

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.1.12>

УДК: 621.317.619

## О ХАРАКТЕРИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ УСТРОЙСТВ

Э.В. Семенов, М.А. Назаров, К.М. Полторыхин

Институт сильноточной электроники Сибирского отделения РАН  
634055, Россия, Томск, просп. Академический, 2/3

Статья поступила в редакцию 8 ноября 2024 г.

**Аннотация.** Показано, что в известной системе характеристик сверхширокополосных нелинейно-инерционных устройств, получаемой в виде характеристических функций нелинейного рекурсивного фильтра, не обеспечивается отдельное представление статической и динамической нелинейности устройства. Предложена новая характеристика динамической нелинейности сверхширокополосных устройств, которая определяется как отношение заряда емкостного элемента в эквивалентной схеме фильтра к току через резистивный элемент. Продемонстрировано, что деление заряда емкостного элемента на зависимость резистивного тока от выходного напряжения исключает воздействие статической нелинейности устройства на предложенную характеристику динамической нелинейности. По смыслу данная характеристика динамической нелинейности примерно соответствует постоянной времени эквивалентной устройству  $RC$ -цепи. Аналитически показано, что при отсутствии нелинейных искажений в инерционной подсистеме объекта постоянная времени эквивалентной  $RC$ -цепи не зависит от выходного напряжения объекта. Такой вид характеристики допускает простое нормирование и наблюдение малых нелинейных искажений в широком диапазоне амплитуд сигналов. Практическое

применение предложенной характеристики динамической нелинейности продемонстрировано на примере трехкаскадного усилителя мощности. Показано, что в выбранном примере отдельно характеризующая динамическая нелинейность имеет величину, сопоставимую со статической нелинейностью.

**Ключевые слова:** динамическая нелинейность, сверхширокополосные устройства, нелинейные рекурсивные фильтры, переходные характеристики.

**Финансирование:** работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FWRM-2024-0001).

**Автор для переписки:** Семенов Эдуард Валерьевич, [edwardsemyonov@narod.ru](mailto:edwardsemyonov@narod.ru)

## Введение

В настоящее время сохраняется проблема измерения характеристик, отражающих динамическую нелинейность сверхширокополосных устройств. К таким устройствам, например, относятся различные узлы радиосвязных, радиолокационных и измерительных систем, работающие в основной области частот (т.е. до модулятора в передатчике или после демодулятора в приемнике) [1]. Измерять их характеристики при гармоническом воздействии, получая так называемые модели полигармонических искажений [2], некорректно, поскольку рабочие сигналы для таких узлов имеют сплошной спектр, а нелинейность систем проявляется по-разному по отношению к сигналам разной формы и спектра.

Для характеристики нелинейности устройств при сверхширокополосных воздействиях подходит метод, непосредственно следующий из определения нелинейности как таковой. При этом находят разность между откликом устройства и откликом линеаризованной модели устройства на этот же сигнал [3-5]. Модификации этого метода на настоящий момент довольно многочисленны, однако они дают характеристики нелинейности преобразования устройством конкретных сигналов, но не позволяют определить собственные характеристические функции устройства. По таким функциям можно было

непосредственно оценивать нелинейность устройств (безотносительно к конкретным тестовым воздействиям) или предсказать нелинейность преобразования устройством сигналов различной формы и амплитуды.

Задача отыскания системы характеристических функций устройства, с помощью которых можно было бы непосредственно оценить его нелинейность или рассчитать отклик на различные сигналы, на первый взгляд почти совпадает с задачей синтеза нелинейно-инерционной модели устройства. В литературе известно довольно много нелинейно-инерционных моделей, которые подходят для случая сверхширокополосных сигналов и сигналов в основной полосе частот [6]. На наш взгляд наиболее простые для использования в инженерной практике нелинейные динамические модели получаются в виде многопетлевых рекурсивных фильтров с интеграторами в обратных связях [7]. Во многих практических случаях достаточно модели третьего порядка такого типа [4]. Для параметризации этой модели достаточно определить семейство из пяти характеристических функций. Одна из таких функций отражает статическую нелинейность устройства (например, на плоских вершинах импульсных сигналов), остальные – динамическую нелинейность (на фронтах сигналов и в области осцилляций переходного процесса).

