

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.1.6>

УДК: 621.396

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДАЛЬНЕГО ТРОПОСФЕРНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН МЕТОДОМ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В.В. Ахияров^{1,2}

¹ Акционерное общество «НПК Научно-исследовательский институт дальней радиосвязи, 127083, Москва, ул. 8 Марта, д. 10, стр. 5

² ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
125005, Москва, ул. Моховая, д. 11, корп.7.

Статья поступила в редакцию 13 января 2022 г.

Аннотация. В работе рассмотрена задача прогноза напряженности поля при дальнем тропосферном распространении радиоволн. Получены корреляционные функции для различных спектральных моделей локально однородной и изотропной турбулентности и представлены возможные реализации поля флуктуаций показателя преломления. Исследована зависимость напряженности поля от интенсивности флуктуаций и выполнено сравнение полученных результатов с рекомендацией Международного союза электросвязи. Показано, что точность прогноза напряженности поля методом параболического уравнения можно существенно улучшить при добавлении к средним значениям показателя преломления случайного поля флуктуаций.

Ключевые слова: множитель ослабления, показатель преломления, спектральная плотность флуктуаций, дальнее тропосферное распространение радиоволн.

Abstract. This paper considers the problem of field strength prediction for tropospheric radio wave propagation. Correlation functions for different spectral models of locally homogeneous and isotropic turbulence are obtained and possible realizations of refractive index fluctuations are presented. The dependence of the field

strength on the intensity of fluctuations has been investigated and the obtained results have been compared with the recommendation of the International Telecommunications Union. It is shown that the accuracy of field strength prediction by the parabolic equation method can be significantly improved by adding a random fluctuation field to the mean values of the refractive index.

Key words: attenuation factor, refractive index, spectral fluctuation density, long-range tropospheric propagation of radio waves.

Введение.

Хорошо известно, что напряженность поля на больших расстояниях за радиогоризонтом существенно превышает значения, предсказанные с использованием дифракционной теории вследствие рассеяния электромагнитных волн на флуктуациях показателя преломления тропосферы. Это явление активно изучалось в 60–70-е годы прошлого века [1] и применялось в тропосферных линиях связи. В настоящее время дальнейшее тропосферное распространение радиоволн (ДТР) по-прежнему используется для радиосвязи и обеспечения доступа к интернету в труднодоступной местности. Например, цифровая система тропосферной связи «Гроза» способна обеспечить интернет-канал со скоростью передачи данных до 25 Мбит/с в радиусе до 200 км [2]. Поэтому задача прогноза напряженности поля (или множителя ослабления) вблизи земли с учетом тропосферного рассеяния является по-прежнему актуальной. Как правило, при вычислении множителя ослабления с использованием аналитических [3] или численных [4, 5, 6] методов учитывается геометрия рельефа и условия рефракции радиоволн, т.е. речь идет о решении «детерминированной» задачи. Такое решение возможно до дальности дифракционного горизонта, поскольку на больших расстояниях существенный вклад в напряженность поля дает тропосферное рассеяние. Считается, что дифракционный горизонт определяется дальностью ~ 100 км [1], однако, как было показано в [7, 8], расстояние до дифракционного горизонта (то есть область

применимости дифракционной теории) вблизи земли может быть существенно меньше.

1. Возникновение и развитие атмосферной турбулентности

Флуктуации показателя преломления воздуха возникают вследствие ветровых движений в атмосфере, которые, как правило, являются турбулентными, при этом под турбулентностью понимаются беспорядочные движения в потоке, в результате которых давление, плотность и температура меняются в пространстве и времени случайным образом. В первоначально регулярных атмосферных потоках возникают случайные возмущения, которые быстро растут и взаимодействуют друг с другом, порождая новые возмущения. Существуют две основные причины возникновения турбулентности: термическая неустойчивость в атмосфере, неравномерно разогреваемой в пространстве, и потеря гидродинамической устойчивости волновым потоком. В случае термической неустойчивости развитие и затухание турбулентности связано с числом Ричардсона Ri , которое равно отношению термических факторов к динамическим; степень гидродинамической устойчивости характеризуется числом Рейнольдса Re , которое определяется отношением сил инерции к силам вязкости [9].

При малых значениях Re движение воздушных масс является ламинарным, при числе Рейнольдса, которое превышает некоторое критическое значение $Re_{кр}$, наблюдается переход от ламинарного движения к турбулентному. При больших числах Рейнольдса наиболее существенную роль играют крупномасштабные флуктуации, самые крупные вихри соизмеримы с областью, занятой турбулентностью, и определяются характерным размером L_0 , который называется внешним масштабом. На очень малых расстояниях, соответствующих внутреннему масштабу l_0 , флуктуации быстро затухают вследствие диссипации энергии, которая обусловлена кинематической вязкостью воздуха.

