

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.2.6>

УДК: 535.94

ЭФФЕКТЫ ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ПРЕЛОМЛЕНИЯ ВОЛН В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

А.Ю. Ветлужский

Институт физического материаловедения СО РАН,
670047, Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, д. 6

Статья поступила в редакцию 30 ноября 2023 г.

Аннотация. В работе рассмотрено взаимодействие оптического излучения с границами сред, образованных двумерно-периодическими системами хорошо проводящих цилиндрических элементов малого поперечного сечения – металлическими фотонными кристаллами. Показано, что на частотах запрещенных зон в спектре собственных электромагнитных состояний кристалла при наклонном распространении волн относительно элементов такие структуры можно характеризовать гиперболическими изочастотными диаграммами в пространстве волновых векторов. Следствием этого является возможность возникновения эффектов отрицательного преломления при падении волн на границу такой анизотропной гиперболической среды, образованной двумерным кристаллом с элементами ограниченной длины. Методом конечных разностей во временной области решена задача падения плосковолнового гауссова оптического пучка на поверхность металлического фотонного кристалла. Доказано, что при определенных условиях имеет место отрицательное преломление волн на границе формируемой таким кристаллом среды.

Ключевые слова: металлический фотонный кристалл, запрещенные зоны, гиперболическая среда, отрицательное преломление.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания ИФМ СО РАН № FWSF-2024-0008.

Автор для переписки: Ветлужский Александр Юрьевич, vay@ipms.bscnet.ru

Введение

Металлические фотонные кристаллы (МФК) активно исследуются в последние годы в связи с необычными электродинамическими свойствами, которые они проявляют [1]. Наиболее распространенным видом МФК являются двумерно-периодические решетки, образованные цилиндрическими элементами малого радиуса и большой по сравнению с длиной волны протяженности, имеющими высокую проводимость в радио- и инфракрасном диапазонах (рис. 1).

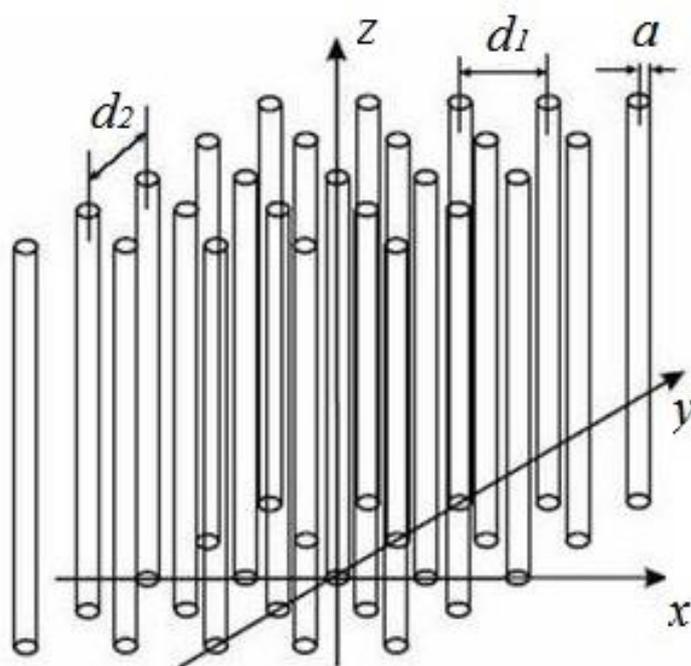


Рис. 1. МФК, состоящий из проводящих цилиндров кругового сечения (в общем случае периоды расположения элементов в двух ортогональных направлениях d_1 и d_2 не равны).

