

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.1.3>

УДК: 537.874; 537.624

МЕТОД ОБОБЩЕННОГО ИМПЕДАНСА ДЛЯ РАСЧЕТА ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ МНОГОСЛОЙНУЮ СТРУКТУРУ. ЧАСТЬ 3. ПАДЕНИЕ ВОЛНЫ НА СТУПЕНЧАТО НАРАСТАЮЩИЙ БАРЬЕР

И.В. Антонец ¹, В.Г. Шавров ², В.И. Щеглов ²

¹ Сыктывкарский государственный университет им. П.Сорокина
167001, Сыктывкар, Октябрьский пр-т, 55

² Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
125009, Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7

Статья поступила в редакцию 27 сентября 2022 г.

Аннотация. Рассмотрено применение метода обобщенного импеданса в варианте пересчета амплитуд для расчета коэффициентов отражения, прохождения и поглощения при падении волны на многослойную структуру. Послойная конфигурация структуры задана в виде барьера, волновое число в слоях которого распределено ступенчато нарастающим образом. Рассмотрено формирование амплитуды колебаний при различной длине структуры. Показано, что в случае, когда длина структуры меньше половины максимальной длины волны, распределение амплитуды волны по длине структуры является монотонно возрастающим или убывающим, В случае, когда длина структуры больше половины максимальной длины волны, распределение амплитуды по длине структуры приобретает осциллирующий характер, причем период таких осцилляций равен половине максимальной длины волны. Для среды без диссипации рассмотрен коэффициент отражения при изменении длины структуры. Получены зависимости коэффициента отражения от длины структуры при различных значениях максимальной длины волны. Рассмотрен

коэффициент прохождения волны при изменении длины структуры. Рассмотрено отражение, прохождение и поглощение волны в ступенчато нарастающей структуре, слои которой обладают положительной диссипацией. Показано, что в этом случае среда становится поглощающей, причем коэффициент поглощения по мере увеличения длины структуры возрастает. Рассмотрено отражение, прохождение и поглощение в среде с отрицательной диссипацией. Отмечено, что в рамках сохранения баланса энергий нарастание отражения, прохождения и поглощения при увеличении длины структуры требует поступления энергии от дополнительного источника, каковым в случае лазера является источник накачки.

Ключевые слова: распространение волн, многослойная структура, импеданс.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Автор для переписки: Щеглов Владимир Игнатьевич, vshcheg@cplire.ru

Введение

Исследованию распространения волн различной природы в многослойных структурах посвящено значительно количество статей и монографий, в том числе обзорного характера [1-12]. В традиционной практике обычно рассматривается небольшое число слоев, не более двух-трех, причем указывается на возможность обобщения на произвольное их число [2,3,7], однако такая возможность реализуется, в основном, для периодических сред, для чего разработано множество специфических методов [13,14].

Большинство перечисленных работ относится к распространению волн трехмерного характера – электромагнитных или акустических. В то же время, в основе значительной части волновых процессов лежит распространение одномерных волн, характерным примером которых являются волны в струне [15, стр. 23-121]. Ввиду простоты математического аппарата в сочетании с его математической общностью, многие задачи о распространении волн в неоднородных средах могут быть рассмотрены на основе одномерной волны.

Многие практические задачи требуют рассмотрения неоднородностей не периодического, а произвольного характера, для чего используется представление плавных неоднородностей в виде ступенчатой структуры, состоящей из однородных участков, а общий характер распределения таких участков приближенно соответствует исходной неоднородности.

Для решения задач о распространении волн в ступенчатых структурах, наиболее общим является прямой метод, в рамках которого волновые уравнения решаются в каждом слое по отдельности, после чего полученные решения сшиваются с использованием граничных условий [16,17]. Поскольку сшивание осуществляется одновременно по всей структуре, чрезмерная громоздкость вычислений не позволяет использовать прямой метод для числа сред более пяти.

Для преодоления такого недостатка разработаны последовательные методы, среди первых из которых следует указать метод матрицы [2,18] и метод импеданса [3,19]. В этих случаях расчет производится последовательно переходя от слоя к слою по всей структуре, за счет чего вычисления значительно

упрощаются. В работах [20-22] метод матрицы применен для расчета падения одномерной волны на наклонный барьер. Предложен алгоритм расчета, удобный для машинной реализации, рассмотрены случаи различной крутизны барьера, выявлены зависимости коэффициентов отражения и прохождения от параметров структуры.

Работы [23,24] посвящены применению метода импеданса для расчета распространения одномерных волн через структуру со ступенчатой неоднородностью. Приведен алгоритм расчета, состоящий в применении рекуррентных формул последовательного пересчета импедансов и амплитуд [23]. Рассчитаны входные импедансы слоев структуры, а также коэффициенты отражения и прохождения при падении волны на прямоугольный барьер различной высоты и протяженности [24]. В то же время, область корректной применимости метода импеданса рассмотрена недостаточно.

Настоящая работа является продолжением и развитием работ [23,24]. В качестве базовой задачи методом импеданса в варианте пересчета амплитуд рассмотрено падение волны на ступенчато нарастающий барьер. На основе этой задачи получен критерий применимости метода импеданса для расчета коэффициентов отражения и прохождения, а также выявлены условия применимости представления плавной неоднородности в виде ступенчато нарастающей структуры.

1. Геометрия задачи и основной математический аппарат

Как и в работах [23,24] будем рассматривать распространение одномерной волны постоянной частоты через структуру, состоящую из определенного числа слоев одинаковой толщины. Полное число слоев обозначим через N и все слои пронумеруем целыми числами n , где $n = 1, 2, \dots, N$. Будем считать, что в пределах каждого отдельного слоя среда остается однородной, ее свойства описываются единым волновым числом, которое от слоя к слою может меняться. Таким образом, основной характеристикой каждого отдельного слоя является

волновое число k_n , связанное с частотой ω и скоростью волны в данном слое v_n соотношением:

$$k_n = \frac{\omega}{v_n}, \quad (1)$$

Полагаем распределение волновых чисел слоев в виде наклонного барьера, нарастающего по координате x вдоль структуры с определенным шагом. В простейшем случае шаг будет постоянным, в более сложных случаях он может меняться. Более подробно схема геометрии задачи представлена на рис. 1.

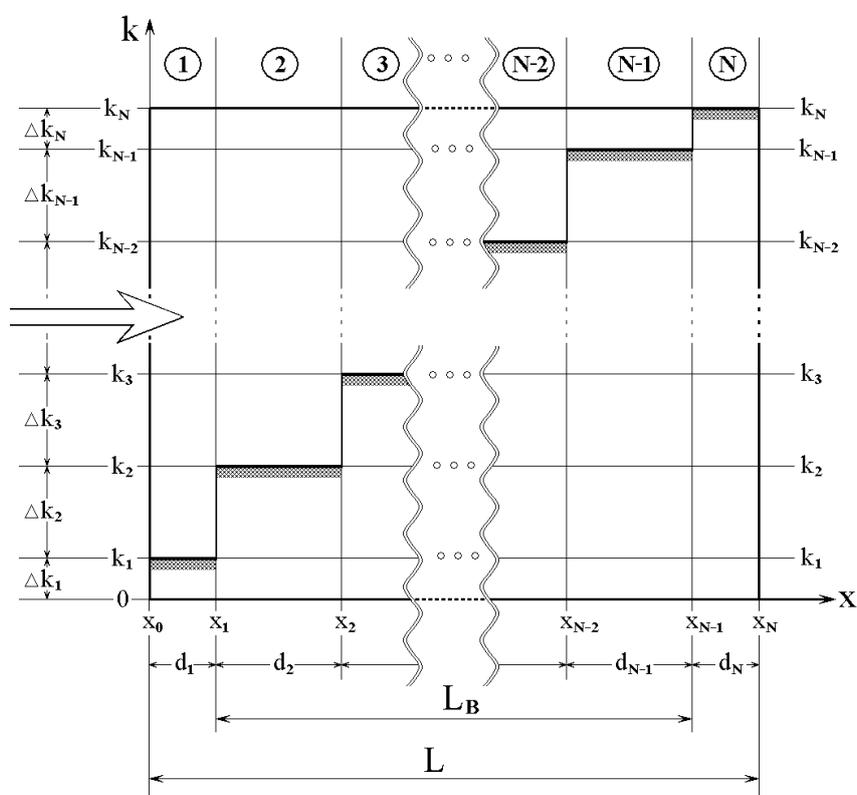


Рис. 1. Геометрия задачи для падения волны на наклонный ступенчатый барьер.

Цифры в кругах в верхней части рисунка – номера сред. Слева расширенной стрелкой показано направление падающей волны.

Полная длина структуры равна L , длина барьера равна L_B

Начало структуры соответствует координате x_0 , ее конец – координате x_N . Положения границ определяются координатами x_1, x_2, \dots, x_{N-1} . Соответственно номера границ равняются $1, 2, \dots, N-1$. Таким образом,

структура содержит N слоев, разделенных $N - 1$ границами. При этом толщины слоев определяются формулой:

$$d_n = x_n - x_{n-1}. \quad (2)$$

при изменении n от 1 до N . Полная длина структуры имеет вид:

$$L = \sum_{n=1}^N d_n. \quad (3)$$

Для простоты дальнейшего рассмотрения положим, что шаг по волновому числу на каждой ступеньке структуры одинаков, то есть

$$\Delta k_1 = \Delta k_2 = \dots = \Delta k_n = \dots = \Delta k_N = \Delta k. \quad (4)$$

При этом волновое число в слое с номером n будет определяться выражением:

$$k_n = \Delta k \cdot n. \quad (5)$$

Относительно распространения волны в положительном направлении оси Ox такую структуру можно рассматривать как барьер, высота которого по координате возрастает. Будем называть такую структуру «ступенчато нарастающим барьером».