Таким образом, возникновение и развитие атмосферной турбулентности при больших числах Рейнольдса можно представить следующим образом:

исходный ламинарный поток теряет свою устойчивость, при этом образуются вихри с характерными размерами порядка внешнего масштаба турбулентности L_0 . Далее появляются вихри меньшего размера L (число Рейнольдса при этом становится меньше) и так до тех пор, пока не будет достигнут масштаб l_0 , которому соответствует значение $Re_{кр}$. Описанный механизм Колмогоров называл «процессом последовательного измельчения турбулентных пульсаций» [10], при этом происходит непрерывная передача кинетической энергии от крупных вихрей к мелким в интервале пространственных масштабов $l_0 < L < L_0$, который называется инерционным интервалом. Таким образом, существует непрерывный набор (спектр) флуктуаций показателя преломления $\Phi_n(K)$, которые обусловлены флуктуациями атмосферных параметров, а диапазон изменения волновых чисел $K = 2\pi/L$ соответствует пространственным масштабам L инерционного интервала.

В данной работе будем считать, что атмосферная турбулентность является локально однородной и локально изотропной [10].

Реальная картина возникновения и развития атмосферной турбулентности может быть существенно сложнее рассмотренной теории. Так, например, в реальных условиях наблюдается перемешивание турбулентных потоков и это является одной из основных проблем теории турбулентности. Другой проблемой является разделение волновых и турбулентных движений, поскольку грань между ними провести достаточно трудно. Также в атмосфере происходит суперпозиция волновых и турбулентных движений, возможно возникновение «турбулентных пятен» и когерентных вихревых структур (устойчивых суперпозиций крупномасштабной турбулентности) [9]. В классической теории турбулентности когерентные вихри не рассматриваются, поскольку в ее основе лежит статистическая теория, которая позволяет получить количественные оценки для беспорядочных ветровых движений в инерционном интервале.

Известно, что показатель преломления атмосферы определяется средним значением $\langle n \rangle \approx 1$ и флуктуациями \tilde{n} [11]:

$$n = \langle n \rangle [1 + \tilde{n}] \approx \langle n \rangle + \tilde{n} . \quad (1)$$

Таким образом, основным вопросом, возникающим при численном моделировании распространения волн в турбулентной среде, является задача формирования ансамбля реализаций случайной величины \tilde{n} с требуемыми статистическими характеристиками.

2. Моделирование флуктуаций показателя преломления

Моделирование \tilde{n} выполняется методом пропускания белого гауссовского шума через формирующий фильтр [12, 13]. Импульсная характеристика фильтра $h(r)$ связана с корреляционной функцией:

$$B(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(r+r')h(r')dr' , \quad (2)$$

а случайная реализация флуктуаций показателя преломления определяется интегралом свертки:

$$\tilde{n}(r) = \int_{-\infty}^{\infty} h(r-r')\eta(r')dr' , \quad (3)$$

где $\eta(r)$ – белый шум с математическим ожиданием $\langle \eta \rangle = 0$ и дисперсией σ^2 .

В общем случае корреляционная функция $B_n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \tilde{n}(\mathbf{r}_1)\tilde{n}(\mathbf{r}_2) \rangle$ определяется значениями $\tilde{n}(\mathbf{r}_1)$ и $\tilde{n}(\mathbf{r}_2)$ в двух разнесенных точках, однако для случайного процесса со стационарными приращениями [14] функция $B_n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ зависит только от модуля разности $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$. Основной характеристикой такого процесса является структурная функция $D_n(r) = D_n(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = \langle [\tilde{n}(\mathbf{r}_1) - \tilde{n}(\mathbf{r}_2)]^2 \rangle$, которая характеризует интенсивность тех

флуктуаций, пространственные масштабы которых меньше или сравнимы с r [14]. Корреляционная и структурная функции связаны следующим образом:

$$D_n(r) = 2[B_n(0) - B_n(r)], \quad (4)$$

$$B_n(r) = \frac{1}{2}(D_n(\infty) - D_n(r)). \quad (5)$$

Отметим, что для расчетов в инерционном интервале при вычислении $D_n(\infty)$ в качестве аргумента следует использовать внешний масштаб турбулентности L_0 .

В соответствии с теорией Колмогорова структурная функция показателя преломления в инерционном интервале имеет вид:

$$D_n(K) = C_n^2 r^{2/3}. \quad (6)$$

и ей соответствует трехмерная спектральная плотность локально однородного и локально изотропного случайного поля флуктуаций:

$$\Phi_n(K) = 0,033 \frac{C_n^2}{K^{11/3}}, \quad (7)$$

где C_n^2 – квадрат структурной характеристики показателя преломления, а спектральная переменная K определяет пространственный масштаб флуктуаций для произвольного направления.

