

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.2.1>

УДК: 537.874; 537.624

**ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА  
ДВУХПОДРЕШЕТОЧНОГО ФЕРРИМАГНЕТИКА  
С ТОЧКОЙ КОМПЕНСАЦИИ  
В ПРИСУТСТВИИ ОДНООСНОЙ АНИЗОТРОПИИ**

Д.А. Суслов, В.Г. Шавров, В.И. Щеглов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН  
125009, Москва, ул. Моховая, д. 11 к.7

Статья поступила в редакцию 5 ноября 2024 г.

**Аннотация.** В геометрии осевой симметрии вдоль направления постоянного поля рассмотрена зависимость ориентации намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика от поля. На основе минимизации полной плотности энергии ферримагнетика построена полная фазовая диаграмма материала в целом. Предложен алгоритм численного построения нижней ветви диаграммы, состоящий из трех последовательных этапов, на первом из которых варьируется ориентации намагниченностей подрешеток, на втором варьируется поле и на третьем варьируется температура. С использованием предложенного алгоритма выполнено построение зависимости поля перехода от коллинеарной антипараллельной фазы к угловой в широком интервале температур. Показано, что введение поля анизотропии приводит к повышению зависимости поля перехода от температуры. Приведена качественная физическая интерпретация повышения упомянутых зависимостей, состоящая в ориентирующем действии поля анизотропии вдоль ее оси, совпадающей с направлением внешнего поля. Приведена методика, позволяющая по четырем характерным точкам диаграммы

получить систему алгебраических уравнений, связывающих значения намагниченностей подрешеток с характерными параметрами материала. С использованием предложенной методики выполнено модельное определение намагниченностей подрешеток по отдельности с точностью в единицы процентов. Приведены некоторые замечания, касающиеся дальнейшего развития работы.

**Ключевые слова:** смешанные и редкоземельные ферриты-гранаты, температура компенсации, намагниченности подрешеток.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

**Автор для переписки:** Щеглов Владимир Игнатьевич, [vshcheg@cplire.ru](mailto:vshcheg@cplire.ru)

## Введение

Смешанные и редкоземельные ферриты-гранаты находят широкое применение в устройствах обработки аналоговой информации в СВЧ диапазоне [1-10], в устройствах памяти на цилиндрических магнитных доменах [11, 12] и на магниторезистивной памяти [13]. Значительный интерес представляет исследование сверхбыстрой динамики намагниченности под действием мощных импульсов света от фемтосекундного лазера [14-16]. Особый интерес для таких применений составляют пленки смешанных ферритов-гранатов, обладающие двумя магнитными подрешетками, в том числе с температурной компенсацией [17-19].

Для практических применений необходимо знать параметры используемого в них магнитного материала. Традиционным приемом определения таких параметров является получение фазовой диаграммы, отражающей зависимость ориентации намагниченностей подрешеток от магнитного поля при изменении температуры в определенном интервале. Особый интерес представляют ферримагнетики, обладающие температурной точкой компенсации, то есть такой температуры, при которой суммарная намагниченность двух подрешеток обращается в нуль, так как отдельные

намагниченности при этом равны по величине и ориентированы в противоположных направлениях.

Первой работой, где получена подобная диаграмма, по-видимому, следует считать [20] (Кларк-Каллен), а дальнейшее развитие с многочисленными примерами и вариациями параметров можно найти, например, в обзорах [17-19]. В работе [21] отмечено, что на геометрическую конфигурацию диаграммы значительно влияние оказывает анизотропия материала, однако аналитическая разработка построения диаграммы в этой работе отсутствует.

Важным вопросом применения таких материалов является знание намагниченностей подрешеток по отдельности. Однако в большинстве работ, частично обобщенных в [17-19], исследуется лишь температурная зависимость суммарной намагниченности, не позволяющая выделить вклад каждой отдельной подрешетки.

В работах [22, 23] приведена методика получения намагниченностей подрешеток из анализа фазовой диаграммы двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации, полученной на основе простого модельного представления температурной зависимости намагниченности с использованием степенного приближения.

В то же время, практика показывает, что многие двухподрешеточные ферримагнетики часто обладают одноосной анизотропией, могущей в некоторой степени влиять на вид фазовой диаграммы [21], применение к которым методики, описанной в [22, 23] требует определенной коррекции.

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию работ [22, 23] с целью выявления влияния анизотропии на конфигурацию диаграммы, а также определению соответствующих поправок при измерении намагниченностей отдельных подрешеток.

## 1. Общая геометрия задачи

Будем рассматривать задачу в геометрии, подобной приведенной в работах [22, 23]. Общая схема геометрии задачи, модернизированная для требований настоящего рассмотрения, приведена на рис. 1.

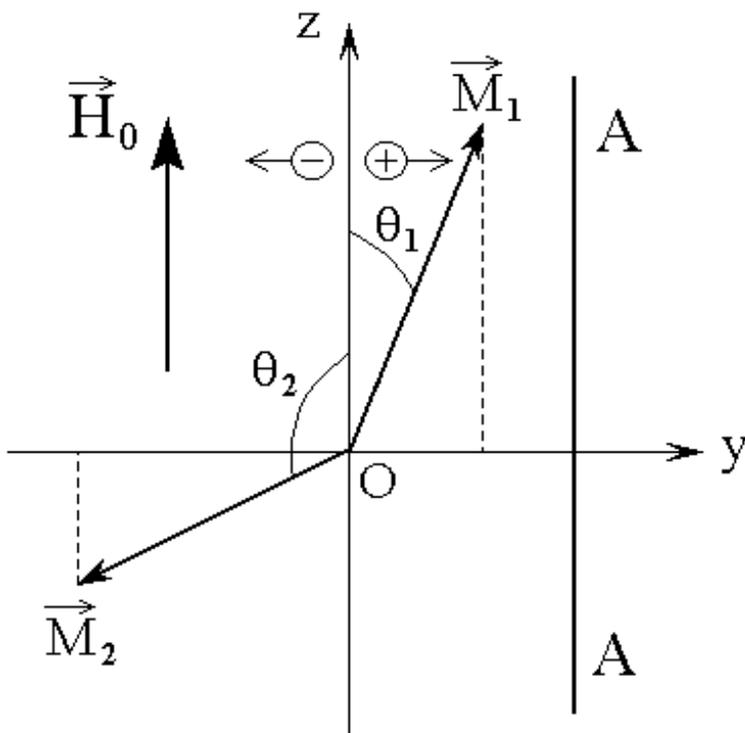


Рис. 1. Общая геометрия задачи.

Здесь  $\vec{M}_1$  и  $\vec{M}_2$  – векторы намагниченностей подрешеток,  $\vec{H}_0$  – вектор магнитного поля, система координат  $Oxyz$  ориентирована таким образом, что ось  $Oz$  направлена вдоль поля,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – полярные углы намагниченностей. Ориентация намагниченностей вокруг оси  $Oz$  безразлична, однако предполагается, что обе они лежат в одной плоскости, азимутальный угол которой безразличен в силу осевой симметрии системы. На рис. 1 в качестве такой плоскости выбрана координатная плоскость  $Oyz$ , так что оси  $Oy$  и  $Oz$  соответствуют плоскости рисунка, а ось  $Ox$  плоскости рисунка перпендикулярна, направлена навстречу читателю и ввиду очевидности на рисунке не приведена.

Отсчет полярного угла  $\theta$ , определяющего ориентацию векторов намагниченностей подрешеток, выполняется в плоскости  $Oyz$ , причем значения

этого угла в направлении по часовой стрелке считаем положительными, а в направлении против часовой стрелки – отрицательными. Для пояснения на рисунке направления отсчета полярных углов показаны в верхней части оси  $Oz$  стрелками, исходящими из малых кружков с соответствующими знаками.

Важным моментом настоящего рассмотрения является введение одноосной анизотропии, ось которой параллельна оси  $Oz$  и отмечена буквами А-А в правой части рисунка. Можно видеть, что в силу параллельности оси  $Oz$  ориентация оси анизотропии совпадает с ориентацией постоянного поля. Для простоты задачи размагничивание не рассматриваем.