В каждом слое распространяются две волны: волна прямого направления A_n и волна обратного (встречного) направления B_n . На крайних границах структуры при $x = x_0$ и $x = x_N$ отражение волн отсутствует.

В структуру со стороны среды 1 входит прямая волна с амплитудой A_1 . В той же среде распространяется отраженная волна обратного направления B_1 . В среде N распространяется только волна прямого направления A_N , а волна обратного направления B_N отсутствует, то есть $B_N = 0$.

В структуре распространяются гармонические волны, координатная составляющая которых определяется волновым уравнением:

$$\frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} + k_n^2 U_n = 0, \quad (6)$$

решение которого имеет вид:

$$U_n = A_n e^{-ik_n x} + B_n e^{ik_n x}. \quad (7)$$

В этом выражении первое слагаемое определяет волну, распространяющуюся в положительном направлении оси Ox , а второе – в отрицательном направлении той же оси.

Волновые числа k_n во всех средах структуры предполагаются известными (в простейшем, хотя и не обязательном случае – по формуле (5)). Нулевые импедансы сред соответственно равны:

$$Z_{n0} = \frac{1}{k_n}. \quad (8)$$

Обобщенные импедансы в тех же средах равны:

$$Z_n = Z_{n0} \frac{A_n e^{-ik_n x} + B_n e^{ik_n x}}{A_n e^{-ik_n x} - B_n e^{ik_n x}}. \quad (9)$$

При расчете будем пользоваться полученными в работе [23] рекуррентными формулами (105), (106) для пересчета амплитуд от конца структуры к ее началу:

$$A_{n-1} = \frac{A_n (Z_{(n-1)0} + Z_{n0}) - B_n (Z_{(n-1)0} - Z_{n0}) \cdot e^{-ik_n d_n}}{2Z_{n0}} \cdot e^{ik_{n-1} d_{n-1}}; \quad (10)$$

$$B_{n-1} = \frac{-A_n (Z_{(n-1)0} - Z_{n0}) + B_n (Z_{(n-1)0} + Z_{n0}) \cdot e^{-ik_n d_n}}{2Z_{n0}}. \quad (11)$$

Для расчета коэффициентов отражения и прохождения будем использовать приведенные в работе [23] формулы (124), (125):

$$R_e = \left| \frac{B_1(A_1)}{A_1} \right|^2; \quad (12)$$

$$T_e = \left| \frac{A_N(A_1)}{A_1} \right|^2 \cdot Re \left(\frac{k_{N0}}{k_{10}} \right). \quad (13)$$

При этом коэффициент поглощения, в соответствии с законом сохранения энергии, имеет вид (работа [23], форм. (13)):

$$A_e = 1 - R_e - T_e. \quad (14)$$

2. Распределение волновых чисел и длин волн по слоям структуры

Согласно условиям задачи, заданы геометрические параметры структуры – ее полная длина и толщина каждого слоя, причем толщины всех слоев полагаются одинаковыми. Для описания распространения волн в структуре, в первую очередь, для сравнения с ее геометрическими параметрами, удобнее использовать не волновое число, а длину волны. Частоту считаем заданной и постоянной по всей длине структуры.

Волновое число имеет максимальное значение в слое №16. Этому волновому числу соответствует минимальная длина волны λ_{min} . Волновое число имеет минимальное значение в слое №1. Этому волновому числу соответствует максимальная длина волны λ_{max} . Возможные длины волн в отдельных слоях структуры заключены в пределах между этими значениями, то есть:

$$\lambda_{min} \leq \lambda_n \leq \lambda_{max}. \quad (15)$$

В общем случае длина волны λ_n внутри слоя n может быть как меньше, так и больше толщины слоя d_n . Если по длине слоя укладывается половина длины волны в этом слое, то в слое может возникнуть резонанс.

Максимальная длина волны λ_{max} определяется не геометрическими параметрами слоя d или структуры в целом L , а минимальным волновым числом k_{min} , которое в случае ступенчато нарастающей структуры соответствует первому слою.

Для простоты численного моделирования удобно выбрать размерные параметры задачи (то есть величину «относительной единицы») таким образом, чтобы волновое число измерялось целыми числами, причем в каждом

последующем слое это чисто возрастало на одну относительную единицу. При этом, если положить в первом слое волновое число равным 1 отн.ед., то во втором оно будет равно 2 отн.ед., в третьем – 3 отн.ед. и так далее, вплоть до последнего слоя с номером N , где волновое число будет равно N отн.ед. Будем называть такое распределение волновых чисел «базовым».

Для характеристики произвольного волнового числа, не равного целому числу относительных единиц, введем коэффициент g_c , определяемый соотношением:

$$g_c = \frac{2\pi}{\lambda_{max}}. \quad (16)$$

При этом волновое число k_n в слое n будет определяться формулой

$$k_n = k_{bn} g_c, \quad (17)$$

где k_{bn} – базовое значение волнового числа в слое n .

3. Пример распределения для структуры из 16 слоев

В качестве примера приведем распределение волновых чисел и длин волн по слоям для структуры, состоящей из 16 слоев. Возьмем два максимальных значения длины волны: $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед. и $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед. Такие значения выбраны как крайние, значительно отличающиеся в ту и другую сторону от базовой толщины (длины) одного слоя, которая принята равной 1 отн.ед.

Полученные распределения волновых чисел и длин волн по слоям структуры приведены в таблице 1.

Таблица 1. Распределение волновых чисел и длин волн по слоям структуры

		Максимальная длина волны $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед. $g_c = 1.0472$		Максимальная длина волны $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед. $g_c = 62.8319$	
№№ слоя n	Базовое волновое число k_{bn}	Волновое число k_n	Длина волны λ_n	Волновое число k_n	Длина волны λ_n
1	1.00	1.0472	6.0000	62.83	0.1000
2	2.00	2.0944	3.0000	125.66	0.0500
3	3.00	3.1416	2.0000	188.49	0.0333
4	4.00	4.1888	1.5000	251.33	0.0250
5	5.00	5.2369	1.2000	314.16	0.0200
6	6.00	6.2836	1.0000	376.99	0.0167
7	7.00	7.3304	0.8571	439.82	0.0143
8	8.00	8.3776	0.7500	502.66	0.0125
9	9.00	9.4248	0.6667	565.49	0.0111
10	10.00	10.4720	0.6000	628.32	0.0100
11	11.00	11.5192	0.5455	691.15	0.0091
12	12.00	12.6564	0.5000	753.98	0.0083
13	13.00	13.6136	0.4615	816.81	0.0072
14	14.00	14.6608	0.4286	879.64	0.0071
15	15.00	15.7080	0.4000	942.48	0.0067
16	16.00	16.7252	0.3757	1005.30	0.0063

В первом столбце таблицы приведен номер слоя. Во втором – базовое волновое число. В третьем – волновое число при $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед., полученное по формуле (17) при $g_c = 1.0472$. В четвертом – длина волны, соответствующая такому волновому числу. В столбцах пятом и шестом – те же параметры, что и в третьем-четвертом, соответствующие $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед. и $g_c = 62.8319$.

Из таблицы видно, что при минимальной длине волны 0.3757 отн.ед. (то есть при $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед.) условию резонанса (то есть половине длины волны) соответствует толщина слоя в два раза меньшая, то есть 0.1878 отн.ед. В этом

случае полная длина структуры будет в 16 раз больше, то есть 3.0056 отн.ед., что близко к половине максимальной длины волны.

При минимальной длине волны 0.0063 отн.ед. ($\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед.) условию резонанса соответствует толщина слоя 0.0032 отн.ед., так что полная длина структуры равна 0.0504 отн.ед., то есть тоже половине максимальной длины волны.

Проверка показывает, что такая зависимость выполняется при любом числе слоев структуры, что соответствует соотношению:

$$\frac{\lambda_{min}}{2} N = \frac{\lambda_{max}}{2}, \quad (18)$$

где N – полное число слоев.

Учитывая связь между длиной волны и волновым числом

$$\lambda_n = \frac{2\pi}{k_n}, \quad (19)$$

можно видеть, что (18) эквивалентно соотношению между максимальным и минимальным волновыми числами вида:

$$k_{max} = k_{min} N, \quad (20)$$

которое заложено изначально как одно из условий построения геометрии структуры (раздел 1).

4. Формирование амплитуды колебаний при различной длине структуры

Важнейшим параметром, определяющим распространение волны в структуре со ступенчато нарастающим барьером является соотношение между длиной волны и длиной структуры в целом. Рассмотрим сначала этот вопрос с качественной стороны, для чего обратимся к рис. 2, где показана схема формирования амплитуды колебаний волны при различной длине структуры. Согласно геометрии задачи (раздел 1), при любой длине структуры максимальная длина волны λ_{max} задается значением минимального волнового

числа в первом слое k_1 , то есть всегда сохраняется. На рисунке рассмотрены два принципиально различных случая, когда длина структуры меньше половины максимальной длины волны (а) и в случае, когда длина структуры больше половины той же длины волны (б).

