

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.1.11>

УДК: 621.391.81; 621.396.96

ПРИМЕНЕНИЕ ЗОНДИРУЮЩИХ ФКМ-СИГНАЛОВ С НУЛЕВОЙ ЗОНОЙ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ КАЧЕСТВА ИЗМЕРЕНИЙ В РСА

Р.Н. Ипанов, А.А. Комаров

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
111250, Россия, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14

Статья поступила в редакцию 25 ноября 2023 г.

Аннотация. Для РСА синтезирован полифазный (p -фазный, где p -простое число) зондирующий сигнал с нулевой зоной автокорреляции, представляющий собой последовательность из p ФКМ-импульсов, кодированных комплементарными последовательностями p -ичного D-кода с дополнительной фазокодовой манипуляцией дискрет импульсов M-последовательностями. Для оценки качества радиолокационных изображений точечных целей и протяженных поверхностей используются соответственно уровни максимального бокового лепестка и одностороннего интегрального корреляционного шума АКФ. С этой целью в работе проведен сравнительный анализ суммарных АКФ синтезированного ансамбля сигналов с ансамблями ортогональных ЛЧМ и ФКМ-сигналов, используемых в соседних тактах зондирования РСА. В работе также рассмотрена проблема наложения эхо-сигналов РСА с разных дальностей при сравнительно высокой частоте повторения зондирующих импульсов. Для оценки уровня подавления рекуррентных помех от точечных целей и от протяженных поверхностей используются соответственно уровни максимального бокового лепестка и одностороннего интегрального корреляционного шума ВКФ. С этой целью в работе проведен сравнительный анализ суммарных ВКФ синтезированного ансамбля сигналов с ансамблями ортогональных ЛЧМ и ФКМ-сигналов, используемых в режимах синтеза апертуры РСА. Применение ортогональных

ЛЧМ и ФКМ-сигналов позволяет успешно подавлять ложные сигналы ярких точечных целей из соседних периодов повторения. Однако высокий уровень интегрального корреляционного шума ВКФ ортогональных сигналов искажает радиолокационные изображения слабо отражающих поверхностей, расположенных рядом с яркими протяженными объектами. Показатели суммарных корреляционных характеристик синтезированного ансамбля сигналов превосходят соответствующие показатели суммарных корреляционных характеристик ансамбля ортогональных ФКМ и ЛЧМ-сигналов как без рассогласования, так и с рассогласованием по частоте Доплера. Это позволяет успешно использовать ФКМ-сигнал с нулевой зоной автокорреляции для улучшения качества радиолокационных изображений и подавления рекуррентных помех по дальности в РСА.

Ключевые слова: автокорреляционная функция, взаимокорреляционная функция, M-последовательность, нулевая зона автокорреляции, ортогональный сигнал, пачка импульсов, рекуррентная помеха, функция неопределенности.

Финансирование: Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 23-19-00485, <https://rscf.ru/project/23-19-00485/>.

Автор для переписки: Ипанов Роман Николаевич, iproman@ya.ru

Введение

Из разнообразных классов сложных сигналов практическое применение в РСА пока нашли два основных: сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) и сигналы с фазокодовой манипуляцией (ФКМ). В космических РСА дистанционного зондирования Земли до настоящего времени используются ЛЧМ-сигналы [1, 2]. Периодическая 127-элементная M-последовательность (МП) успешно применялась в РСА на космических аппаратах Венера-15 и 16 для картографирования поверхности Венеры, а также высотомерах для измерения рельефа её поверхности [1-3]. В американском эксперименте Магеллан по картографированию Венеры для бортового РСА была использована

специально сконструированная 64-элементная аperiodическая псевдослучайная последовательность [4]. Аperiodическая МП применяется учеными США для детального радиолокационного картографирования поверхности Луны и планет с Земли [5].

Вместе с тем следует отметить усиливающийся интерес специалистов к ФКМ-сигналам, связанный с тем, что использование дискретного кодирования когерентного ансамбля зондирующих сигналов в РСА открывает перспективу существенного улучшения качества радиолокационного изображения (РЛИ) по показателям суммарных корреляционных характеристик когерентного ансамбля сигналов [1, 2, 6-8].

Для оценки качества РЛИ точечных целей и протяженных отражающих поверхностей используют соответственно относительный уровень максимального бокового лепестка (БЛ) и интегральный относительный уровень мощности БЛ автокорреляционной функции (АКФ) на длительности сигнала (относительный уровень одностороннего интегрального корреляционного шума) [1], которые для ФКМ-сигнала определяются соответственно:

$$R_{\max} = \max_{|m| \leq L-1} \{|R(mT_0)|\}; R_{\text{int}} = \sum_{m=1}^{L-1} R^2(mT_0), \quad (1)$$

где $R(\tau)$ – нормированная АКФ комплексной огибающей (КО) ФКМ-сигнала; T_0 – длительность дискрета; L – число дискрет в сигнале.

Для оценки такого важного параметра качества РЛИ, как уровень подавления помех неоднозначности, называемых также рекуррентными помехами, используется взаимнокорреляционная функция (ВКФ). Взаимная корреляция обычно рассматривается только применительно к смежным парам сигналов в когерентной пачке, так как помехи из последующих тактов зондирования могут быть исключены диаграммой направленности антенны РСА. Степень подавления рекуррентных помех от точечных и протяженных целей характеризуют соответственно относительный уровень максимального лепестка и относительный уровень одностороннего

интегрального корреляционного шума ВКФ [1], которые для ФКМ-сигнала определяются соответственно:

$$R_{ij\max} = \max_{|m| \leq L-1} \{ |R_{\xi, \xi+1}(mT_0)| \}; R_{ij\text{int}} = \frac{1}{2} \sum_{m=-L+1}^{L-1} R_{\xi, \xi+1}^2(mT_0), \quad (2)$$

где $R_{\xi, \xi+1}(\tau)$ - нормированная ВКФ КО смежных ортогональных ξ -го и $\xi+1$ -го, $\xi=1, 2, \dots, M-1$, ФКМ-сигналов когерентной пачки (M – число сигналов в пачке).

На интервале когерентного накопления эхо-сигналов, соответствующего времени синтеза апертуры РСА, анализируются суммарные корреляционные характеристики ансамбля сигналов.

АКФ пачки из M зондирующих сигналов при $|\tau| < \tau_s$, где τ_s – длительность одного сигнала, есть суммарная АКФ ансамбля сигналов, которая равна сумме из M АКФ сигналов, входящих в пачку:

$$R^\Sigma(mT_0) = \frac{1}{M} \sum_{\xi=1}^M R_\xi(mT_0), \quad (3)$$

где $R_\xi(mT_0)$, $\xi=1, 2, \dots, M$, – АКФ ξ -го ФКМ-сигнала пачки.

АКФ пачки из M зондирующих сигналов при $\tau_s(Q_t - 1) \leq |\tau| < \tau_s(Q_t + 1)$, Q_t – скважность пачки, есть суммарная ВКФ смежных сигналов ансамбля, которая равна сумме всех $(M-1)$ ВКФ пар смежных сигналов, входящих в пачку:

$$R_{ij}^\Sigma(mT_0) = \frac{1}{M} \sum_{\xi=1}^{M-1} R_{\xi, \xi+1}(mT_0). \quad (4)$$

На интервале синтеза апертуры РСА качество РЛИ точечных целей и протяженных отражающих поверхностей характеризуют соответственно относительный уровень максимального БЛ R_{\max}^Σ и относительный уровень одностороннего интегрального корреляционного шума R_{int}^Σ суммарной АКФ

ансамбля сигналов, а степень подавления рекуррентных помех от точечных и протяженных целей – относительный уровень максимального лепестка $R_{ij\max}^{\Sigma}$ и относительный уровень одностороннего интегрального корреляционного шума $R_{ij\text{int}}^{\Sigma}$ суммарной ВКФ, которые рассчитываются по (1) и (2) для суммарной АКФ (3) и суммарной ВКФ (4) соответственно.

Одним из способов решения проблемы подавления рекуррентных помех при сравнительно высокой частоте повторения зондирующих импульсов является использование в соседних тактах зондирования РСА ортогональных ЛЧМ и ФКМ-сигналов [1, 2, 9, 10]. Смежные ортогональные ЛЧМ-импульсы когерентной пачки имеют противоположные знаки производной изменения частоты, а смежные ортогональные ФКМ-сигналы манипулированы по фазе МП с различными порождающими полиномами и циклическими сдвигами.

Ортогональные ЛЧМ и ФКМ-сигналы позволяют подавлять ложные сигналы ярких точечных целей из соседних тактов зондирования. Однако высокий уровень одностороннего интегрального корреляционного шума ВКФ ортогональных сигналов искажает радиолокационные изображения слабо отражающих поверхностей, расположенных рядом с яркими протяженными объектами [1, 9]. Например, для когерентной пачки ортогональных ЛЧМ-сигналов при $M \gg 1$ $R_{ij}^{\Sigma}(\tau) \approx R_{\xi, \xi+1}(\tau)$, $R_{ij\text{int}}^{\Sigma} \approx -(6 \div 9)$ дБ и практически не зависит от величины базы сигнала.

В соответствии с вышесказанным актуальными для РСА являются ФКМ-сигналы с нулевой зоной автокорреляции (Zero Autocorrelation Zone (ZACZ)), рассмотренные в [11-25] и названные когерентными дополнительными сигналами (КДС). В работах [11-15, 18, 21] приведены КДС без дополнительной модуляции дискрет, имеющие при рассогласовании по частоте Доплера достаточно высокий уровень БЛ АКФ. В [16, 17, 19, 22, 24, 25] рассмотрены КДС, в которых для подавления БЛ в ZACZ при рассогласовании по частоте Доплера используется дополнительная частотная манипуляция, а в [20, 23] – линейная частотная модуляция дискрет импульсов пачки.

В данной работе для РСА синтезирован полифазный (p -фазный, где $p \geq 2$ простое число) зондирующий сигнал с нулевой зоной автокорреляции, представляющий собой последовательность из p ФКМ-импульсов, кодированных комплементарными последовательностями p -ичного D-кода с дополнительной фазокодовой манипуляцией дискрет импульсов M -последовательностью (КДС-МП). Проведен сравнительный анализ корреляционных характеристик одиночных КДС-МП и суммарных корреляционных характеристик ансамбля КДС-МП с соответствующими характеристиками ортогональных ЛЧМ и ФКМ-сигналов.

1. Синтез КДС с фазокодовой манипуляцией дискрет M -последовательностью

Для формирования ZACZ-сигнала с КО:

$$\dot{i}(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^N a_{i,n} \dot{S}_n(t - (n-1)T_0 - (i-1)T), \quad (5)$$

где $\dot{S}_n(t - (n-1)T_0)$, $(n-1)T_0 \leq t < nT_0$, – КО n -го дискрета импульса; $T = QT_p = QNT_0$ (T_p – длительность импульса, $Q \geq 2$ – скважность, N – число дискрет в импульсе) – период повторения импульсов, имеющего нулевую зону автокорреляции при $T_0 \leq |\tau| < T_p$, строки кодирующей матрицы:

$$\mathbf{A}_{M,N} = \|a_{i,n}\|_{i,n=1}^{M,N}, \quad a_{i,n} = \exp\left(j \frac{2\pi}{p} \tilde{a}_{i,n}\right), \quad (6)$$

где $\tilde{\mathbf{A}}_{M,N} = \|\tilde{a}_{i,n}\|_{i,n=1}^{M,N}$, $\tilde{a}_{i,n} = 0, 1, \dots, p-1$, – матрица p -ичного кода, должны состоять из комплементарных последовательностей, либо столбцы – из ортогональных последовательностей [26, 27].

Для уменьшения уровня БЛ вне ZACZ, а также подавления БЛ в ZACZ при рассогласовании по частоте Доплера кодирующая матрица (6) должна иметь вид блочной матрицы, состоящей из набора взаимноортогональных матриц.

Полифазный (p -фазный, в частности, при $p = 2$ бинарный) ФКМ-сигнал с КО (5), кодированный строками блочной матрицы (6) при $M = p$, состоящей из p подматриц со смежными p -парами дополнительных последовательностей (ДП), называется КДС [26, 27].

