

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.2.4>

УДК: 621.391.01

ОПТИМАЛЬНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В УСЛОВИЯХ МНОГОКАНАЛЬНОГО НАБЛЮДЕНИЯ

В.М. Артюшенко¹, В.И. Воловач^{2,3}

¹ Московский государственный университет геодезии и картографии,
105064, г. Москва, Гороховский пер., 4

² Поволжский государственный университет сервиса,
445017, г. Тольятти, ул. Гагарина, 4

³ МИРЭА – Российский технологический университет,
119454, г. Москва, просп. Вернадского, 78

Статья поступила в редакцию 21 декабря 2025 г.

Аннотация. Рассмотрена и проанализирована задача марковской оптимальной пространственно-временной обработки при многоканальном наблюдении, в которую входят обнаружения и оценка как частные случаи. Показано, что при известной статистике сигналов и помех оптимальный алгоритм многоканального наблюдения эквивалентен оптимальному фильтру при одноканальном наблюдении. Предложена методика получения потенциальных характеристик многоканального приема с произвольными сигналами, если известны характеристики при их одноканальном приеме.

Ключевые слова: пространственно-временная обработка, многоканальное наблюдение, оптимальная фильтрация, марковский процесс, информационный параметр, потенциальная характеристика, эквивалентный шум.

Финансирование: Работа выполнена за счет средств Государственного задания №FSFZ-2024-0006.

Автор для переписки: Воловач Владимир Иванович, volovach.vi@mail.ru

Введение

Важнейшим способом повышения эффективности радиотехнических систем и устройств является применение адаптивной пространственно-временной обработки (ПВО) сигналов. Вопросам адаптивной ПВО посвящено большое количество работ [1-10 и др.]. Наиболее разработаны задачи, связанные с обнаружением сигналов [1, 7, 11, 12] и оценкой их параметров [3, 10, 13, 14], значительно меньше изучены задачи фильтрации. Фактически, методы оптимальной фильтрации применяются для класса задач адаптивной ПВО лишь для ускорения сходимости алгоритмов адаптации, найденных эвристическим путем либо с помощью использования другого аппарата [15-20].

Как в теоретическом, так и в практическом плане, несомненно, полезно последовательное применение методов марковской теории оптимальной фильтрации к задачам адаптивной ПВО для получения оптимальных алгоритмов пространственно-временной фильтрации (ПВФ) при многоканальном приеме и квазиоптимальных структур, реализуемых на современной элементной базе и их характеристик. Перед таким исследованием класса адаптивных задач (если известна помеховая обстановка) естественно рассмотреть неадаптивную задачу многоканальной нелинейной фильтрации, характеристики которой можно считать потенциальными (граничными) для алгоритмов адаптивной ПВО.

Цель работы: рассмотреть задачу марковской оптимальной ПВО сигнала при многоканальном наблюдении как для обнаружения, так и для оценки параметров сигнала, на основании которой получить оптимальный алгоритм многоканального наблюдения.

1. Постановка задачи

Пусть имеется приемник с антенной системой, состоящей из n элементов, расположенных в точках \mathbf{r}_i , $i = \overline{1, n}$ (начало координат совмещено с точкой r_1), на которую воздействует полезный сигнал (источник в точке \mathbf{R}_0) и шумовых колебаний (источники в точках \mathbf{R}_j , $j = \overline{1, l}$) (рис. 1).

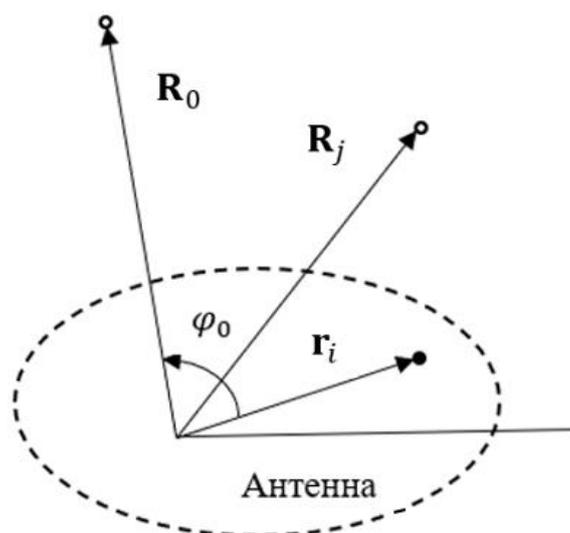


Рис. 1. Геометрическая интерпретация постановки задачи.

Используем следующие допущения.

1) Принимаемый сигнал с комплексной амплитудой $s(t, \lambda)$, в котором закодировано полезное сообщение – m -вектор $\lambda(t)$, и внешние шумы $y_i(t)$ являются узкополосными.

2) Волновые фронты сигнала и помех плоские.

3) Внутренние шумы аппаратуры и внешние шумы имеют постоянный спектр в пределах ширины спектра сигнала.