## 2. Основные уравнения и построение диаграммы

Подобно [22, 23], полагаем, что плотность энергии структуры определяется взаимодействием каждой из намагниченностей с полем, а также взаимодействием намагниченностей между собой, имеющим обменную природу с параметром  $\Lambda$

$$U = -\vec{H}_0 \vec{M}_1 - \vec{H}_0 \vec{M}_2 + \Lambda \vec{M}_1 \vec{M}_2. \quad (1)$$

Входящие в это выражение слагаемые в записи через углы  $\theta_1$  и  $\theta_2$  имеют вид:

$$\vec{H}_0 \vec{M}_1 = H_0 M_1 \cos \theta_1, \quad (2)$$

$$\vec{H}_0 \vec{M}_2 = H_0 M_2 \cos \theta_2, \quad (3)$$

$$\Lambda \vec{M}_1 \vec{M}_2 = \Lambda M_1 M_2 \cos(\theta_2 - \theta_1). \quad (4)$$

Подставляя (2)-(4) в (1), получаем:

$$U = -H_0 M_1 \cos \theta_1 - H_0 M_2 \cos \theta_2 + \Lambda M_1 M_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2). \quad (5)$$

Равновесное состояние системы определяется минимумом потенциала  $U$ , для нахождения которого дифференцируем (5) по  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , приравняем производные к нулю и сокращаем на общие множители  $M_1$  и  $M_2$ , в результате чего получаем два уравнения:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 = 0, \quad (6)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 = 0. \quad (7)$$

Это – система двух уравнений с двумя неизвестными  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , аналитическое решение которой с учетом получаемого промежуточного соотношения

$$M_1 \sin \theta_1 = -M_2 \sin \theta_2, \quad (8)$$

позволяет найти косинусы углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  в виде:

$$\cos \theta_1 = \frac{H_0^2 + \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_1}, \quad (9)$$

$$\cos \theta_2 = \frac{H_0^2 - \Lambda^2 (M_1^2 - M_2^2)}{2 \Lambda H_0 M_2}. \quad (10)$$

Таким образом, решение получено в виде косинусов, зависящих от поля  $H_0$ . Однако, полагая задачей построения диаграммы получение зависимостей граничных значений полей от температуры, учтем, что эти граничные значения соответствуют допустимым значениям косинусов, которые могут меняться в пределах от  $-1$  до  $+1$ .

Поставляя эти значения в (9), (10), получаем два квадратных уравнения для поля  $H_0$ , решение которых дает две зависимости разграничивающих фазы полей от намагниченностей подрешеток:

$$(H_0)^{(+)} = \Lambda (M_1 + M_2), \quad (11)$$

$$(H_0)^{(-)} = \Lambda (M_1 - M_2). \quad (12)$$

Эти поля при подстановке температурных зависимостей  $M_1(T)$  и  $M_2(T)$  определяют фазовую диаграмму, определяющую состояние намагниченностей при заданных значениях температуры и поля.

При этом зависимость намагниченностей подрешеток от температуры должна быть задана независимо. Следуя работе [23], полагаем намагниченности  $M_1$  и  $M_2$  в виде:

$$M_1 = M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{c1}} \right)^2 \right], \quad (13)$$

$$M_2 = M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{c2}} \right)^2 \right]. \quad (14)$$

**Замечание.** В работе [23] показано, что более близким приближением к эксперименту является задание показателя степени в формулах (13), (14) равным не 2, а 6 (рис. 2). Однако там же отмечено, что качественного различия это не дает, так что общий вид диаграммы сохраняется. Конкретные диаграммы для того и другого случаев приведены на рис. 4 в работе [23], Здесь для простоты рассмотрения будем полагать намагниченности в виде (13), (14).

Далее, задавая температуру, то есть значения намагниченностей  $M_1$  и  $M_2$  в виде (13), (14), исходя из крайних допустимых значения косинусов углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , можно найти крайние значения поля  $H_0$ , что при прохождении по температуре позволит получить диаграмму в полном виде.

Аналогично [22, 23], дальнейшее рассмотрение проведем с использованием набора нормированных или «относительных» параметров:  $M_{10} = 5$ ,  $M_{20} = 3$ ,  $T_{c1} = 4$ ,  $T_{c2} = 7$ , а также  $\Lambda = 1$ .

Фазовая диаграмма, полученная при этих параметрах в работе [23, рис. 4, пунктир], приведена на рис. 2. Для наглядности, показано, какие ветви диаграммы определяются формулами (11), (12).

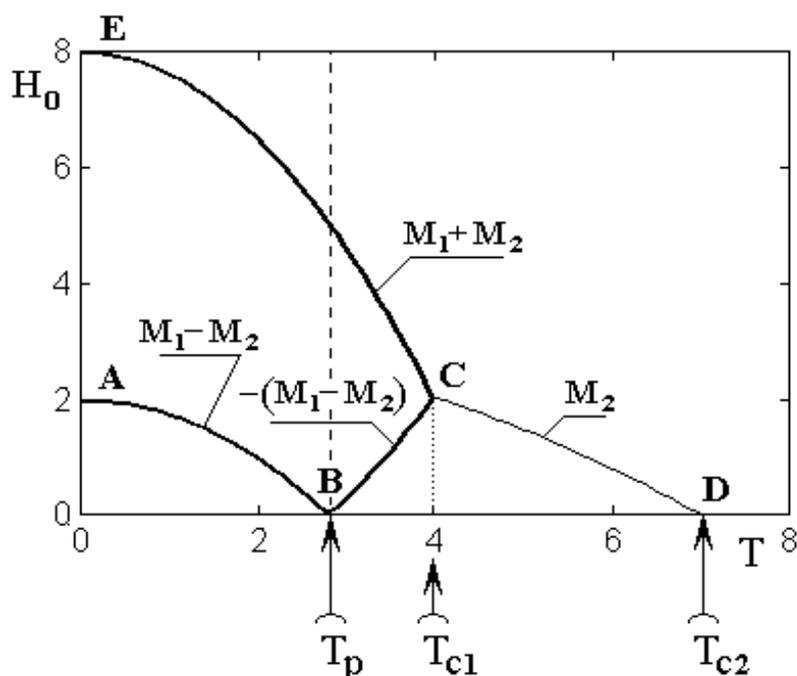


Рис. 2. Полная фазовая диаграмма при относительных параметрах:  
 $M_{10} = 5$ ,  $M_{20} = 3$ ,  $T_{c1} = 4$ ,  $T_{c2} = 7$ ,  $\Lambda = 1$ .

Наиболее важной для дальнейшего рассмотрения является нижняя ветвь диаграммы, отмеченная точками А-В-С-Д. Именно по этим точкам предложенный в работе [22] алгоритм позволяет определить намагниченности подрешеток по отдельности.

**Замечание.** Следует отметить, что проведенное здесь построение диаграммы, представленной на рис. 2, выполнено в предположении  $\Lambda = 1$ , что сделано для удобства рассмотрения. Однако практика показывает, что вид диаграммы может существенно меняться при параметре  $\Lambda$ , отличном от единицы. В этом случае обозначения намагниченностей на ветвях диаграммы, представленные на рис. 2, должны быть умножены на значение этого параметра в соответствии с формулами (11), (12).

### 3. Введение анизотропии

Рассмотрим теперь, что дает введение одноосной анизотропии. Будем исходить из классического выражения для плотности энергии одноосной анизотропии [8, стр.159, форм (4.51)], [12, стр.23, форм. (1.14)]:

$$U_a = K \sin^2 \theta. \quad (15)$$

При  $K > 0$  – анизотропия типа «легкая ось» – минимум при  $\theta \rightarrow 0$ ,

при  $K < 0$  – анизотропия типа «легкая плоскость» – минимум при  $\theta \rightarrow 90^\circ$ ,

В дальнейшем рассмотрении будем полагать  $K > 0$ .

Полная плотность энергии, получаемая на основе (5) с учетом (15) для каждой из подрешеток в отдельности, принимает вид:

$$\begin{aligned} U = & -H_0 M_1 \cos \theta_1 - H_0 M_2 \cos \theta_2 + \\ & + \Lambda M_1 M_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) + \\ & + K_1 \sin^2 \theta_1 + K_2 \sin^2 \theta_2. \end{aligned} \quad (16)$$

Дифференцируем по  $\theta_1$  и  $\theta_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \theta_1} = & H_0 M_1 \sin \theta_1 - \Lambda M_1 M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \Lambda M_1 M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \\ & + 2 K_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \theta_2} = & H_0 M_2 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \Lambda M_1 M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \\ & + 2 K_2 \sin \theta_2 \cos \theta_2. \end{aligned} \quad (18)$$

Введем обозначения для полей анизотропии:

$$H_{a1} = \frac{2K_1}{M_1}, \quad (19)$$

$$H_{a2} = \frac{2K_2}{M_2}. \quad (20)$$

Приравниваем производные к нулю и сокращаем на общие множители  $M_1$  и  $M_2$ :

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + H_{a1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 = 0, \quad (21)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + H_{a2} \sin \theta_2 \cos \theta_2 = 0. \quad (22)$$

Это – система двух уравнений с двумя неизвестными  $\theta_1$  и  $\theta_2$ .

Уравнения (21) и (22) содержат одинаковые комбинации  $\sin \theta_1 \cos \theta_2$ . Уравнение (21) – во втором слагаемом, (22) – в третьем слагаемом. Выражая из каждого уравнения эти комбинации и приравнявая друг к другу, получаем:

$$\begin{aligned} & \frac{H_0 \sin \theta_1 + \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + H_{a1} \sin \theta_1 \cos \theta_1}{M_2} = \\ & = \frac{-H_0 \sin \theta_2 + \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + H_{a2} \sin \theta_2 \cos \theta_2}{M_1}. \end{aligned} \quad (23)$$

Приводя дроби к общему знаменателю и сокращая одинаковые слагаемые, получаем:

$$M_1(H_0 + H_{a1} \cos \theta_1) \sin \theta_1 = -M_2(H_0 + H_{a2} \cos \theta_2) \sin \theta_2. \quad (24)$$

Это выражение – аналог получаемого без анизотропии выражения (8), однако вид его значительно более сложен.