КДС у каждого из p своих импульсов имеет равные между собой КО дискрет $\dot{S}_n(t)$ при $n = (\eta - 1)N/p + 1, \dots, \eta N/p$, $\eta = 1, 2, \dots, p$, что позволяет уменьшить уровень БЛ АКФ при $|\tau| \geq T_p$ и $|\tau| < T_0$, а также подавить БЛ в ZACZ при рассогласовании по частоте Доплера, используя дополнительную ортогональную модуляцию дискрет импульсов по фазе или частоте [16, 17, 19, 20, 22-25].

На основе вышесказанного, рассмотрим полифазный КДС с КО (5) ($M = p$) с дополнительной фазокодовой манипуляцией дискрет импульсов пачки p -ичными ($p \geq 2$ – простое число) M -последовательностями с периодом $N_M = p^{q_M} - 1$.

В КДС с фазокодовой манипуляцией дискрет импульсов пачки M -последовательностями (КДС-МП) каждый дискрет состоит из N_M бит длительностью $T_b = T_0/N_M$. Каждый из p импульсов КДС-МП состоит из $N = p^{q+1}$ дискрет и делится на p частей с количеством дискрет в каждой равном p^q . Дискреты η -ой, $\eta = 1, 2, \dots, p$, части импульса кодированы МП с j -ым номером характеристического полинома $f_j(x)$, $j = 1, 2, \dots, P$, где P – число различных МП с периодом N_M .

Ансамбль из p МП, кодирующих дискреты импульсов ξ -го КДС-МП (в составе когерентной пачки из M КДС, т.е. при $\xi = 1, 2, \dots, M$), задается матрицей:

$$\mathbf{B}_{p, N_M}^{\xi} = \left\| b_{\langle \eta + J_1 - 2 \rangle_p + 1, \langle r + \Delta - 1 \rangle_{N_M + 1}} \right\|_{\eta, r=1}^{p, N_M}, \quad b_{j,r} = \exp\left(j \frac{2\pi}{p} \tilde{b}_{j,r}\right), \quad (7)$$

где: $\langle z \rangle_M$ – число z по модулю M ;

$\Delta = (\xi - 1) \lceil N_M / M \rceil$ – величина циклического сдвига МП в ξ -ом КДС-МП относительно МП в первом КДС-МП ($\lceil z \rceil$ – ближайшее целое число большее z);

$j = \langle \eta + J_1 - 2 \rangle_p + 1, \quad j = 1, 2, \dots, P,$ – номер характеристического полинома $f_j(x)$;

$J_1 = 1, 2, \dots, P$ – номер характеристического полинома $f_{J_1}(x)$ МП, кодирующей $\eta = 1$ -ю часть импульсов КДС-МП;

$$\tilde{\mathbf{B}}_{p, N_M}^{\xi} = \left\| \tilde{b}_{\langle \eta + J_1 - 2 \rangle_p + 1, \langle r + \Delta - 1 \rangle_{N_M + 1}} \right\|_{\eta, r=1}^{p, N_M}, \quad \tilde{b}_{j,r} = 0, 1, \dots, p - 1, \quad - \text{ матрица } p\text{-ичных}$$

M -кодов, имеющих различные характеристические полиномы степени q_M .

Для улучшения параметров суммарных корреляционных характеристик когерентной пачки КДС на интервале синтеза апертуры РСА для кодирования смежных КДС пачки необходимо использовать смежные p -пары ДП [12, 15, 18, 21]. Матрица (6) с подматрицами из смежных p -пар ДП формирует только один (первый) КДС пачки. Для формирования смежных КДС пачки необходимо построить матрицы, образующие наборы p -парных ДП к матрице (6), для чего воспользуемся рекурсивным правилом построения, описанным в [11]. В этом случае блочная матрица (6), кодирующая ξ -ый КДС когерентной пачки, будет иметь вид:

$$\mathbf{A}_{p, N}^{\xi'} = \left(\mathbf{A}_{p, N/p}^{(1)} W^{(\xi-1)(1-1)} \quad \dots \quad \mathbf{A}_{p, N/p}^{(\eta)} W^{(\xi-1)(\eta-1)} \quad \dots \quad \mathbf{A}_{p, N/p}^{(p)} W^{(\xi-1)(p-1)} \right); \quad (8)$$

$$\xi' = \langle \xi - 1 \rangle_p + 1; \quad \xi = 1, 2, \dots, M,$$

где: $\mathbf{A}_{p,N/p}^{(\eta)}$, $\eta=1,2,\dots,p$, $1,25$ – подматрицы со смежными p -парами ДП;
 $W = \exp(j2\pi/p)$ [26, 27].

Из (6) и (8) следует, что $\mathbf{A}_{p,N}^{\xi'} = \left\| a_{i,n}^{\xi'} \right\|_{i,n=1}^{p,N}$, $N = p^{q+1}$, где $a_{i,n}^{\xi'} = a_{i,n} W^{(\xi-1)(\eta-1)}$,

$\xi' = 1, 2, \dots, p$, а $\mathbf{A}_{p,N}^1 = \mathbf{A}_{p,N} = \left\| a_{i,n}^1 \right\|_{i,n=1}^{p,N} = \left\| a_{i,n} \right\|_{i,n=1}^{p,N}$.

Закон изменения фазы в пределах r -го бита импульса ξ -го КДС-МП имеет вид:

$$\Phi_r(t) = \frac{2\pi}{p} \left(\tilde{b}_{\lfloor r-1 \rfloor_{NN_M/p} + 1, \langle r+\Delta-1 \rangle_{N_M} + 1} + \tilde{a}_{i, \lfloor r-1 \rfloor_{N_M} + 1}^{\xi'} \right), \quad (9)$$

где: $\lfloor z \rfloor_M = \lfloor z/M \rfloor$ – целая часть числа z/M ;

$r = 1, 2, \dots, NN_M$ – номер бита в импульсе КДС-МП;

$\tilde{\mathbf{A}}_{p,N}^{\xi'} = \left\| \tilde{a}_{i,n}^{\xi'} \right\|_{i,n=1}^{p,N}$, а $a_{i,n}^{\xi'} = \exp\left(j \frac{2\pi}{p} \tilde{a}_{i,n}^{\xi'}\right)$ – элемент матрицы (8).

Сложение элементов $\tilde{b}_{\eta,r}$ и $\tilde{a}_{i,n}^{\xi'}$ в выражении (9) выполняется по модулю p .

Таким образом, КО когерентной пачки из M КДС-МП длительностью $\tau_t = \tau_s \lfloor Q_t(M-1) + 1 \rfloor$, где $\tau_s = T_0 N ((p-1)Q + 1)$ – длительность КДС, имеет вид:

$$\dot{i}_t(t) = \sum_{\xi=1}^M \dot{i}_\xi(t - (\xi-1)Q_t\tau_s), \quad (10)$$

где КО (5) ξ -го КДС-МП:

$$\begin{aligned} \dot{i}_\xi(t) &= \sum_{i=1}^p \sum_{r=1}^{NN_M} S_{\lfloor r-1 \rfloor_{NN_M/p}} \left(t - (r-1)T_b - (l-1)NN_M Q T_b \right) \times \\ &\times \exp \left\{ j \frac{2\pi}{p} \left(\tilde{b}_{\lfloor r-1 \rfloor_{NN_M/p} + 1, \langle r+\Delta-1 \rangle_{N_M} + 1} + \tilde{a}_{i, \lfloor r-1 \rfloor_{N_M} + 1}^{\xi'} \right) \right\} =, \quad (11) \\ &= \sum_{i=1}^p \sum_{r=1}^{NN_M} S_{\lfloor r-1 \rfloor_{NN_M/p}} \left(t - (r + (l-1)NN_M Q - 1)T_b \right) \times \\ &\times b_{\lfloor r-1 \rfloor_{NN_M/p} + 1, \langle r+\Delta-1 \rangle_{N_M} + 1} a_{i, \lfloor r-1 \rfloor_{N_M} + 1}^{\xi'} \end{aligned}$$

$$\text{где: } S_n(t) = S_{\eta-1}(t) = \begin{cases} 1, & (n-1)T_0 \leq t \leq nT_0; \\ 0, & t < (n-1)T_0, t > nT_0, \end{cases} \quad n = (\eta-1)N/p + 1, \dots, \eta N/p,$$

$\eta = 1, 2, \dots, p$, – прямоугольная огибающая n -го дискрета импульсов КДС-МП.

2. Суммарные корреляционные характеристики КДС

АКФ пачки из M КДС при $|\tau| < \tau_s$, где $\tau_s = T_0 N ((p-1)Q + 1)$, $N = p^{q+1}$, – длительность КДС, есть суммарная АКФ ансамбля КДС, которая равна сумме из M АКФ КДС, входящих в пачку. Так как при $T_0 \leq |\tau| < T_p$ АКФ КДС, входящих в пачку, $R_\xi(\tau) = 0$, $\xi = 1, 2, \dots, M$, то суммарная АКФ (3) ансамбля КДС при $T_0 \leq |\tau| < T_p$:

$$R^\Sigma(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{\xi=1}^M R_\xi(\tau) = 0. \quad (12)$$

АКФ пачки из M КДС при $\tau_s(Q_t - 1) \leq |\tau| < \tau_s(Q_t + 1)$ есть суммарная ВКФ смежных КДС ансамбля, которая равна сумме всех $(M-1)$ ВКФ пар смежных КДС, входящих в пачку. Согласно рекурсивному правилу построения (8) в соответствующих строках матриц $\mathbf{A}_{p,N}^{\xi'}$, $\xi' = 1, 2, \dots, p$, располагаются p -парные ДП. Поэтому ВКФ КО смежных КДС когерентной пачки при $T_0 \leq |\tau| < T_p$ $R_{\xi, \xi+1}(\tau) = 0$, $\xi = 1, 2, \dots, M-1$ [12, 21], откуда следует, что суммарная ВКФ (4) смежных КДС ансамбля при $T_0 \leq |\tau| < T_p$:

$$R_{ij}^\Sigma(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{\xi=1}^{M-1} R_{\xi, \xi+1}(\tau) = 0. \quad (13)$$

Рассмотрим теперь ВКФ КО смежных КДС когерентной пачки при $|\tau| < T_0$. Выражение для суммарной ВКФ смежных КДС ансамбля при $|\tau| < T_0$ согласно (8) имеет вид [26, 27]:

$$\begin{aligned}
 R_{ij}^{\Sigma}(\tau) &= \frac{1}{pNM} \left[\sum_{\xi=1}^{M-1} \sum_{k=1}^N a_{1,k}^{(\xi+1)'} a_{1,k}^{\xi'*} R_{S_k^{\xi+1}, S_k^{\xi}}(\tau) + \sum_{\xi=1}^{M-1} \sum_{k=1}^N a_{2,k}^{(\xi+1)'} a_{2,k}^{\xi'*} R_{S_k^{\xi+1}, S_k^{\xi}}(\tau) + \right. \\
 &\quad \left. + \dots + \sum_{\xi=1}^{M-1} \sum_{k=1}^N a_{p,k}^{(\xi+1)'} a_{p,k}^{\xi'*} R_{S_k^{\xi+1}, S_k^{\xi}}(\tau) \right] = \\
 &= \frac{1}{pNM} \left[\sum_{\xi=1}^{M-1} \sum_{k=1}^N a_{1,k} W^{\xi(\eta-1)} a_{1,k}^* W^{-(\xi-1)(\eta-1)} R_{S_k^{\xi+1}, S_k^{\xi}}(\tau) + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{\xi=1}^{M-1} \sum_{k=1}^N a_{2,k} W^{\xi(\eta-1)} a_{2,k}^* W^{-(\xi-1)(\eta-1)} R_{S_k^{\xi+1}, S_k^{\xi}}(\tau) + \right. \\
 &\quad \left. + \dots + \sum_{\xi=1}^{M-1} \sum_{k=1}^N a_{p,k} W^{\xi(\eta-1)} a_{p,k}^* W^{-(\xi-1)(\eta-1)} R_{S_k^{\xi+1}, S_k^{\xi}}(\tau) \right] = \\
 &= \frac{1}{NM} \sum_{\xi=1}^{M-1} \sum_{k=1}^N W^{\eta-1} R_{S_k^{\xi+1}, S_k^{\xi}}(\tau) = \frac{1}{NM} \sum_{\xi=1}^{M-1} \sum_{k=1}^N W^{\lfloor k-1 \rfloor_{N/p}} R_{S_k^{\xi+1}, S_k^{\xi}}(\tau) = \\
 &= \frac{1}{NM} \sum_{\xi=1}^{M-1} \left[\sum_{k=1}^{N/p} W^0 R_{S_0^{\xi+1}, S_0^{\xi}}(\tau) + \sum_{k=N/p+1}^{2N/p} W^1 R_{S_1^{\xi+1}, S_1^{\xi}}(\tau) + \right. \\
 &\quad \left. + \dots + \sum_{k=(p-1)N/p+1}^N W^{p-1} R_{S_{p-1}^{\xi+1}, S_{p-1}^{\xi}}(\tau) \right] = \\
 &= \frac{1}{pM} \sum_{\xi=1}^{M-1} \left[W^0 R_{S_0^{\xi+1}, S_0^{\xi}}(\tau) + W^1 R_{S_1^{\xi+1}, S_1^{\xi}}(\tau) + \dots + W^{p-1} R_{S_{p-1}^{\xi+1}, S_{p-1}^{\xi}}(\tau) \right],
 \end{aligned}$$

где $a_{i,k}^{(\xi+1)'}$ = $a_{i,k} W^{\xi(\eta-1)}$, $a_{i,k}^{\xi'*}$ = $a_{i,k}^* W^{-(\xi-1)(\eta-1)}$.