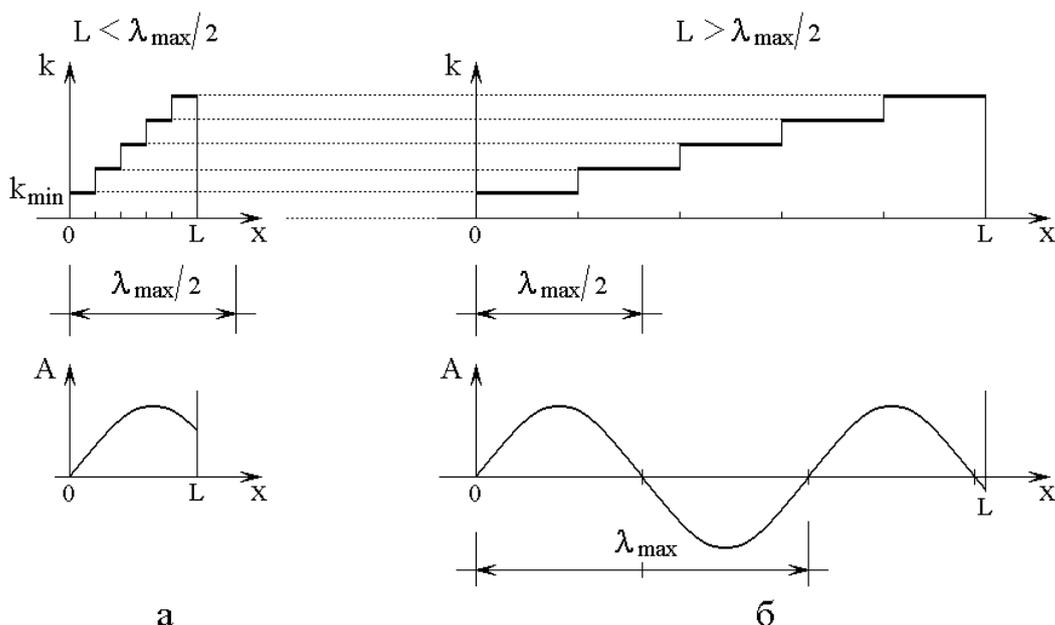


Рис. 2. Схема формирования амплитуды колебаний волны при малой (а) и большой (б) длине структуры. Верхний ряд – распределение волновых чисел по длине структуры, нижний – амплитуда колебаний распространяющейся волны в пределах структуры. а – $L < \lambda_{max}/2$; б – $L > \lambda_{max}/2$.

Для наглядности масштаб на рисунке не соблюден, параметры структуры приняты условными

Из рисунка можно видеть, что при $L < \lambda_{max}/2$ по длине структуры половина длины волны уложиться не может, то есть условия резонанса для структуры в целом, соответствующие $L = \lambda_{max}/2$, не выполняются ни при какой длине структуры. Это означает, что при изменении длины структуры в пределах от нуля до $L = \lambda_{max}/2$ коэффициент отражения волны от структуры будет меняться монотонным образом без проявления резонансных свойств.

При $L > \lambda_{max}/2$ по длине структуры может укладываться более одной половины длины волны, так что при многократном превышении L над λ_{max} , в случаях $L = (\lambda_{max}/2) \cdot n$, где n – произвольное целое число, условия резонанса

выполняются. При этом зависимость коэффициента отражения волны от длины структуры теперь будет осциллировать с периодом, равным половине длины волны.

5. Коэффициенты отражения и прохождения при крайних значениях волновых чисел

Рассмотрим сначала предельный случай, когда заданы волновые числа только на начале и конце структуры: k_1 и k_N . Внутри структуры волновые числа увеличиваются ступенчато нарастающим образом, так что все их значения находятся внутри интервала между k_1 и k_N . При стремлении длины структуры к нулю, задача об отражении волны сводится к задаче об отражении от одной границы между двумя средами с крайними значениями волновых чисел k_1 и k_N . В этом случае коэффициент отражения по энергии будет определяться формулой [25, стр. 38, форм. (2.23)]:

$$R_{e0} = \left(\frac{k_1 - k_N}{k_1 + k_N} \right)^2. \quad (21)$$

Соответственно коэффициент прохождения по энергии будет определяться формулой [25, стр. 38, форм. (2.24)]:

$$T_{e0} = \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_N} \right)^2 \frac{k_N}{k_1}. \quad (22)$$

При этом выполняется соотношение:

$$R_{e0} + T_{e0} = 1. \quad (23)$$

Для структуры из 16 сред, то есть при $N = 16$, базовые волновые числа в начальном и конечном слоях будут равны $k_1 = 1$ отн.ед., $k_{16} = 16$ отн.ед. При этом из приведенных формул получаем: $R_{e0} = 0.7785$ отн.ед., $T_{e0} = 0.2215$. Можно видеть, что соотношение (23) выполняется.

Согласно разделу 3, при ступенчато нарастающем характере изменения волнового числа, значения волновых чисел в слоях структуры определяются умножением базовых значений на коэффициент g_c , определяемый формулой (16), так что волновые числа приобретают вид (17). Из структуры формул (21) и (22) можно видеть, что коэффициенты отражения и прохождения при этом сохраняются прежними, соответствующими базовому набору волновых чисел.

Замечание. Формулы (21) и (22) здесь приведены в наиболее общем случае, так что при комплексных волновых числах k_1 и k_{16} коэффициенты отражения и прохождения R_{e0} и T_{e0} также будут получаться комплексными. При желании иметь эти коэффициенты в действительном виде, следует брать действительные части получаемых коэффициентов. При этом фазовые соотношения будут утеряны. Более подробно этот вопрос рассмотрен в монографии [25, стр. 34-40], а также в статье [26].

6. Коэффициент отражения при изменении длины структуры

Рассмотрим теперь соображения, изложенные в разделе 4, в количественном виде. В качестве примера опять возьмем ту же ступенчато нарастающую структуру из 16 слоев. Диапазон изменения максимальной длины волны λ_{max} возьмем тем же самым, то есть от 0.1 отн.ед. до 6.0 отн.ед. При этом минимальное волновое число будет составлять от 1.0472 отн.ед. до 62.832 отн.ед. Полную длину структуры будем менять от нуля до 4 отн.ед. При этом толщина (длина) одного слоя будет меняться также от нуля до 0.25 отн.ед. Проверка показывает, что такие интервалы значений параметров будут достаточны для выявления основных особенностей распространения волн в рассматриваемой структуре. Ограничимся рассмотрением только коэффициента отражения, так как коэффициент прохождения, в соответствии с соотношением (23), будет являться дополнением коэффициента отражения до единицы, то есть зеркальным отражением его на уровне 0.5 отн.ед.

Обратимся к рис. 3, где показаны зависимости коэффициента отражения от длины структуры при различных значениях максимальной длины волны.

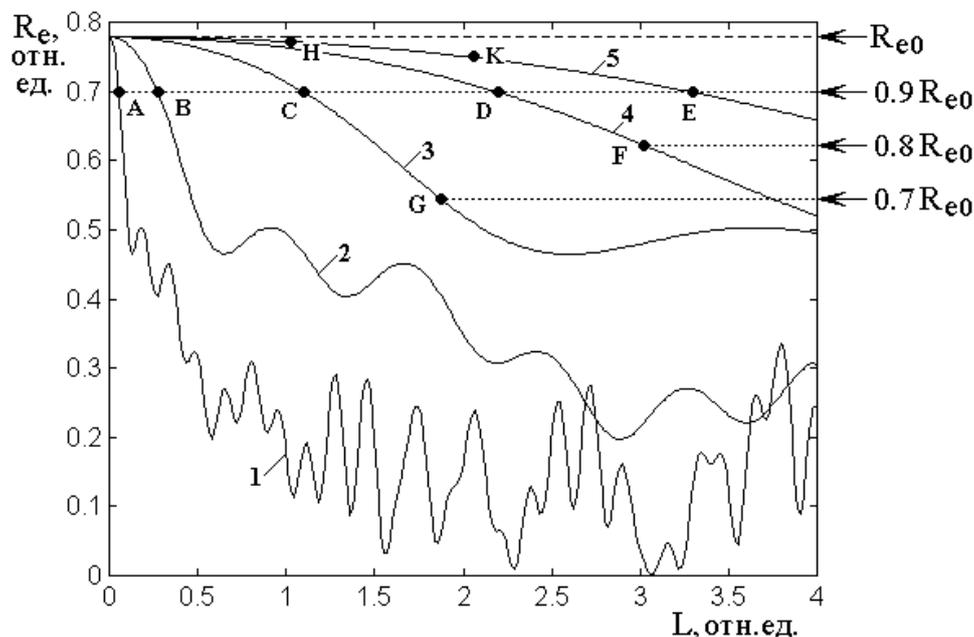


Рис. 3. Зависимости коэффициента отражения от длины структуры при различных значениях максимальной длины волны:

1 – $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед.; 2 – $\lambda_{max} = 0.5$ отн.ед.; 3 – $\lambda_{max} = 2.0$ отн.ед.;

4 – $\lambda_{max} = 4.0$ отн.ед.; 5 – $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед.

Горизонтальная пунктирная линия соответствует максимальному значению коэффициента отражения R_{e0} при $k_1 = 1$ отн.ед., и $k_{16} = 16$ отн.ед. При этом $R_{e0} = 0.7785$ отн.ед. Горизонтальные точечные линии соответствуют уровням коэффициента отражения, равным $0.9R_{e0}$, $0.8R_{e0}$, $0.7R_{e0}$. Эти значения показаны за правым краем рамки рисунка. Такие уровни соответствуют уменьшению коэффициента отражения от максимального значения на 10%, 20% и 30% соответственно

Прежде всего, из рисунка видно, что все кривые при $L = 0$ отн.ед. начинаются в одной и той же точке, где $R_c = 0.7785$ отн.ед. Это значение, а также исход кривых из единой точки, полностью согласуются с принятым в разделе 5 соотношением (21), выполняющимся в точке $L = 0$ при любом значении максимальной длины волны (то есть коэффициента g_c).