Уравнение (24) в совокупности с одним из уравнений (21) или (22) можно рассматривать как систему из двух уравнений с двумя неизвестными  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Такая система будет проще исходной (21)-(22), так как уравнение (24) можно разрешить относительно одной из неизвестных. Разрешим его относительно  $\theta_2$ .

Введем вспомогательное обозначение:

$$B_1 = M_1(H_0 + H_{a1} \cos \theta_1) \sin \theta_1. \quad (25)$$

Подставляя это выражение в (24), получаем:

$$M_2(H_0 + H_{a2} \cos \theta_2) \sin \theta_2 + B_1 = 0. \quad (26)$$

Выражая  $\cos \theta_2$  через  $\sin \theta_2$ , получаем:

$$M_2(H_0 + H_{a2} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2}) \sin \theta_2 + B_1 = 0. \quad (27)$$

Выделяя квадратный корень, возводя в квадрат и приводя подобные члены, получаем:

$$M_2^2 H_{a2}^2 \sin^4 \theta_2 + M_2^2 (H_0^2 - H_{a2}^2) \sin^2 \theta_2 + 2B_1 M_2 H_0 \sin \theta_2 + B_1^2 = 0, \quad (28)$$

где  $B_1$  определяется выражением (25), зависящим только от  $\theta_1$ .

Это – уравнение четвертой степени для  $\sin\theta_2$ , коэффициенты которого определяются значением  $\theta_1$ . Если разрешить это уравнение относительно  $\theta_1$ , то в решении останется только  $\theta_2$ . Таким образом, получится выражение  $\theta_1$  через  $\theta_2$ . Если далее подставить это выражение в одно из уравнений (21) или (22), то получится уравнение, содержащее только одну переменную  $\theta_1$ . Разрешение такого уравнения даст зависимость  $\theta_2$  от поля  $T = 2$ . Аналогичным путем можно получить зависимость  $\theta_1$  от поля  $\theta_2$ .

Далее, задавая температуру, то есть значения намагниченностей  $T = 2$  и  $H_0 = 1$  в виде (13), (14), исходя из крайних допустимых значения косинусов углов  $Oz$  и  $\theta_1 = 0$ , можно найти крайние значения поля  $\theta_2 = -3.14$ , что при прохождении по температуре позволит получить полную фазовую диаграмму.

Заметим, что аналитическое разрешение уравнения (27), если и возможно, то приводит к крайне сложным выражениям, поэтому остается прибегнуть к численному решению исходной системы (21)-(22), что и будет сделано далее.

#### 4. Системы исходные

В предыдущих разделах показано, что построение фазовой диаграммы требует решения системы из двух уравнений относительно переменных  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Для общности, приведем их здесь еще раз.

Система уравнений в отсутствие анизотропии (6)-(7):

$$H_0 \sin\theta_1 - \Lambda M_2 \sin\theta_1 \cos\theta_2 + \Lambda M_2 \cos\theta_1 \sin\theta_2 = 0, \quad (29)$$

$$H_0 \sin\theta_2 - \Lambda M_1 \cos\theta_1 \sin\theta_2 + \Lambda M_1 \sin\theta_1 \cos\theta_2 = 0. \quad (30)$$

Система уравнений при наличии анизотропии (21)-(22):

$$H_0 \sin\theta_1 - \Lambda M_2 \sin\theta_1 \cos\theta_2 + \Lambda M_2 \cos\theta_1 \sin\theta_2 + H_{a1} \sin\theta_1 \cos\theta_1 = 0, \quad (31)$$

$$H_0 \sin\theta_2 - \Lambda M_1 \cos\theta_1 \sin\theta_2 + \Lambda M_1 \sin\theta_1 \cos\theta_2 + H_{a2} \sin\theta_2 \cos\theta_2 = 0. \quad (32)$$

Видно, что отличие второй системы от первой состоит в добавке в оба уравнения сходных по структуре слагаемых, отвечающих за анизотропию.

Первая система может быть решена аналитически, как это показано в разделе 2, однако вторая аналитического решения не допускает. Попытка исключить одну из переменных приводит к нелинейному уравнению высокого порядка типа (28), то есть в любом случае требует численного решения. Таким образом, можно полагать, что имеет место система из двух нелинейных уравнений. Классические численные методы решения подобных систем при произвольном числе переменных, такие как метод Ньютона [24, стр.450-474] или итераций [24, стр.474-490], требуют довольно громоздких вычислений. Поэтому здесь ограничимся более простым методом, основанным на геометрическом представлении каждого из уравнений с последующим нахождением точки пересечения соответствующих кривых. Сначала решим систему (29)-(30), как более простую, после чего рассмотрим добавку к получаемому решению, обусловленную анизотропией в соответствии с системой (31)-(32).

Решение будем выполнять в виде следующих друг за другом отдельных этапов.

## **5. Этап №1. Заданы температура и поле, варьируется ориентация намагниченности**

На первом этапе предполагаем, что температура и поле заданы как параметры. Тогда система (29)-(30) становится системой для двух неизвестных  $\theta_1$  и  $\theta_2$  в уравнениях которой все параметры известны. Каждое уравнение в отдельности можно рассматривать как определяющее зависимость одной переменной от другой.

При вариации в каждом из уравнений одной из переменных можно найти зависимость второй переменной от первой. Система будет удовлетворяться тогда, когда найдется такое значение первой переменной, при котором найденные из двух уравнений значения второй переменной будут совпадать. Геометрически это означает пересечение получаемых из обоих уравнений кривых, определяющих зависимость  $\theta_2$  от  $\theta_1$ , причем точка пересечения даст искомые значения  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , являющиеся искомым решением исходной системы уравнений.

Построение соответствующих кривых показано на рис. 3.

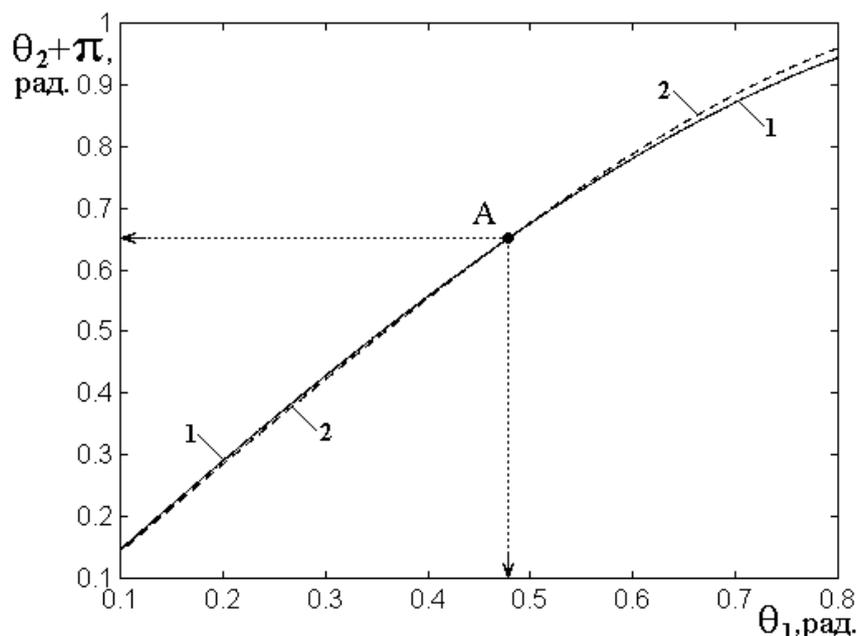


Рис. 3. Пересечение кривых, определяемых решением уравнений системы (29)-(30): 1 – решение уравнения (29); 2 – решение уравнения (30). Температура  $T = 2$ , поле  $H_0 = 1.2$ . Параметры – те же, что приняты при построении рис. 2. Намагниченности подрешеток определены при этих параметрах по формулам (13) и (14).

На этом рисунке кривая 1 (сплошная линия) получена из решения уравнения (29) методом поиска нуля при вариации  $\theta_1$ , что дает одну из зависимостей  $\theta_2$  от  $\theta_1$ . Кривая 2 (пунктир) получена из решения уравнения (30) также методом поиска нуля при вариации  $\theta_1$ , что дает другую зависимость  $\theta_2$  от  $\theta_1$ . Кривые пересекаются в точке А, что дает искомые значения  $\theta_1$  (по горизонтальной оси) и  $\theta_2$  (по вертикальной оси), являющиеся решением исходной системы при заданных значениях температуры и поля.

Из рисунка видно, что кривые идут весьма близко друг от друга, поэтому для точного определения точки пересечения рассматривалась разность полученных значений  $\theta_2$  и искомая точка пересечения определялась по прохождению такой разности через нуль. Полученная зависимость приведена на рис. 4.