Однако для удобства прикладного применения такой системы характеристик устройств было бы желательно, чтобы эта система удовлетворяла некоторому дополнительному требованию. А именно, чтобы статическая и динамическая нелинейность устройства описывались независимо. Пусть, например, искажение формы сигнала достаточным образом может быть описано безынерционной нелинейностью, возможно в сочетании с линейным преобразователем сигналов, включенным на входе и/или выходе такой безынерционной нелинейности [6]. Характеристика динамической нелинейности устройства должна быть сконструирована так, чтобы в этом случае она была либо линейна, либо равномерна: устройство имеет инерционные свойства, однако они возникают в линейных (в данном случае) цепях.

Цель настоящей статьи – рассмотреть такую систему характеристик, в которой характеристика динамической нелинейности устройства отличается от линейной или равномерной только в том случае, если нелинейные искажения сигналов устройством не могут быть сведены к безынерционным эффектам.

## 1. Используемая модель устройств и собственная система ее характеристик

Поскольку мы хотим рассмотреть вопрос конструирования характеристики динамической нелинейности устройства на уровне принципа, то в качестве модели устройства выберем минималистичную модель [8-9], в которой отражаются только два главных эффекта нелинейности, присутствующих в любом радиотехническом устройстве: статическая нелинейность (на плоских вершинах импульсов) и нелинейная зависимость крутизны фронта импульсного сигнала от амплитуды входного воздействия. Такая модель может быть реализована в виде нелинейного рекурсивного фильтра первого порядка (рис. 1, а). Для пояснения динамики работы такого фильтра удобно использовать эквивалентную электрическую цепь из параллельно соединенных нелинейного резистора и нелинейной емкости (рис. 1, б).

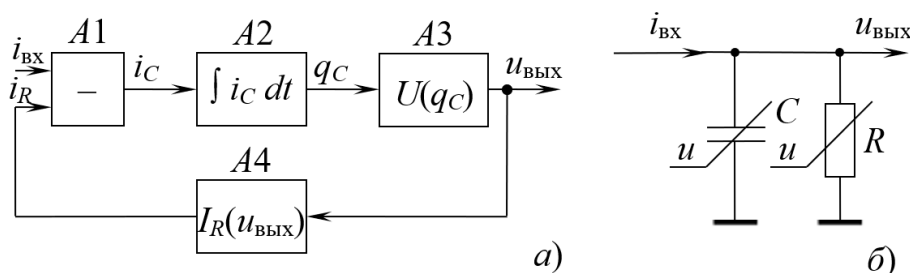


Рис. 1. Функциональная схема нелинейного рекурсивного фильтра первого порядка (а), его эквивалентная электрическая схема (б).

Первичная система характеристик в описанной модели включает вольт-амперную характеристику  $I_R(U_{\text{ВЫХ}})$  (узел А4 на рис. 1, а) и кулон-вольтовую характеристику  $U(Q_C)$  (узел А3 на рис. 1, а).

## 2. Собственные характеристические функции рекурсивного фильтра, моделирующего каскадное соединение линейного фильтра и безынерционной нелинейности

Рассмотрим цепь, включающую линейный фильтр нижних частот первого порядка и безынерционный нелинейный узел. В соответствии с методом измерения характеристик модели, представленной на рис. 1, входной сигнал ассоциируется с током падающей волны  $i_{\text{вх}}(t)$ . Он может быть найден из напряжения падающей волны  $u_{\text{вх}}(t)$  по формуле:  $i_{\text{вх}}(t) = u_{\text{вх}}(t)/\rho$ , где  $\rho$  – волновое сопротивление линии, подводящей входной сигнал к устройству [7]. Поэтому для удобства дальнейшего рассмотрения входной и выходной сигнал линейного фильтра будем рассматривать в размерности тока. Тогда его переходная характеристика (ПХ)  $i_{\phi}(t)$  определится зависимостью:

$$i_{\phi}(t) = I_{\text{вх}}[1 - \exp(-t/\tau)], \quad (1)$$

где  $\tau$  – постоянная времени фильтра,  $I_{\text{вх}}$  – амплитуда ступенчатого сигнала на входе фильтра.