Таким образом, суммарная ВКФ смежных КДС ансамбля при $|\tau| < T_0$:

$$R_{ij}^{\Sigma}(\tau) = \frac{1}{pM} \sum_{\xi=1}^{M-1} \sum_{\eta=1}^p W^{\eta-1} R_{S_{\eta-1}^{\xi+1}, S_{\eta-1}^{\xi}}(\tau), \quad (14)$$

где $R_{S_{\eta-1}^{\xi+1}, S_{\eta-1}^{\xi}}(\tau)$ – нормированная ВКФ соответствующих КО дискрет η -ой, $\eta=1, 2, \dots, p$, части импульсов ξ -го и $\xi+1$ -го смежных КДС когерентной пачки.

Выражение для суммарной АКФ ансамбля КДС при $|\tau| < T_0$ (аналогично выводу выражения (14)) имеет вид:

$$R^{\Sigma}(\tau) = \frac{1}{pM} \sum_{\xi=1}^M \sum_{\eta=1}^p R_{S_{\eta-1}^{\xi}}(\tau), \quad (15)$$

где $R_{S_{\eta-1}^{\xi}}(\tau)$ – нормированная АКФ КО дискрета η -ой, $\eta=1,2,\dots,p$, части импульса ξ -го КДС пачки.

Для оценки качества РЛИ точечных целей используются следующие показатели суммарных АКФ ансамбля КДС:

$$R_{\max}^{\Sigma} = \max_{Z \leq |m| \leq L-1} \left\{ \left| R^{\Sigma}(mT_0) \right| \right\}, \quad R_{Z \max}^{\Sigma} = \max_{1 \leq |m| \leq Z-1} \left\{ \left| R^{\Sigma}(mT_0) \right| \right\}$$

(относительные уровни максимальных БЛ вне и в нулевой зоне АКФ соответственно, где $L = N((p-1)Q+1)$ – число дискрет в КДС; $Z = N(Q-1)$ – ширина нулевой зоны АКФ (ВКФ)).

Для оценки качества РЛИ протяженных отражающих поверхностей:

$$R_{\text{int}}^{\Sigma} = \sum_{|m|=Z}^{L-1} R^{\Sigma^2}(mT_0), \quad R_{Z \text{int}}^{\Sigma} = \sum_{|m|=1}^{Z-1} R^{\Sigma^2}(mT_0)$$

(относительные уровни одностороннего интегрального корреляционного шума вне и в нулевой зоне АКФ соответственно).

Для оценки уровня подавления рекуррентных помех от точечных целей используются следующие показатели суммарных ВКФ смежных КДС ансамбля:

$$R_{ij \max}^{\Sigma} = \max_{Z \leq |m| \leq L-1} \left\{ \left| R_{ij}^{\Sigma}(mT_0) \right| \right\}, \quad R_{ij Z \max}^{\Sigma} = \max_{1 \leq |m| \leq Z-1} \left\{ \left| R_{ij}^{\Sigma}(mT_0) \right| \right\}$$

(относительные уровни максимальных БЛ вне и в нулевой зоне ВКФ соответственно);

$$R_{ij C \max}^{\Sigma} = \max_{|m| < 1} \left\{ \left| R_{ij}^{\Sigma}(mT_0) \right| \right\}$$

(относительный уровень центрального лепестка ВКФ).

Для оценки уровня подавления рекуррентных помех от протяженных отражающих поверхностей:

$$R_{ij\text{int}}^{\Sigma} = \frac{1}{2} \sum_{m=Z}^{L-1} \left(R_{ij}^{\Sigma^2}(-mT_0) + R_{ij}^{\Sigma^2}(mT_0) \right); \quad R_{ijZ\text{int}}^{\Sigma} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{Z-1} \left(R_{ij}^{\Sigma^2}(-mT_0) + R_{ij}^{\Sigma^2}(mT_0) \right)$$

(относительные уровни одностороннего интегрального корреляционного шума вне и в нулевой зоне ВКФ соответственно).

3. Функция неопределенности КДС-МП и ее сечения

Рассмотрим КО КДС-МП (11) при $\xi=1$. Тогда $\Delta = (\xi-1) \lceil N_M/M \rceil = 0$,

$\mathbf{A}_{p,N}^{\xi'} = \mathbf{A}_{p,N}^1 = \mathbf{A}_{p,N} = \left\| a_{i,n}^1 \right\|_{i,n=1}^{p,N} = \left\| a_{i,n} \right\|_{i,n=1}^{p,N}$. Также обозначим в (11):

$$\begin{aligned} b_{\eta,v} &= b'_r, \quad \eta = \lfloor r-1 \rfloor_{NN_M/p} + 1, \quad v = \langle r-1 \rangle_{N_M} + 1; \\ a_{i,n} &= a'_{i,r}, \quad n = \lfloor r-1 \rfloor_{N_M} + 1; \\ r &= 1, 2, \dots, NN_M. \end{aligned} \quad (16)$$

Тогда КО КДС-МП (11) будет иметь вид:

$$\dot{u}(t) = \sum_{i=1}^p \dot{u}_i(t - (i-1)T), \quad \dot{u}_i(t) = \sum_{r=1}^{NN_M} a'_{i,r} b'_r S_r(t - (r-1)T_b). \quad (17)$$

Функция неопределенности (ФН) любого типа сигнала определяется выражением:

$$R(\tau, F) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{u}^*(t) \dot{u}(t - \tau) \exp(j2\pi Ft) dt. \quad (18)$$

После подстановки (17) в (18) при $|\tau| < T_p = NN_M T_b$ получим, что:

$$R(\tau, F) = \sum_{i=1}^p R_i(\tau, F), \quad (19)$$

где

$$R_i(\tau, F) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{u}_i^*(t - (i-1)T) \dot{u}_i(t - (i-1)T - \tau) \exp(j2\pi Ft) dt \quad (20)$$

(ФН i -го импульса КДС-МП).

Полная энергия КДС-МП:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^N S_n^2 T_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \sum_{r=1}^{NN_M} S_r^2 T_b = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p NN_M T_b = \frac{1}{2} p NN_M T_b \text{ при } S_r = 1. \quad (21)$$

Вычислим ФН i -го импульса КДС-МП. Для этого подставим (17) и (21) в (20):

$$\begin{aligned} R_i(\tau, F) &= \frac{1}{p NN_M T_b} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{r=1}^{NN_M} a'_{i,r} b_r'^* S_r(t - (r-1)T_b) \times \\ &\times \sum_{s=1}^{NN_M} a'_{i,s} b_s' S_s(t - (s-1)T_b - \tau) \exp(j2\pi Ft) dt = \\ &= \frac{1}{p NN_M T_b} \sum_{r=1}^{NN_M} \sum_{s=1}^{NN_M} a'_{i,r} a'_{i,s} b_r'^* b_s' S_r(t - (r-1)T_b) \times \\ &\times S_s(t - (s-1)T_b - \tau) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(j2\pi Ft) dt. \end{aligned} \quad (22)$$

Учитывая свойство симметрии ФН относительно начала координат проведем вычисление (22) только для $\tau \geq 0$. Время рассогласования $\tau \geq 0$, при котором корреляционный интеграл (22) не равен нулю, удобно представить в виде суммы дискретной и непрерывной составляющих (рис. 1):

$$\tau = mT_b + \delta, \text{ где } m = 0, 1, \dots, NN_M - 1, \quad 0 \leq \delta < T_b.$$

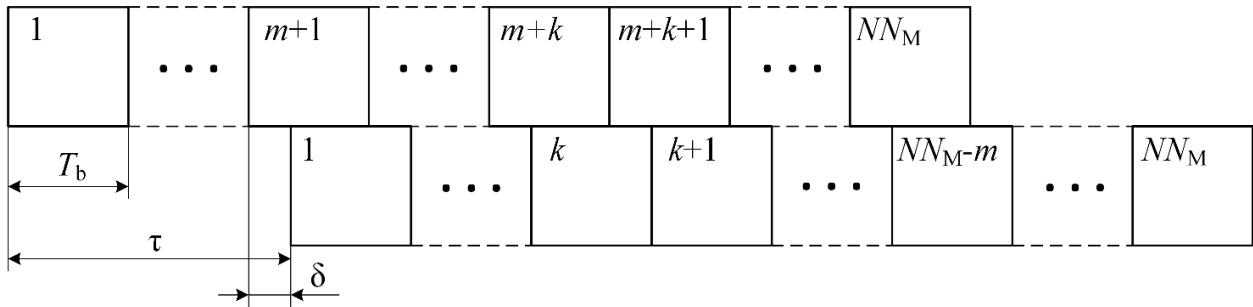


Рис. 1. К расчету ФН импульса КДС-МП.