Далее, можно видеть, что все кривые по мере увеличения длины структуры L имеют тенденцию к снижению, тем сильнее выраженному, чем меньше

значение λ_{max} . Кривые 4 и 5, соответствующие довольно большим значениям λ_{max} , равным 4.0 и 6.0 отн.ед. соответственно, по крайней мере в пределах рисунка, спадают монотонно, а остальные кривые испытывают осцилляции, период которых по мере уменьшения λ_{max} также уменьшается. Особыми осцилляциями отличается кривая 1, соответствующая минимальному из рассмотренного интервала значению $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед.

Замечание. Заметим, что осцилляции кривой 1 настолько велики, что коэффициент отражения в точках $L = 2.25$ отн.ед. и 3.04 отн.ед. принимает нулевые значения. В то же время, в этой области при малых изменениях длины структуры (в пределах 3-5%) коэффициент отражения может меняться от величины, близкой к нулю до значения 0.3 отн.ед., то есть на порядок и более. Оба эти обстоятельства могут представлять интерес для практических приложений. Более подробно этот вопрос требует отдельной разработки.

Рассмотрим теперь, как характер спада кривых связан с заданной минимальным волновым числом максимальной длиной волны.

Для характеристики спада введем «шкалу уровней» коэффициента отражения, отсчитываемую вниз от максимального значения коэффициента R_{e0} при $L = 0$ отн.ед. На рис. 3 такая шкала приведена за правым краем рисунка. Шаг или одно деление шкалы соответствует $0.1R_{e0}$. То есть на каждом шаге вниз коэффициент отражения уменьшается на 10% от начального значения.

Рассмотрим уровень $0.9R_{e0}$. Соответствующая этому уровню на рис. 3 горизонтальная точечная линия пересекает кривые 5, 4, 3, 2, 1 в точках Е, D, С, В, А соответственно.

Кривая 5, соответствующая длине волны $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед., пересекает линию, соответствующую $0.9R_{e0}$, в точке Е. Обозначим горизонтальную

координату точки E через $L_c(E)$. Можно видеть, что $L_c(E) = 3.25$ отн.ед., Эта величина близка к половине длины волны ($\lambda_{max}/2 = 3.0$ отн.ед.). Более точно половина длины волны соответствует около 9% отклонения от R_{e0} . Таким образом, с определенной степенью точности (порядка 5%) можно считать, что критерием отклонения коэффициента отражения R_e от максимального значения R_{e0} в пределах 10% является соотношение:

$$L < \frac{\lambda_{max}}{2}. \quad (24)$$

Это соотношение определяет верхний предел длины структуры, при котором отклонение не превышает 10%. То есть для отклонения менее 10% длина структуры должна быть меньше половины максимальной длины волны.

Кривая 4 пересекает линию $0.9R_{e0}$ в точке D, соответствующей $L_c = 2.2$ отн.ед. Эта кривая построена при длине волны $\lambda_{max} = 4.0$ отн.ед., так что и здесь отклонение в 10% требует, чтобы длина структуры была меньше половины максимальной длины волны.

Легко проверить, что такое же соотношение имеет место для кривых 3, 2, 1 (точки C, B, A). Таким образом, для отклонения меньше 10% требуется, чтобы длина структуры была меньше половины максимальной длины волны.

Вернемся к кривой 5 ($\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед.) и рассмотрим отклонение на 4%, то есть при $R_e = 0.96 R_{e0}$. Такому отклонению соответствует точка K. При этом длина структуры, соответствующая этой точке, равна $L_c(K) = 2.0$ отн.ед., что близко к величине $\lambda_{max}/3$, То есть это отклонение требует, чтобы длина структуры была меньше $0.3\lambda_{max}$.

Аналогично можно видеть, что отклонение кривой 5 на 1%, то есть при $R_e = 0.99 R_{e0}$ соответствует точке H, для которой длина структуры равна

$L_c(H) = 1.0$ отн.ед., то есть в этом случае длина структуры должна быть меньше $0.17 \lambda_{max}$. (как λ_{max}/L_c).

7. Уровень отклонения коэффициента отражения от максимального значения

Для удобства обращения введем особый параметр – уровень отклонения, определяющий, насколько коэффициент отражения отклоняется от максимального значения.

$$B_e = \frac{R_{e0} - R_e}{R_{e0}}. \quad (25)$$

Так, например, для кривой 5 на рис. 3 (то есть при $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед.) при $R_{e0} = 0.7785$ и $R_e = 0.9 R_{e0} = 0.7007$ (точка E) получаем: $B_e = 0.10$ или 10%. При этом $L_c = 3.25$ отн.ед. Для кривой 3 (то есть при $\lambda_{max} = 2.0$ отн.ед.) при $R_e = 0.7 R_{e0} = 0.5449$ отн.ед. (точка G) имеем $B_c = 0.30$ отн.ед. или 30%. При этом $L_c = 1.90$ отн.ед.

Если задано отклонение B_c , то соответствующее значение R_e определяется формулой:

$$R_e = (1 - B_c) R_{e0}. \quad (26)$$

Задание отклонения B_c при известной максимальной длине волны λ_{max} однозначно определяет допустимую длину структуры L_c . Для пояснения такого положения обратимся к рис. 4, где показаны зависимости длины структуры L_c от максимальной длины волны λ_{max} , соответствующие различным значениям отклонения B_c . Точки на рисунке построены путем машинного эксперимента из кривых, приведенных на рис. 3. Буквенные обозначения точек – те же, что на рис. 3. Схема определения значений L_c показана на врезке. Используется какая-либо кривая зависимости R_e от L из числа показанных на рис. 3. Из точки,

соответствующей заданному значению R_e проводится горизонтальная линия до пересечения с кривой $R_e(L)$ в точке М. Из точки М опускается перпендикуляр на горизонтальную ось, что и дает требуемое значение $L_c(M)$. Таким же образом определяются остальные значения L_c . Ввиду прозрачности построения далее для упрощения рисунка обозначения точек в круглых скобках при L_c опускаются.

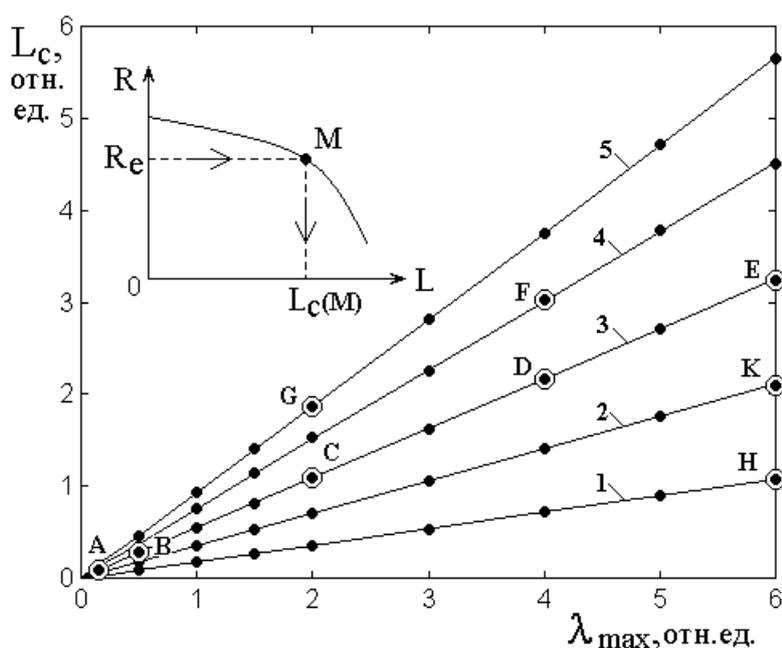


Рис. 4. Зависимости длины структуры L_c от максимальной длины волны λ_{max} , соответствующие различным значениям отклонения B_e :

- 1 – $B_e = 0.01$ отн.ед. (то есть $R_e = 0.99 R_{e0}$);
- 2 – $B_e = 0.04$ отн.ед. (то есть $R_e = 0.96 R_{e0}$);
- 3 – $B_e = 0.10$ отн.ед. (то есть $R_e = 0.9 R_{e0}$);
- 4 – $B_e = 0.20$ отн.ед. (то есть $R_e = 0.8 R_{e0}$);
- 5 – $B_e = 0.30$ отн.ед. (то есть $R_e = 0.7 R_{e0}$).

Поясним получение некоторых точек на примерах.

Пусть $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед. Этой длине волны на рис. 3 соответствует кривая 5. Зададим отклонение $B_e = 0.10$ отн.ед. По формуле (26) определяем $R_e = 0.9 R_{e0}$. Пересечению кривой 5 с горизонтальной точечной линией при $R_e = 0.9 R_{e0}$ на рис. 3 соответствует точка Е. Опуская из нее перпендикуляр на

горизонтальную ось, получаем $L_c = 3.25$ отн.ед. На рис. 4 длине волны $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед. и величине $L_c = 3.25$ отн.ед. соответствует точка, обозначенная здесь также через Е.