С одной стороны, являясь типичными фотонными кристаллами, МФК обладают характерной для этого класса структур способностью формировать запрещенные зоны в спектре собственных электромагнитных состояний. При этом в отличие от любых двумерных диэлектрических фотонных кристаллов МФК имеют запрещенные зоны в области низких частот [2]. Существование такой низкочастотной запрещенной зоны легко объяснить тем, что в уравнение Гельмгольца диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega, \mathbf{r})$ входит в комбинации $\omega^2 \varepsilon(\omega, \mathbf{r})/c^2$, а следовательно, для формирования зонной

структуры спектра и появления запрещенных зон при $\omega \rightarrow 0$, необходимо, чтобы $\omega^2 \varepsilon(\omega, \mathbf{r}) \rightarrow \text{const}$. Это возможно только в металлических структурах.

Кроме того, физический механизм, приводящий к формированию низкочастотной запрещенной зоны в МФК, не связан с брэгговским рассеянием, как в иных фотонно-кристаллических структурах. Наиболее корректная его формулировка, на наш взгляд, была дана в [3] на основе проведения прямой аналогии между возбуждением среды из тонких проводников с поведением плазмонных образований в твердом теле. Таким образом, двумерные МФК можно рассматривать и как своеобразные метаматериалы, представляющие собой специфические проволочные среды (*wire media*).

В частности, в [1] указывалось, что подобно магнитоактивной плазме эффективная диэлектрическая проницаемость таких структур может быть описана соотношением:

$$\vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}, \varepsilon_z(\omega) = \varepsilon_t(1 - \omega_p^2/\omega^2), \quad (1)$$

где ε_t – проницаемость межэлементной среды, ω_p – плазменная (пороговая) частота, ниже которой такой кристалл полностью подавляет распространение излучения в плоскости, перпендикулярной осям проводников (ориентированным вдоль оси z), а выше – становится «прозрачным» для него.

Являясь в силу (1) одноосными анизотропными кристаллами, МФК обладают всеми их характерными свойствами. В частности, при наклонном по отношению к элементам прохождения волн через такие материалы изочастотные поверхности в пространстве волновых векторов приобретают гиперболический вид, в отличие от эллиптического характера изочастот в изотропных средах. Эта особенность привела к возникновению еще одного термина в отношении МФК – «гиперболическая среда» [4].

Целью настоящей работы является анализ возможности формирования в таких средах на частотах ниже плазменной «обратных» волн, т.е. волн, у которых поперечные по отношению к оптической оси компоненты волновых векторов и

векторов групповой скорости противоположно направлены, что при падении излучения на границу среды может проявиться в отрицательном преломлении.

1. Анализ условий отрицательного преломления волн на границе МФК

Рассматривая МФК в качестве одноосной анизотропной среды, допустим, что в такой среде распространяется плоская волна:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(kr - \omega t)}, \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i(kr - \omega t)},$$

и положим, что волновой вектор этой волны располагается в плоскости $x-z$, а элементы среды конечной длины ориентированы вдоль оси z . Ограничиваясь рассмотрением ТМ волн (вектор \mathbf{H} перпендикулярен осям цилиндров), из уравнений Максвелла:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

получаем следующие выражения для компонент поля в одноосной анизотропной среде:

$$\mathbf{H} = H_0 \mathbf{y}_0 \exp(i(k_x x + k_z z - \omega t)),$$

$$\mathbf{E} = \frac{H_0}{\omega} \left(\frac{k_z}{\varepsilon_t} \mathbf{x}_0 - \frac{k_x}{\varepsilon_z} \mathbf{z}_0 \right) \exp(i(k_x x + k_z z - \omega t)).$$

Здесь $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0$ – единичные векторы, ориентированные вдоль соответствующих осей, $\varepsilon_t, \varepsilon_z$ – поперечная и продольная компоненты эффективной диэлектрической проницаемости среды соответственно. Из уравнений Максвелла следует, что для ТМ волны, т.е. при выполнении условия $\mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0$, дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{k_z^2}{\varepsilon_t} + \frac{k_x^2}{\varepsilon_z} = \frac{\omega^2}{c^2} = k_0^2 \quad \text{или} \quad k_z = \pm \sqrt{k_0^2 \varepsilon_t - k_x^2 \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_z}}. \quad (2)$$

В последнем выражении k_0 – волновое число в свободном пространстве. Очевидно, что рассматривая в качестве одноосной анизотропной среды МФК – проволочную среду, мы будем наблюдать различный характер

распространения волн в ней в зависимости от знака продольной компоненты ϵ_z диэлектрической проницаемости, и, как следствие, различный характер процессов преломления волн на границе кристалла с изотропной средой (в плоскости xOy). Анализ последних удобно проводить путем построения изочастотных диаграмм, т.е. линий (или поверхностей), соответствующих некоторой фиксированной частоте и построенных в пространстве волновых векторов в соответствии с (2).