Корреляционный интеграл (22) представим в виде суммы корреляционных интегралов элементарных импульсов (битов), составляющих импульс КДС-МП. Из рис. 1 видно, что при $\tau = mT_b + \delta$ имеется корреляция между $r = m + k$

и $s = k$ битами i -го импульса на интервале времени $T_b - \delta$, а также между $r = m + k + 1$ и $s = k$ битами на интервале времени δ . Таким образом, исходный корреляционный интеграл (22) в соответствии со сделанной заменой переменных можно представить в виде сумм корреляционных интегралов между битами $r = m + k$ и $s = k$ на интервале от $T(i-1) + (m+k-1)T_b + \delta$ до $T(i-1) + (m+k-1)T_b + T_b$ при $k = 1, 2, \dots, NN_M - m$ и между битами $r = m + k + 1$ и $s = k$ на интервале от $T(i-1) + (m+k)T_b$ до $T(i-1) + (m+k)T_b + \delta$ при $k = 1, 2, \dots, NN_M - m - 1$.

$$R_i(\tau, F) = \frac{1}{pNN_M T_b} \left[\sum_{k=1}^{NN_M - m} a'_{i,k} a'^*_{i,m+k} b'_k b'^*_{m+k} S_k(t-\delta) S_{m+k}(t) \int_{T(i-1)+(m+k-1)T_b+\delta}^{T(i-1)+(m+k-1)T_b+T_b} \exp\{j2\pi Ft\} dt + \sum_{k=1}^{NN_M - m - 1} a'_{i,k} a'^*_{i,m+k+1} b'_k b'^*_{m+k+1} S_k(t+T_b-\delta) S_{m+k+1}(t) \int_{T(i-1)+(m+k)T_b}^{T(i-1)+(m+k)T_b+\delta} \exp\{j2\pi Ft\} dt \right]. \quad (23)$$

Интегралы в (23) являются типовыми и определяются согласно выражению:

$$\int_a^b \exp\{j2\pi Ft\} dt = \frac{\sin(\pi F(b-a))}{\pi F} \exp\{j\pi F(b+a)\}.$$

Тогда интегралы в (23) будут равны:

$$\int_{T(i-1)+(m+k-1)T_b+\delta}^{T(i-1)+(m+k-1)T_b+T_b} \exp\{j2\pi Ft\} dt = \frac{\sin(\pi F(T_b - \delta))}{\pi F} \times \exp\{j\pi F[2(i-1)T + 2(m+k-1)T_b + T_b + \delta]\}, \quad (24)$$

$$\int_{T(i-1)+(m+k)T_b}^{T(i-1)+(m+k)T_b+\delta} \exp\{j2\pi Ft\} dt = \frac{\sin(\pi F\delta)}{\pi F} \exp\{j\pi F[2(i-1)T + 2(m+k)T_b + \delta]\}. \quad (25)$$

Подставляя (24) и (25) в (23), получим:

$$\begin{aligned}
 R_i(\tau, F) = & \frac{R'(\delta, F)}{pNN_M} \sum_{k=1}^{NN_M-m} a'_{i,k} a'^*_{i,k+m} b'_k b'^*_{k+m} \times \\
 & \times \exp\{j\pi F [2(i-1)T + 2(k+m-1)T_b + T_b + \delta]\} + \\
 & + \frac{R'(T_b - \delta, F)}{pNN_M} \sum_{k=1}^{NN_M-m-1} a'_{i,k} a'^*_{i,k+m+1} b'_k b'^*_{k+m+1} \times \\
 & \times \exp\{j\pi F [2(i-1)T + 2(k+m)T_b + \delta]\}.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Где:

$$R'(\delta, F) = \frac{\sin(\pi FT_b (1 - \delta/T_b))}{\pi FT_b} \tag{27}$$

и

$$R'(T_b - \delta, F) = \frac{\sin(\pi FT_b (1 - (T_b - \delta)/T_b))}{\pi FT_b} \tag{28}$$

(ФН элементарного импульса (бита) КДС-МП).

Выражение для ФН КДС-МП при $\tau = mT_b$, $m = 0, 1, \dots, NN_M - 1$, ($\delta = 0$)

имеет вид:

$$\begin{aligned}
 R(\tau, F) = & \frac{1}{pNN_M} \frac{\sin(\pi FT_b)}{\pi FT_b} \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^{NN_M-m} a'_{i,k} a'^*_{i,k+m} b'_k b'^*_{k+m} \times \\
 & \times \exp\{j\pi F [2(i-1)T + 2(k+m-1)T_b + T_b]\}.
 \end{aligned} \tag{29}$$

Определим сечение ФН КДС-МП плоскостью $\tau = 0$, т.е. частотную корреляционную функцию (ЧКФ). При $\tau = mT_b = 0$ $m = 0$. Тогда (29) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 R(0, F) = & \frac{1}{pNN_M} \frac{\sin(\pi FT_b)}{\pi FT_b} \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^{NN_M} \exp\{j\pi [F(2(i-1)T + (2(k-1)+1)T_b)]\} = \\
 = & \frac{1}{pNN_M} \frac{\sin(\pi FT_b)}{\pi FT_b} \exp\{j\pi FT_b\} \sum_{i=1}^p \exp\{j2\pi FT(i-1)\} \sum_{k=1}^{NN_M} \exp\{j2\pi FT_b(k-1)\}.
 \end{aligned} \tag{30}$$

Для вычисления сумм в (30) используем выражение для нахождения суммы первых b членов геометрической прогрессии:

$$\sum_{n=1}^b \exp\{jB(n-1)\} = \frac{\sin(bB/2)}{\sin(B/2)} \exp\{jB(b-1)/2\}.$$

Откуда:

$$\sum_{k=1}^{NN_M} \exp\{j2\pi FT_b(k-1)\} = \frac{\sin(\pi NN_M FT_b)}{\sin(\pi FT_b)} \exp\{j\pi(NN_M-1)FT_b\}.$$

$$\sum_{i=1}^p \exp\{j2\pi FT(i-1)\} = \frac{\sin(\pi p FT)}{\sin(\pi FT)} \exp\{j\pi(p-1)FT\}.$$

Таким образом, ЧКФ КДС-МП имеет вид:

$$R(F) = \frac{\sin(\pi FT_p)}{\pi FT_p} \frac{\sin(\pi p FT)}{p \sin(\pi FT)} \exp\{j\pi FT_p(Q(p-1)+1)\}, \quad (31)$$

где $T_p = NN_M T_b$ – длительность импульса КДС-МП.

В выражении (31) первая дробь определяет огибающую ЧКФ полифазного КДС-МП, а вторая дробь – внутреннюю «гребенчатую» структуру. Ширина основного лепестка огибающей ЧКФ по нулевому уровню равна $2/T_p$, ширина «гребней» ЧКФ по нулевому уровню – $2/(pT)$, а ширина БЛ ЧКФ по нулевому уровню – $1/(pT)$. Число БЛ между «гребнями» равно $p-2$. Основной лепесток огибающей ЧКФ содержит $2Q-1$ «гребней».

Далее, рассмотрим сечение ФН КДС-МП плоскостью $F=0$ при $\delta=0$, т.е. АКФ при $\tau = mT_b$. При $F=0$ из (29) получим:

$$R(\tau, 0) = \frac{1}{pNN_M} \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^{NN_M-m} a'_{i,k} a'^*_{i,k+m} b'_k b'^*_{k+m}. \quad (32)$$

Для вычисления ФН КДС-МП мы использовали описание КО i -го импульса КДС-МП (17) через КО r -го бита как сумму NN_M КО соприкасающихся битов. Для приведения АКФ (32) к виду, более наглядному для анализа, сделаем обратный переход от КО бит к КО дискрет.

Произведения $a'_{i,k}b'_k$ в пределах j -ой части импульса КДС-МП, определяемой подматрицей $\mathbf{A}_{p,N/p}^{(j)} = \left\| a_{i,n}^{(j)} \right\|_{i,n=1}^{p,N/p}$, $j=1,2,\dots,p$ [26, 27], будут иметь вид:

$$\overbrace{a'_{i,k} \ a'_{i,k+1} \ \dots \ a'_{i,k+N_M-1}}^l \ \overbrace{a'_{i,k+N_M} \ a'_{i,k+N_M+1} \ \dots \ a'_{i,k+2N_M-1}}^{l+1} \ \dots \ \overbrace{a'_{i,k+(N/p-1)N_M} \ a'_{i,k+(N/p-1)N_M+1} \ \dots \ a'_{i,k+NN_M/p-1}}^{l+N/p-1},$$

$$b'_k \ b'_{k+1} \ \dots \ b'_{k+N_M-1} \ b'_{k+N_M} \ b'_{k+N_M+1} \ \dots \ b'_{k+2N_M-1} \ \dots \ b'_{k+(N/p-1)N_M} \ b'_{k+(N/p-1)N_M+1} \ \dots \ b'_{k+NN_M/p-1}$$

где $k=1,2,\dots,NN_M$ – номер бита в импульсе КДС-МП; $l=1,2,\dots,N$ – номер дискрета в импульсе КДС-МП ($l = \lfloor k-1 \rfloor_{N_M} + 1$).

При переходе к нумерации в дискретах, получим следующий вид произведений $a'_{i,k}b'_k$ в пределах j -ой части импульса КДС-МП:

$$\overbrace{a_{i,1}^{(j)} \ a_{i,1}^{(j)} \ \dots \ a_{i,1}^{(j)}}^l \ \overbrace{a_{i,2}^{(j)} \ a_{i,2}^{(j)} \ \dots \ a_{i,2}^{(j)} \ \dots \ a_{i,N/p}^{(j)} \ a_{i,N/p}^{(j)} \ \dots \ a_{i,N/p}^{(j)}}^{l+1} \ \dots \ \overbrace{a_{i,N/p}^{(j)} \ a_{i,N/p}^{(j)} \ \dots \ a_{i,N/p}^{(j)}}^{l+N/p-1},$$

$$b_{j,1} \ b_{j,2} \ \dots \ b_{j,N_M} \ b_{j,1} \ b_{j,2} \ \dots \ b_{j,N_M} \ \dots \ b_{j,1} \ b_{j,2} \ \dots \ b_{j,N_M}$$

где, согласно (7) $b_{j,r} = \exp\left(j \frac{2\pi}{p} \tilde{b}_{j,r}\right)$. Тогда, входящие в (32) элементы МП, согласно (16), будут иметь вид:

$$b'_k = b_{\eta,v}, \quad \eta = \lfloor k-1 \rfloor_{NN_M/p} + 1, \quad v = \langle k-1 \rangle_{N_M} + 1;$$

$$b_{k+m}^* = b_{\eta',v}^*,$$

$$\eta' = \lfloor k+m-1 \rfloor_{NN_M/p} + 1 = \eta + \lfloor m \rfloor_{NN_M/p},$$

$$v' = \langle k+m-1 \rangle_{N_M} + 1 = \langle v+m-1 \rangle_{N_M} + 1.$$
(33)

После перехода к нумерации множителей, входящих в выражение (32), в дискретах, выноса за скобки общих множителей и группировки слагаемых, получим следующее выражение для вычисления АКФ КДС-МП при $0 \leq \tau = mT_b < T_p$:

$$\begin{aligned}
 R(mT_b) = \frac{1}{pNN_M} & \left[\sum_{\eta=1}^{p-j+1} \sum_{v=1}^{N_M - \langle m \rangle_{N_M}} b_{\eta,v} b_{\eta',v'}^* \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{N/p - \langle l-1 \rangle_{N/p}} a_{i,n}^{(\eta)} a_{i,n + \langle l-1 \rangle_{N/p}}^{*(\eta+j-1)} + \right. \\
 & + \sum_{\eta=1}^{p-j+1} \sum_{v=N_M - \langle m \rangle_{N_M}}^{N_M - 1} b_{\eta,v+1} b_{\eta',(v+1)'}^* \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{N/p - \langle l-1 \rangle_{N/p} - 1} a_{i,n}^{(\eta)} a_{i,n + \langle l-1 \rangle_{N/p} + 1}^{*(\eta+j-1)} + \\
 & + \sum_{\eta=1}^{p-j} \sum_{v=1}^{N_M - \langle m \rangle_{N_M}} b_{\eta,v} b_{(\eta+1)',v'}^* \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{\langle l-1 \rangle_{N/p}} a_{i,N/p+n - \langle l-1 \rangle_{N/p}}^{(\eta)} a_{i,n}^{*(\eta+j)} + \\
 & \left. + \sum_{\eta=1}^{p-j} \sum_{v=N_M - \langle m \rangle_{N_M}}^{N_M - 1} b_{\eta,v+1} b_{(\eta+1)',(v+1)'}^* \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{\langle l-1 \rangle_{N/p} + 1} a_{i,N/p+n - \langle l-1 \rangle_{N/p} - 1}^{(\eta)} a_{i,n}^{*(\eta+j)} \right], \quad (34)
 \end{aligned}$$

где $l = \lfloor m \rfloor_{N_M} + 1$, $m = 0, 1, \dots, NN_M - 1$, – номер дискрета в импульсе КДС-МП;
 $j = \lfloor m \rfloor_{NN_M/p} + 1$ – номер части импульса КДС-МП, определяемой подматрицей $\mathbf{A}_{p,N/p}^{(j)}$, $j = 1, 2, \dots, p$.