Амплитудная характеристика безынерционного нелинейного узла определяется в таком случае как ампер-вольтовая:  $U(i_{\phi})$ . Подставив в аргумент этой функции переходный процесс (1), получим выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  безынерционного нелинейного узла (выход устройства):

$$u_{\text{вых}}(t) = U\{I_{\text{вх}}[1 - \exp(-t/\tau)]\}. \quad (2)$$

Определение характеристик элементов эквивалентной схемы, представленной на рис. 1, начинается с отыскания вольт-амперной характеристики резистивного элемента [8-9]:

$$I_{\text{вх}} = I_R(U_{\text{вых}}), \quad (3)$$

где  $U_{\text{вых}}$  – амплитуда выходного сигнала. Она вычисляется на плоских вершинах переходного процесса (2), т.е., фактически, из зависимости  $U_{\text{вых}} = U(I_{\text{вх}})$ , но путем обращения этой зависимости.

После определения функции  $I_R(U_{\text{ВЫХ}})$  отыскивается временная зависимость тока через резистивный элемент:  $i_R(t) = I_R[u_{\text{ВЫХ}}(t)]$ . Подставив (2) в это выражение, получим  $i_R(t) = I_R(U\{I_{\text{ВХ}}[1 - \exp(-t/\tau)]\})$ . Так как функции  $I_R(\cdot)$  и  $U(\cdot)$  взаимно обратны, то от последнего выражения приходим к формуле:

$$i_R(t) = I_{\text{ВХ}}[1 - \exp(-t/\tau)]. \quad (4)$$

Сравнивая (1) и (4), обнаруживаем тождественное равенство тока резистивного элемента и тока на входе безынерционной нелинейной цепи (ток без нелинейных искажений):  $i_R(t) \equiv i_{\phi}(t)$ .

Далее, в соответствии с методом [8-9], отыскивается ток емкостного элемента эквивалентной схемы (рис. 1, б) по закону Кирхгофа:  $i_C = i_{\text{ВХ}}(t) - i_R(t)$ . Подставив в это выражение (4) и учитывая, что сигнал  $i_{\text{ВХ}}(t)$  является ступенчатым с амплитудой  $I_{\text{ВХ}}$ , получим:

$$i_C(t) = I_{\text{ВХ}} \exp(-t/\tau). \quad (5)$$

Затем в рамках метода [8-9] емкостной ток интегрируется с получением заряда емкостного элемента эквивалентной схемы рис. 1, б. В рассматриваемом случае выполним сначала аналитическое неопределенное интегрирование (5):  $q_C(t) = Q_0 - I_{\text{ВХ}}\tau \exp(-t/\tau)$ , где  $Q_0$  – некоторая константа с размерностью заряда. Значение этой константы можно определить исходя из того, что в момент начала переходного процесса ( $t = 0$ ) заряд емкости равен нулю. Отсюда ясно, что  $Q_0 = I_{\text{ВХ}}\tau$ . Окончательно имеем:

$$q_C(t) = I_{\text{ВХ}}\tau [1 - \exp(-t/\tau)]. \quad (6)$$

Зависимость заряда емкости на плоской вершине переходного процесса  $Q_I$  как функция амплитуды входного тока будет линейной:

$$Q_I(I_{\text{ВХ}}) = I_{\text{ВХ}}\tau. \quad (7)$$

Однако обычно нелинейные емкости характеризуются зависимостью заряда от напряжения (вольт-кулонной или кулон-вольтовой характеристикой). Если подставить (3) в левую часть формулы (7), то получим:

$$Q_I[I_R(U_{\text{ВЫХ}})]. \quad (8)$$

Окончательная зависимость заряда от выходного напряжения  $Q_U(U_{\text{ВЫХ}})$  нелинейна, поскольку нелинейна входящая в нее функция  $I_R(U_{\text{ВЫХ}})$ .