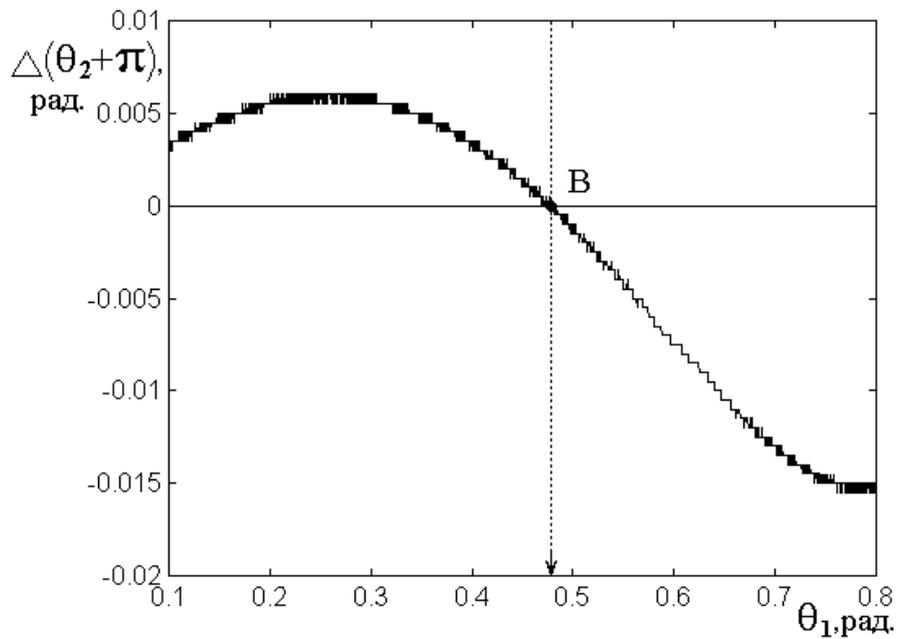


Рис. 4. Зависимость разности между кривыми 1 и 2 на рис. 3 от величины  $\theta_1$ .

Из рисунка видно, что кривая проходит через нуль в точке В, которая дает значение  $\theta_1$ . Далее значение  $\theta_2$  может быть определено из рис. 3 или путем решения любого из уравнений (29) или (30) методом поиска нуля.

Таким образом, данный этап позволяет определить значения  $\theta_1$  и  $\theta_2$  при заданных температуре и поле.

## 6. Этап №2. Задана температура, варьируется поле

На этом этапе предполагаем, что этап №1 выполнен, то есть при заданной температуре и поле известны значения  $\theta_1$  и  $\theta_2$ .

Будем теперь варьировать поле и рассмотрим, как меняются значения  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . При каждом значении поля решается этап №1, находятся значения углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Получаются зависимости этих углов от поля при заданной температуре. Полагаем, что решение на этапе №1 выполнено по уравнениям (29)-(30), то есть без учета анизотропии. Соответствующие зависимости при температуре  $T = 2$  показаны на рис. 5. С левой стороны на вертикальной оси приведена шкала значений углов в радианной мере, в правой – та же шкала в градусной мере.

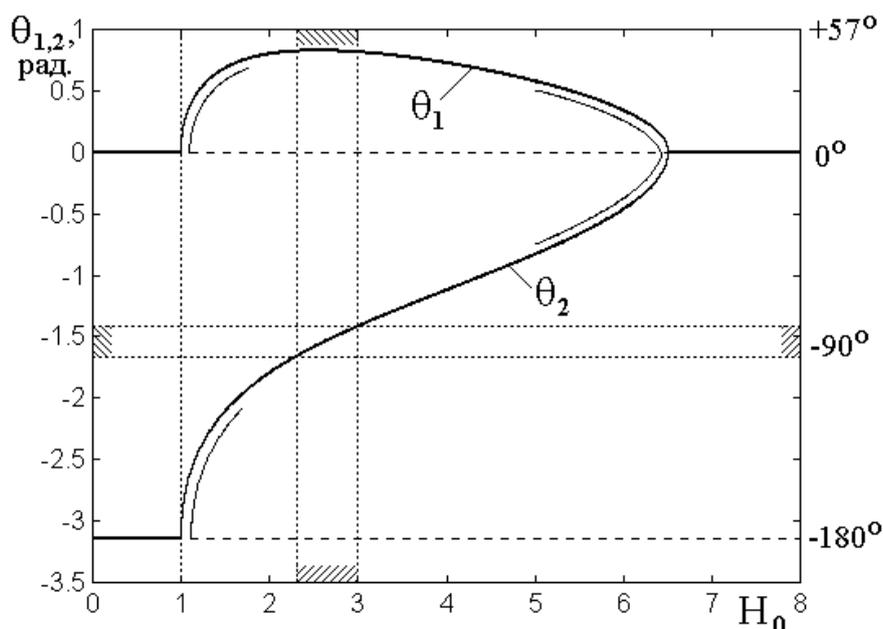


Рис. 5. зависимости  $\theta_1$  и  $\theta_2$  от поля при заданной температуре. Параметры – те же, что приняты при построении рис. 3. Температура  $T = 2$ , поле варьируется. Намагниченности подрешеток определяются при задании поля по формулам (13) и (14).

Из рисунка видно, что при значении поля меньше  $H_0 = 1$  намагниченности ориентированы вдоль оси  $Oz$  навстречу друг другу. При этом  $\theta_1 = 0$ , а  $\theta_2 = -3.14$ . При увеличении поля до значений порядка  $H_0 = 2.3$  угол  $\theta_1$  несколько увеличивается то есть намагниченность отклоняется в положительную сторону от оси  $Oz$ , а угол  $\theta_2$  отклоняется от той же оси в сторону к направлению намагниченности первой подрешетки, то есть также увеличивается, однако значительно сильнее, чем намагниченности первой. Когда поле достигает величины между 2.3 и 3.0, ориентация намагниченности второй подрешетки становится перпендикулярной оси  $Oz$ , после чего далее склоняется к оси  $Oz$ , устанавливаясь точно вдоль этой оси в положительном направлении в поле  $H_0 = 6.3$ . При этом ориентация намагниченности также приближается к оси  $Oz$ , в результате чего обе намагниченности становятся параллельными и выстраиваются точно вдоль оси  $Oz$ . Таким образом, в поле меньшем  $H_0 = 1$  фаза является коллинеарной антипараллельной, а больше  $H_0 = 6.3$  также коллинеарной, но теперь уже параллельной, а между этими значениями поля – угловой.

**Замечание.** Заметим, что приведенный алгоритм хорошо работает при некотором удалении от области, где намагниченность второй подрешетки ориентируется вблизи перпендикуляра к оси  $Oz$ . В пределах некоторой области вблизи такого состояния алгоритм требует крайне малого шага по углу  $\theta_1$ , что связано с стремлением  $\cos \theta_2$  к нулю. При этом время счета значительно увеличивается. Области увеличения времени счета алгоритма показаны штриховкой на координатных осях рисунка. Следует заметить, что качественной картины рассматриваемого явления увеличение времени счета не меняет.

## 7. Влияние анизотропии на этапе №2

Проведенное выше рассмотрение этапа №2 выполнено на основе решения системы уравнений (29)-(30), то есть без учета анизотропии. Приведем теперь результаты решения системы (31)-(32), учитывающей анизотропию путем введения соответствующих слагаемых. Алгоритм решения полностью аналогичен приведенному выше, то есть сначала решается этап №1, после чего проводится вариация поля в соответствии с этапом №2. Ввиду различного характера полевых зависимостей, приведенных на рис. 5 при полях меньше соответствующего ориентации второй подрешетки перпендикулярно оси  $Oz$  и больше такого поля проведем рассмотрение этих областей по отдельности. Для простоты подложим поля анизотропии для обеих подрешеток одинаковыми и будем обозначать такое поле через  $H_a$ .

Сначала рассмотрим поля  $H_0$  меньше критического, соответствующего ориентации намагниченности второй подрешетки близкой к перпендикулярной оси  $Oz$ .

На рис. 6 показаны зависимости угла  $\theta_1$  от поля при различных значениях поля анизотропии.

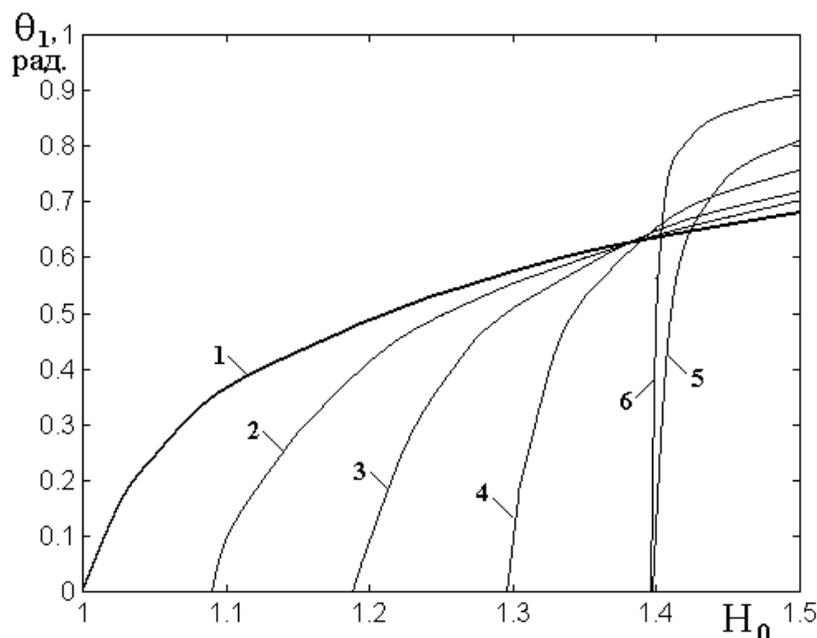


Рис. 6. Зависимости угла  $\theta_1$  от поля при различных значениях поля анизотропии: 1 –  $H_a = 0$ ; 2 –  $H_a = 0.1$ ; 3 –  $H_a = 0.2$ ; 4 –  $H_a = 0.3$ ; 5 –  $H_a = 0.4$ ; 6 –  $H_a = 0.5$ .