На рис. 2 представлены изочастотные диаграммы, иллюстрирующие рефракционные эффекты на границе среды для случая положительного ($\epsilon_z > 0$) и отрицательного ($\epsilon_z < 0$) значений соответствующей диэлектрической проницаемости. Таким образом, в первом случае (а) рассматривается преломление волн на частотах, соответствующих разрешенной, а во втором (б) – запрещенной зонам в спектре собственных состояний МФК, формирующимся при нормальном распространении волн относительно элементов среды [5].

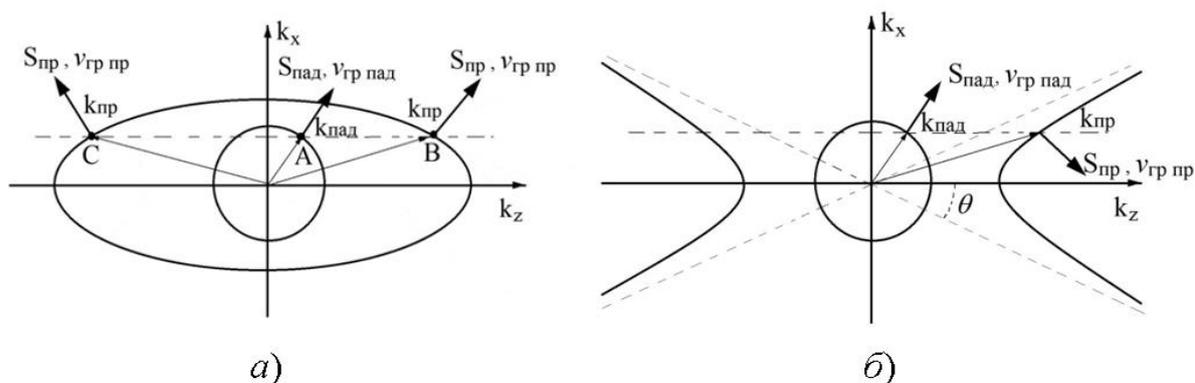


Рис. 2. Изочастотные диаграммы, иллюстрирующие рефракцию волн на границе проволочной среды. *a* – для положительного значения продольной по отношению к элементам компоненты эффективной диэлектрической проницаемости среды ϵ_z , *б* – для отрицательного ее значения. Тонкие стрелки указывают направления волновых векторов, толстые – векторов групповой скорости и векторов Пойтинга.

Очевидно, что в первом из рассматриваемых случаев, т.е. при положительном значении величины ϵ_z , уравнение (2) есть уравнение эллипса, в обратном случае отрицательных значений ϵ_z это же уравнение

описывает гиперболу. Окружности в обеих ситуациях описывают изочастотные линии для однородной изотропной среды. В частности, из рисунка (а) для такой среды следует сонаправленность волнового вектора и вектора групповой скорости или, что то же, вектора Пойтинга. При этом построении принимались во внимание следующие соображения.

Групповая скорость по определению равна $v_{\text{гр}} = \partial\omega/dk$. В то же время направление групповой скорости в нашем случае определяется выражением:

$$\mathbf{v}_{\text{гр}} = \frac{\partial\omega}{\partial k_x} \mathbf{x}_0 + \frac{\partial\omega}{\partial k_z} \mathbf{z}_0, \quad (3)$$

где единичные векторы \mathbf{x}_0 и \mathbf{z}_0 направлены параллельно и перпендикулярно поверхности преломления. Отсюда следует, что групповая скорость всегда перпендикулярна изочастотным поверхностям и направлена в сторону роста частоты. В данном случае однородной среды изочастотная линия является окружностью $k_x^2 + k_z^2 = (\omega/c)^2$, а следовательно, большим значениям частоты соответствуют круги большего радиуса, поэтому групповая скорость направлена по радиусу изочастотной окружности от ее центра.