Спектр Кармана позволяет учесть в модели внешний масштаб турбулентности:

$$\Phi_n(K) = 0,033 \frac{C_n^2}{(K^2 + K_0^2)^{11/6}}, \quad (8)$$

где $K_0 = 2\pi/L_0$, а представленная в [15] модель дает возможность ограничить спектральную плотность флуктуаций в энергетическом интервале, когда пространственный масштаб $L > L_0$:

$$\Phi_n(\mathbf{K}) \sim \frac{C_n^2 \mathbf{K}^{2m}}{(\mathbf{K}^2 + \mathbf{K}_0^2)^{m+p}}, \quad (9)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$, $p = 11/6$ или $p = 5/2$, а модуль волнового вектора в произвольном направлении определяется своими проекциями на оси координат:

$$|\mathbf{K}| = \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2}.$$

Отметим, что использование $p = 11/6$ и $m = 0$ в (9) приводит к спектральной модели Кармана. Значение $p = 5/2$ соответствует спектру флуктуаций вблизи земной поверхности с различными вертикальными $L_z = 2\pi/K_z$ и горизонтальными $L_{x,y} = 2\pi/K_{x,y}$ масштабами неоднородностей. Было показано, что такой «анизотропный» спектр можно выразить через «изотропный» с использованием безразмерного масштабирующего коэффициента [15]. Формально полагая этот коэффициент равным единице, будем считать, что модель «приземного» спектра (9) соответствует локально изотропной турбулентности точно так же, как спектральные представления Колмогорова (7) и Кармана (8). В этом случае при $p = 5/2$ и $m = 0$ получим:

$$\Phi_n(K) = 0,033 \frac{C_n^2}{(K^2 + K_0^2)^{5/2}}. \quad (10)$$

Для всех трех рассмотренных моделей по известному спектру флуктуаций можно определить структурную функцию $D_n(r)$ показателя преломления [14]:

$$D_n(r) = 8\pi \int_0^{\infty} \left[1 - \frac{\sin(Kr)}{Kr} \right] \Phi_n(K) K^2 dK, \quad (11)$$

и далее с использованием (5) получить корреляционную функцию в инерционном интервале.

Трехмерная спектральная плотность $\Phi_n(K)$ для статистически однородной и изотропной турбулентности связана с одномерной спектральной плотностью $S_n(K)$ следующим образом [14]:

$$\Phi_n(K) = -\frac{1}{2\pi K} \frac{dS_n(K)}{dK}, \quad (12)$$

откуда для моделей Колмогорова (7), Кармана (8) и приземного спектра (10) получим:

$$S_n(K) = 0,124 \frac{C_n^2}{K^{5/3}}, \quad (13)$$

$$S_n(K) = 0,124 \frac{C_n^2}{(K^2 + K_0^2)^{5/6}}, \quad (14)$$

$$S_n(K) = 0,069 \frac{C_n^2}{(K^2 + K_0^2)^{3/2}}, \quad (15)$$

где спектральная переменная K соответствует пространственному масштабу для одного выбранного направления.

Связь структурной функции с одномерной спектральной плотностью флуктуаций определяется выражением [14]:

$$D_n(r) = 2 \int_0^{\infty} [1 - \cos(Kr)] S_n(K) dK, \quad (16)$$

которое точно так же, как и (11), можно использовать для вычисления корреляционной функции (5) в инерционном интервале.

Еще раз подчеркнем, что все рассмотренные спектральные модели соответствуют предположению о статистической однородности и изотропности рассматриваемого случайного процесса (точнее, надо говорить о локальной однородности и локальной изотропности). Вопросы, связанные с более адекватным представлением атмосферной турбулентности в данной работе, не рассматриваются. Очевидно, что выбор отличных от (7), (8) и (10) спектральных моделей (при прочих равных условиях) будет приводить к другим реализациям случайного поля $\tilde{n}(r)$.

При моделировании флуктуаций показателя преломления важным вопросом является выбор диапазона изменения пространственных масштабов l_0 и L_0 , которые ограничивают инерционный интервал. Как правило, считают $l_0 \sim 1 \text{ см}$ и $L_0 \sim 100 \dots 1000 \text{ м}$, однако в тропосфере принято ограничиваться меньшими значениями для вертикального внешнего масштаба L_0 . С ростом высоты величина L_0 увеличивается, и для тропосферы обычно считают $1 \text{ м} < L_0 < 150 \text{ м}$ [15], поэтому при моделировании ДТР вблизи земли будем использовать значение $L_0 \sim 10 \text{ м}$.

На рисунке 1 представлены корреляционные функции для рассмотренных спектральных моделей атмосферной турбулентности. Сплошные линии соответствуют расчетам по спектральным моделям $\Phi_n(K)$, штриховые линии

получены с использованием $S_n(K)$, пунктир – вычисления для структурной функции (6), которая является математическим описанием закона «двух третей» Колмогорова. Видно, что использование (11) и (16) приводит к одинаковому результату для одних и тех же спектральных моделей, а для спектра Колмогорова полученные корреляционные функции (сплошная и штриховая линии) соответствуют закону «двух третей» (пунктир).