Представляя выход каждого канала в комплексной форме, получим запись принятого колебания:

$$\xi(t) = \mathbf{H}(t)s(t, \lambda) + \mathbf{C}(t)y(t) + \mathbf{n}_{\text{вн}}(t). \quad (1)$$

Здесь $\xi(t)$ – n -вектор комплексных амплитуд; $\mathbf{H}(t)$ – комплексный n -вектор, описывающий амплитудно-фазовое распределение полезного сигнала на элементах антенной системы, причем

$$H_i = \gamma_i(\varphi_0) \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \frac{r_i^T R_0}{\|R_0\|} \right\},$$

где $\gamma_i(\cdot)$ – диаграмма направленности i -го элемента антенны; $r^T R$ – скалярное произведение векторов (рис. 1), $\|R\| = \sqrt{R^T R}$; λ – длина волны; $C(t)$ – $n \times l$ -матрица, k -й столбец которой описывает амплитудно-фазовое распределение k -го источника внешних шумов на элементах антенны; $\mathbf{n}_{\text{вн}}(t)$ – n -вектор внутренних шумов каналов, полагаемых взаимно независимыми комплексными белыми гауссовскими шумами (БГШ) со спектральной плотностью $N_{\text{вн},i}$; $\mathbf{y}(t)$ – l -вектор комплексных амплитуд источников внешних шумов; T – операция транспонирования.

Введя обозначение для суммарных шумов

$$\mathbf{n}(t) = C(t)\mathbf{y}(t) + \mathbf{n}_{\text{вн}}(t),$$

которые являются комплексными БГШ с нулевым средним и невырожденной матрицей спектральных плотностей (ее зависимость от времени позволяет учитывать возможную модуляцию мощности источника стационарного шума):

$$\mathbf{N}(t) = \mathbf{N}_{\text{вн}} + C(t)\mathbf{N}_y(t)C^*(t);$$

$$\mathbf{N}_{\text{вн}} = \text{diag}\{N_{\text{вн},1}, \dots, N_{\text{вн},n}\};$$

$$\mathbf{N}_y = \text{diag}\{N_{y,1}, \dots, N_{y,l}\},$$

где $(\cdot)^*$ – операция эрмитова сопряжения.

При этом соотношение (1) может быть записано в виде

$$\xi(t) = \mathbf{H}(t)s(t, \lambda) + \mathbf{n}(t). \quad (1a)$$

Подобная модель использована в задачах обнаружения [7, 21] и оценки [8, 10, 13], а также в задачах линейной фильтрации информационного параметра [22].

Пусть априорные сведения о процессе $\lambda(t)$ заданы следующим стохастическим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = \mathbf{g}(t, \lambda) + \mathbf{n}_\lambda(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{g}(.,.)$ – детерминированная функция; $\mathbf{n}_\lambda(t)$ – БГШ с корреляционной функцией

$$M \{ \mathbf{n}_\lambda(t) \mathbf{n}_\lambda^T(t + \tau) \} = \mathbf{N}_\lambda(t) \delta(\tau).$$

2. Алгоритмы фильтрации

Точное решение задачи фильтрации марковского процесса $\lambda(t)$ основано на уравнении Стратоновича для апостериорной плотности распределения вероятности (ПРВ) $W(t, \lambda)$, которое при комплексном наблюдении (1a) имеет вид [23]:

$$W(t, \lambda) = L\{W(t, \lambda)\} + [F(t, \lambda) - F(t)]W(t, \lambda), \quad (3)$$

$$F(t, \lambda) = -\frac{1}{2} [\xi(t) - \mathbf{H}(t)s(t, \lambda)]^* \mathbf{N}^{-1}(t) [\xi(t) - \mathbf{H}(t)s(t, \lambda)], \quad (4)$$

$$F(t) = \int F(t, \lambda) d\lambda,$$

$$L\{\cdot\} = -\sum_{i=1}^m \frac{\partial}{\partial \lambda_i} (\mathbf{g}(t, \lambda)) \{\cdot\} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m N_{\lambda,ij} \frac{\partial^2}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} \{\cdot\} \quad (5)$$

– оператор Фоккера – Планка, соответствующий (2).

Уравнение (3) описывает эволюцию апостериорной ПРВ $W(t, \lambda)$, по которой находится оценка информационного параметра λ по любому критерию, например для критерия минимума среднеквадратической ошибки

$$\lambda(t) = \int \lambda W(t, \lambda) d\lambda. \quad (6)$$

Это выражение совместно с (3) составляет оптимальный алгоритм ПВФ. Характеристики λ этого алгоритма потенциальные, однако, его реализация в реальном времени затруднительна.

