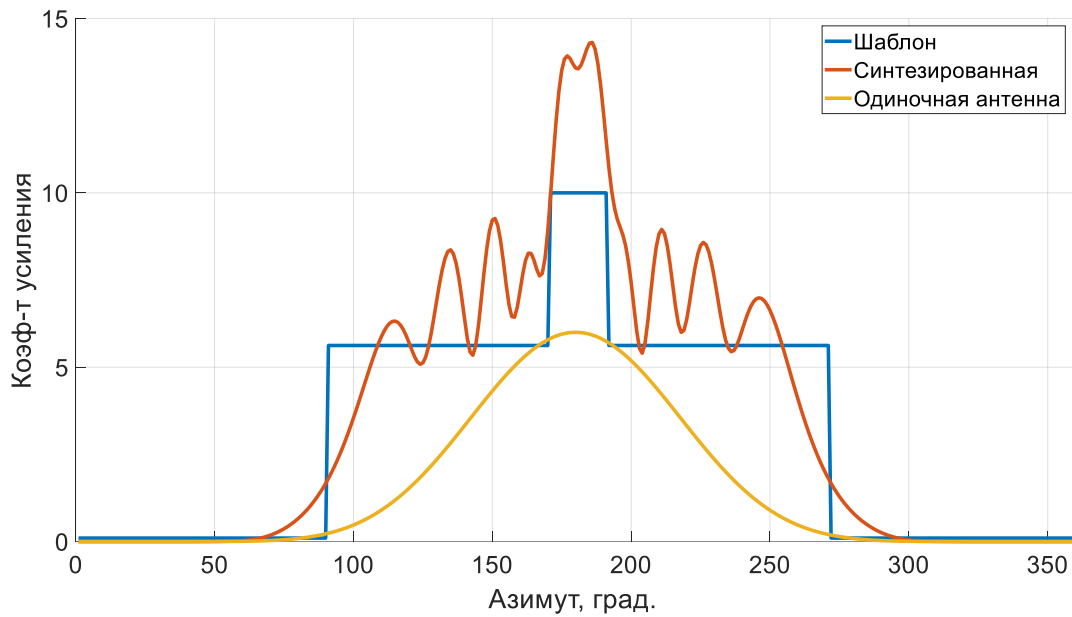


Рис. 4. Диаграммы направленности: синий – шаблон, красная – диаграмма направленности линейной АР, желтый – прямоугольная патч-антенна.

Как видно из рис. 4, диаграмма направленности синтезированной линейной антенной решетки в целом совпадает с шаблоном. Имеется ярко выраженный пик в полосе -5° до 5° , а также боковые лепестки и усиление в полосе -90° до 90° для заполнения азимутального диапазона сканирования. Кроме того, удалось получить значения ДН линейной АР, превосходящие одиночной антенны, такой как, например, прямоугольная микрополосковая. Приращение усиления, как показано в формуле (3), является основой для снижения дисперсии ошибок при оценке угловых координат.

3. Моделирование и исследование.

Теперь рассмотрим общую схему сканирующей цифровой антенной решетки, состоящей из двух линейных АЭ, которые имеют синтезированную ДН (рис. 5).

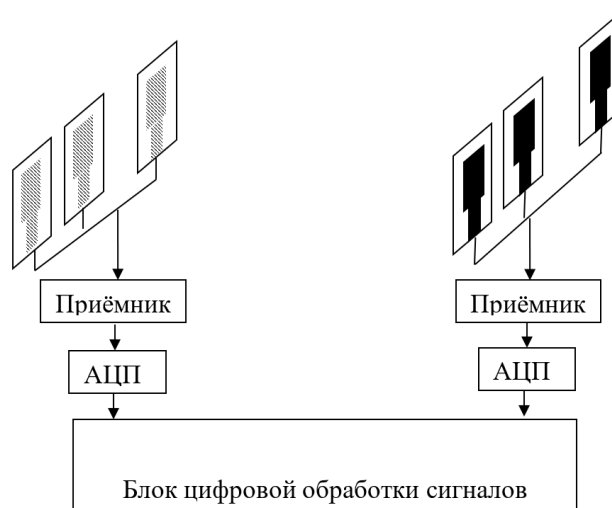


Рис. 5. Предлагаемая схема цифровой антенной решетки для оценки угловых координат с двумя антенны элементами для сканирования по азимуту на 360° .