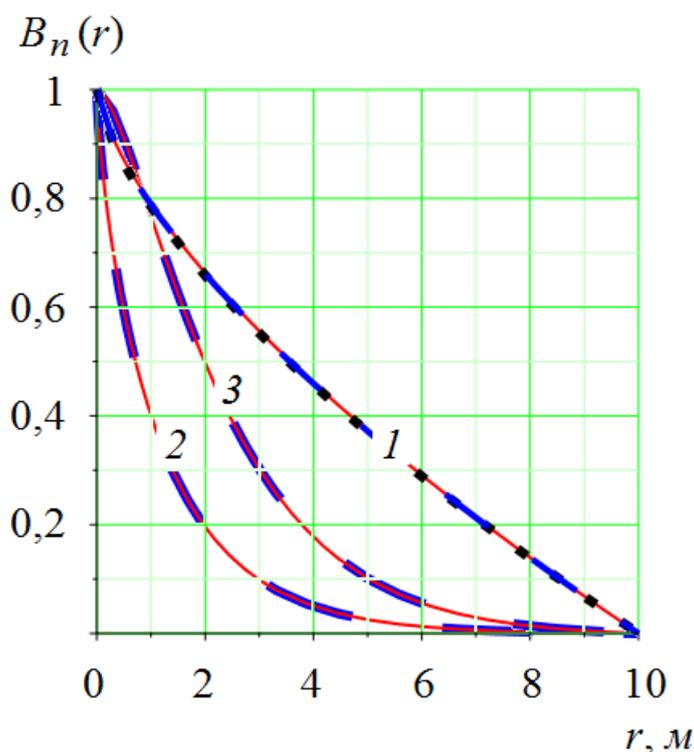


Рис. 1. Корреляционные функции для модели Колмогорова (кривые 1), Кармана (кривые 2) и приземного спектра (кривые 3) при $L_0 = 10$ м. Сплошные линии – расчеты по трехмерным спектрам $\Phi_n(K)$, штриховые линии – по одномерным моделям $S_n(K)$, пунктир – с использованием структурной функции (6)

На рисунке 2 показаны возможные реализации флуктуаций показателя преломления в области 100 м x 100 м, полученные с использованием спектра Кармана (рисунок 2а) и приземного спектра (рисунок 2б). Видно, что модель Кармана приводит к более частым флуктуациям по сравнению с приземной моделью вследствие того, что ее корреляционная функция убывает быстрее (см. рисунок 1).

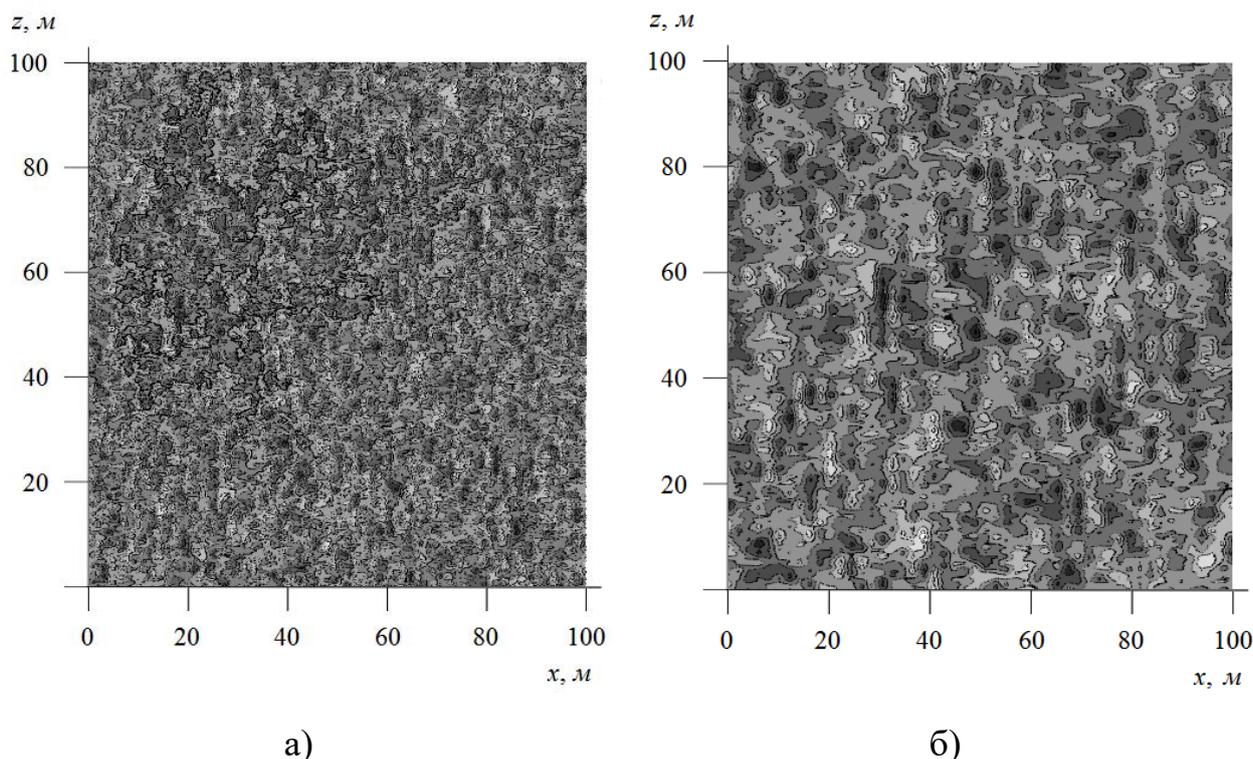


Рис. 2. Флуктуации показателя преломления для спектральной модели Кармана (а) и приземного спектра (б) при $L_0 = 10$ м