Упрощенный алгоритм фильтрации для задачи (1a), (2), полученный в гауссовском приближении (в предположении высокой точности оценки λ), можно представить в виде

$$\dot{\lambda} = \mathbf{g}(\lambda) + \mathbf{R}(t) \operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{\partial s(\lambda)}{\partial \lambda} \right)^* \frac{\boldsymbol{\beta}^*(t) \boldsymbol{\xi}(t) - s(t, \lambda)}{N_{\circ}(t)} \right\}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}}(t) = & \frac{\partial \mathbf{g}(\lambda)}{\partial \lambda} \mathbf{R}(t) + \mathbf{R}(t) \left(\frac{\partial \mathbf{g}(\lambda)}{\partial \lambda} \right)^T + \mathbf{N}_{\lambda}(t) - \\ & - \mathbf{R}(t) \operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{\partial s(\lambda)}{\partial \lambda} \right) \left(\frac{\partial s(\lambda)}{\partial \lambda} \right)^* / N_{\circ}(t) \right\} \mathbf{R}(t), \end{aligned}$$

где $\operatorname{Re}\{\cdot\}$ – реальная часть комплексного числа,

$$\boldsymbol{\beta}(t) = N_{\circ}(t) \mathbf{N}^{-1}(t) \mathbf{H}(t), \quad (8)$$

$$N_{\circ}(t) = 1 / \mathbf{H}^*(t) \mathbf{N}^{-1}(t) \mathbf{H}(t). \quad (9)$$

Структурная схема, реализующая уравнение оценки (7), представлена на рис. 2, из которой видно, что ПФФ разделяется на пространственную, заключающуюся в формировании наблюдения $\eta_1(t) = \boldsymbol{\beta}^*(t) \boldsymbol{\xi}(t)$, и временную, осуществляемую фильтром параметра λ .

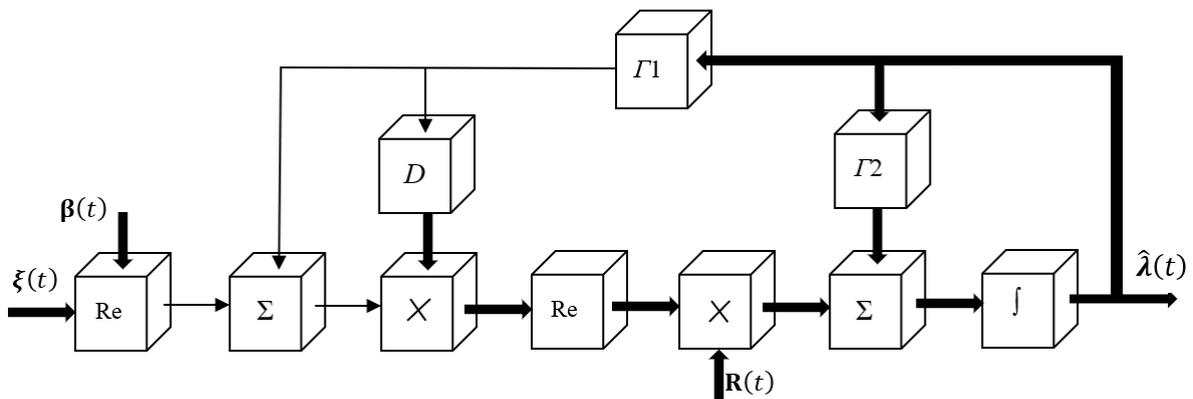


Рис. 2. Структурная схема оптимального пространственно-временного фильтр, где: $\Gamma 1$ – генератор сигнала $s(t, \cdot)$; $\Gamma 2$ – генератор сигнала $\mathbf{g}(\cdot)$; Re – оператор $\operatorname{Re}\{\cdot\}$; $D = \partial / \partial \lambda$.

Такое разделение обработки справедливо и для оптимального алгоритма и используется ниже, для упрощения анализа характеристик ПФФ.

На основании всего вышесказанного, изложим несколько важных комментариев.

1) При $\lambda(t) = \text{const}(\mathbf{g}(t, \lambda) = 0, \mathbf{N}_\lambda(t))$ алгоритм (3)–(6) является оптимальным решением задачи оценки.

2) Не вызывает трудностей обобщение модели сообщения, например, на случай дискретно-непрерывных процессов [24], описывающих сигналы в цифровых системах связи, когда $s(t, \Theta, \lambda)$ зависит кроме $\lambda(t)$ и от дискретного информационного параметра $\Theta(t)$. Изменение алгоритмов, полученных в [25] для рассматриваемого случая многоканального комплексного наблюдения, сводится к изменению вида функции $F(t, \lambda)$ согласно (4). Эти алгоритмы дают, в частности, решение задач обнаружения и различения.