Для оценки угловых координат источников радиосигнала воспользуемся алгоритмом со сверхразрешением MUSIC с накоплением отсчетов с выходов элементов решетки.

Было выполнено моделирование для оценок дисперсии при вычислении угловых координат одиночного сигнала. При этом координата радиосигнала была смещена в пределах от 0° до 90° . Далее на рис. 6 показаны кольцевые АР, состоящие из двух и трех одиночных направленных АЭ, которые затем сравниваются с АР из рис. 5 [14].

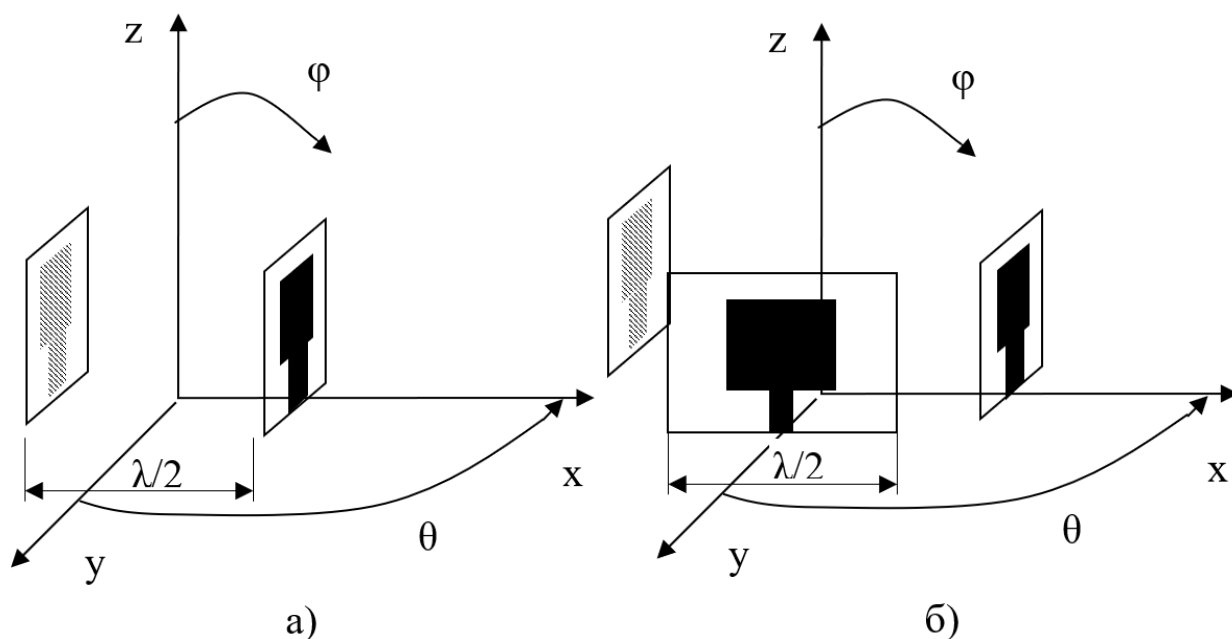


Рис. 6. Кольцевые АР: а) из двух элементов, б) из трех элементов.

На рисунке 7 показаны несколько графиков зависимости среднеквадратического отклонения (СКО) метода MUSIC для следующих типов ЦАР: двухэлементная АР из рис. 5, а также кольцевые АР, показанные на рис. 6. При этом ДН одиночных антенных элементов приведены на рис. 4 желтым цветом и получены из выражения (4) для $D = 6$ дБ. Для данного эксперимента мощность сигнала равна мощности шума, число отсчетов усреднения корреляционной матрицы составляет 100.