3. Вычисление напряженности поля вблизи земли методом параболического уравнения с учетом тропосферного рассеяния

Рассмотренный алгоритм формирования ансамбля реализаций случайной величины \tilde{n} будем использовать при вычислении напряженности поля (или множителя ослабления) вблизи земли. В данной работе тропосферное рассеяние исследуется методом параболического уравнения (ПУ) над гладкой выпуклой поверхностью, при этом для решения параболического уравнения [16, 17, 18]

$$\frac{\partial u(x, z)}{\partial x} = \frac{j}{2} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \left(n(z)^2 - 1 + 2 \frac{z}{a} \right) \right\} u(x, z) = 0, \quad (17)$$

используется выражение:

$$u(x + \Delta x, z) = e^{j \frac{k}{2} \left(n^2 - 1 + 2 \frac{z}{a} \right) \Delta x} F^{-1} \left[F[u(x, z)] e^{-j \frac{p^2 \Delta x}{2k}} \right], \quad (18)$$

где $u(x, z)$ – искомое поле (x и z – продольная и поперечная координаты), $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, p – спектральная переменная, a – радиус Земли, $n = \langle n \rangle + \tilde{n}$, среднее значение $\langle n \rangle$ на соответствующей высоте вычисляется по экспоненциальной модели тропосферы, Δx – шаг по продольной координате, $F[\dots]$ и $F^{-1}[\dots]$ – прямое и обратное преобразование Фурье.

В [19, 20] представлены дистанционные зависимости множителя ослабления вблизи земной поверхности для модели колмогоровской турбулентности. Показано, что за пределами радиогоризонта тропосферное рассеяние приводит к более благоприятным условиям распространения радиоволн по сравнению со случаем отсутствия флуктуаций показателя преломления.

В данной работе результаты расчетов, полученные методом параболического уравнения, сравниваются с дистанционным ослаблением по рекомендации Международного союза электросвязи (МСЭ). Представленные в [21] кривые позволяют оценить напряженность поля на сухопутных и морских трассах в диапазоне частот от 30 МГц до 3 ГГц на дальностях от 1 км до 1000 км при излучении полуволновым диполем мощности 1 кВт.

В [7, 8] было показано, что результаты расчетов по дифракционной теории с точностью до постоянного множителя соответствуют рекомендованным МСЭ кривым в освещенной области и зоне полутени. Задача заключается в том, чтобы выяснить, насколько далеко в области дифракционной тени можно обеспечить соответствие расчетов напряженности поля вблизи земли с рекомендациями МСЭ, если при вычислении $u(x, z)$ по алгоритму (18) использовать случайное поле флуктуаций $\tilde{n}(x, z)$.

Исходные данные для моделирования выбраны следующими: длина волны – $\lambda = 3$ м, высота подъема антенны и точки наблюдения – $h = 9,8$ м,

вертикальный размер антенны – $d = 2,4$ м соответствует шагу Δz по высоте, размер преобразования Фурье – 4096 точек. Расчеты выполнялись для трех случаев дисперсии флуктуаций показателя преломления: $\sigma^2 = 10^{-14}$, $\sigma^2 = 10^{-12}$ и $\sigma^2 = 10^{-10}$ при $L_0 = 10$ м. Отметим, что дисперсия флуктуаций связана с внешним масштабом турбулентности L_0 и квадратом структурной характеристики показателя преломления C_n^2 [11]:

$$C_n^2 = 1,91 \sigma^2 L_0^{-2/3}. \quad (19)$$

Для дисперсии флуктуаций в [11] приводится средняя оценка $\sigma^2 = 10^{-12}$, в то же время известно, что C_n^2 может изменяться в пределах от 10^{-16} (слабая турбулентность) до 10^{-12} (очень сильная турбулентность). Соответственно, значения $\sigma^2 = 10^{-14}$ и $\sigma^2 = 10^{-10}$ примерно соответствуют слабой и сильной турбулентности.