Кривая 1 соответствует отсутствию анизотропии, так что совпадает с верхней ветвью зависимости  $\theta_1$  от поля  $H_0$ , приведенной на рис. 5 в соответствующем интервале полей. Для пояснения соответствия между рисунками на рис. 5 соответствующая часть верхней кривой отмечена двойной линией. Кривые 2-6 соответствуют наличию анизотропии, причем поле анизотропии по мере увеличения номеров кривых также увеличивается. Таким образом, поля перехода от коллинеарной фазы к угловой по мере увеличения анизотропии увеличивается. Следует заметить, что увеличение такого поля перехода не является безграничным, а насыщается при переходе поля анизотропии выше  $H_a = 0.4$ , что отражается как близость и соответствие между кривыми 5 и 6. Проверка показывает, что дальнейший рост поля перехода при увеличении поля анизотропии отсутствует, что обусловлено подходом кривых к области, где намагниченность второй подрешетки становится перпендикулярной оси  $Oz$  (области, показанные штриховкой на рис. 5).

Рассмотрим теперь зависимости угла  $\theta_2$  от поля при различных значениях поля анизотропии. Соответствующие кривые приведены на рис. 7.

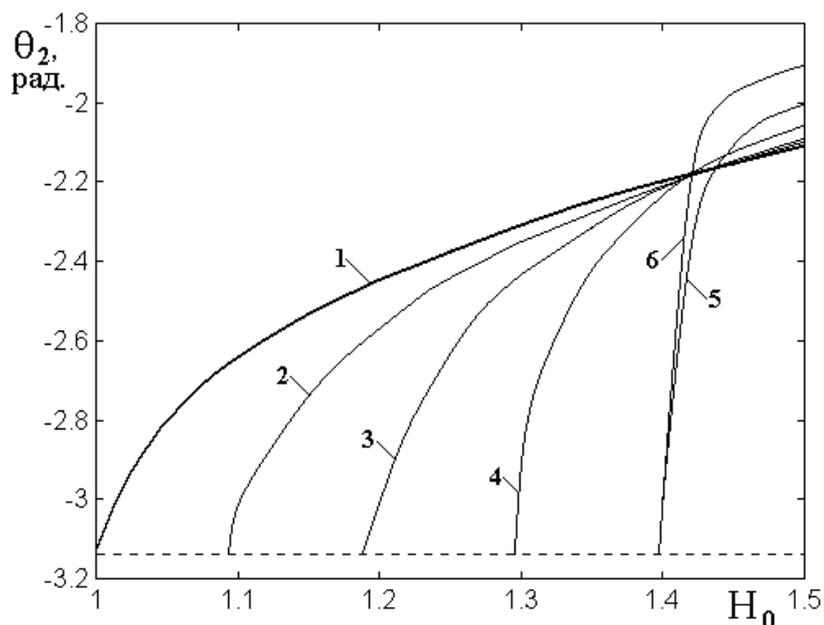


Рис. 7. Зависимости угла  $\theta_2$  от поля при различных значениях поля анизотропии: 1 –  $H_a = 0$ ; 2 –  $H_a = 0.1$ ; 3 –  $H_a = 0.2$ ; 4 –  $H_a = 0.3$ ; 5 –  $H_a = 0.4$ ; 6 –  $H_a = 0.5$ .

На этом рисунке кривая 1, соответствующая отсутствию анизотропии, также совпадает с нижней ветвью кривой для  $\theta_2$  на рис. 5. Остальные особенности – те же, что для кривых на рис. 6. Область изменения поля для  $\theta_2$  также отмечена двойной кривой на нижней ветви рис. 5. Таким образом, увеличение поля анизотропии приводит к смещению кривых в сторону увеличения поля, причем насыщение такого увеличения также происходит при поле анизотропии около  $H_a = 0.4$ , что отражается как близость и соответствие между кривыми 5 и 6. Причина такого насыщения также совпадает с насыщением зависимостей на рис. 6. Таким образом, и здесь поля перехода от коллинеарной фазы к угловой по мере увеличения анизотропии увеличивается.

Обратимся теперь к области полей, соответствующих переходу от угловой фазы к коллинеарной параллельной. На рис. 5 кривые для  $\theta_1$  и  $\theta_2$  в этой области сходятся. Ввиду их схождения, приведем их вместе на одном рис. 8, где показан характер кривых при различных значениях поля анизотропии. Заметим, что для изображения кривых шаг по полю анизотропии выбран в два раза большим, чем на рис. 6 и рис. 7. Такой выбор сделан по той причине, что здесь постоянное поле значительно больше, чем в области, показанной на рис. 6 и рис. 7,

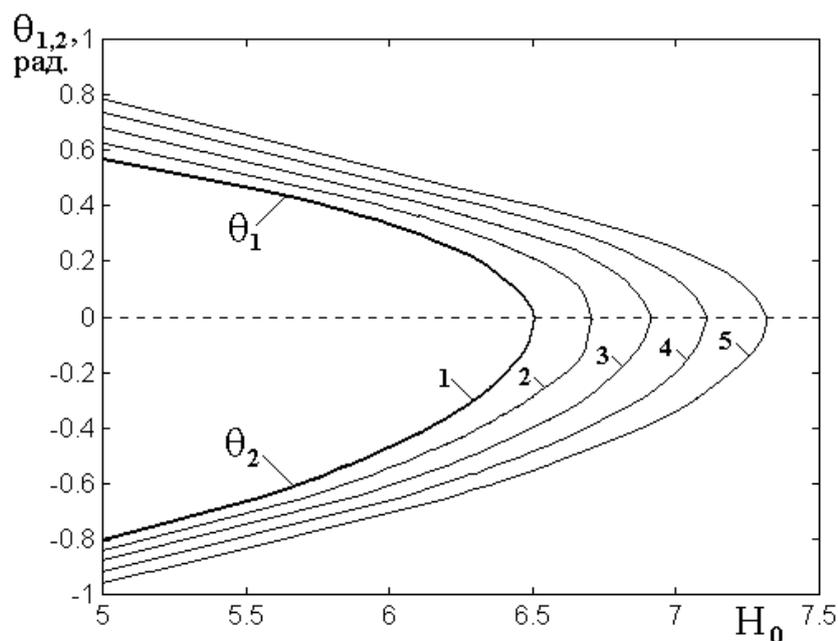


Рис. 8. Зависимости углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  от поля при различных значениях поля анизотропии: 1 –  $H_a = 0$ ; 2 –  $H_a = 0.2$ ; 3 –  $H_a = 0.4$ ; 4 –  $H_a = 0.6$ ; 5 –  $H_a = 0.8$ .

На этом рисунке кривая 1 соответствует отсутствию анизотропии, так что совпадает с обеими ветвями кривых, приведенных на рис. 8 в соответствующем интервале полей. Для пояснения соответствия между рисунками на рис. 5 соответствующие части обеих кривых отмечены двойной линией. Кривые 2-6 соответствуют наличию анизотропии, причем поле анизотропии по мере увеличения номеров кривых также увеличивается. При этом все кривые смещаются в сторону больших значений постоянного поля (правее по рисунку). Такая особенность совпадает с таковой, отмечено на рис. 6 и рис. 7. Насыщения зависимостей здесь не наблюдается, что видно из рис. 5, где область перпендикулярности намагниченности второй подрешетки оси  $Oz$  находится ниже полей этой области, то есть такая ориентация уже пройдена. Таким образом, здесь поле перехода от угловой фазы к коллинеарной параллельной по мере увеличения поля анизотропии также увеличивается.

## 8. Этап №3. Варьируется температура

На этом этапе предполагаем, что этап №2 выполнен, то есть при заданной температуре известны зависимости  $\theta_1$  и  $\theta_2$  от поля. Из рис. 5 можно видеть, что переход от коллинеарной фазы к угловой и обратно происходит для обеих подрешеток при одних и тех же значениях поля, поэтому для получения нижней ветви диаграммы достаточно ограничиться рассмотрением только угла  $\theta_1$ . Для этого следует снять зависимости  $\theta_1$  от поля  $H_0$  при различных значениях температуры в заданном интервале ее изменения, после чего для построения диаграммы взять начальные точки этих зависимостей. Требуемые для этого зависимости приведены на рис. 6. Точка диаграммы, соответствующая температуре  $T = 2$ , принятой при построении этого рисунка, соответствует полю  $H_0 = 1.0$ . При учете анизотропии эта точка сдвигается в сторону больших значений поля  $H_0$ , например, при поле анизотропии равном  $H_a = 0.4$ , приходится на поле  $H_0 = 1.4$ . Построение подобных зависимостей с определенным шагом по температуре позволяет найти зависимость положения начальных точек от температуры, что дает нижнюю ветвь диаграммы.