Положим теперь $\lambda_{max} = 2.0$ отн.ед. Этой длине волны на рис. 3 соответствует кривая 3. Зададим отклонение $B_e = 0.30$ отн.ед. По формуле (26) определяем $R_e = 0.7 R_{e0}$. Пересечению кривой 3 с горизонтальной точечной линией при $R_e = 0.7 R_{e0}$ на рис. 3 соответствует точка Г. Опуская из нее перпендикуляр на горизонтальную ось, получаем $L_c = 1.90$ отн.ед. На рис. 4 длине волны $\lambda_{max} = 2.0$ отн.ед. и величине $L_c = 1.90$ отн.ед. соответствует точка, обозначенная здесь также через Г.

Остальные точки получаются аналогичным образом.

Теперь на рис. 4 остается соединить между собой точки, получаемые при одном и том же значении отклонения. Так, отклонению $B_e = 0.10$ отн.ед. соответствуют точки Е, D, С, В, А, то есть те же, что на рис. 3 соответствуют $R_e = 0.9 R_{e0}$. Соединяя эти точки, получаем кривую 3. Видно, что эта кривая представляет собой прямую линию. Аналогично для отклонения $B_e = 0.30$ отн.ед. получаем кривую 5, проходящую через точку Г. Эта кривая также является прямой линией. Подобным же образом для отклонения $B_e = 0.20$ отн.ед. получаем кривую 4, для отклонения $B_e = 0.01$ отн.ед. – кривую 1, для отклонения $B_e = 0.04$ отн.ед. – кривую 2. Из рисунка видно, что все они являются прямыми линиями, выходящими из начала координат. Эти прямые линии можно описать с помощью простой формулы:

$$L_c = q_c \lambda_{max}, \quad (27)$$

где q_c – «угловой» параметр, играющий роль углового коэффициента в приведенных на рис. 4 зависимостях. На рис. 5 приведена зависимость углового параметра q_c от параметра отклонения B_e , построенная по данным рис. 4.

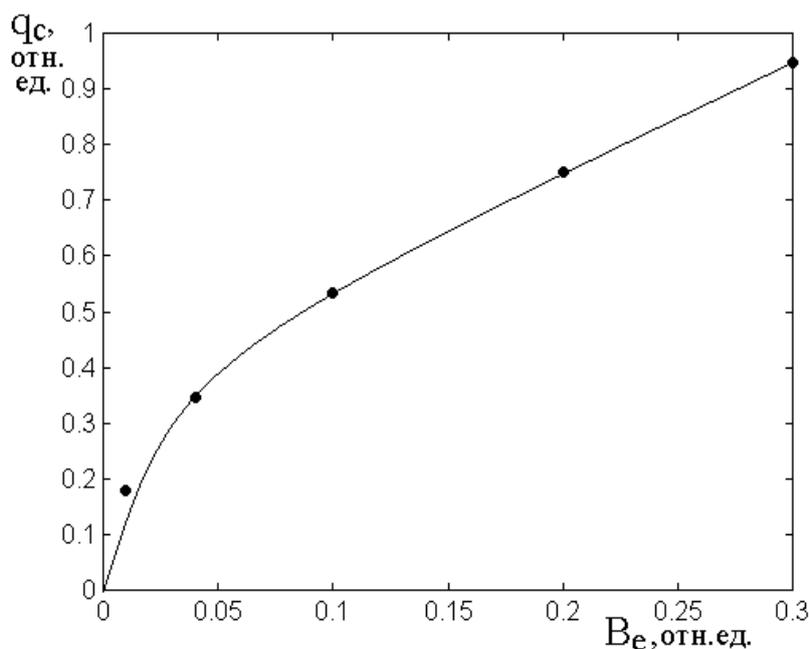


Рис. 5. Зависимость углового параметра q_c от параметра отклонения B_e , построенная по данным рис. 4

Из рисунка видно, что угловой параметр по мере увеличения параметра отклонения также возрастает, однако тем медленнее, чем отклонение больше. Такой характер зависимости q_c от B_e наглядно прослеживается из рис. 4. В самом деле, все кривые 1-5 распределены по углу довольно равномерно, однако параметр отклонения между кривыми 1 и 2 меняется от 0.01 до 0.04 отн.ед., то есть всего на 0.03 отн.ед., тогда как между кривыми 4 и 5 он меняется от 0.20 до 0.30 отн.ед., то есть на 0.10 отн.ед., что более чем в три раза больше, чем в первом случае. Таким образом, один и тот же интервал по углу при малых значениях B_e достигается быстрее, чем при больших, вследствие чего зависимость q_c от B_e на рис. 5 возрастает сначала круто, а потом ее рост замедляется.

8. Интерпретация линейного характера зависимости длины структуры от максимальной длины волны

Как видно из рис. 4 зависимости длины структуры L_c от максимальной длины волны λ_{max} , соответствующие различным значениям отклонения B_e ,

имеют линейный характер. Покажем, что линейность такой зависимости с точностью до постоянного коэффициента обусловлена геометрическим подобием кривых, приведенных на рис. 3. В самом деле, обратимся к рис. 6, где приведены три характерные кривые 1, 2 и 3, выделенные из рис. 3. Общий масштаб и цифровые обозначения кривых – те же, что на рис. 3.

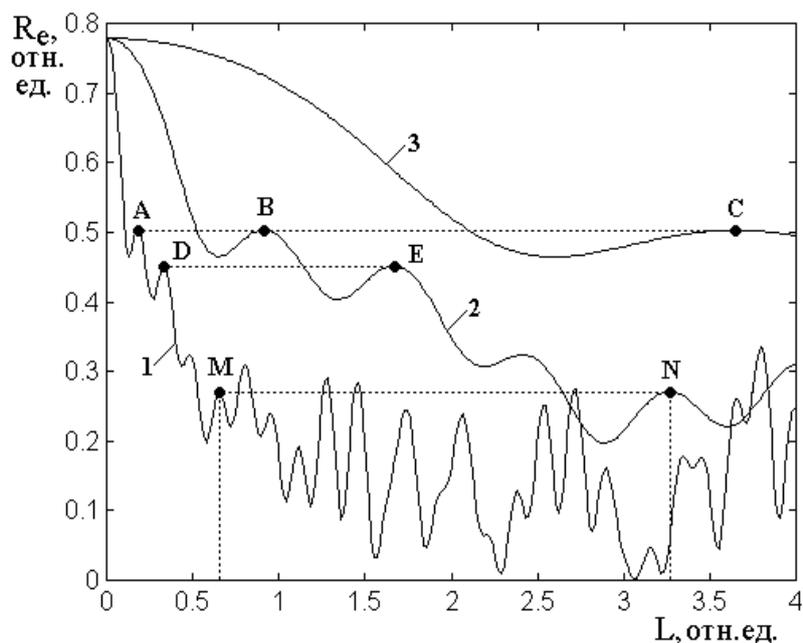


Рис. 6. Зависимости коэффициента отражения от длины структуры при различных значениях максимальной длины волны.

1 – $\lambda_{max} = 0.1$ отн. ед.; 2 – $\lambda_{max} = 0.5$ отн. ед.; 3 – $\lambda_{max} = 2.0$ отн. ед.
(фрагмент из рис. 3)

Проследим за точками максимумов и минимумов на кривых рис. 6. Можно видеть, что точка A, соответствующая первому максимуму кривой 1, лежит по высоте на том же уровне, что и точка B, соответствующая первому максимуму кривой 2, а также точка C, соответствующая также первому максимуму кривой 3. Точка D, соответствующая второму максимуму кривой 1, лежит на том же уровне, что и точка E, соответствующая второму максимуму кривой 2. Подобные соотношения имеют место и для всех остальных экстремумов всех трех кривых, приведенных на этом рисунке. То есть получается, что при сжатии влево кривой 2 она в конце концов совпадет с кривой 1, а сжатие кривой 3 также приведет к ее совпадению с той же кривой 1. Для рассмотрения требуемого коэффициента сжатия обратимся к точкам M и N, соответствующим четвертому

максимуму кривых 1 и 2. Можно видеть, что точка М соответствует $L(M) = 0.65$ отн.ед., а точка N – значению $L(N) = 3.25$ отн.ед. Отношение между $L(N)$ и $L(M)$ равно $L(N)/L(M) = 5.0$. В то же время, согласно данным, приведенным в подписи к рис. 3, кривая 1 построена при $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед., а кривая 2 – при $\lambda_{max} = 0.5$ отн.ед., то есть отношение между принятыми при построении значениями λ_{max} тоже равно 5.0. Таким образом, видно, что сжатие кривой 2 относительно кривой 1 происходит точно в 5 раз. Рассмотрение других кривых и точек на них приводит к тем же результатам.

Таким образом, можно считать, что все кривые, приведенные на рис. 3, с точностью до сжатия между собой геометрически подобны, а коэффициент сжатия равен отношению максимальных длин волн соответствующих кривых. При этом любое заданное значение отклонения B_e соответствует горизонтальному уровню на рис. 3, при котором коэффициент отражения не меняется, а величина L_c определяется степенью сжатия кривых, которая пропорциональна максимальной длине волны. То есть, если максимальная длина волны λ_{max} меняется, например, в n раз, то и длина L_c меняется в то же число n раз, что и определяет линейный характер зависимостей L_c от λ_{max} , приведенных на рис. 4.

9. Коэффициент прохождения при изменении длины структуры

Преыдушие разделы посвящены исследованию коэффициента отражения. Однако метод пересчета амплитуд позволяет найти также коэффициент прохождения в соответствии с формулой (13). На рис. 7 показаны зависимости коэффициента прохождения от длины структуры, построенные при тех же значениях максимальной длины волны, что и на рис. 3.