3) Предполагаем, что внешние шумы $\mathbf{y}(t)$ описываются комплексными БГШ. При ширине спектра помехи $\mathbf{y}(t)$, узкой по сравнению с шириной спектра сигнала, помеху можно аппроксимировать марковским процессом типа (2) и включить в число оцениваемых параметров $\lambda(t) = \{\lambda_1, \mathbf{y}(t)\}$. Изменение алгоритма фильтрации при этом сводится к замене $F(t, \lambda)$ в (3) на следующее

$$F(t, \lambda) = -\frac{1}{2} [\xi(t) - \mathbf{H}(t)s(t, \lambda) - C(t)\mathbf{y}(t)]^* \times \\ \times \mathbf{N}_0^{-1}(t) [\xi(t) - \mathbf{H}(t)s(t, \lambda_1) - C(t)\mathbf{y}(t)].$$

4) Пусть рассматривается задача фильтрации параметра λ , заданного в дискретном времени [23, 24]:

$$\lambda_{v+1} = \mathbf{g}_v(\lambda_v) + \mathbf{n}_{\lambda v} \quad (10)$$

при наблюдении комплексного вектора

$$\xi_v = \mathbf{H}_v s_v(\lambda_v) + \mathbf{n}_v, \quad (11)$$

где $\mathbf{n}_{\lambda v}$ и \mathbf{n}_v – дискретные БГШ с корреляционными матрицами

$$M \{ \mathbf{n}_{\lambda v} \mathbf{n}_{\lambda \mu}^T \} = \mathbf{V}_{\lambda v} \delta_{v\mu}, \quad M \{ \mathbf{n}_v \mathbf{n}_\mu^* \} = 2\mathbf{V}_v \delta_{v\mu} \quad (\delta_{v\mu} - \text{символ Кронекера}).$$

Ее решение имеет вид

$$W(\lambda_v | \xi_1^v) = C_v W(\lambda_v | \xi_1^{v-1}) W(\xi_v | \lambda_v),$$

$$W(\lambda_v | \xi_1^{v-1}) = \int W(\lambda_{v-1} | \xi_1^{v-1}) W(\lambda_v | \lambda_{v-1}) d\lambda_{v-1},$$

где

$$W(\xi_v | \lambda_v) = C_{1,v} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\xi_v - \mathbf{H}_v s_v(\lambda_v)]^* \mathbf{V}_v^{-1} [\xi_v - \mathbf{H}_v s_v(\lambda_v)] \right\};$$

$$W(\xi_v | \lambda_{v-1}) = C_{2,v} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\xi_v - \mathbf{g}_{v-1}(\lambda_{v-1})]^T \mathbf{V}_{\lambda,v-1}^{-1} [\xi_v - \mathbf{g}_{v-1}(\lambda_{v-1})] \right\}.$$

Квазиоптимальный алгоритм для задачи (10), (11), который получается при модификации методики [24] для комплексного наблюдения, определяется соотношениями

$$\lambda_v = \lambda_v + \mathbf{R}_v \operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{\partial s_v(\lambda_v)}{\partial \lambda_v} \right)^* \frac{[\beta_v^* \xi_v - s_v(\lambda_v)]}{D_v} \right\},$$

$$\lambda_v = \mathbf{g}_{v-1}(\lambda_{v-1}),$$

$$\mathbf{R}_v^{-1} = \left[\frac{\partial \mathbf{g}_{v-1}(\lambda_{v-1})}{\partial \lambda_{v-1}} \mathbf{R}_{v-1} \frac{\partial \mathbf{g}_{v-1}(\lambda_{v-1})}{\partial \lambda_{v-1}} + \mathbf{V}_{\lambda v} \right]^{-1} +$$

$$+ \operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{\partial s_v(\lambda_v)}{\partial \lambda_v} \right)^* \left(\frac{\partial s_v(\lambda_v)}{\partial \lambda_v} \right) / D_v \right\},$$

где $D_v = 1 / \mathbf{H}_v^* \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v$; $\beta_v = D_v \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v$.

3. Эквивалентность задач с многоканальным и одноканальным наблюдением

Исследование потенциальных характеристик фильтрации является довольно сложной задачей. В работах [23-26] основные результаты получены либо в линейном приближении, либо путем математического моделирования. При переходе к многоканальному наблюдению математическое моделирование

многократно усложняется. Поэтому важен следующий результат: решение (3), (6) задачи ПВФ при векторном, многоканальном наблюдении $\xi(t)$ эквивалентно (при одинаковых начальных ПРВ $W(t_0, \lambda)$ решение приводит к одинаковым ПРВ $W(t, \lambda)$ в любой момент t) решению при одноканальном комплексном наблюдении:

$$\eta_1(t) = s(t, \lambda) + n_3(t), \quad (12)$$

где $n_3(t)$ – комплексный БГШ со спектральной плотностью $N_3(t)$, определяемой выражением (9).