Полученные зависимости поля перехода от коллинеарной антипараллельной фазы к угловой в отсутствие анизотропии (кривые 1) и при ее наличии (кривые 2) приведены на рис. 9. Для сравнения там же пунктирными линиями построены нижние ветви диаграммы, полученные в соответствии с аналитической методикой, приведенной в работе [22].

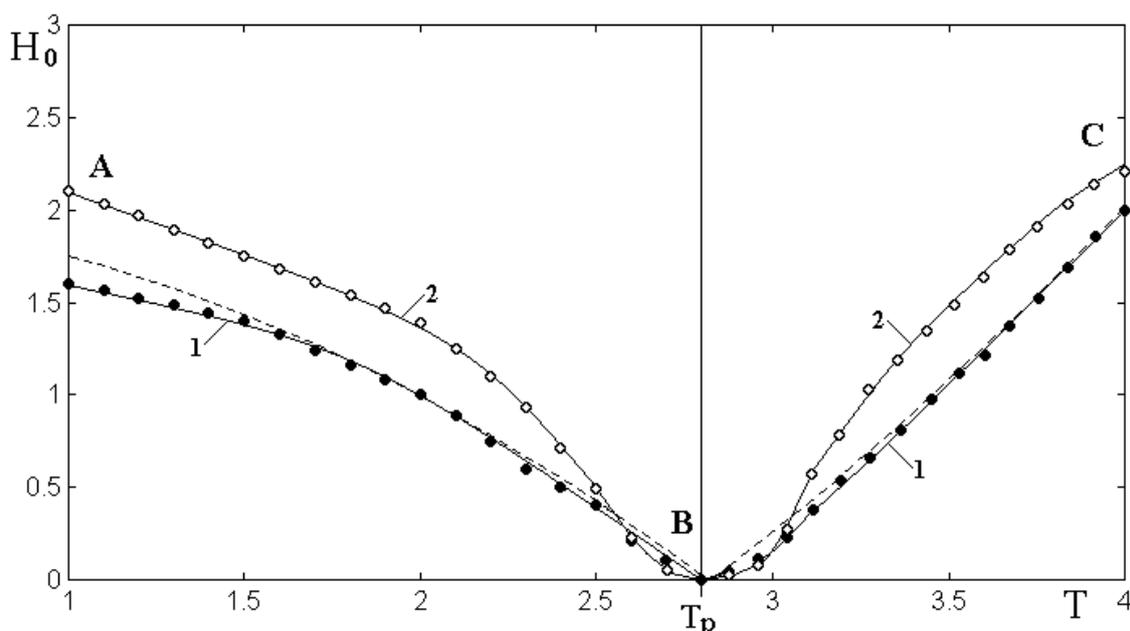


Рис. 9. Зависимости поля перехода от коллинеарной фазы к угловой в отсутствие анизотропии (сплошные точки, кривые 1) и при ее наличии (открытые точки, кривые 2). Пунктирные кривые – нижние ветви диаграммы, построенные аналитически. Поле анизотропии для кривой 2 равно:  $H_a = 0.4$ , для кривой 1 –  $H_a = 0.0$ . Остальные параметры – те же, что на предыдущих рисунках.

Из рисунка в первую очередь видно, что пунктирные кривые, построенные аналитически, с высокой точностью совпадают с кривыми 1, построенными в соответствии с алгоритмом численного решения уравнений (29)-(30).

Далее, можно видеть, что в основном интервале полей, кроме узкой области вблизи температуры компенсации  $T_p = 2.8$ , простирающейся по температуре от 2.6 до 3.1, кривые 2, построенные с учетом анизотропии, то есть путем решения уравнений (31)-(32), лежат выше кривых 1 на величину поля около  $\Delta H_0 \approx 0.4$ . Примечательно отметить, что эта величина как раз совпадает с величиной поля анизотропии  $H_a = 0.4$ .

Наблюдаемое смещение нижней ветви фазовой диаграммы в сторону большего поля имеет естественное качественное объяснение. В общем случае нижняя ветвь фазовой диаграммы отражает переход между коллинеарной антипараллельной фазой к фазе угловой. В условиях коллинеарной фазы поле, приложенное в положительном направлении оси  $Oz$ , стремится повернуть антипараллельную намагниченность к своему направлению, то есть отвернуть ее

от отрицательного направления оси  $Oz$  к положительному направлению той же оси. Когда величина поля становится настолько большой, что у него хватает сил осуществить такой поворот, происходит ориентационный переход, приводящий к возникновению угловой фазы, причем значение поля, требуемого для такого перехода, как раз соответствует нижней ветви фазовой диаграммы. При наличии одноосной анизотропии, ось которой параллельна координатной оси  $Oz$ , такая анизотропия, в силу своей четности, удерживает отрицательно направленную намагниченность вдоль той же оси  $Oz$ , то есть мешает полю вывернуть эту намагниченность из отрицательно направления оси  $Oz$  к положительному, что и приводит к увеличению значения поля, требуемого для такого выворачивания. Такое обусловленное анизотропией требование увеличения поля, необходимого для перехода от коллинеарной фазы к угловой, и проявляется как повышение нижней ветви фазовой диаграммы.

Вблизи температуры компенсации кривые 2 почти совпадают и даже частично лежат несколько ниже кривых 1, что обусловлено малостью влияния анизотропии при малой величине суммарной намагниченности в условиях компенсации.

В рамках настоящего этапа следует еще раз отметить, что приведенная на рис. 9 совокупность кривых соответствует нижней ветви диаграммы, приведенной на рис. 2. При этом буквы А, В, С на этом рисунке отмечают характерные точки диаграммы, отмеченные теми же точками на рис. 2. Таким образом, можно полагать, что совокупность значений диаграммы в этих точках позволяет определить параметры подрешеток по отдельности, подобно тому, как это было сделано в работе [22]. Прделаем это в следующем разделе.

## 9. Определение намагниченностей подрешеток

В работах [22, 23] показано, что анализ нижней ветви фазовой диаграммы позволяет определить намагниченности подрешеток по отдельности. Эти работы выполнены в предположении отсутствия анизотропии. В разделе 8 установлено, что анизотропия изменяет нижнюю ветвь диаграммы. При этом в основном интервале изменения температуры от нуля до максимума, определяемого температурой Кюри, кроме небольшой окрестности температуры компенсации, анизотропия приводит к повышению нижней ветви диаграммы на величину, близкую к полю анизотропии, а в окрестности температуры компенсации диаграмма не меняется.

Для получения намагниченностей подрешеток будем использовать методику, предложенную работе [22], при которой на нижней ветви диаграммы по температуре отмечаются четыре характерные точки, из которых далее намагниченности определяются путем алгебраического расчета.

Для характеристики зависимости намагниченностей подрешеток от температуры будем использовать степенное приближение второй степени в соответствии с формулами (13), (14).

Будем пользоваться нижней ветвью диаграммы, приведенной на рис. 2. Полагаем, что эта ветвь известна, например, получена в эксперименте. Поле анизотропии  $H_a$  также положим известным, например, из определения ориентационного перехода по намагничиванию пленки в плоскости с одновременной фиксацией зарождения доменов по эффекту Фарадея [8, стр.226-231]. Заметим, что такое измерение пригодно только в предположении, что поле анизотропии от температуры не зависит. Другим возможным способом можно считать определение поля анизотропии по данным ферромагнитного резонанса [2, стр.220-223]. Таким образом, далее будем считать поле анизотропии измеренным независимым методом, то есть заранее известным,

Схема требуемой для рассмотрения нижней ветви диаграммы в условном масштабе приведена на рис. 10.