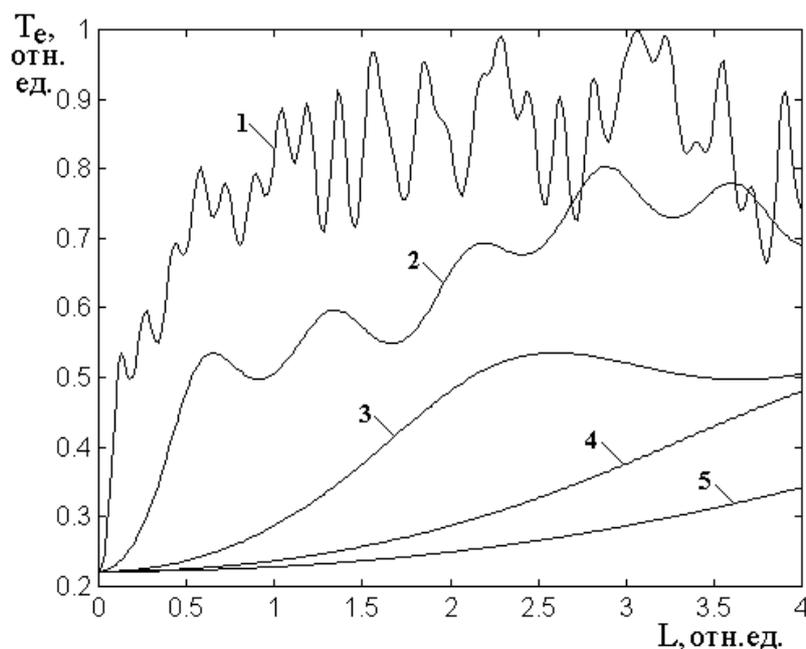


Рис. 7. Зависимости коэффициента прохождения от длины структуры при различных значениях максимальной длины волны. Цифровые обозначения кривых – те же, что на рис. 3. 1 – $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед.; 2 – $\lambda_{max} = 0.5$ отн.ед.; 3 – $\lambda_{max} = 2.0$ отн.ед.; 4 – $\lambda_{max} = 4.0$ отн.ед.; 5 – $\lambda_{max} = 6.0$ отн.ед.

Из рисунка видно, что все зависимости по мере увеличения длины структуры возрастают, причем тем сильнее, чем максимальная длина волны меньше. Осцилляции также проявляются сильнее при меньших длинах волны. Можно видеть, что все кривые с точностью до постоянного коэффициента вдоль горизонтальной оси геометрически подобны, то есть переходят друг в друга при соответствующем сжатии или растяжении вдоль этой оси. Рисунок в целом является зеркальным отражением рис. 3 в горизонтальной оси на уровне 0.5 отн.ед., так что все свойства приведенных зависимостей с точностью до отражения совпадают со свойствами коэффициента отражения, поэтому более подробно далее не рассматриваются.

10. Отражение, прохождение и поглощение в диссипативной среде

В предыдущих разделах рассматривалось отражение и прохождение волны в случае отсутствия диссипации во всех средах структуры. Рассмотрим теперь, что происходит с этими явлениями в среде, обладающей диссипацией. Согласно общим положениям теории распространения волн [27, стр. 138,

форм. (4.8)-(4.9)], [16, стр. 17-20, форм. (1.36)-(1.40)], диссипацию в среде можно описать путем введения в рассмотрение комплексного волнового числа, мнимая часть которого будет описывать обусловленное затуханием изменение амплитуды волны в процессе ее распространения.

Будем рассматривать коэффициенты отражения R_e , прохождения T_e и поглощения A_e в зависимости от длины структуры. При расчете R_e и T_e будем использовать пересчет амплитуд (10), (11) в сочетании с формулами (12), (13), а для расчета A_e используем формулу (14). Для подробного выявления характера зависимостей, в том числе их осцилляций, а также для удобства сравнения с предыдущими результатами, возьмем принятое выше значение максимальной длины волны $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед.

Будем рассматривать волновое число в виде:

$$k = \eta - i\xi, \quad (28)$$

где его составляющие η и ξ – действительные и положительные.

Для расчета будем использовать базовый набор волновых чисел k_{bn} с коэффициентом $g_c = 62.8319$, представленный в пятом столбце таблицы №1 (раздел 3), который даст компоненту волнового числа η в соответствии с формулой (17). В отсутствие диссипации компонента ξ равна нулю. Для описания диссипации, то есть в случае $\xi \neq 0$, введем во все волновые числа одну и ту же компоненту $\xi = 0.1$ отн.ед.

Полученные зависимости коэффициентов отражения R_e , прохождения T_e и поглощения A_e от длины структуры L представлены на рис. 8.

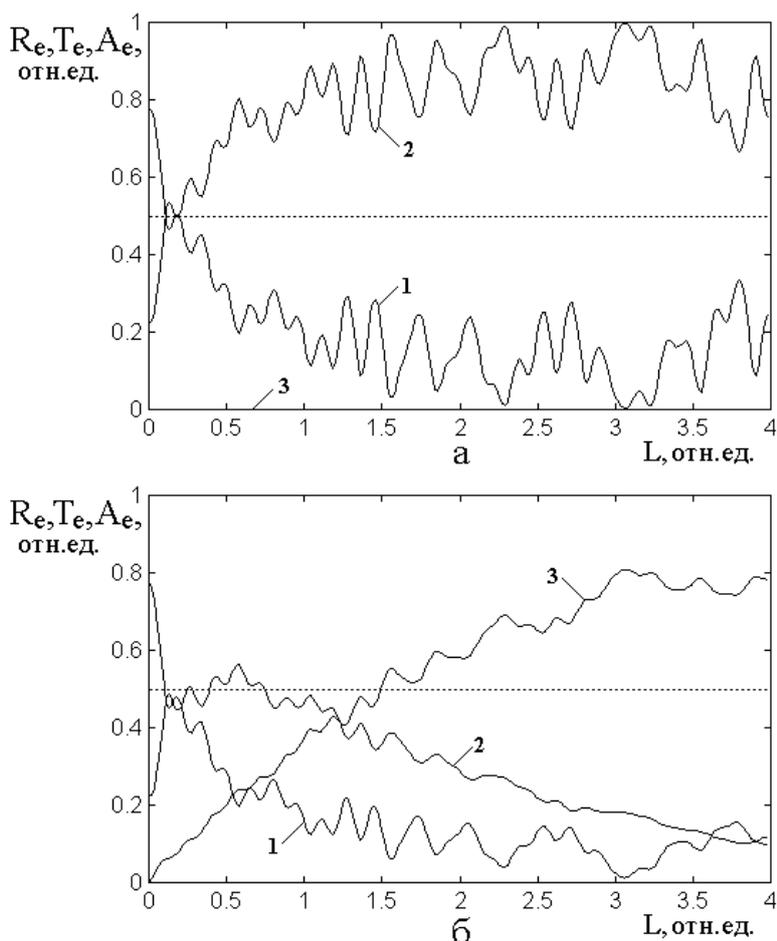


Рис. 8. Зависимости коэффициентов отражения (1), прохождения (2) и поглощения (3) от длины структуры в отсутствие диссипации (а) и при ее наличии (б).

Параметры: $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед., $\eta = k_{bn}g_c$, где $g_c = 62.8319$.

а – $\xi = 0$ отн.ед.; б – $\xi = 0.1$ отн.ед.

Горизонтальная точечная линия проведена на середине возможного интервала изменения коэффициентов (на уровне 0.5 отн.ед.)

На рис. 8а кривые 1 и 2 получены без учета диссипации и приведены здесь для сравнения. Видно, что кривая 1 совпадает с кривой 1 на рис. 3, а кривая 2 – с кривой 1 на рис. 7. Видно, что эти кривые являются зеркальным отражением друг друга в линии половинного возможного уровня, показанной точечной линией на рисунке. Кривая 3, построенная в соответствии с формулой (14) тождественно равна нулю, то есть совпадает с нижней горизонтальной осью рисунка.

На рис. 8б кривая 1, соответствующая коэффициенту отражения, спадает примерно в такой же степени, как и кривая 1 на рис. 8а, однако здесь амплитуда

осцилляций, начиная с длины структуры $L = 0.5$ отн.ед., уменьшается, причем тем сильнее, чем длина структуры больше.

Проверка показывает, что в пределе, то есть при $L \rightarrow \infty$, величина R_e стремится к нулю, однако после довольно быстрого спада в пределах L порядка 1.0 отн.ед., стремление к нулю сильно замедляется. Кривая проходит через несколько убывающих по амплитуде осцилляций неправильной формы, а достигает более или менее устойчивой величины 0.001 отн.ед. только при длине структуры порядка 140 отн.ед.

Кривая 2, соответствующая коэффициенту прохождения вместо того, чтобы идти вверх, как кривая 2 на рис. 8а, также вблизи уровня $L = 0.5$ отн.ед. поворачивает вниз, устремляясь к нулю. Здесь стремление к нулю происходит значительно быстрее, чем у кривой 1 для отражения, так что величина 0.001 отн.ед. достигается при длине структуры порядка 12 отн.ед.

Кривая 3 соответствует коэффициенту поглощения. В отличие от рис. 8а, где поглощение отсутствует, здесь оно растет почти линейно вплоть до длины структуры около 3.0 отн.ед., откуда рост кривой постепенно замедляется, переходя в насыщение. Быстрый рост при малой длине структуры происходит, в основном за счет уменьшения прохождения, то есть в этой области волна скорее поглощается, чем проходит. Отражение в этой области, после начального некоторого спада до $L = 1.0$ отн.ед., хотя и осциллирует, и слегка снижается, но меняется довольно мало. Таким образом, в этой области (от нуля до 3.0 отн.ед.) поглощение, почти не меняя отражения, значительно препятствует прохождению.