Для доказательства преобразуем функционал (4), используя соотношения (8), (9) и их следствие:

$$\mathbf{\beta}^*(t) \mathbf{H}(t) = 1, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} F(t, \lambda) &= -\frac{1}{2}(\xi - \mathbf{H}s)^* \left(\mathbf{N}^{-1} - \frac{\mathbf{\beta}\mathbf{\beta}^*}{N_3} + \frac{\mathbf{\beta}\mathbf{\beta}^*}{N_3} \right) (\xi - \mathbf{H}s) = \\ &= -\frac{1}{2}(\xi - \mathbf{H}s)^* \left(\mathbf{N}^{-1} - \frac{\mathbf{\beta}\mathbf{\beta}^*}{N_3} \right) (\xi - \mathbf{H}s) - \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{\beta}^*\xi - \mathbf{\beta}^*\mathbf{H}s|^2}{N_3} = \\ &= -\frac{1}{2}\xi^* \left(\mathbf{N}^{-1} - \frac{\mathbf{\beta}\mathbf{\beta}^*}{N_3} \right) \xi - \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{\beta}^*\xi - s|^2}{N_3} = C(t) + F_1(t, \lambda), \end{aligned} \quad (14)$$

где через $C(t)$ обозначено слагаемое, не зависящее от λ ,

$$F_1(t, \lambda) = -\frac{1}{2} \frac{|\mathbf{\beta}^*\xi(t) - s(t, \lambda)|^2}{N_3}. \quad (15)$$

Из рассмотрения (5) и (14) видно, что слагаемое $C(t)$ содержится как в $F(t, \lambda)$, так и в $F(t)$ и поэтому отсутствует в уравнении (3), в котором, следовательно, функционал $F(t, \lambda)$ можно заменить на $F_1(t, \lambda)$ (15).

Таким образом, потенциальные характеристики оптимальной фильтрации процесса $\lambda(t)$ (3) при многоканальном наблюдении (1a) полностью

определяются видом сигнала и скалярным параметром

$$N_s(t) = 1 / \mathbf{H}^*(t) \mathbf{N}^{-1}(t) \mathbf{H}(t).$$

С помощью спектральной плотности эквивалентного шума $N_s(t)$, учитывающего всю специфику многоканальности (число, расположение и мощности источников внешних шумов и полезного сигнала; число расположение и характеристики направленности антенных элементов), осуществляется проекция многомерной задачи на одномерную.

Продолжение *комментариев*.

5) Эквивалентность потенциальных характеристик ПВФ характеристикам одноканальной задачи обусловлена разделением (факторизацией) оператора оптимальной ПВФ $T_{\text{ПВ}}^0$ на оператор пространственной T_{Π}^0 и оператор оптимальной временной обработки $T_{\text{В}}^0$, то есть представлением

$$T_{\text{ПВ}}^0 = T_{\Pi}^0 T_{\text{В}}^0.$$

При разделении многоканальное наблюдение преобразуется оператором T_{Π} в эквивалентное скалярное наблюдение $\eta = T_{\Pi} \{ \xi \}$, воздействующее на схему временной фильтрации с оператором $T_{\text{В}}$. Это позволяет упростить исследование характеристик ПВФ при отклонении оператора T_{Π} от оптимального T_{Π}^0 .

В нашей постановке оператор T_{Π}^0 определяется вектором β (8) и его замена на оценку $\hat{\beta}$ приводит к искажению (12):

$$\eta = T_n \{ \xi \} = \beta(t)^* \xi(t) = (1 + \varepsilon(t)) s(t, \lambda) + \sqrt{1 + \sigma(t)} n_s(t),$$

где $\varepsilon(t) = (\hat{\beta}(t) - \beta(t))^* \mathbf{H}(t)$; $\sigma(t) = \hat{\beta}(t)^* \mathbf{N}(t) \hat{\beta}(t) - \beta(t)^* \mathbf{N}(t) \beta(t)$.

Если, как и в (13), $\beta(t)^* \mathbf{H}(t) = 1$, то $\varepsilon(t) = 0$, $\sigma(t) \geq 0$ и эффект неточного знания вектора β сводится только к возрастанию интенсивности эквивалентного шума.

Искажения оператора временной обработки приводят также к задачам исследования чувствительности характеристик фильтрации [27]. Например, влияние гауссовской аппроксимации уравнения (3) сводится к анализу характеристик алгоритма (7) при наблюдении $\eta = \beta^* \xi$ [26].

б) Совершенно так же, как это сделано в непрерывном времени, можно показать, что характеристики оптимальной фильтрации параметра λ_v (10) при многоканальном наблюдении (11) в дискретном времени эквивалентны характеристикам фильтрации λ_v при одноканальном наблюдении:

$$\eta_v = s_v(\lambda_v) + n_{эv},$$

где $n_{эv}$ – дискретный комплексный БГШ с дисперсией $1 / \mathbf{H}_v(t) \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v$.

7) Оператор оптимальной ПВФ разделим не только в случае белого шума наблюдения, но и для небелого шума, если, например, его корреляционная функция может быть представлена в виде $\mathbf{D}\rho(\tau)$, то есть распадается на пространственную и временную составляющие [9].