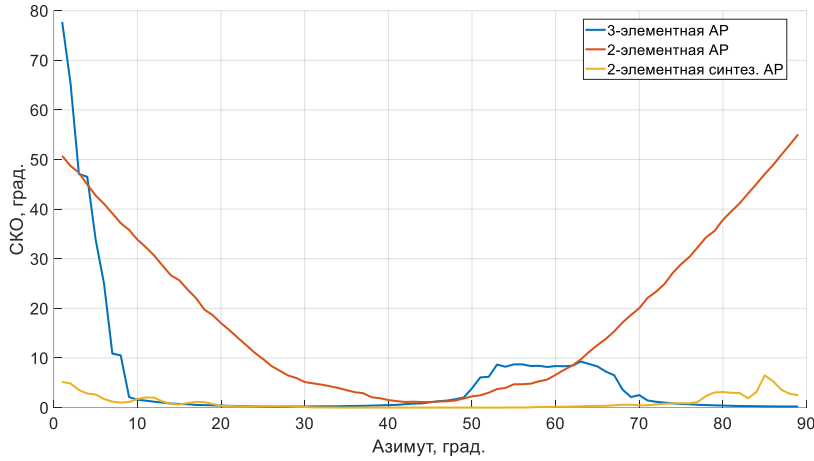


Рис. 7. Среднеквадратические ошибки для двухэлементных и трехэлементной ЦАР.

Как видно из графиков на рис. 7, предложенная процедура проектирования сканирующей ЦАР позволяет снизить СКО ошибок во всем диапазоне углов сканирования по азимуту. При этом достигается лучшая или сравнимая точность по сравнению с трехэлементной ЦАР. Данный эффект можно обосновать следующим образом, используя выражения для двухэлементной АР:

$$var(\theta, \phi)_2 = \frac{\sigma^2}{2N} \left\{ \frac{1}{g_1^2 g_2^2 (a_1' - a_2')^2 + (g_2' g_1 - g_1' g_2)^2} \right\} \quad (8)$$

и выражения для трехэлементной АР:

$$var(\theta, \phi)_3 \approx \frac{\sigma^2}{2N} \left\{ \frac{1}{g_1^2 g_2^2 (a_1' - a_2')^2 + g_3^2 g_1^2 (a_1' - a_3')^2 + g_2^2 g_3^2 (a_2' - a_3')^2 + (g_2' g_1 - g_1' g_2)^2 + (g_3' g_1 - g_1' g_3)^2 + (g_2' g_3 - g_3' g_2)^2} \right\}. \quad (9)$$

Предположим, что дисперсия оценок, полученная для двух- и трехэлементных ЦАР равны, т.е.:

$$var(\theta, \phi)_2 = var(\theta, \phi)_3. \quad (10)$$

Кроме того, предположим, что двух- (рис. 5) и трехэлементные (рис. 6б) ЦАР занимают сравнимую площадь, т.е. располагаются на одинаковом радиусе от центра, а также мощность шума σ^2 и количество отсчетов N корреляционных матриц одинаково. Таким образом,

$$\frac{\sigma^2}{2N} \left\{ \frac{1}{g_{12}^2 g_{22}^2 (a'_1 - a'_2)^2 + (g'_{22} g_{12} - g'_{12} g_{22})^2} \right\} = \frac{\sigma^2}{2N} \left\{ \frac{1}{a+b} \right\}, \quad (11)$$

$$a = g_{13}^2 g_{23}^2 (a'_1 - a'_2)^2 + g_{33}^2 g_{13}^2 (a'_1 - a'_3)^2 + g_{23}^2 g_{33}^2 (a'_2 - a'_3)^2, \quad (12)$$

$$b = (g'_{23} g_{13} - g'_{13} g_{23})^2 + (g'_{33} g_{13} - g'_{13} g_{33})^2 + (g'_{23} g_{33} - g'_{33} g_{23})^2, \quad (13)$$

здесь и далее g_{i2} и g_{i3} – означают, что ДН относится к рассматриваемым двух- и трехэлементным ЦАР с соответствующими диаграммами направленности их АЭ.