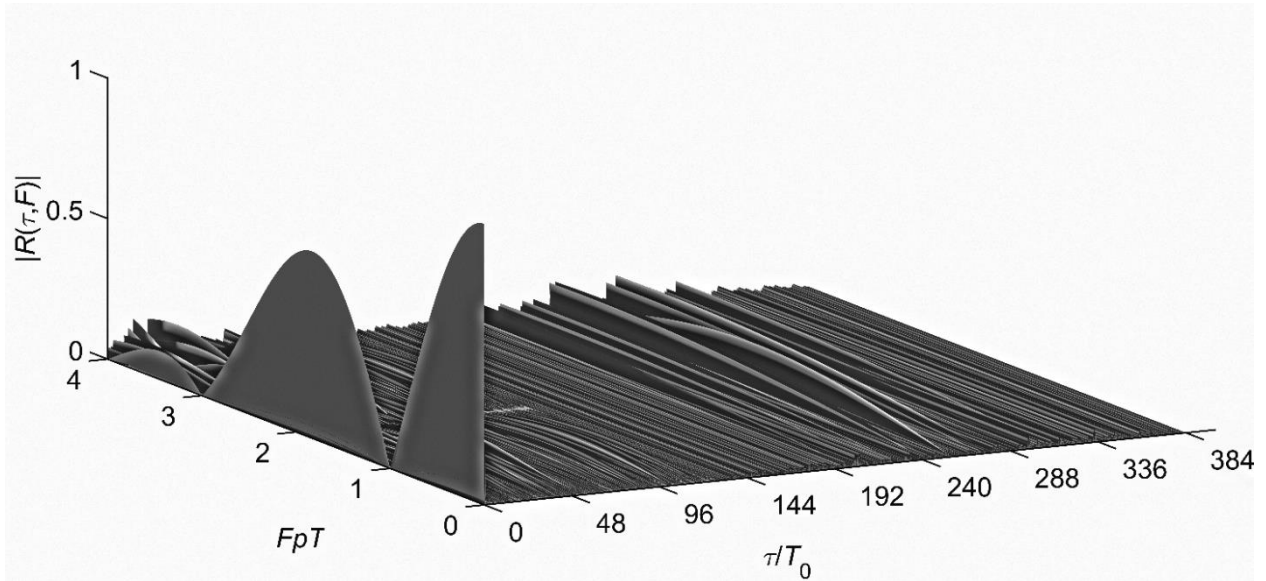


Рис. 2. ФН бинарного КДС-МП с $N = 128$, $N_M = 15$ и $Q = 2$.

На рис. 2 изображена часть ФН $|R(\tau, F)|$ (при $F < 1/T_p$) бинарного КДС-МП при $\xi=1$ с параметрами: число дискрет в импульсах КДС $N = 3^{6+1} = 128$, дискреты импульсов КДС кодированы ансамблем из двух двоичных МП с характеристическими полиномами $f_1(x) = x^4 + x + 1$ и $f_2(x) = x^4 + x^3 + 1$, начальными комбинациями первой и второй МП $\{0,0,1,1\}$ и $\{0,1,0,0\}$ соответственно, скважность $Q = 2$.

4. Анализ корреляционных характеристик КДС-МП

Проведем анализ выражения (34) для различных значений рассогласования по времени задержки τ при $m = 0, 1, \dots, NN_M - 1$. При $m = 0, 1, \dots, N_M - 1$, т.е. при рассогласовании в пределах первого дискрета, из (34) получим выражение ($j = 1, l = 1$):

$$R(mT_b) = \frac{1}{pNN_M} \left[\sum_{\eta=1}^p \sum_{v=1}^{N_M-m} b_{\eta,v} b_{\eta,v+m}^* \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{N/p} a_{i,n}^{(\eta)} a_{i,n}^{*(\eta)} + \sum_{\eta=1}^p \sum_{v=N_M-m}^{N_M-1} b_{\eta,v+1} d_{\eta,v+m+1}^* \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{N/p-1} a_{i,n}^{(\eta)} a_{i,n+1}^{*(\eta)} + \sum_{\eta=1}^{p-1} \sum_{v=N_M-m}^{N_M-1} b_{\eta,v+1} b_{\eta+1,v+m+1}^* \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^1 a_{i,N/p+n-1}^{(\eta)} a_{i,n}^{*(\eta+1)} \right],$$

где второе и третье слагаемые равны нулю в соответствии с условиями (13) работ [26, 27] при $\eta = \rho$ и $\eta \neq \rho$ соответственно. Тогда окончательно получим выражение:

$$R(mT_b) = \frac{1}{pN_M} \sum_{\eta=1}^p \sum_{v=1}^{N_M-m} b_{\eta,v} b_{\eta,v+m}^*, \quad (35)$$

совпадающее с выражением (15) при $M = 1$, где $R_{S_{\eta-1}^{\xi}}(\tau) = \frac{1}{N_M} \sum_{v=1}^{N_M-m} b_{\eta,v} b_{\eta,v+m}^*$,

$\eta = 1, 2, \dots, p$. Выражение (35) представляет собой нормированную сумму из p АКФ МП, входящих в матрицу (7). Подбирая в матрице (7) ансамбль

из p МП с различными номерами характеристических полиномов и различными начальными комбинациями, можно получить минимальный уровень БЛ суммарной АКФ ансамбля МП для заданного периода N_M .

При $m = N_M, N_M + 1, \dots, NN_M/p - 1$, т.е. при рассогласовании в пределах первой части импульса КДС-МП, из (34) получим выражение ($j = 1, l = 2, 3, \dots, N/p$):

$$\begin{aligned}
 R(mT_b) = & \frac{1}{pNN_M} \left[\sum_{\eta=1}^p \sum_{v=1}^{N_M - \langle m \rangle_{N_M}} b_{\eta, v} b_{\eta, \langle v+m-1 \rangle_{N_M}}^* + \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{N/p - (l-1)} a_{i, n}^{(\eta)} a_{i, n+(l-1)}^{*(\eta)} + \right. \\
 & + \sum_{\eta=1}^p \sum_{v=N_M - \langle m \rangle_{N_M}}^{N_M - 1} b_{\eta, v+1} b_{\eta, \langle v+m \rangle_{N_M}}^* + \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{N/p - l} a_{i, n}^{(\eta)} a_{i, n+l}^{*(\eta)} + \\
 & + \sum_{\eta=1}^{p-1} \sum_{v=1}^{N_M - \langle m \rangle_{N_M}} b_{\eta, v} b_{\eta+1, \langle v+m-1 \rangle_{N_M}}^* + \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^{l-1} a_{i, N/p+n-(l-1)}^{(\eta)} a_{i, n}^{*(\eta+1)} + \\
 & \left. + \sum_{\eta=1}^{p-1} \sum_{v=N_M - \langle m \rangle_{N_M}}^{N_M - 1} b_{\eta, v+1} b_{\eta+1, \langle v+m \rangle_{N_M}}^* + \sum_{i=1}^p \sum_{n=1}^l a_{i, N/p+n-l}^{(\eta)} a_{i, n}^{*(\eta+1)} \right]. \tag{36}
 \end{aligned}$$

В выражении (36) в качестве множителей непосредственно выступают условия (13) из работ [26, 27] при $\eta = \rho$ (первое и второе слагаемые) и $\eta \neq \rho$ (третье и четвертое слагаемые). Поэтому, в соответствии с определением КДС при $m = N_M, N_M + 1, \dots, NN_M/p - 1$ $R(mT_b) = 0$.

Аналогично (36), раскрывая выражение (34), можно показать, что при $m = NN_M/p, NN_M/p + 1, \dots, NN_M - 1$ $R(mT_b) = 0$.

Перейдем к анализу суммарных корреляционных характеристик КДС-МП. АКФ когерентной пачки из M КДС-МП при $|\tau| < \tau_S$ есть суммарная АКФ ансамбля КДС-МП, входящих в пачку, которая определяется с помощью выражения (3).

При $|m| = 0, 1, \dots, N_M - 1$ ($|\tau| < T_0$) согласно (11), (15) и (35) получим, что:

$$R_\xi(mT_b) = \frac{1}{pN_M} \sum_{\eta=1}^p \sum_{v=1}^{N_M-m} b_{\langle \eta+J_1-2 \rangle_{p+1}, \langle v+\Delta-1 \rangle_{N_M+1}} b_{\langle \eta+J_1-2 \rangle_{p+1}, \langle v+\Delta-1+m \rangle_{N_M+1}}^* \quad (37)$$

где $\mathbf{B}_{p, N_M}^\xi = \left\| b_{\langle \eta+J_1-2 \rangle_{p+1}, \langle r+\Delta-1 \rangle_{N_M+1}} \right\|_{\eta, r=1}^{p, N_M}$ – матрица (7), содержащая ансамбль из p МП с различными характеристическими полиномами степени q_M .

Из (37) следует, что при $|m| = 0, 1, \dots, N_M - 1$ суммарная АКФ ансамбля из M КДС-МП (3) есть суммарная АКФ составного циклического ансамбля из $p \times M$ МП [20, 22, 23]. При $m=0$ $R^\Sigma(mT_b) = 1$, а при $|m| = 1, 2, \dots, N_M - 1$ относительный уровень БЛ суммарной АКФ зависит от:

– набора из p характеристических полиномов степени q_M МП с периодом $N_M = p^{q_M} - 1$, кодирующих дискреты соответствующих частей импульсов КДС-МП пачки;

– начальных комбинаций ансамбля из p МП, кодирующих соответствующие части импульсов первого КДС-МП (согласно (11) начальные комбинации p МП в ξ -ом КДС будут циклически сдвинуты относительно начальных комбинаций соответствующих МП в первом КДС на величину $\Delta = (\xi - 1) \lceil N_M / M \rceil$).

В случае, если число КДС-МП в когерентной пачке $M \geq N_M$, то циклический ансамбль МП будет полным, и суммарная АКФ ансамбля из M КДС-МП при $|m| = 1, 2, \dots, N_M - 1$ [20, 22, 23]:

$$R^\Sigma(mT_b) = -\frac{1}{N_M} + \frac{|m|}{N_M^2}.$$

При $|m| = N_M, N_M + 1, \dots, NN_M - 1$ ($T_0 \leq |\tau| < T_p$) согласно (12) и (36)

$$R^\Sigma(mT_b) = 0.$$

АКФ когерентной пачки из M КДС-МП при $\tau_s(Q_t - 1) \leq |\tau| < \tau_s(Q_t + 1)$ есть суммарная ВКФ смежных КДС-МП ансамбля, входящих в пачку, и определяется с помощью выражения (4).

При $|m| = 0, 1, \dots, N_M - 1$ ($|\tau| < T_0$) согласно (11) и (14) получим, что:

$$R_{\xi, \xi+1}(mT_b) = \frac{1}{pN_M} \sum_{\eta=1}^p W^{\eta-1} \sum_{v=1}^{N_M-m} b_{\langle \eta+J_1-2 \rangle_{p+1}, \langle v+\Delta_{\xi+1}-1 \rangle_{N_M}+1}^* b_{\langle \eta+J_1-2 \rangle_{p+1}, \langle v+\Delta_{\xi}+m-1 \rangle_{N_M}+1}, \quad (38)$$

где $\Delta_{\xi} = (\xi - 1) \lceil N_M / M \rceil$; $\Delta_{\xi+1} = \xi \lceil N_M / M \rceil$ – величины циклического сдвига МП в ξ -ом и $\xi+1$ -ом КДС-МП относительно МП в первом КДС-МП соответственно.

Для того, чтобы ВКФ смежных ξ -го и $\xi+1$ -го, $\xi = 1, 2, \dots, M - 1$, КДС-МП пачки (38), а значит и $R_{ij}^{\Sigma}(\tau)$ при $|\tau| < T_0$, и $R_{ij}^{\Sigma}_{C \max}$, были равны нулю, необходимо чтобы ВКФ соответствующих КО дискрет:

$$R_{S_{\eta-1}^{\xi+1}, S_{\eta-1}^{\xi}}(\tau) = \frac{1}{N_M} \sum_{v=1}^{N_M-m} b_{\langle \eta+J_1-2 \rangle_{p+1}, \langle v+\Delta_{\xi+1}-1 \rangle_{N_M}+1}^* b_{\langle \eta+J_1-2 \rangle_{p+1}, \langle v+\Delta_{\xi}+m-1 \rangle_{N_M}+1}.$$

В разных частях $\eta = 1, 2, \dots, p$ импульсов были равны, тогда $R_{S_{\eta-1}^{\xi+1}, S_{\eta-1}^{\xi}}(\tau)$ в (38) выносятся за знак суммы и сумма будет равна нулю (сумма p членов геометрической прогрессии с первым членом равным единице и разностью W). Для этого необходимо соответствующим образом подобрать набор из p характеристических полиномов и начальные комбинации МП, кодирующих соответствующие части импульсов первого КДС-МП пачки.