При наблюдении сигнала на фоне такого шума оптимальный пространственный оператор T_{Π}^0 остается прежним, а оператор временной обработки $T_{\text{в}}^0$ и потенциальные характеристики ПВФ определяются известным уравнением Стратоновича [23, 28] для наблюдения η на фоне эквивалентного шума с дисперсией $D_{э} = 1 / \mathbf{H}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{H}$ и корреляционной функцией $\rho(\tau)$.

4. Методика исследования потенциальных характеристик ПВФ

Обзор работ по исследованию потенциальных характеристик при одноканальном приеме подробно изложен в [23-27]. Исследования включают характеристики приема аналоговых сигналов с различными видами модуляции, полученные аналитически в линейном приближении или путем компьютерного моделирования, и цифровых сигналов со случайными параметрами.

Проведенный выше анализ задач с многоканальным и одноканальным наблюдением позволяет очень просто распространить полученные результаты

на случай многоканального приема. Таким образом, может быть представлена следующая методика.

1) Вычисляем параметр N_s , в котором собраны все особенности многоканальной задачи. Для его вычисления необходимы следующие данные: число, расположение и интенсивности источников внешних шумов; интенсивность внутренних шумов; расположение и мощность источников сигнала; число, взаимное расположение и характеристики направленности антенных элементов. По этим данным вычисляется вектор \mathbf{H} и матрица \mathbf{C} , как это описано в постановке задачи. Затем вычисляем матрицу \mathbf{N} и, наконец, эквивалентную спектральную плотность N_s согласно (9).

Заметим, что величина $1/N_s$ пропорциональна известному коэффициенту использования энергии [2, 7]. Как правило, такие характеристики строятся в зависимости от угла прихода полезного сигнала $N_s = N_s(\varphi_0)$ при фиксированных значениях остальных пространственных параметров.

2) Исследуем одноканальную задачу фильтрации для заданного вида сигнала и модели сообщения по наблюдению (9) или используем уже известные результаты. Так или иначе, необходимо получить зависимость ошибки фильтрации от отношения сигнал/шум (ОСШ) (например, вероятность ошибки приема символа).

3) Результаты первых двух этапов объединяем для получения зависимости ошибки фильтрации, например, вероятности ошибки приема символа от условий пространственной задачи.

Проиллюстрируем данную методику на примере приема ФМ-сигнала с полностью известными параметрами на три ненаправленных антенных элемента (рис. 3) для случая одного источника внешних шумов (направление от источника указано стрелкой).

Спектральная плотность внутренних шумов одинакова: $N_{\text{вн},i} = N_0$ при отсутствии внешних шумов ОСШ в канале $\frac{2E}{N_0} = 6$ и для спектральной плотности внешнего шума $N_{y,1} / N_0 = 100$.

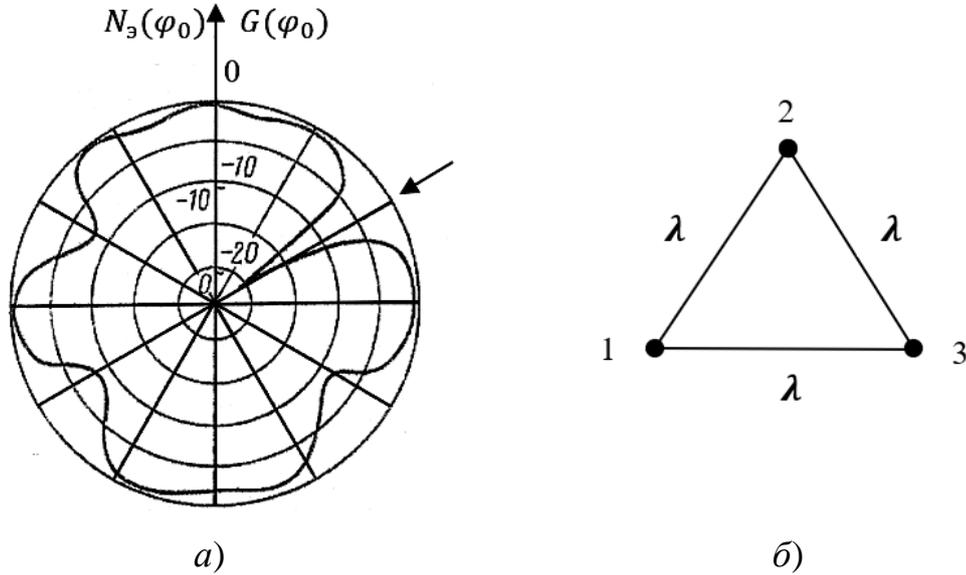


Рис. 3. Нормированная «адаптивная» диаграмма направленности (а) и конфигурация антенной решетки (б).