Учитывая, что при преломлении волн на границе сред касательные компоненты волновых векторов должны совпадать ($k_{x \text{ пад}} = k_{x \text{ пр}}$ в т. А и В на рисунке), легко представить преломление света на границе кристалла в пространстве волновых векторов. При этом направление групповой скорости в т. В вновь определяется (3) и указывает на положительную рефракцию волн при положительном характере продольной диэлектрической проницаемости кристалла. Двухзначность в направлениях групповых скоростей при преломлении (т. В и С на рисунке а) снимается тем, что в т. С групповая скорость указывает на первую среду (минус перед радикалом в (2)), что означает движение энергии из МФК обратно в направлении источника излучения, что противоречит принципу причинности.

Аналогичные рассуждения для отрицательных значений продольной диэлектрической проницаемости МФК приводят к рисунку (б), который

демонстрирует отрицательную рефракцию волн на границе. При этом, если в случае (а) преломленные волны способны распространяться во всех направлениях, то в данной ситуации вектор групповой скорости оказывается заключен внутри области, ограниченной асимптотами к поверхности волновых векторов, образующими с осью z угол $\theta = \arctg\sqrt{|\varepsilon_z/\varepsilon_x|}$. В частности, если МФК возбуждается точечным источником, то энергия в нем будет локализована в конической области, ограниченной данными асимптотами. Кроме того, анализ (2) показывает, что уравнение для любых действительных k_x будет иметь действительное решение для k_z , а следовательно, такой материал способен поддерживать распространение волн с большими значениями волнового вектора ($k_x > 2\pi/\lambda_0$), являющимися эванесцентными для свободного пространства.

2. Результаты численного моделирования

Для иллюстрации возможности отрицательного преломления волн на границе метаматериала на основе МФК нами было выполнено строгое численное моделирование возбуждения проволочной среды, образованной серебряными нитями, в видимой части оптического диапазона. Расчеты выполнялись методом конечных разностей во временной области. Диэлектрическая проницаемость элементов определялась формулами Друдэ:

$$\varepsilon'(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}, \quad \varepsilon''(\omega) = \frac{\omega_p^2\gamma}{\omega^3 + \omega\gamma^2},$$

где $\varepsilon'(\omega)$ и $\varepsilon''(\omega)$ – действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости, ω_p – плазменная частота, γ – фактор затухания, равные для серебра соответственно 2175 ТГц и 4.35 ТГц [6]. Период размещения элементов в структуре составлял 110 нм, радиус – 25 нм, длина – 1500 нм. Структура была погружена в диэлектрическую матрицу из оксида алюминия, диэлектрическая проницаемость которой в видимом диапазоне частот принималась равной 3.5, потерями в ней пренебрегалось. Для наглядности получаемых в ходе моделирования результатов считалось, что на структуру под

углом 45° падает ТМ волна (вектор H ориентирован перпендикулярно элементам, которые, в свою очередь, расположены вдоль оси z), имеющая пространственное распределение в форме гауссова светового пучка:

$$H_y \sim \exp\left(-\left(\frac{x}{\delta\lambda}\right)^2\right),$$

где λ – длина волны, δ – параметр, определяющий ширину пучка вдоль координаты x и в ходе моделирования равнявшийся 1.5. Результаты, полученные на частоте 470 ТГц, представлены на рис. 3.