При $|m| = N_M, N_M + 1, \dots, NN_M - 1$ ($T_0 \leq |\tau| < T_p$) согласно (13) суммарная ВКФ смежных КДС-МП ансамбля $R_{ij}^{\Sigma}(mT_b) = 0$.

5. Сравнительный анализ корреляционных характеристик КДС-МП и ортогональных ЛЧМ и ФКМ-сигналов

Для сравнительного анализа корреляционных характеристик различных типов зондирующих сигналов необходимо обеспечить равенство их импульсных мощностей (длительностей импульсов T_p) для равенства основных лепестков АКФ и равенство полос их спектров F_S . Для КДС-МП и ФКМ-сигнала, кодированного МП, запишем условия равенства их T_p и F_S :

$$\begin{cases} pT_p = T_{pМП} \\ F_S = F_{SМП} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} pNN_M T_b = (N_{МП} + 1)T_{0МП} \\ 1/T_b = 1/T_{0МП} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_b = T_{0МП} \\ N_{МП} = pNN_M - 1 \end{cases}, \quad (39)$$

где $F_S = 1/T_b$ – ширина спектра КДС-МП;

$T_{pМП}$, $T_{0МП}$, $F_{SМП}$, $N_{МП} = p^r - 1$ – длительности импульса, дискрета, ширина спектра ФКМ-сигнала, кодированного усеченной МП, и период МП соответственно.

Из равенства в (39):

$$N_{МП} = pNN_M - 1 \Leftrightarrow p^r = p^{q+2}N_M$$

следует, что:

$$N_M = p^{r-q-2},$$

т.е. для выполнения этого равенства, где $N_M = p^{q_M} - 1$, к периоду МП, кодирующих дискреты КДС-МП, необходимо добавить один элемент МП со смежного периода. Тогда условия (39) будут иметь вид:

$$\begin{cases} T_b = T_{0МП} \\ N_{МП} = pN(N_M + 1) - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_b = T_{0МП} \\ r = q + q_M + 2 \end{cases}, \quad (40)$$

где r – степень характеристического полинома МП, кодирующей ФКМ-сигнал.

Для КДС-МП и ЛЧМ-сигнала условия равенства T_p и F_S с учетом (40)

имеют вид:

$$\begin{cases} pN(N_M + 1)T_b = T_{p\text{ЛЧМ}} \\ 1/T_b = \Delta f_{\text{ЛЧМ}} \end{cases} \Rightarrow B_{\text{ЛЧМ}} = T_{p\text{ЛЧМ}} \Delta f_{\text{ЛЧМ}} = pN(N_M + 1) = N_{\text{МП}} + 1, \quad (41)$$

где $T_{p\text{ЛЧМ}}$, $\Delta f_{\text{ЛЧМ}}$, $B_{\text{ЛЧМ}}$ – длительность импульса, девиация частоты и база ЛЧМ-сигнала.

Кроме выполнения условий (40) и (41) необходимо определить связь между скважностями когерентных пачек КДС-МП и ФКМ, ЛЧМ-сигналов, так как они имеют одинаковые периоды повторения ($T_{\text{КДС}}$, $T_{\text{МП}}$ и $T_{\text{ЛЧМ}}$ соответственно), но разные длительности.

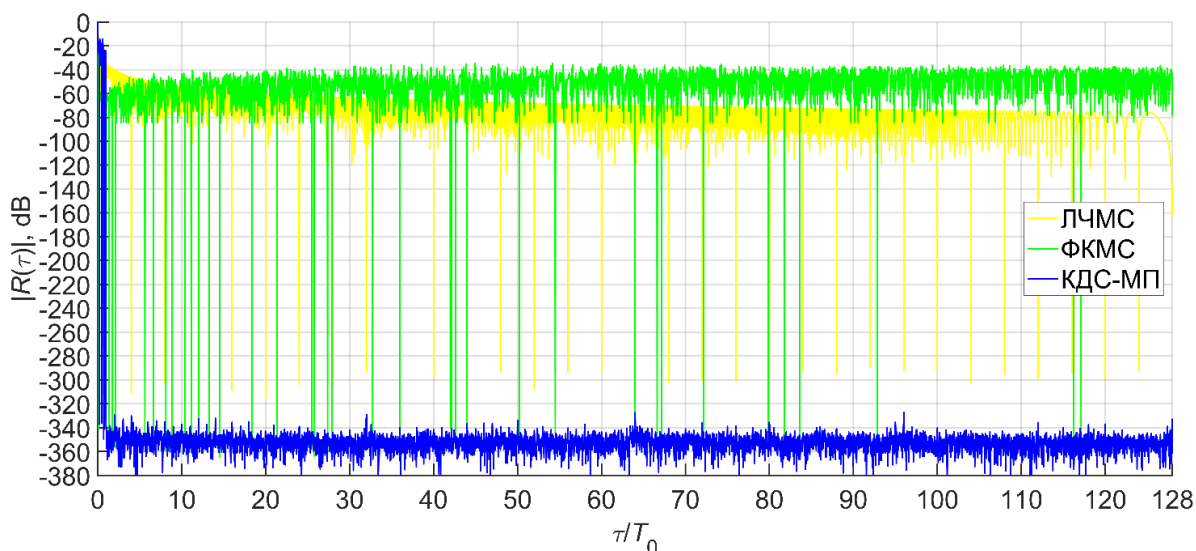
$$T_{\text{КДС}} = Q_t \tau_s = Q_t T_p ((p-1)Q + 1) = T_{\text{МП}} = T_{\text{ЛЧМ}} = Q'_t p T_p \Rightarrow Q'_t = Q_t ((p-1)Q + 1) / p,$$

где Q_t , Q'_t – скважности пачек КДС-МП и ФКМ, ЛЧМ-сигналов соответственно (Q – скважность КДС).

На рис. 3 и 4 изображены части АКФ $|R(\tau)|$ при $\tau < T_p$, соответствующие ZACZ, одиночных бинарных КДС-МП, ФКМ и ЛЧМ-сигналов (ФКМС и ЛЧМС) без рассогласования и с относительным рассогласованием по частоте Доплера на величину $FpT = 0.3$ ($T = QT_p$) соответственно. Сигналы имеют следующие параметры:

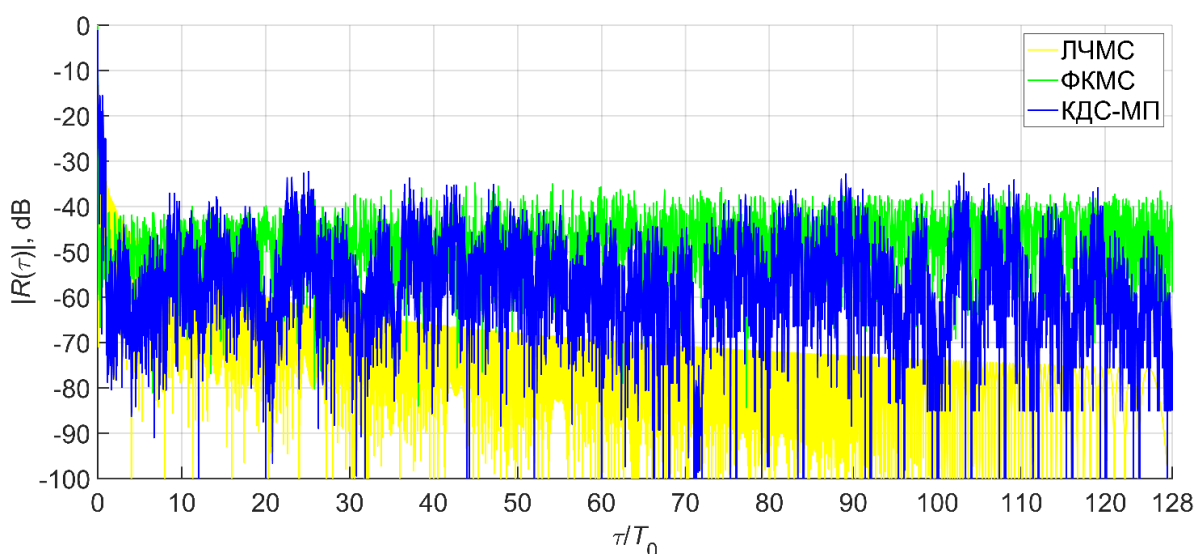
$$N = 128, N_M = 15, N_{\text{МП}} + 1 = B_{\text{ЛЧМ}} = 4096, T_b = T_{0\text{МП}} = 1 \text{ мкс}, \\ T_{p\text{ЛЧМ}} = 4096 \text{ мкс}, Q = 2, Q_t = 2, Q'_t = 3.$$

Дискреты импульсов КДС-МП кодированы ансамблем из двух двоичных МП с теми же параметрами, что и КДС-МП с ФН, изображенной на рис. 2.

Рис. 3. АКФ КДС-МП, ФКМС и ЛЧМС при $F = 0$.

АКФ одиночных сигналов имеют следующие показатели при отсутствии рассогласования по частоте Доплера для КДС-МП: $R_{Z_{\max}} = -327.1$ дБ, $R_{\max} = -25.9$ дБ, $R_{Z_{\text{int}}} = -312.0$ дБ, $R_{\text{int}} = -7.3$ дБ; для ФКМ-сигнала: $R_{\max} = -34.5$ дБ, $R_{\text{int}} = -8.9$ дБ; для ЛЧМ-сигнала: $R_{\max} = -13.5$ дБ, $R_{\text{int}} = -10.3$ дБ.

При рассогласовании по частоте Доплера на величину $FpT = 0.3$ для КДС-МП: $R_{Z_{\max}} = -32.3$ дБ, $R_{\max} = -25.9$ дБ, $R_{Z_{\text{int}}} = -14.1$ дБ, $R_{\text{int}} = -7.2$ дБ; для ФКМ-сигнала: $R_{\max} = -34.9$ дБ, $R_{\text{int}} = -8.5$ дБ; для ЛЧМ-сигнала: $R_{\max} = -13.5$ дБ, $R_{\text{int}} = -10.3$ дБ.

Рис. 4. АКФ КДС-МП, ФКМС и ЛЧМС при $FpT = 0.3$.

На рис. 5 и 6 представлены суммарная АКФ ансамбля КДС-МП и части суммарных АКФ $|R^\Sigma(\tau)|$ при $\tau < \tau_s$, $\tau_s = T_p((p-1)Q+1)$, ансамблей из $M = 50$ ортогональных ФКМ и ЛЧМ-сигналов без рассогласования и с относительным рассогласованием по частоте Доплера на величину $FpT = 0.3$ соответственно.

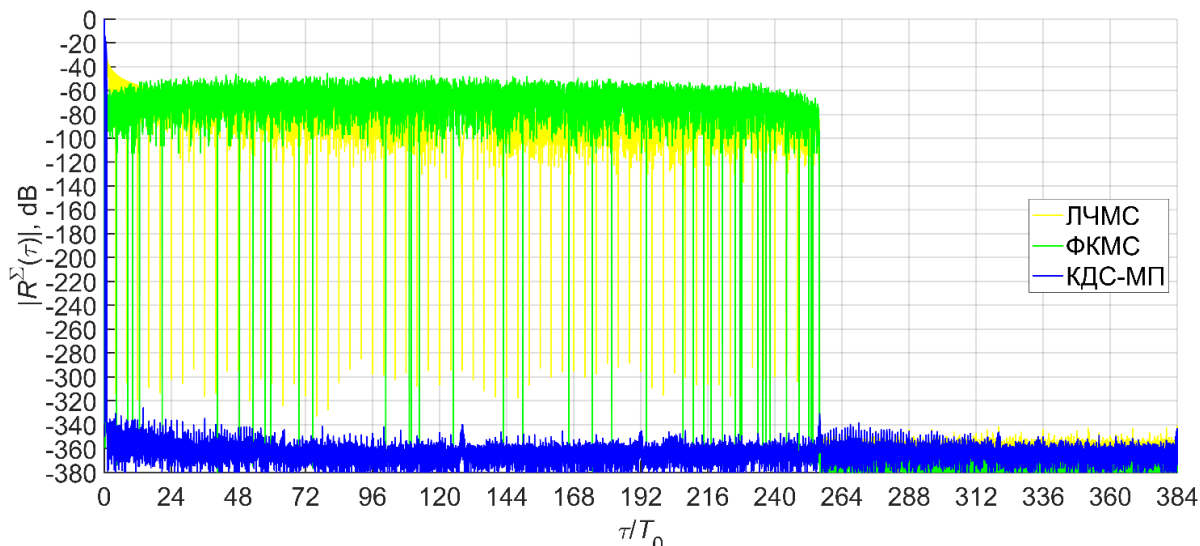


Рис. 5. АКФ пачки из 50 КДС-МП, ФКМС и ЛЧМС при $\tau < \tau_s$ и $F = 0$.