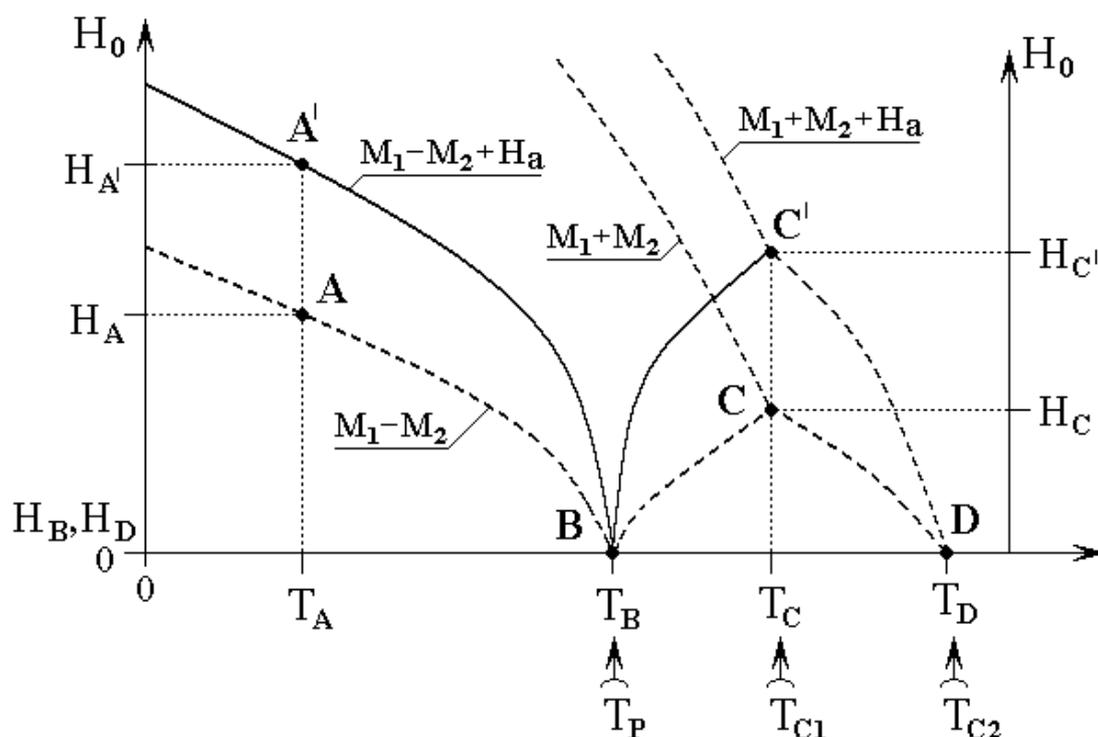


Рис. 10. Схема нижней ветви фазовой диаграммы.

Кривая А-В-С-Д (пунктир) соответствует отсутствию анизотропии.

Кривая А'-В-С'-Д (сплошная линия) соответствует присутствию анизотропии с полем  $H_a$ .

На рисунке отметим четыре характерные точки:

А – точка при температуре ниже компенсации. Для повышения точности определения эту точку следует брать как можно дальше от компенсации, какую только позволяют условия эксперимента.

В – точка, компенсации, в которой суммарная намагниченность становится минимальной или обращается в нуль. Эту точку следует выбирать в самой нижней точке ветви диаграммы.

С – точка в области перегиба ветви диаграммы. Эту точку следует выбирать исходя из максимума части диаграммы, расположенной выше точки компенсации.

Д – точка, где суммарная намагниченность обращается в нуль. Эту точку следует выбирать на самом конце ветви диаграммы.

Эти точки для кривой А-В-С-Д соответствуют отсутствию анизотропии.

В присутствии анизотропии точки В и D остаются на тех же местах, а точки А и С перемещаются на новые положения, переходя в точки А' и С'.

В соответствии с рис. 10 получаем соотношения:

$$\text{при } T = T_A \text{ имеем: } M_1 - M_2 + H_a \rightarrow H_{A'}, \quad (33)$$

$$\text{при } T = T_B \text{ имеем: } M_1 - M_2 \rightarrow H_B, \quad (34)$$

$$\text{при } T = T_C \text{ имеем: } M_1 + M_2 + H_a \rightarrow H_{C'}, \quad (35)$$

$$\text{при } T = T_D \text{ имеем: } M_1 + M_2 \rightarrow H_D. \quad (36)$$

Записывая намагниченности в соответствии с (13)-(14), из соотношений (33)-(34) получаем:

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c2}} \right)^2 \right] = H_{A'}, \quad (37)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_B}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_B}{T_{c2}} \right)^2 \right] = H_B, \quad (38)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_C}{T_{c1}} \right)^2 \right] + M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_C}{T_{c2}} \right)^2 \right] = H_{C'}, \quad (39)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_D}{T_{c1}} \right)^2 \right] + M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_D}{T_{c2}} \right)^2 \right] = H_D. \quad (40)$$

**Замечание.** Важно отметить, что приведенные формулы (37)-(40), а также рис. 10, получены в предположении  $\Lambda = 1$ , как это отмечено в Замечании в разделе 2. При другом значении этого параметра следует левые части приведенных уравнений умножить на это значение в соответствии с формулами (11), (12). Авторы полагают, что подробное исследование влияния величины параметра  $\Lambda$  на характер диаграммы, выходя за рамки настоящего рассмотрения, может служить предметом для отдельной работы.

Возвращаясь к формулам (37)-(40), отметим, что далее будем их рассматривать как систему уравнений, исходя из которой найдем намагниченности насыщения подрешеток  $M_{10}$  и  $M_{20}$ .

Положим, что из эксперимента известны следующие данные:

$$T_A, T_B, T_C, T_D, \text{ а также: } H_{A'}, H_B, H_{C'}, H_D.$$

При этом:

$$T_B = T_P, T_C = T_{c1}, T_D = T_{c2}, \quad (41)$$

а также:

$$H_B = 0, H_D = 0. \quad (42)$$

Учитывая (41), (42) и опуская тождественные соотношения, из (37)-(40) получаем:

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c2}} \right)^2 \right] = H_{A'}, \quad (43)$$

$$M_{10} \left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c1}} \right)^2 \right] - M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c2}} \right)^2 \right] = 0, \quad (44)$$

$$M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_{c1}}{T_{c2}} \right)^2 \right] = H_{C'}. \quad (45)$$

Из соотношений (43)-(45) видно, что  $M_{10}$  и  $M_{20}$  определяются только двумя значениями полей  $H_{A'}$  и  $H_{C'}$ , так как  $H_B$  и  $H_D$  в любом случае равны нулю. Найдем теперь  $M_{10}$  и  $M_{20}$ .

Из (45) сразу находим  $M_{20}$ :

$$M_{20} = \frac{H_{C'}}{\left[ 1 - \left( \frac{T_{c1}}{T_{c2}} \right)^2 \right]}. \quad (46)$$

Из (43) выражаем  $M_{10}$  через  $M_{20}$ :

$$M_{10}^{(1)} = \frac{H_{A'} + M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c2}} \right)^2 \right]}{\left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c1}} \right)^2 \right]}. \quad (47)$$

Подставляя в это выражение (46), получаем:

$$M_{10}^{(1)} = \frac{H_{A'} \left[ 1 - \left( \frac{T_{c1}}{T_{c2}} \right)^2 \right] + H_{C'} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c2}} \right)^2 \right]}{\left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_{c1}} \right)^2 \right] \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T_{c1}}{T_{c2}} \right)^2 \right]}. \quad (48)$$

Аналогично из (44) также выражаем  $M_{10}$  через  $M_{20}$ :

$$M_{10}^{(2)} = \frac{M_{20} \left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c2}} \right)^2 \right]}{\left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c1}} \right)^2 \right]}. \quad (49)$$

Подставляя в это выражение (46), получаем:

$$M_{10}^{(2)} = \frac{H_{C'} \left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c2}} \right)^2 \right]}{\left[ 1 - \left( \frac{T_P}{T_{c1}} \right)^2 \right] \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T_{c1}}{T_{c2}} \right)^2 \right]}. \quad (50)$$

Видно, что выражения (48) и (50) различаются, причем нет основания отдать предпочтение какому-то одному из них, так что можно полагать, что настоящее значение  $M_{10}$  равно их среднему арифметическому:

$$M_{10} = \frac{1}{2} \left( M_{10}^{(1)} + M_{10}^{(2)} \right). \quad (51)$$

## 10. Пример определения намагниченностей подрешеток

Применим теперь предложенную методику для определения намагниченностей подрешеток, исходя из кривых, приведенных на рис. 9. Основными расчетными формулами положим (46), (47), (49) и (51). При этом будем полагать:

$$T_A = 1.0, T_P = 2.8, T_{c1} = 4.0, T_{c2} = 7.0.$$

Важные для рассмотрения поля  $H_{A'}$  и  $H_{C'}$  будем указывать конкретно в каждом отдельном случае, а поле анизотропии положим тем, же что применялось при построении кривых 2 на рис. 9, то есть  $H_a = 0.4$ .

Сначала рассмотрим случай без анизотропии, определяемый кривыми 1 на рис. 9. При этом, исходя из рисунка, получаем:

$$H_A = 1.0, H_C = 2.0.$$

Расчет по приведенным формулам дает:

$$M_{20} = 2.9697,$$

$$M_{10}^{(1)} = 4.8097, M_{10}^{(2)} = 4.8097,$$

$$M_{10} = 4.8505.$$

При аналитическом построении нижней ветви диаграммы полагалось:

$$M_{20} = 3.0, M_{10} = 5.0.$$

Можно видеть, что полученное из рис. 9 значение  $M_{20}$  совпадает с исходным с точностью около 1%, а значение  $M_{10}$  – с точностью около 3%.

Обратимся теперь к случаю наличия анизотропии. Кривая 2 на рис. 9 дает:

$$H_{A'} = 2.0, H_{C'} = 2.2.$$

При этом получаем:

$$M_{20} = 3.2667,$$

$$M_{10}^{(1)} = 5.6533, M_{10}^{(2)} = 5.3804,$$

$$M_{10} = 5.5168.$$

Видно, что в этом случае значение  $M_{20}$  превышено на 9%, а значение  $M_{10}$  на 10%.