При увеличении длины структуры более 3.0 отн.ед. поглощение значительно преобладает, как над прохождением, так и над отражением. Дальше уже почти вся энергия распространяющейся волны поглощается и на долю отражения и особенно прохождения ничего не остается. При этом коэффициент поглощения стремится к единице, то есть в пределе вся волна, что падает на структуру, только поглощается и ничего из нее не отражается и не проходит.

В качестве причины резкого различия в крутизне спада кривых 1 и 2 на рис. 8б можно полагать различие в локализации процессов отражения и прохождения. В самом деле, для довольно эффективного отражения достаточно небольшого слоя вблизи начальной поверхности структуры, а прохождение происходит по всей ее длине. При этом увеличение длины структуры к отражению почти ничего не добавляет, тогда как на прохождении сказывается весьма значительно, прямо пропорционально длине структуры.

Резкое различие в крутизне спада кривых 1 и 2 на рис. 8б выявляется наиболее наглядно в большом интервале изменения длины структуры. Обратимся к рис. 9, где эти зависимости показаны при изменении L от нуля до 100 отн.ед. Для большей наглядности по вертикальной оси использован логарифмический масштаб.

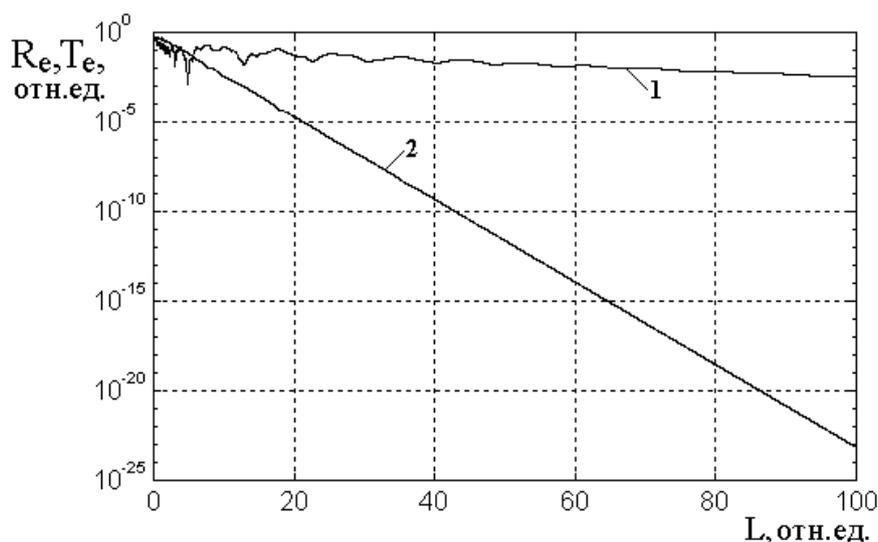


Рис. 9. Зависимости коэффициента отражения (1) и прохождения (2) в диссипативной среде от длины структуры в большом интервале ее изменения.

Масштаб по вертикальной оси – логарифмический.

Все параметры – те же, что на рис. 8.

Из рисунка видно, что обе зависимости R_e и T_e от L выглядят как прямые линии, идущие из нулевой точки вниз с угловыми коэффициентами $2 \cdot 10^{-5}$ и $1 \cdot 10^{-25}$ соответственно. Можно полагать, что линейный характер обеих зависимостей, проявляющийся в логарифмическом масштабе, связан с

экспоненциальным характером затухания волн, распространяющихся в структуре с диссипацией.

11. Отражение, прохождение и поглощение в среде с отрицательной диссипацией

В предыдущем разделе рассмотрено распространение волн в среде с положительной диссипацией, то есть обладающей поглощением. В то же время, существуют среды, где диссипация меняет знак, то есть становится отрицательной. Такая среда является активной [4, стр. 775], так что распространяющаяся в ней волна испытывает усиление, а при наличии положительной обратной связи возможна автогенерация [4, стр. 783-784], что реализуется в лазерах. Согласно классике, необходимым условием самовозбуждения является отрицательное сопротивление колебательного контура [28, стр. 370, форм. (230)]. В случае распространения волн аналогом отрицательного сопротивления является отрицательная диссипация.

В настоящей работе характеристики волны описываются волновым числом, при наличии диссипации имеющим комплексный характер (28). Положительной диссипации, обеспечивающей затухание волны, соответствует положительная мнимая составляющая волнового числа ξ , отрицательной – отрицательная та же величина.

Обратимся к рис. 10, где показаны зависимости коэффициентов отражения R_e , прохождения T_e и поглощения A_e от длины структуры L при отрицательной диссипации, определяемой значением $\xi = -0.1$ отн.ед.

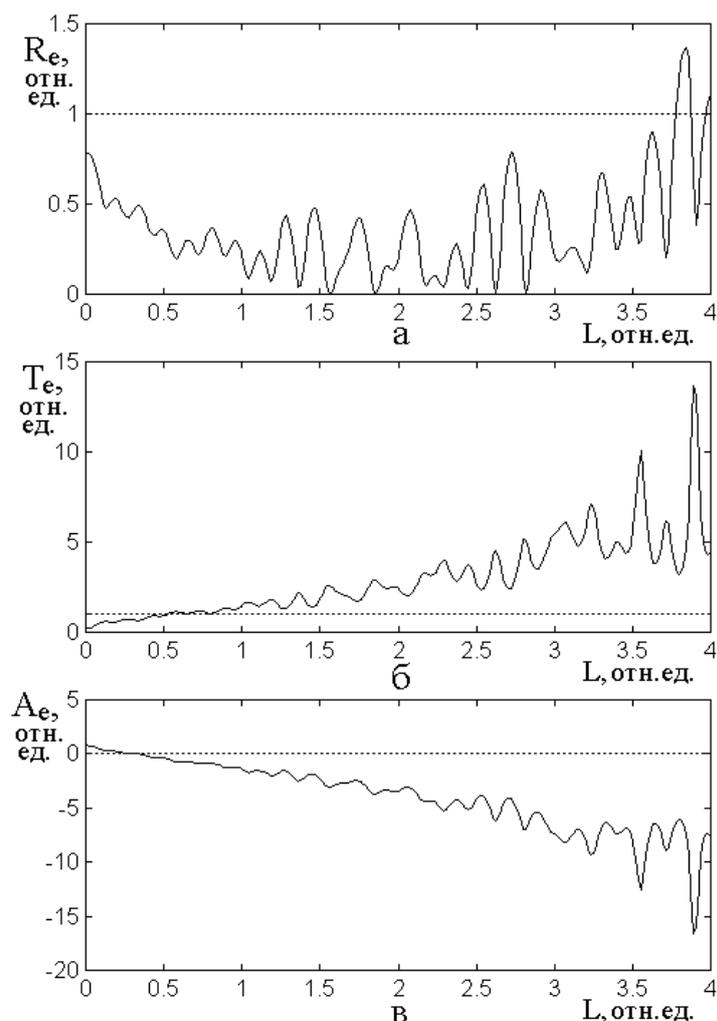


Рис. 10. Зависимости коэффициентов отражения R_e (а), прохождения T_e (б) и поглощения A_e (в) от длины структуры L при отрицательной диссипации. Параметры: $\lambda_{max} = 0.1$ отн.ед.; $\eta = k_{bn}g_c$, где $g_c = 62.8319$; $\xi = 0$ отн.ед.; $\xi = -0.1$ отн.ед. Горизонтальные точечные линии соответствуют максимальным значениям коэффициентов R_e (а), T_e (б), A_e (в) в отсутствие диссипации

Из рис. 10а видно, что коэффициент отражения R_e , подобно случаю бездиссипативной среды, сначала слегка убывает, но после $L_e = 1.2$ отн.ед. начинает возрастать, а при $L_e = 3.8$ отн.ед. по величине превышает единицу.

Коэффициент прохождения T_e при этом (рис. 10б) сразу от нуля возрастает и становится больше единицы уже при $L_e = 0.4$ отн.ед. Таким образом, здесь, как и в случае положительной диссипации (рис. 8) коэффициент прохождения принимает значение большее единицы значительно раньше, чем то

же проделывает коэффициент отражения. Причина такого различия, как и в предыдущем случае, состоит в том, что в отражении участвует главным образом начальная часть структуры, тогда как в прохождении – вся структура в целом, так что усиление волны происходит по всей длине структуры сразу.

Коэффициент поглощения A_e при этом (рис. 10в), сначала будучи положительным, довольно быстро переходит в отрицательную область и там по мере увеличения L_e нарастает, так что волна поглощается тем больше, чем более длинный путь она проходит. Такое увеличение поглощения с расстоянием происходит по той же причине, что и рост коэффициента прохождения, так как здесь происходит взаимодействие волны со средой по всей длине структуры.

Заметим, что для расчета коэффициента поглощения используется формула (14), заведомо предполагающая выполнение баланса энергий. В случае активной среды дополнительная энергия, обеспечивающая увеличение амплитуды волн при их распространении, поступает от источника питания среды, каковым в случае лазера является источник накачки.

Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

Рассмотрено применение метода обобщенного импеданса в варианте пересчета амплитуд для расчета коэффициентов отражения, прохождения и поглощения при падении волны на многослойную структуру. В качестве параметра, определяющего распространение волны в отдельных слоях структуры, выбрано волновое число. Послойная конфигурация структуры задана в виде барьера, волновое число в слоях которого распределено ступенчато нарастающим образом. Кратко описан математический аппарат метода импеданса в варианте пересчета амплитуд в применении к ступенчато нарастающей структуре. Приведены выражения, определяющие коэффициенты отражения, прохождения и поглощения. Приведено распределение волновых чисел и длин волн по слоям структуры в конфигурации ступенчато нарастающего барьера. На примере структуры, содержащей 16 слоев, введено

базовое распределение волнового числа, при котором волновое число в каждом последующем слое относительно предыдущего возрастает на одну единицу. Введен параметр нарастания барьера, представляющий собой коэффициент, на который умножается базовое значение волнового числа для получения требуемого значения. В качестве основных параметров распространения введены значения максимальной и минимальной длины волны, представляющие собой длину волны в первом и последнем слоях структуры соответственно. Рассмотрено формирование амплитуды колебаний при различной длине структуры. Отмечена важность соотношения между максимальной длиной волны и длиной структуры в целом. Показано, что в случае, когда длина структуры меньше половины максимальной длины волны, распределение амплитуды волны по длине структуры является монотонно возрастающим или убывающим, в случае, когда длина структуры больше половины максимальной длины волны, распределение амплитуды по длине структуры приобретает осциллирующий характер, причем период таких осцилляций равен половине максимальной длины волны. Получены коэффициенты отражения и прохождения при крайних значениях волновых чисел в первом и последнем слоях. Отмечена общность полученных выражений, в том числе для случая, когда волновые числа являются комплексными, то есть среда обладает диссипацией. Для среды без диссипации рассмотрен коэффициент отражения при изменении длины структуры. Получены зависимости коэффициента отражения от длины структуры при различных значениях максимальной длины волны. Отмечено, что при стремлении длины структуры к нулю коэффициент отражения при любой длине волны стремится к величине, определяемой значениями волновых чисел в первом и последнем слоях структуры. Показано, что по мере увеличения длины структуры коэффициент отражения убывает тем скорее, чем максимальная длина волны больше. При этом спад коэффициента отражения имеет осциллирующий характер с периодом тем меньшим, чем максимальная длина волны меньше. Рассмотрено падение коэффициента отражения на различных уровнях. Показано, что уменьшение коэффициента

отражения на 10% от начального значения происходит тогда, когда длина структуры становится порядка половины максимального значения длины волны. Отмечено, что это условие является критерием, определяющим верхний предел длины структуры, при котором величина спада коэффициента отражения не превышает 10%. Для общего рассмотрения введен параметр – уровень отклонения, определяющий, насколько коэффициент отражения отклоняется от максимального значения. Исследованы зависимости длины структуры от максимальной длины волны, соответствующие различным значениям уровня отклонения. Показано, что все такие зависимости, выходя из начала координат, представляют собой прямые линии, угловой коэффициент которых с увеличением уровня отклонения также увеличивается, однако тем медленнее, чем отклонение больше. Представлена интерпретация линейного характера зависимости длины структуры от максимальной длины волны. Показано, что все зависимости коэффициента отражения от длины структуры, с точностью до сжатия по горизонтальной оси, между собой геометрически подобны, а коэффициент сжатия равен отношению максимальных длин волн соответствующих зависимостей. Рассмотрен коэффициент прохождения волны при изменении длины структуры. Показано, что в отсутствие диссипации зависимость коэффициента прохождения от длины структуры является зеркальным отражением подобной зависимости для коэффициента отражения на уровне половины от единичного значения. Рассмотрено отражение, прохождение и поглощение волны в ступенчато нарастающей структуре, слои которой обладают положительной диссипацией. Отмечено, что в диссипативной среде волновое число является комплексным, причем мнимая часть такого числа соответствует уровню диссипации. Показано, что в этом случае среда становится поглощающей, причем коэффициент поглощения по мере увеличения длины структуры возрастает. Коэффициенты отражения и прохождения убывают, причем уменьшение коэффициента прохождения происходит значительно быстрее, чем уменьшение коэффициента отражения. Отмечено, что причиной различия скорости спада коэффициентов отражения и прохождения является

формирование отражения преимущественно в начальных слоях структуры, тогда как формирование прохождения происходит по всей длине структуры от начала до ее конца. Рассмотрено отражение, прохождение и поглощение в среде с отрицательной диссипацией. Отмечено, что для реализации отрицательной диссипации мнимая часть волнового числа должна иметь знак, противоположный знаку при положительной диссипации. В качестве примеров сред с отрицательной диссипацией приведены активные среды, используемые в лазерах. Показано, что по мере распространения волны в такой среде ее амплитуда нарастает, причем коэффициент отражения нарастает значительно медленнее, чем коэффициент прохождения, причиной чего является различие в степени локализации отражения и прохождения, подобное таковому при положительной диссипации. Показано, что коэффициент поглощения становится отрицательным и по мере увеличения длины структуры по абсолютной величине возрастает, причем скорость роста близка к скорости нарастания коэффициента прохождения. Отмечено, что такое сходство обусловлено распределением как прохождения, так и поглощения по всей длине структуры. Отмечено, что в рамках сохранения баланса энергий нарастание отражения, прохождения и поглощения при увеличении длины структуры требует поступления энергии от дополнительного источника, каковым в случае лазера является источник накачки.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Литература

1. Хвольсон О.Д. *Курс физики, Т.2*. Берлин, Госиздат РСФСР. 1923. 776 с.
2. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики*. Москва, Наука. 1970. 721 с.
3. Бреховских Л.М. *Волны в слоистых средах*. Москва, Наука. 1973. 501 с.
4. Ландсберг Г.С. *Оптика*. Москва, Наука. 1976. 928 с.

5. Поль Р.В. *Введение в оптику*. Москва-Ленинград, Государственное издательство технико-теоретической литературы. 1947. 484 с.
6. Кизель В.А. *Отражение света*. Москва, Наука. 1973. 352 с.
7. Бреховских Л.М., Годин О.А. *Акустика слоистых сред*. Москва, Наука. 1989. 416 с.
8. Розенберг Г.В. *Оптика тонкослойных покрытий*. Москва, Государственное издательство технико-теоретической литературы. 1958. 570 с.
9. Oksanen M.I., Hanninen J., Tretyakov S.A. Vector circuit method for calculating reflection and transmission of electromagnetic waves in multilayered chiral structures. *IEEE Proceedings. H*. 1991. V.138. №7. P.513-520.
10. Sarychev A.K., Bergman D.J., Yagil Y. Theory of the optical and microwave properties of metal-dielectric films. *PR(B)*. 1995. V.51. №8. P.5366-5385.
11. Козарь А.В. Оптические свойства аперiodических тонкослойных структур: эффективный показатель преломления. *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия*. 2009. Т.64. №3. С.54-56.
12. Козарь А.В. Оптические свойства аперiodических тонкослойных структур: эффективная оптическая толщина. *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия*. 2018. Т.73. №6. С.61-66.
13. Бриллюэн Л., Пароди М. *Распространение волн в периодических структурах*. Москва, Издательство иностранной литературы. 1959. 457 с.
14. Шавров В.Г., Щеглов В.И. *Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах*. Москва, Физматлит. 2017. 358 с.
15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики*. Москва, Наука. 1972. 736 с.
16. Антонец И.В., Щеглов В.И. *Распространение волн через тонкие слои и пленки*. Сыктывкар, ИПО СыктГУ. 2010. 132 с.
17. Антонец И.В., Щеглов В.И. *Распространение волн через многослойные структуры. Часть первая. Прямой метод*. Сыктывкар, ИПО СыктГУ. 2011. 132 с.

18. Антонец И.В., Щеглов В.И. *Распространение волн через многослойные структуры Часть вторая. Метод матрицы*. Сыктывкар, ИПО СыктГУ. 2012. 123 с.
19. Антонец И.В., Щеглов В.И. *Распространение волн через многослойные структуры Часть третья. Метод импеданса*. Сыктывкар, ИПО СыктГУ. 2012. 123 с.
20. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Матричный алгоритм расчета коэффициентов отражения и прохождения при падении двух встречных волн на многослойную структуру. *Радиотехника и электроника*. 2022. Т.67. №9. С.908-915.
21. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритмический метод расчета отражения и прохождения волны через многослойную структуру. Часть 1. Матричный алгоритм. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.8.8>
22. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритмический метод расчета отражения и прохождения волны через многослойную структуру. Часть 2. Падение волны на наклонный барьер. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №8. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.8.9>
23. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Метод обобщенного импеданса для расчета отражения и прохождения волны через многослойную структуру. Часть 1. Последовательный пересчет импедансов и амплитуд. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2023. №1. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.1.1>
24. Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Метод обобщенного импеданса для расчета отражения и прохождения волны через многослойную структуру. Часть 2. Падение волны на прямоугольный барьер. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2023. №1. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.1.2>
25. Антонец И.В., Щеглов В.И. *Распространение волн через многослойные структуры. Часть седьмая. Баланс энергий*. Сыктывкар, ИПО СыктГУ. 2015. 108 с.

26. Антонец И.В., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Энергетические характеристики распространения волны через границы раздела сред с комплексными параметрами. *Радиотехника и электроника*. 2009. Т.54. №10. С.1171-1183.
27. Никольский В.В., Никольская Т.И. *Электродинамика и распространение радиоволн*. Москва, Наука. 1989. 544 с.
28. Харкевич А.А. *Основы радиотехники*. Москва, Физматлит. 2007. 512 с.

Для цитирования:

Антонец И.В., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Метод обобщенного импеданса для расчета отражения и прохождения волны через многослойную структуру. Часть 3. Падение волны на ступенчато нарастающий барьер. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2023. №1. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.1.3>