На рисунке 3 приведены дистанционные зависимости напряженности поля для спектральных моделей Кармана (8) и приземного спектра (10) при $L_0 = 10$ м и различных значениях дисперсии флуктуаций показателя преломления. Видно, что без учета тропосферного рассеяния (кривые 4) соответствие расчетов методом ПУ с рекомендованной МСЭ кривой (пунктир) наблюдается до 20...30 км (при выбранных высотах источника и приемника дальность радиогоризонта $R_{\Gamma} \approx 26$ км). Дисперсия флуктуаций $\sigma^2 = 10^{-14}$ (кривые 3) практически не дает вклада в результирующее дифракционное поле, значение $\sigma^2 = 10^{-12}$ (кривые 2) обеспечивает соответствие с рекомендованной зависимостью до 100 км, а сильные флуктуации при $\sigma^2 = 10^{-10}$ (кривые 1) приводят к завышенному прогнозу напряженности поля. Рекомендованная МСЭ кривая была получена путем усреднения многочисленных измерений, проводившихся в различных районах земного шара, и соответствует напряженности поля над «усредненным»

рельефом при некотором среднем значении σ_n^2 . Таким образом, при $\sigma_n^2 = 10^{-12}$ (кривая 2) дальность прогноза напряженности поля повышается почти в четыре раза по сравнению со случаем отсутствия флуктуаций (кривая 4). Добавление в условие задачи геометрии рельефа позволяет прогнозировать напряженность поля для каждой конкретной трассы распространения радиоволн.

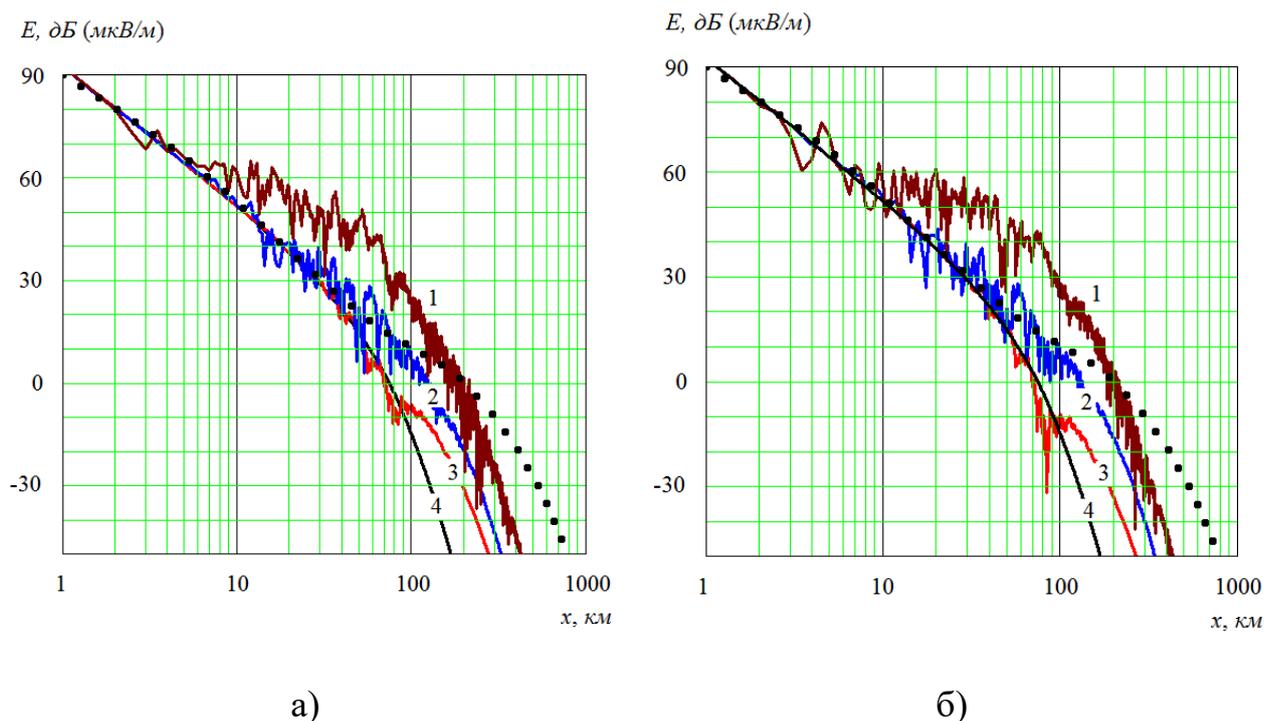
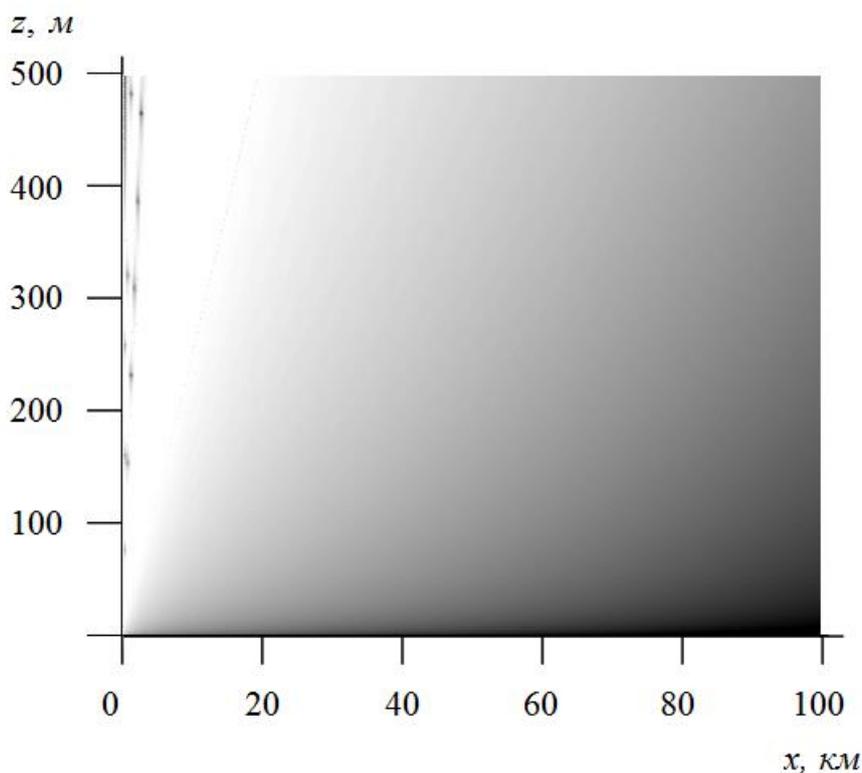