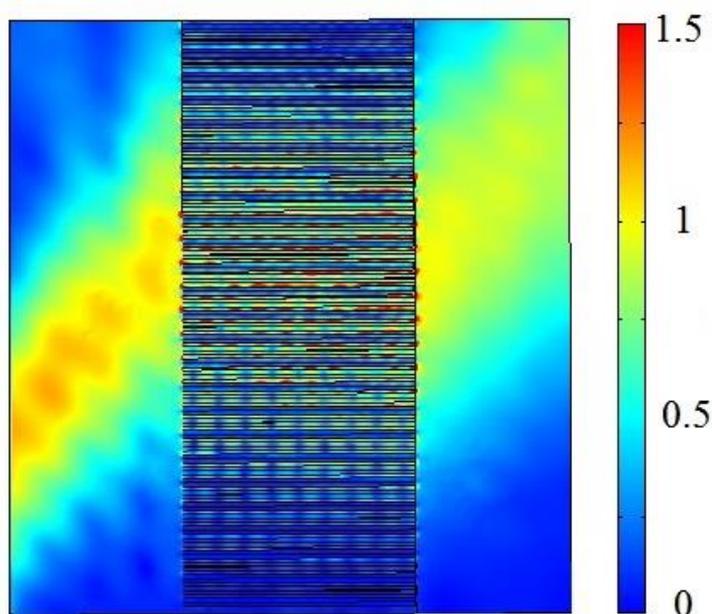


Рис. 3. Отрицательное преломление волн на границе МФК на частоте 470 ТГц. Направление прихода волны – слева направо.

Из него следует, что рассматриваемый МФК (или, иначе говоря, гиперболическая проволочная среда) при падении на него электромагнитных волн оптического диапазона может выступать в качестве эффективного метаматериала, электрофизические параметры которого позволяют реализовать условия отрицательного преломления волн на его границах. Это позволяет создавать на его основе нетрадиционные оптические устройства.

Заключение

Таким образом, в работе на основе строгого численного моделирования доказана возможность возникновения эффектов отрицательного преломления волн на границах сред, образованных МФК. Следует отметить, что уникальные свойства таких структур при наклонном распространении волн относительно образующих их элементов привели в последние годы к формированию научного направления в оптике и радиофизике, связанного с изучением электродинамических свойств и возможностей практического применения подобных гиперболических сред (см., например, [7] и библиографию к ней).

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания ИФМ СО РАН № FWSF-2024-0008.

Литература

1. Simovski C.R., Belov P.A., Atrashchenko A.V., Kivshar Y.S. Wire metamaterials: Physics and applications // *Advanced materials*. – 2012. – V. 24. – P. 4229–4248. <https://doi.org/10.1002/adma.201200931>
2. Ветлужский А.Ю. Волноводные устройства на основе линейных дефектов в металлических электромагнитных кристаллах // *Журнал технической физики*. – 2017. – Т. 87. – № 1. – С. 150-154. <https://doi.org/10.1134/S106378421701025X>
3. Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W. J. Low frequency plasmons in thin-wire structures // *J. Phys.: Condens. Matter*. 1998. V. 10. P. 4785-4809. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/10/22/007>
4. Poddubny A., Iorsh I., Belov P., Kivshar Y. Hyperbolic metamaterials // *Nature photonics*. – 2013. – V. 7. – P. 958–967. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2013.243>
5. Ветлужский А.Ю., Ломухин Ю.Л. Собственные волны многопроводной среды // *Письма в Журнал технической физики*. – 2015. – Т. 41. – №. 19. – С. 38-45. <https://doi.org/10.1134/S1063785015100156>

6. El-Kady I., Sigalas M.M., Biswas R., Ho K.M., Soukoulis C.M. Metallic photonic crystals at optical wavelengths // Phys. Rev. B. – 2000. – V. 62. – №. 23. – P. 15299-15302. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.62.15299>
7. Guo Z., Jiang H., Chen H. Hyperbolic metamaterials: From dispersion manipulation to applications // J. Appl. Phys. – 2020. – V. 127. – P. 071101(28). <https://doi.org/10.1063/1.5128679>

Для цитирования:

Ветлужский А.Ю. Эффекты отрицательного преломления волн в металлических фотонных кристаллах. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.2.6>.