От равных коэффициентов, т.е. мощность шума и число усреднения корреляционной матрицы, можно избавиться, следовательно:

$$\left\{ \frac{1}{g_{12}^2 g_{22}^2 + (g'_{22} g_{12} - g'_{12} g_{22})^2} \right\} = \left\{ \frac{1}{g_{13}^2 g_{23}^2 + g_{33}^2 g_{13}^2 + g_{23}^2 g_{33}^2 + (g'_{23} g_{13} - g'_{13} g_{23})^2 + (g'_{33} g_{13} - g'_{13} g_{33})^2 + (g'_{23} g_{33} - g'_{33} g_{23})^2} \right\}. \quad (14)$$

Рассмотрим только знаменатель (14):

$$g_{12}^2 g_{22}^2 + (g'_{22} g_{12} - g'_{12} g_{22})^2 = g_{13}^2 g_{23}^2 + g_{33}^2 g_{13}^2 + g_{23}^2 g_{33}^2 + (g'_{23} g_{13} - g'_{13} g_{23})^2 + (g'_{33} g_{13} - g'_{13} g_{33})^2 + (g'_{23} g_{33} - g'_{33} g_{23})^2. \quad (15)$$

Поскольку видно, что произведение квадратов диаграмм направленности много больше, чем остальные слагаемые, то продолжим упрощение:

$$g_{12}^2 g_{22}^2 \approx g_{13}^2 g_{23}^2 + g_{33}^2 g_{13}^2 + g_{23}^2 g_{33}^2. \quad (16)$$

Теперь необходимо определить усиление синтезируемой линейной антенной решетки. Возьмем максимальное значение прямоугольного полоскового антенного элемента, равным 5, а минимальное 0,1, что видно из рис. 4, т.е.:

$$g_{12}^2 0.1_{22}^2 \approx 5_{13}^2 0.1_{23}^2 + 5_{33}^2 0.1_{13}^2 + 5_{23}^2 0.1_{33}^2, \quad (17)$$

$$g_{12}^2 \approx 5_{13}^2 0.1_{23}^2 + 5_{33}^2 0.1_{13}^2 + 5_{23}^2 0.1_{33}^2 / 0.1_{22}^2. \quad (18)$$

После несложных вычислений получаем, что коэффициент усиления элемента цифровой антенной решетки, показанной из рис. 5 составляет $g_{12} = 8,7$. Таким образом, вычисленное значение совпадает с величиной усиления синтезированного линейного АЭ, как показано на рис. 4. Следовательно, рассматриваемая методика проектирования ЦАР для оценок угловых координат со сверхразрешением позволяет получать характеристики дисперсии оценок с меньшим количеством антенных элементов. Здесь происходит компенсация меньшего количества АЭ посредством более высокого коэффициента усиления, что видно из выражения нижней границы Крамера-Рао (8-9).

Заключение

В статье показана возможность сокращения количества антенных элементов в задачах оценки пространственных координат радиосигналов со сверхразрешением без снижения точности. Для уменьшения размерности использовалась квадратичная зависимость дисперсии оценок в зависимости от диаграмм направленности элементов на основе нижней границы Крамера-Рао. Таким образом, можно компенсировать меньшее количество антенных элементов за счет увеличенного усиления каждого из АЭ в отдельности. Линейная антенная решетка синтезируется для равномерной оценки пространственных координат радиосигналов во всем диапазоне по азимуту. Диаграмма направленности этой решетки имеет такой же высокий коэффициент усиления, как и у плоской вершины. Установлено, что двухэлементная ЦАР имеет меньшее значение СКО ошибок посредством метода MUSIC по сравнению с трехэлементной кольцевой решеткой. При этом выигрыш при использовании синтезированного элемента значительно больше, чем обычного, например, прямоугольного микрополоскового. Таким образом, показано, что предложенный метод позволяет уменьшить количество антенных элементов цифровой антенной решетки без увеличения ошибок оценки пространственных координат со сверхразрешением.