1) Тогда в обозначениях постановки задачи имеем:

$$\mathbf{R}_0^T = (\cos \varphi_0, \sin \varphi_0) \mathbf{R}_0, \quad \mathbf{r}_2^T = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \quad \mathbf{r}_3^T = (1, 0),$$

$$\mathbf{H}^T(\varphi_0) = \left(1, \exp\{j\pi(\cos \varphi_0 + \sqrt{3} \sin \varphi_0)\}, \exp\{j2\pi \cos \varphi_0\} \right),$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{H}(\varphi_1), \quad \mathbf{N}_{\text{вн}} = N_0 \mathbf{I},$$

поэтому

$$\mathbf{N} = N_0 \mathbf{I} + N_{y,1} \mathbf{C} \mathbf{C}^*,$$

откуда, используя лемму об обращении матриц [27], получаем:

$$1 / N_s = \mathbf{H}(\varphi_0) \mathbf{N}^{-1} \mathbf{H}(\varphi_0) = \frac{1}{N_0} \left[3 - \frac{N_{y,1}}{N_0} \frac{|\mathbf{H}^*(\varphi_0) \mathbf{C}|^2}{(1 + 3N_{y,1} / N_0)} \right] \quad (16)$$

Зависимость $N_s(\varphi_0)$, рассчитанная по (16), приведена на рис. 3.

Комментарий 8. Возможна следующая трактовка рис. 3. Если считать элементарным сигналом $s = \exp\{j\omega t\}$, то величина $q = 1/N_s$ с точностью до постоянного коэффициента есть ОСШ на выходе приемника, которое при фиксированной с помощью автоматической регулировки усиления мощности выходного шума характеризует изменение выходного сигнала при изменении угла на источник излучения.

Таким образом,

$$G(\varphi_0) = \frac{q(\varphi_0)}{q_{\max}} = \frac{N_{\min}}{N_s(\varphi_0)}$$

определяет нормированную ДН, которая учитывает изменение оптимального значения β при изменении угла φ_0 на источник сигнала в отличие от обычной ДН с фиксированным значением β (см. рис. 3).

2) Для исследования характеристик одноканального приема воспользуемся известной [24] зависимостью для вероятности ошибки ФМ-сигнала

$$P_e = 1 - \Phi\left(\sqrt{2E/N_0}\right), \quad (17)$$

где

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-t^2/2\} dt.$$

3) Результаты п. 1 и 2 объединяются: вместо N_0 в (17) подставляется N_s из (16).

Зависимость потенциальной вероятности ошибки ПВФ ФМ-сигнала от положения источника сигнала представлена на рис. 4.

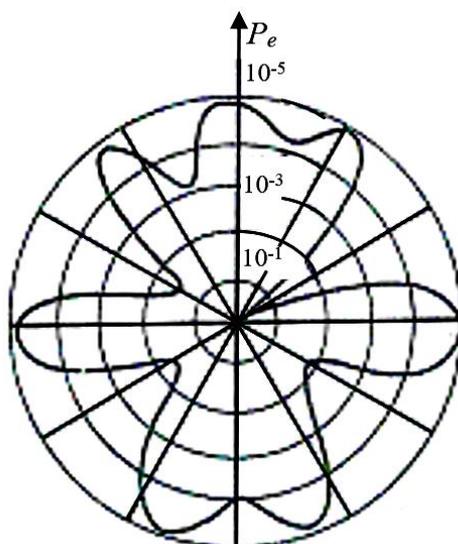


Рис. 4. Потенциальная вероятность ошибки ПВФ ФМ-сигнала.

Заключение

В работе рассмотрена и проанализирована задача марковской оптимальной ПВО сигналов в условиях многоканального наблюдения. Данная задача охватывает в качестве частных случаев, как задачу обнаружения, так и задачу оценки параметров сигналов, что позволяет рассматривать ее как обобщенную постановку ряда известных задач статистической радиотехнической обработки.

Проведенный анализ показал, что при наличии априорной информации о статистических характеристиках сигналов и помех оптимальный алгоритм многоканальной обработки оказывается эквивалентным оптимальному фильтру, применяемому в случае одноканального наблюдения. Это означает, что многоканальная система при известных статистических параметрах может быть приведена к одноканальной модели без потери оптимальности, что существенно упрощает синтез и анализ алгоритмов обработки.

Кроме того, в работе предложена методика определения потенциальных характеристик многоканального приема для сигналов произвольного вида. Основная идея данного подхода заключается в использовании известных характеристик, полученных при одноканальном приеме, для вычисления соответствующих параметров многоканальной системы. Такая методика

позволяет обобщить результаты, полученные для одноканальных систем, на случай многоканальных структур без необходимости проведения сложного повторного анализа.

Предложенные результаты могут быть использованы при проектировании и оптимизации многоканальных систем обнаружения и оценки параметров сигналов, а также при разработке алгоритмов ПВФ в задачах радиолокации, навигации и связи.

Финансирование: Работа выполнена за счет средств Государственного задания №FSFZ -2024-0006.