Суммарные АКФ ансамблей сигналов имеют следующие показатели при отсутствии рассогласования по частоте Доплера для КДС-МП:

$$R_{Z_{\max}}^\Sigma = -326.1 \text{ дБ}, \quad R_{\max}^\Sigma = -330.9 \text{ дБ}, \quad R_{Z_{\text{int}}}^\Sigma = -317.6 \text{ дБ}, \quad R_{\text{int}}^\Sigma = -319.8 \text{ дБ};$$

для ФКМ-сигнала: $R_{\max}^\Sigma = -45.7 \text{ дБ}$, $R_{\text{int}}^\Sigma = -23.0 \text{ дБ}$; для ЛЧМ-сигнала:

$$R_{\max}^\Sigma = -13.5 \text{ дБ}, \quad R_{\text{int}}^\Sigma = -10.3 \text{ дБ}.$$

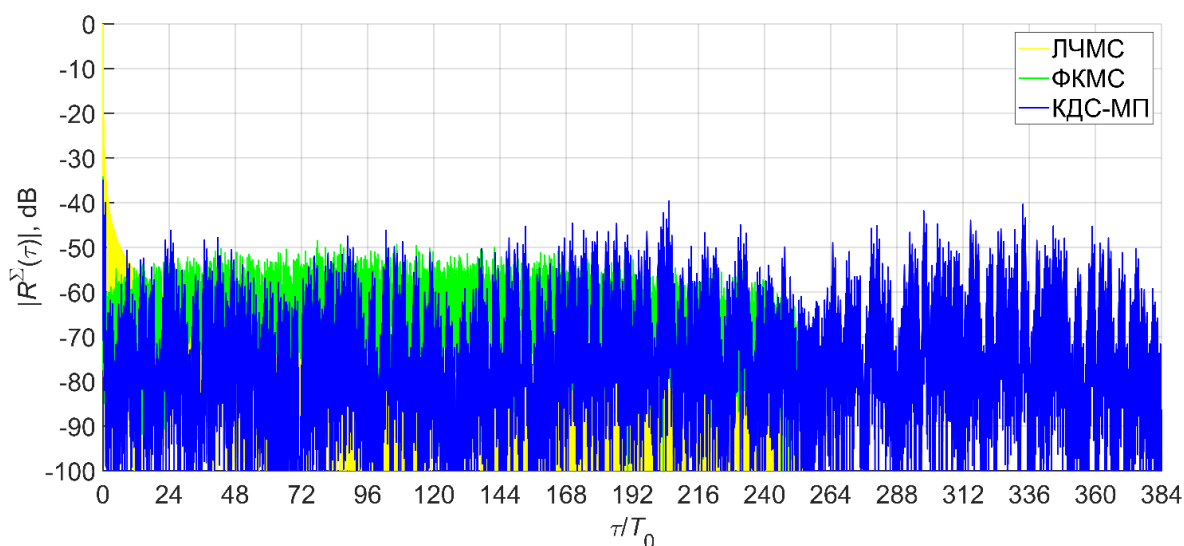


Рис. 6. АКФ пачки из 50 КДС-МП, ФКМС и ЛЧМС при $\tau < \tau_s$ и $FpT = 0.3$.

При рассогласовании по частоте Доплера на величину $FpT = 0.3$ для КДС-МП: $R_{Z_{\max}}^{\Sigma} = -46.2$ дБ, $R_{\max}^{\Sigma} = -39.7$ дБ, $R_{Z_{\text{int}}}^{\Sigma} = -30.7$ дБ, $R_{\text{int}}^{\Sigma} = -24.0$ дБ; для ФКМ-сигнала: $R_{\max}^{\Sigma} = -48.5$ дБ, $R_{\text{int}}^{\Sigma} = -23.5$ дБ; для ЛЧМ-сигнала: $R_{\max}^{\Sigma} = -13.5$ дБ, $R_{\text{int}}^{\Sigma} = -10.3$ дБ.

Из рис. 5 также видно, что при отсутствии рассогласования по частоте АКФ пачки бинарных КДС-МП имеет нулевую зону автокорреляции не только при $\tau < T_p$, но и при $\tau < \tau_s$. Доказано (здесь не приводится из-за достаточно емкого доказательства), что при $T_p \leq |\tau| < \tau_s$ $R^{\Sigma}(\tau) = 0$ только для бинарных КДС-МП и при четном числе импульсов в пачке M .

На рис. 7 и 8 изображены суммарная ВКФ смежных КДС-МП пачки и части суммарных ВКФ $|R_{ij}^{\Sigma}(\tau)|$ при $|\tau| < T_p$ смежных ортогональных ФКМ и ЛЧМ-сигналов пачек ($M = 50$) без рассогласования и с относительным рассогласованием по частоте Доплера на величину $FpT = 0.3$ соответственно.

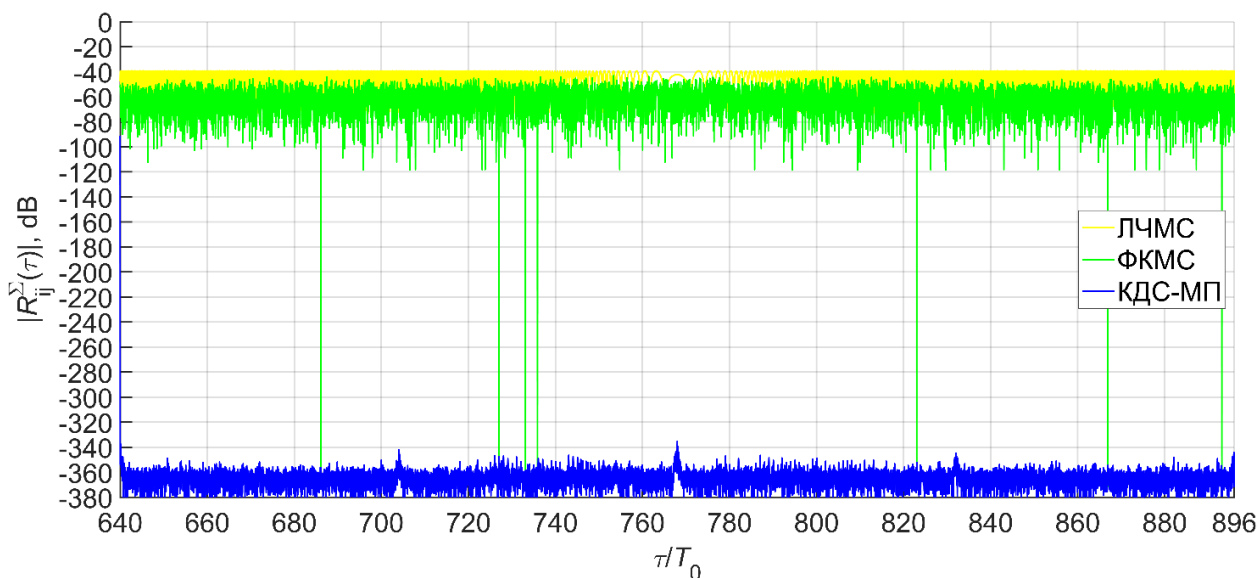


Рис. 7. АКФ пачки из 50 КДС-МП, ФКМС и ЛЧМС при $\tau_s Q_t - T_p \leq \tau < \tau_s Q_t + T_p$ и $F = 0$.

Суммарные ВКФ смежных сигналов когерентных пачек имеют следующие показатели при отсутствии рассогласования по частоте Доплера для КДС-МП:

$$R_{ijC_{\max}}^{\Sigma} = -335.3 \text{ дБ}, \quad R_{ijZ_{\max}}^{\Sigma} = -346.4 \text{ дБ}, \quad R_{ij_{\max}}^{\Sigma} = -17.8 \text{ дБ}, \quad R_{ijZ_{\text{int}}}^{\Sigma} = -330.7 \text{ дБ},$$

$R_{ij\text{int}}^{\Sigma} = -7.8$ дБ; для ФКМ-сигнала: $R_{ij\text{max}}^{\Sigma} = -43.1$ дБ, $R_{ij\text{int}}^{\Sigma} = -20.8$ дБ;
 для ЛЧМ-сигнала: $R_{ij\text{max}}^{\Sigma} = -36.8$ дБ, $R_{ij\text{int}}^{\Sigma} = -6.3$ дБ.

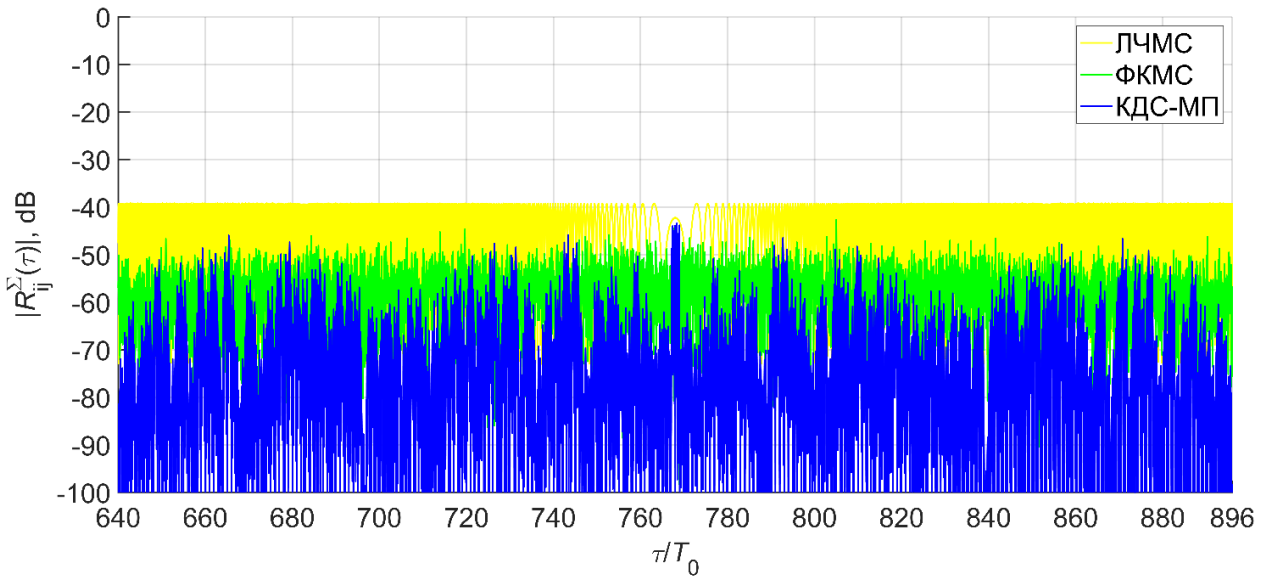


Рис. 8. АКФ пачки из 50 КДС-МП, ФКМС и ЛЧМС
 при $\tau_S Q_t - T_p \leq \tau < \tau_S Q_t + T_p$ и $FpT = 0.3$.