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00125, <https://rscf.ru/project/23-21-00125/>.

Литература

1. Yang B. et al. Digital beamforming-based massive MIMO transceiver for 5G millimeter-wave communications // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 2018. – Т. 66. – №. 7. – С. 3403-3418. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2018.2829702>
2. Ruan N. et al. DOA estimation in B5G/6G: Trends and challenges // Sensors. – 2022. – Т. 22. – №. 14. – С. 5125. <https://doi.org/10.3390/s22145125>
3. Bonacci D., Vincent F., Gignoux B. Robust DoA estimation in case of multipath environment for a sense and avoid airborne radar // IET Radar, Sonar & Navigation. – 2017. – Т. 11. – №. 5. – С. 797-801.
4. Ильчук А.Р. и др. Угловое сверхразрешение в бортовых радиолокационных системах воздушного базирования // Журнал радиоэлектроники. – 2021. – №. 12. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.12.3>
5. Gazzah H., Marcos S. Cramer-Rao bounds for antenna array design // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2005. – Т. 54. – №. 1. – С. 336-345.
6. Сличенко М.П., Завалишина О.Н. Обобщенное неравенство Крамера-Рао для пеленгования источников радиоизлучения в условиях сложной электромагнитной обстановки // Теория и техника радиосвязи. – 2022. – С. 41-45.
7. Макаров Е.С. Анализ углового сверхразрешения источников электромагнитного поля в многоканальных системах с малой апертурой : дис. – Е.С. Макаров. Воронеж: Издательский дом ВГУ. 2009, 2009.
8. Пешков И.В. Минимизация нижней границы Крамера-Рао для построения антенных решеток с направленными излучателями для повышения точности оценок угловых координат радиосигналов // Журнал радиоэлектроники. – 2022. – №. 2.

9. Godara L.C. Application of antenna arrays to mobile communications. II. Beam-forming and direction-of-arrival considerations // Proceedings of the IEEE. – 1997. – Т. 85. – №. 8. – С. 1195-1245.
10. Chan A.Y.J., Litva J. MUSIC and maximum likelihood techniques on two-dimensional DOA estimation with uniform circular array // IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation. – 1995. – Т. 142. – №. 3. – С. 105-114.
11. Nechaev Y., Peshkov I., Fortunova N. Evaluation and minimization of Cramer-Rao bound for conformal antenna arrays with directional emitters for DOA-estimation // Progress In Electromagnetics Research C. – 2019. – Т. 90. – С. 139-154.
<https://doi.org/10.2528/PIERC18111802>
12. MathWorks. ga - Find minimum of function using genetic algorithm. URL: <https://www.mathworks.com/help/gads/ga.html> Дата обращения: 27.12.2023
13. Zhou H. J. et al. Design and realization of a flat-top shaped-beam antenna array // Progress In Electromagnetics Research Letters. – 2008. – Т. 5. – С. 159-166.
<https://doi.org/10.2528/PIERL08111911>
14. Peshkov I.W., Zaitseva I.N., Nechaev Y.B. The estimation of radio direction-finding performance in volume antenna arrays with directive radiators by music method // 2018 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). – IEEE, 2018. – С. 1-6.
<https://doi.org/10.1109/SYNCHROINFO.2018.8457063>

Для цитирования:

Пешков И.В. Способ построения двухэлементной цифровой антенной решетки для оценки угловых координат радиосигналов со сверхразрешением с повышенной точностью на основе нижней границы Крамер-Рао. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 2.
<https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.2.11>