Литература

1. Guerci J.R. Space-Time Adaptive Processing for Radar. – Boston, London: Artech House Publishers, 2003. – 189 p.
2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов / Пер. с англ. Ю.К. Сальникова; Под ред. В.В. Шахгильдяна. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
3. Pallotta L., Farina A., Smith S.T. and Giunta G. Phase-only space-time adaptive processing // IEEE Access. – 2021. – Vol. 9. – PP. 147250-147263. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3122837>
4. Kim Y.S., Schvartzman D., Palmer R.D., Yu T.Y., Nai F. and Curtis C.D. Phased array weather radar architectures for doppler estimation with space-time processing // IEEE Transactions on Radar Systems. – 2024. – Vol. 2. – PP. 725-738. <https://doi.org/10.1109/trs.2024.3444785>
5. Виноградов М.С., Свердлов Б.Г. Метод обеспечения эффективной когерентно–временной обработки в РЛС малой дальности с ФАР при воздействии активных шумовых помех // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.2.13>

6. Горбунов Ю.Н., Акопян Г.Л. Пространственно-временная обработка сигналов в радиолокации и радиоэлектронном подавлении: ограничение возможностей // Журнал радиоэлектроники. – 2019. – № 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.6.2>
7. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
8. Richards M.A. Fundamentals of Radar Signal Processing; 2nd ed. – New York: McGraw-Hill Education, 2014. – 894 p.
9. Обработка сигналов в многоканальных РЛС / Под ред. А.П. Лукошкина. – М.: Радио и связь, 1983. – 328 с.
10. Cheremisin O.P. Adaptive Algorithm for Signal Processing in Multichannel Receiving Systems with Antenna Arrays // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2006. – Vol. 51. – PP. 1025-1035. <https://doi.org/10.1134/S1064226906090038>
11. Voznesensky A. and Kaplun D.I. Adaptive signal processing algorithms based on EMD and ITD // IEEE Access. – 2019. – Vol. 7. – PP. 171313-171321. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019/2956077>
12. Артюшенко В.М., Воловач В.И. Алгоритмы адаптивной нелинейной обработки сигналов блоками нелинейного преобразования дискриминаторов с прямой и обратной связью // Журнал радиоэлектроники. – 2018. – № 3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.3.3>
13. Ефименко В.С., Харисов В.Н., Павлов В.С. Оптимальные алгоритмы пространственно-временной обработки сигналов и их характеристики // Радиотехника. – 2016. – № 9. – С. 113-120.
14. Artyushenko V.M., and Volovach V.I. Synthesis of Algorithms of Adaptive Signal Processing Using of the Nonlinear Blocks with Approximation of Optimal Amplitude Transfer Characteristic // Proceedings of the 2019 Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). Russia, Tomsk, April 18–20, 2019. P. 8729668. <https://doi.org/10.1109/SIBCON.2019.8729668>

15. Ефименко В.С., Харисов В.Н. Оптимальная фильтрация в задачах пространственно-временной обработки и ее характеристики // Радиотехника и электроника. – 1987. – Т. 32. – № 8. – С. 1654-1662.
16. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. – М.: Техносфера, 2014. – 529 с.
17. Zhang X. and Feng D. Optimal adaptive filtering algorithm by using the fractional-order derivative // IEEE Signal Processing Letters. – 2021. – Vol. 29. – PP. 399-403. <https://doi.org/10.1109/lsp.2021.3136504>
18. Kesler J., Haykin S. An adaptive interference canceller using Kalman filtering // Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '81. Vol. 6. <https://doi.org/10.1109/ICASSP.1981.1171369>
19. Родимов А.П., Поповских В.В. Статистическая теория поляризационно-временной обработки сигналов и помех. – М.: Радио и связь, 1984. – 272 с.
20. Артюшенко В.М., Воловач В.И., Басипов С.Н. Квазиоптимальный синтез измерителей доплеровской фазы сигнала в системах обработки с адаптивным накоплением сигнала // Радиотехника. – 2025. – Т. 89. – № 8. – С. 160-166. <https://doi.org/10.18127/j00338486-202508-18>
21. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции: В 3-х т.: Пер. с англ. / Под ред. В.Т. Горяйнова. – М.: Сов. радио, 1977. Т. 3. – 664 с.
22. Фалькович С.Е., Хомяков Э.Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. – М.: Сов. радио, 1981. – 288 с.
23. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Сов. радио, 1975. 704 с.
24. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
25. Тихонов В.И., Харисов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.
26. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. – М.: Сов. радио, 1980. – 360 с.

27. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Пер. с англ.; Под ред. Б.Р. Левина. – М.: Связь. 1976. – 495 с.
28. Стратонович Р.Л. Принципы адаптивного приема. – М.: Радио и связь. 2021. – 142 с.

Для цитирования:

Артюшенко В.М., Воловач В.И. Оптимальная пространственно-временная фильтрация в условиях многоканального наблюдения // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – №. 2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.2.4>