Можно полагать, что такое превышение произошло из-за того, что в расчете не учитывалось поле анизотропии, обеспечивающее сдвиг кривой 2 вверх по сравнению с кривой 1 на величину  $H_a = 0.4$ . Введем поправку, учитывающую такой сдвиг, то есть положим:

$$H_A \rightarrow H_{A'} - H_a = 1.7; H_C \rightarrow H_{C'} - H_a = 1.8.$$

При этом получаем:

$$M_{20} = 2.6727,$$

$$M_{10}^{(1)} = 4.6061, M_{10}^{(2)} = 4.4021,$$

$$M_{10} = 4.5041.$$

Можно видеть, что теперь значения обеих намагниченностей несколько занижены, так что точность получения  $M_{20}$  составляет около 10%, а  $M_{10}$  также около 10%.

Можно полагать, что оптимальной величиной поправки является половина от поля анизотропии, то есть  $H_a/2 = 0.2$ , то есть:

$$H_A \rightarrow H_{A'} - H_a/2 = 1.9; H_C \rightarrow H_{C'} - H_a/2 = 2.0.$$

При этом получаем:

$$M_{20} = 2.9697,$$

$$M_{10}^{(1)} = 5.1297, M_{10}^{(2)} = 4.8913,$$

$$M_{10} = 5.0105.$$

Видно, что в этом случае совпадение значительно лучше, так что точность получения  $M_{20}$  составляет около 1.5%, а  $M_{10}$  около 2.2%.

Таким образом, можно полагать, что использование предложенной методики с учетом введения поправки, равной половине поля анизотропии, позволяет определить намагниченности подрешеток в анизотропной среде с точностью порядка 1-2%,

## 11. Некоторые возможности дальнейшего развития работы.

Проделанная работа дает алгоритм, позволяющий определить намагниченности решеток по отдельности. Приведем кратко некоторые возможности дальнейшего ее развития.

Прежде всего отметим, что рассмотрение выполнено только для случая одноосной анизотропии, ось которой перпендикулярна плоскости пленки. В то же время, существуют пленки с анизотропией типа легкой плоскости,

совпадающей с плоскостью пленки. В этом случае в выражение для плотности энергии типа (1) должны быть введены соответствующие добавки, отражающие конкретный характер анизотропии. Другим неучтенным фактором является поле размагничивания, в какой-то степени подобное полю плоскостной анизотропии. Здесь тоже выражение для плотности энергии также должно быть дополнено соответствующими добавками.

Приведенный алгоритм расчета нижней ветви диаграммы, основанный на решении системы уравнений (21)-(22), использует только один вариант сочетания уравнений. В самом деле, пара уравнений может быть составлена из одного из уравнений (21) или (22) в сочетании с уравнением (24). Кроме того, представляет интерес возможность решения уравнения четвертой степени вида (28). Можно полагать, что все такие варианты приведут к одинаковым результатам, но машинный алгоритм может быть более удобным.

Проведенное здесь рассмотрение, выполненное на основе модельного представления двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации, передает качественные особенности явления в достаточной степени. Важнейшей дальнейшей задачей является применение предложенной методики к реальным пленкам. Здесь решающим обстоятельством является предварительное экспериментальное определение поля анизотропии независимым методом, возможные варианты которого приведены в разделе 9. Авторы полагают, что дальнейшее развитие отмеченных положений может явиться предметом для отдельной работы.

## **Заключение**

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

1) Выполнен краткий обзор предшествующих работ, посвященных исследованию полевых зависимостей намагниченности двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации от температуры в рамках построения фазовой диаграммы в координатах температура-поле. Отмечена недостаточность исследований, состоящая в отсутствии подробного выявления

влияния анизотропии материала на характер фазовой диаграммы и отсутствии методики определения в этих условиях намагниченностей подрешеток по отдельности.

2) В геометрии осевой симметрии вдоль направления постоянного поля рассмотрена зависимость ориентации намагниченностей подрешеток от поля. Приведены плотности энергии взаимодействия намагниченностей подрешеток с приложенным постоянным полем и друг с другом, а также с полем одноосной анизотропии, ось которой ориентирована вдоль постоянного поля.

3) На основе минимизации полной плотности энергии ферромагнетика получены зависимости ориентации векторов намагниченности обеих подрешеток от величины приложенного поля. В частном случае заданного значения температуры выявлены области существования коллинеарной антипараллельной, коллинеарной параллельной и угловой фаз, разделенные линиями ориентационных переходов. Показано, что по мере увеличения поля сначала имеет место коллинеарная антипараллельная фаза, затем угловая, после чего наступает коллинеарная параллельная. С использованием модели степенной зависимости намагниченностей той и другой подрешеток от температуры в условиях вариации температуры получены зависимости полей ориентационных переходов между фазами, на основе которых построена полная фазовая диаграмма материала в целом.

4) Установлено, что в отсутствие анизотропии построение полной диаграммы может быть выполнено путем аналитического решения задачи о равновесной ориентации намагниченности, тогда как введение поля анизотропии приводит к системе уравнений, аналитического решения не допускающей, для преодоления чего предложен алгоритм численного решения системы, состоящий из трех последовательных этапов, на первом из которых заданы температура и поле и выполняется вариация ориентации намагниченностей подрешеток, на втором при заданной температуре варьируется поле и на третьем варьируется температура.

5) С использованием предложенного алгоритма выполнено построение зависимости поля перехода от коллинеарной антипараллельной фазы к угловой в широком интервале температур по обе стороны от температуры компенсации, представляющая собой нижнюю ветвь полной фазовой диаграммы. Показано, что введение поля анизотропии приводит к повышению зависимости поля перехода от температуры везде, кроме небольшой окрестности температуры компенсации, где влияние анизотропии не сказывается из-за малости суммарной намагниченности в условиях компенсации. Приведена качественная физическая интерпретация повышения упомянутых зависимостей, состоящая в ориентирующем действии поля анизотропии вдоль ее оси, совпадающей с направлением внешнего поля.

6) На базе аналитического решения задачи без учета анизотропии, принятого в качестве начального приближения, введена получаемая численным методом поправка к решению задачи, учитывающая влияние поля анизотропии. Приведена методика, позволяющая по четырем характерным точкам диаграммы получить систему алгебраических уравнений, связывающих значения намагниченностей подрешеток с характерными параметрами материала, такими как температура компенсации и температура Кюри той и другой подрешеток, а также поля дополнительной точки, принятой ниже температуры компенсации на достаточном удалении от нее. Необходимым условием является задание предварительно измеренного поля анизотропии, что может быть сделано любым независимым методом.

7) С использованием предложенной методики выполнено модельное определение намагниченностей подрешеток по отдельности. Показано, что получение оптимальных значений намагниченностей получается при введении поправки к характерным полям диаграммы, равной половине заданного поля анизотропии. Отмечено, что получаемая при этом точность определения намагниченностей составляет единицы процентов.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

## Литература

1. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферритмагнетики. М.: Мир. 1965.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука. 1973.
3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит. 1994.
4. Курушин Е.П., Нефедов Е.И. Применение тонких монокристаллических пленок ферритов в устройствах СВЧ микроэлектроники. // Микроэлектроника. 1977. Т.6. №6. С.549-561.
5. Гласс Х.Л. Ферритовые пленки для СВЧ-устройств. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.64-72,
6. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит. 2016.
7. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит. 2017.
8. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.
9. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит. 2019.
10. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. М.: Физматлит. 2021.
11. Лисовский Ф.В. Физика цилиндрических магнитных доменов. М.: Сов.Радио. 1979.
12. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир. 1982.
13. Романова И. Магниторезистивная память MRAM компании Everspin Technologies. // Электроника НТБ. 2014. №8.
14. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // Rev. Mod. Phys. 2010. V.82. №3. P.2731.

15. Bigot J.V., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures. // *Ann. Phys. (Berlin)*. 2013. V.525. №1-2. P.2.
16. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И., Ломоносов А.М., Темнов В.В. Современные проблемы сверхбыстрой магнитоакустики. // *АЖ (Акустический журнал)*. 2022. Т.68. №1. С.22-56.
17. Белов К.П., Зайцева М.А. Редкоземельные магнитные материалы. // *УФН*. 1972. Т.106. №2. С.365-369.
18. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Переходы спиновой переориентации в редкоземельных магнетиках. // *УФН*. 1976. Т.119. №3. С.447-486.
19. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука. 1979.
20. Clark A.E., Callen E. Neel ferromagnets in large magnetic fields. // *J. Appl. Phys.* 1968. V.39. №13. P.5972-5082.
21. Горанский Б.П., Звездин А.К. О развороте подрешеток ферримагнетика в магнитном поле. // *Письма в ЖЭТФ*. 1969. Т.10. С.196-200.
22. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 1. Фазовая диаграмма. // *Журнал радиоэлектроники*. – 2024. – №5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.2>
23. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 2. Степенное приближение. // *Журнал радиоэлектроники*. – 2024. – №5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.3>
24. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Физматгиз. 1963.

**Для цитирования:**

Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Фазовая диаграмма двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации в присутствии одноосной анизотропии // *Журнал радиоэлектроники*. – 2025. – № 2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.2.1>