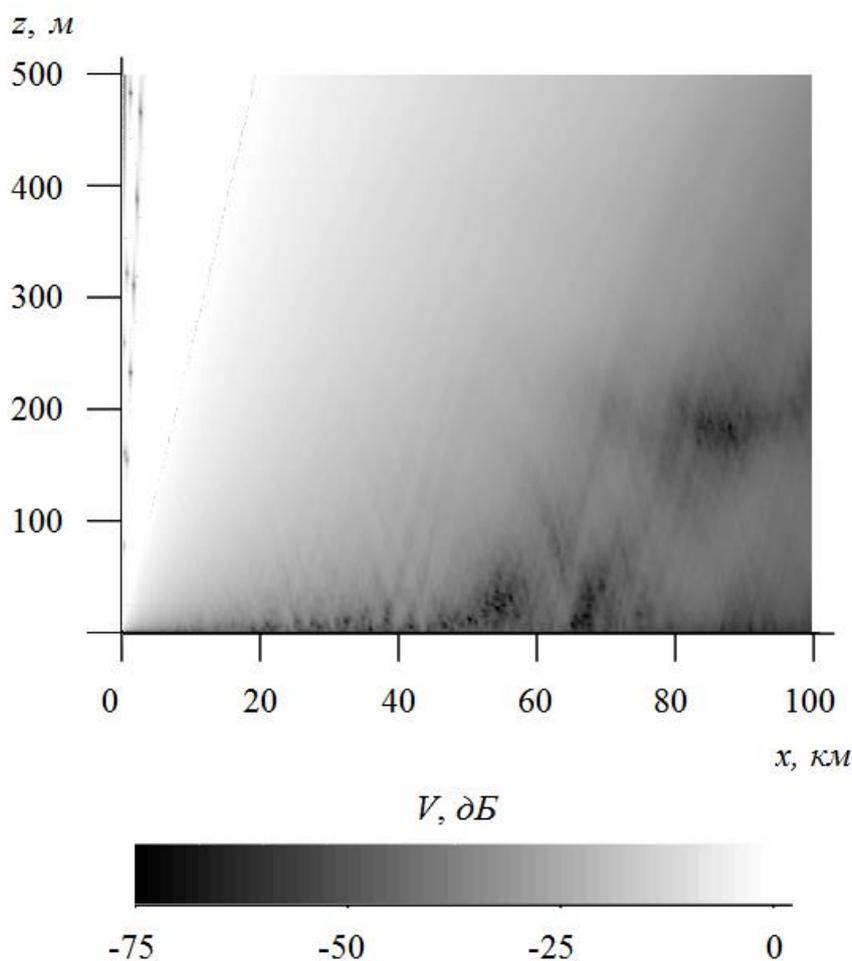
Рис. 3. Дистанционные зависимости напряженности поля с учетом тропосферного рассеяния при $L_0 = 10$ м для спектральной модели Кармана (а) и приземного спектра (б). Сплошные кривые: 1 - $\sigma^2 = 10^{-10}$, 2 - $\sigma^2 = 10^{-12}$, 3 - $\sigma^2 = 10^{-14}$, 4 - $\sigma^2 = 0$ (флуктуации не учитываются), пунктир – кривая по рекомендации МСЭ на частоте 100 МГц (длина волны $\lambda = 3$ м) для высоты источника и приемника 10 м

Представленные на рисунке 3 дистанционные зависимости свидетельствуют о том, что модели Кармана (8) и приземного спектра (10) приводят примерно к одинаковым результатам при вычислении напряженности поля (такие же кривые получаются и при использовании спектральной модели Колмогорова). Также отметим, что расчеты с использованием внешнего масштаба $L_0 = 100$ м приводят к аналогичным результатам.

На рисунке 4 показаны значения множителя ослабления в прямоугольной области протяженностью 100 км и высотой 500 м без учета тропосферного рассеяния и с использованием спектральной модели Кармана при $\sigma^2 = 10^{-12}$. Исходные данные выбраны теми же самыми, что и в предыдущем случае (длина волны – $\lambda = 3$ м, высота подъема источника – $h = 9,8$ м, ширина апертуры – $d = 2,4$ м, размер преобразования Фурье – 4096 точек). Видно, что флуктуации показателя преломления приводят к более благоприятным условиям распространения радиоволн вблизи земли. При этом они дают случайные локальные минимумы множителя ослабления (это явление называется замираниями сигнала).