При рассогласовании по частоте Доплера на величину $FpT = 0.3$
 для КДС-МП: $R_{ijC\text{max}}^{\Sigma} = -43.4$ дБ, $R_{ijZ\text{max}}^{\Sigma} = -45.9$ дБ, $R_{ij\text{max}}^{\Sigma} = -39.6$ дБ,
 $R_{ijZ\text{int}}^{\Sigma} = -36.4$ дБ, $R_{ij\text{int}}^{\Sigma} = -23.2$ дБ; для ФКМ-сигнала: $R_{ij\text{max}}^{\Sigma} = -42.7$ дБ,
 $R_{ij\text{int}}^{\Sigma} = -20.9$ дБ; для ЛЧМ-сигнала: $R_{ij\text{max}}^{\Sigma} = -36.8$ дБ, $R_{ij\text{int}}^{\Sigma} = -6.3$ дБ.

Заключение

В работе для РСА синтезирован полифазный (p -фазный, где $p \geq 2$ – простое число) зондирующий сигнал с нулевой зоной автокорреляции, представляющий собой пачку из p ФКМ-импульсов, кодированных комплементарными последовательностями p -ичного D-кода с дополнительной фазокодовой манипуляцией дискрет импульсов набором из p p -ичных МП, названный когерентным дополнительным сигналом (КДС-МП). Проведен сравнительный анализ корреляционных характеристик одиночных бинарного КДС-МП с ЛЧМ и ФКМ-сигналом, кодированным двоичной МП, а также суммарных корреляционных характеристик ансамбля

из 50 КДС-МП с ансамблями такого же числа ортогональных ЛЧМ и ФКМ-сигналов. В нулевой зоне автокорреляции и взаимной корреляции ($R(\tau)$, $R^\Sigma(\tau)$ и $R_{ij}^\Sigma(\tau)$ при $|\tau| < T_p$) при отсутствии рассогласования по частоте Доплера все показатели соответствующих корреляционных характеристик КДС-МП меньше -300 дБ. При рассогласовании по частоте Доплера на величину $FpT = 0.3$ одиночный КДС-МП немного уступает ФКМ-сигналу по уровню максимального БЛ АКФ (≈ 2.6 дБ), но превосходит ЛЧМ-сигнал по уровню одностороннего интегрального корреляционного шума (≈ 3.8 дБ; ЛЧМ-импульс независимо от базы сигнала имеет достаточно высокий $R_{\max} = -13.5$ дБ и достаточно низкий (по сравнению с ФКМ-импульсом) $R_{\text{int}} = -(10 \div 11)$ дБ.). По уровню максимального БЛ суммарной АКФ ансамбль КДС-МП также немного уступает ансамблю ортогональных ФКМ-сигналов (≈ 2.3 дБ), но превосходит его по уровню одностороннего интегрального корреляционного шума (≈ 7.2 дБ; суммарные АКФ составных циклических ансамблей МП превосходят суммарные АКФ ансамблей ортогональных ЛЧМ-импульсов по всем уровням БЛ). Ансамбль КДС-МП при рассогласовании по частоте Доплера на величину $FpT = 0.3$ в нулевой зоне взаимной корреляции превосходит ансамбль ортогональных ФКМ-сигналов как по уровню максимального БЛ суммарной ВКФ (≈ 3.2 дБ), так и по уровню одностороннего интегрального корреляционного шума (≈ 15.5 дБ). Таким образом, применение в РСА КДС-МП в качестве зондирующего сигнала позволит улучшить качество РЛИ как точечных целей, так и протяженных объектов.

Финансирование: Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 23-19-00485, <https://rscf.ru/project/23-19-00485/>.

Литература

1. Новые технологии дистанционного зондирования Земли из космоса / В.В. Груздов, Ю.В. Колковский, А.В. Криштопов, А.И. Кудря. – Москва: Техносфера, 2018. – 482 с.
2. Кудря А.И. Расширение возможностей использования М-последовательности в РСА / А.И. Кудря, Е.Ф. Толстов, В.Н. Четверик // Труды 5-ой Всероссийской научной конференции «Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред» (г. Муром, 26–28 июня 2012 г.). – Муром: МиВЛГУ, 2012. – С. 518–531.
3. Вновь открытая планета (Радиолокационные исследования Венеры с космических аппаратов «Венера-15» и «Венера-16») / Ю.Н. Александров, А.Т. Базилевский, В.А. Котельников [и др.] // *Астрономия*. – 1987. – Т. 32. – С. 201.
4. Johnson W.T.K. Magellan imaging radar mission to Venus / W.T.K. Johnson // *Proceedings of the IEEE*. – 1991. – Vol. 79, № 6. – P. 777–790.
5. Earth-based 12.6-cm wavelength radar mapping of the Moon: New views of impact melt distribution and mare physical properties / B.A. Campbell, L.M. Carter, D.B. Campbell [et al.] // *Icarus*. – 2010. – Vol. 208, № 2. – P. 565–573.
6. Alfonzo G.C. Orthogonal Waveform Experiments with a Highly Digitized Radar / G.C. Alfonzo, M. Jirousek, M. Peichl // *Proceedings of the 9th European Conference on Synthetic Aperture Radar (Nuremberg, 23–26 April 2012)*. – Frankfurt: VDE, 2012.
7. Galati G. Orthogonal Waveforms for Multistatic and Multifunction Radar / G. Galati, G. Pavan, A. Franco // *Proceedings of the 9th European Radar Conference (Amsterdam, 31 October – 2 November 2012)*. – N.Y.: IEEE, 2013. – P. 310–313.
8. Garren D.A. Use of P3-coded transmission waveforms to generate synthetic aperture radar images / D.A. Garren, P.E. Pace, R.A. Romero // *Proceedings of the 2014 IEEE Radar Conference (Cincinnati, 19–23 May 2014)*. – N.Y.: IEEE, 2014. – P. 0765–0768.

9. Захаров А.И. Влияние интегрального уровня боковых лепестков ортогональных полиномов сигнала РСА на качество измерений / А.И. Захаров // Труды 7-ой Всероссийской научной конференции «Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред» (г. Муром, 31 мая –2 июня 2016 г.). – Муром: МиВЛГУ, 2016. – С. 377–381.
10. Mittermayer J. Range ambiguity suppression in SAR by up and down chirp modulation for point and distributed targets / J. Mittermayer, J.M. Martinez // Proceedings of the 2003 International Geoscience and Remote Sensing Symposium (Toulouse, 21–25 July 2003). – N.Y.: IEEE, 2003. – P. 4077–4079.
11. Ипанов Р.Н. Полифазные когерентные дополнительные сигналы / Р.Н. Ипанов // Журнал радиоэлектроники. – 2017. – № 1. – URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan17/14/text.pdf>.
12. Ипанов Р.Н. Импульсные фазоманипулированные сигналы с нулевой зоной автокорреляции / Р.Н. Ипанов // Радиотехника и электроника. – 2018. – Т. 63, № 8. – С. 823–830. – <https://doi.org/10.1134/S0033849418080077>.
13. Ipanov R.N. Radar Signals with ZACZ Based on Pairs of D-Code Sequences and Their Compression Algorithm / R.N. Ipanov, A.I. Baskakov, N. Olyunin, Min-Ho Ka // IEEE Signal Processing Letters. – 2018. – Vol. 25, № 10. – P. 1560–1564. – <https://doi.org/10.1109/LSP.2018.2867734>.
14. Баскаков А.И. Фазокодоманипулированные радиолокационные сигналы для точного определения дальности и скорости малоразмерных космических объектов / А.И. Баскаков, Р.Н. Ипанов, А.А. Комаров // Журнал радиоэлектроники. – 2018. – № 12. – URL: <http://jre.cplire.ru/jre/dec18/7/text.pdf>.
15. Baskakov A.I. The Use of Phase-shift Keyed Signals with a Zero Autocorrelation Zone in a Multi-position Radar System for Searching and Detecting of Space Debris Objects / A.I. Baskakov, R.N. Ipanov, A.A. Komarov // Proceedings of the 2019 PhotonIcs & Electromagnetics Research Symposium (Rome, 17–20 June 2019). – N.Y.: IEEE, 2020. – P. 1043–1049. – <https://doi.org/10.1109/PIERS-Spring46901.2019.9017759>.

16. Ипанов Р.Н. Зондирующие сигналы с нулевой зоной автокорреляции для радиолокаторов с синтезированной апертурой / Р.Н. Ипанов // Журнал радиоэлектроники. – 2019. – № 8. – URL: <http://jre.cplire.ru/jre/aug19/7/text.pdf>.
17. Ipanov R.N. Signals with zero autocorrelation zone for the synthesised aperture radar / R.N. Ipanov // Electronics Letters. – 2019. – Vol. 55, № 19. – P. 1063-1065. – <https://doi.org/10.1049/el.2019.1918>.
18. Ipanov R.N. Polyphase Radar Signals with ZACZ Based on p-Pairs D-Code Sequences and Their Compression Algorithm. Infocommunications Journal / R.N. Ipanov // – 2019. – Vol. 11, № 3. – P. 21–27. – <https://doi.org/10.36244/ICJ.2019.3.4>.
19. Ipanov R.N. Phase-Code Shift Keyed Probing Signals with Discrete Linear Frequency Shift Keying and Zero Autocorrelation Zone / R.N. Ipanov, A.A. Komarov, A.P. Klimova // Proceedings of the 2019 International Conference on Engineering and Telecommunication (Dolgoprudny, 20–21 November 2019). – N.Y.: IEEE, 2020. – P. 1–5. – <https://doi.org/10.1109/EnT47717.2019.9030566>.
20. Ipanov R.N. Phase-Code Shift Keyed Probing Signals with Discrete Linear Frequency Modulation and Zero Autocorrelation Zone / R.N. Ipanov // Infocommunications Journal. – 2020. – Vol. 12, № 1. – P. 45–52. – <https://doi.org/10.36244/ICJ.2020.1.7>.
21. Ипанов Р.Н. Импульсные полифазные сигналы с нулевой зоной автокорреляции и алгоритм их сжатия / Р.Н. Ипанов // Радиотехника и электроника. – 2020. – Т. 65, №6. – С. 578–586. – <https://doi.org/10.31857/S0033849420060121>.
22. Ипанов Р.Н. Полифазные частотно-манипулированные зондирующие сигналы с нулевой зоной автокорреляции для радиолокаторов с синтезированной апертурой / Р.Н. Ипанов // Журнал радиоэлектроники. – 2020. – № 6. – URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jun20/11/text.pdf>.

23. Ипанов Р.Н. Импульсные сигналы с нулевой зоной автокорреляции для радиолокаторов с синтезированной апертурой / Р.Н. Ипанов // Радиотехника и электроника. – 2020. – Т.65, № 9. – С. 894–901. – <https://doi.org/10.31857/S0033849420080069>.
24. Ipanov R.N. Polyphase signals with discrete frequency shift keying and zero autocorrelation zone for the remote sensing radar / R.N. Ipanov, A.A. Komarov // Journal of Applied Remote Sensing. – 2020. – Vol. 14, № 4. – P. 040501. – <https://doi.org/10.1117/1.JRS.14.040501>.
25. Ipanov R.N. Probing signals with ZACZ for GPR onboard of unmanned aerial vehicle / R.N. Ipanov, A.A. Komarov // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. – 2021. – Vol. 21, № 1. – P. 110–117. – <https://doi.org/10.11591/ijeecs.v21.i1.pp110-117>.
26. Ипанов Р.Н. Требования к кодирующей матрице фазокодированного зондирующего сигнала с нулевой зоной автокорреляции / Р.Н. Ипанов // Журнал радиоэлектроники. – 2022. – № 7. – URL: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.7.5>.
27. Ipanov R.N. Requirements for the Coding Matrix of a Probing Signal with Zero Auto-correlation Zone for the Remote Sensing Radar / R.N. Ipanov // Sensing and Imaging. – 2023. – Vol. 24, № 1. – 18. – <https://doi.org/10.1007/s11220-023-00423-8>.

Для цитирования:

Ипанов Р.Н., Комаров А.А. Применение зондирующих ФКМ-сигналов с нулевой зоной автокорреляции для улучшения качества измерений в РСА. // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 1. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.1.11>.