а)



б)

Рис. 4. Множитель ослабления при отсутствии флуктуаций (а) и с использованием спектральной модели Кармана (б)

Заключение.

Таким образом, в данной работе исследованы три спектральные модели флуктуаций показателя преломления тропосферы в предположении того, что атмосферная турбулентность является локально однородной и изотропной. Результаты расчетов свидетельствуют о том, что количественная оценка напряженности поля практически не зависит от выбора спектральной модели и определяется в основном дисперсией флуктуаций показателя преломления. Сравнение полученных результатов с дистанционной зависимостью напряженности поля из рекомендации МСЭ [21] позволяет сделать вывод о том, что метод параболического уравнения можно с успехом использовать для моделирования дальнего тропосферного распространения радиоволн.

Литература

1. Введенский Б.А., Колосов М.А., Калинин А.И. и др. *Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радиоволн*. Москва, Советское радио. 1965. 416 с.
2. *Система тропосферной связи «Гроза»*. [электронный ресурс]. Дата доступа: 20.11.21. URL:<https://rolos.ru/troposphere>.
3. Ахияров В.В. Асимптотическое решение задачи однократной и последовательной дифракции. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2013. Т.18. №7. С.4-11.
4. Ахияров В.В. Методы численного решения задачи дифракции радиоволн над земной поверхностью. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2010. Т.15. №3. С.38-46.
5. Ахияров В.В., Чернавский С.В. Использование численных методов для изучения условий распространения радиоволн. *Радиотехника*. 2011. №10. С.101-110.
6. Ахияров В.В. Вычисление множителя ослабления над земной поверхностью методом параболического уравнения. *Журнал радиоэлектроники*. [электронный журнал] 2012. №1. [режим доступа] URL: <http://jre.cplire.ru/iso/jan12/16/text.pdf>.
7. Ахияров В.В. Дифракция метровых и дециметровых радиоволн над земной поверхностью. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2006. Т.11. №9. С.28-32.
8. Ахияров В.В. Распространение и рассеяние радиоволн. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2008. №12. С.3-25.
9. Винниченко Н.К., Пинус Н.З., Шметер С.М. и др. *Турбулентность в свободной атмосфере*. Ленинград, Гидрометеиздат. 1976. 288 с.
10. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. *Успехи физических наук*. 1968. Т.93. №3. С.476-481.

11. Исимару А. *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Том 2. Многократное рассеяние, турбулентность, шероховатые поверхности и дистанционное зондирование.* Москва, Мир. 1981. 318 с.
12. Ахияров В.В. Численное решение задачи рассеяния на статистически неровной поверхности. *Успехи современной радиоэлектроники.* 2012. №5. С.3
13. Ахияров В.В. Рассеяние на статистически неровной поверхности с произвольными корреляционными свойствами. *Журнал радиоэлектроники.* [электронный журнал] 2012. №2. [режим доступа] <http://jre.cplire.ru/jre/feb12/2/text.pdf>.
14. Татарский В.И. *Распространение радиоволн в турбулентной атмосфере.* Москва, Наука. 1967. 548 с.
15. Виноградов А.Г., Теохаров А.Н. Модель подобию пространственных спектров случайных анизотропных неоднородностей диэлектрической проницаемости атмосферы и ее приложение к задачам распространения волн. *Известия РАН. Физика атмосферы и океана.* 2020. Т.56. №1. С.76-88.
16. Levy M.F. *Parabolic equation method for electromagnetic wave propagation.* London, IEE. 2000. 336 p.
17. Apyaydin G., Sevgi L. *Radio wave propagation and parabolic equation modeling.* IEEE Press. 2017. 136 p.
18. Ахияров В.В. Метод параболического уравнения в теории дифракции. *Успехи современной радиоэлектроники.* 2010. №9. С.72-80.
19. Hitney H.V. A Practical Tropospheric Scatter Model Using the Parabolic Equation. *IEEE Transaction on Antennas and Propagation.* 1993. V.41. №7. P.905-909.
20. Ахияров В.В. Вычисление множителя ослабления вблизи земли с учетом тропосферного рассеяния. *XXVII Международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, радиосвязь».* Воронеж. 2021. Т.3. С.193-199.
21. Рекомендация МСЭ-R P.1546-6. *Метод прогнозирования для трасс связи пункта с зоной для наземных служб в диапазоне частот от 30 МГц до 4000 МГц.* [электронный ресурс]. Дата доступа: 20.11.21. URL:

https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/p/R-REC-P.1546-6-201908-I!!PDF-R.pdf.

Для цитирования:

Ахияров В.В. Моделирование дальнего тропосферного распространения радиоволн методом параболического уравнения. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №1. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.1.6>