В настоящее время в моделях вида рис. 1 в качестве характеристической функции емкостных элементов используется именно зависимость заряда от напряжения. Такая модель является адекватной: моделирование выходного сигнала устройства реализуется с погрешностью не более нескольких процентов [4, 7-9]. Однако если использовать систему характеристик  $I_R(U_{\text{ВЫХ}})$  и  $Q_U(U_{\text{ВЫХ}})$  для непосредственной оценки степени нелинейности устройства, то такая система может вводить инженера в заблуждение. В представленном примере инерционная часть системы (фильтр) не обладает нелинейными свойствами, в то время как реактивный элемент, отвечающий за моделирование фронта переходного процесса (емкость), оказывается нелинейным.

### **3. Характеристика динамической нелинейности, остающаяся линейной, если линейна инерционная подсистема измеряемого устройства**

Поставим себе задачу так модифицировать семейство характеристик модели, представленной на рис. 1, чтобы характеристика динамической нелинейности была линейной или равномерной, если инерционная подсистема рассматриваемого устройства не обнаруживает нелинейности.

Первый вариант непосредственно следует из раздела 2 настоящей статьи. Мы можем использовать вместо зависимости заряда емкостного элемента от выходного напряжения  $Q_U(U_{\text{ВЫХ}})$  зависимость заряда от входного тока  $Q_I(I_{\text{ВХ}})$ . Однако это не самый удачный для практического использования вариант, поскольку характеристические функции модели оказываются с различными аргументами. Кроме того, функция  $Q_I(I_{\text{ВХ}})$  не имеет простой интерпретации – заряд конденсатора в этой функции считывается на плоской вершине переходного процесса, а ток  $I_{\text{ВХ}}$  – это ток через конденсатор только в самом начале переходной характеристики. Затем входной ток постепенно перебрасывается в резистивный элемент.

Другой вариант характеристики динамической нелинейности с требуемыми свойствами может быть получен, если в выражение (7) подставить формулу (3). Получим:  $Q_U(U_{\text{ВЫХ}}) = I_R(U_{\text{ВЫХ}}) \tau$ . Разделив обе части этого равенства на  $I_R(U_{\text{ВЫХ}})$ , будем иметь:  $\tau = Q_U(U_{\text{ВЫХ}}) / I_R(U_{\text{ВЫХ}})$ . Последняя формула записана как результат рассмотрения частного случая, в котором инерционная подсистема линейна и имеет свойства фильтра нижних частот первого порядка с постоянной времени  $\tau$ . И мы получили, что отношение  $Q_U(U_{\text{ВЫХ}}) / I_R(U_{\text{ВЫХ}})$  в данном случае остается постоянным и равным  $\tau$ . В общем же случае, когда и инерционная подсистема устройства будет нелинейна, отношение  $Q_U(U_{\text{ВЫХ}}) / I_R(U_{\text{ВЫХ}})$  будет демонстрировать зависимость от напряжения на выходе устройства, т.е.

$$T(U_{\text{ВЫХ}}) = Q_U(U_{\text{ВЫХ}}) / I_R(U_{\text{ВЫХ}}), \quad (9)$$

где  $T(U_{\text{ВЫХ}})$  – новая характеристика динамической нелинейности устройства.

Функция  $T(U_{\text{ВЫХ}})$  имеет размерность времени и может быть соотнесена с постоянной времени цепи на рис. 1, б, но лишь ассоциативно. В формуле (9) использован статический заряд емкости, а не его изменение при малых изменениях  $U_{\text{ВЫХ}}$ . Поэтому  $T(U_{\text{ВЫХ}})$  не будет численно равна постоянной времени  $RC$ -цепи для малых изменений напряжения вокруг некоторого значения  $U_{\text{ВЫХ}}$ . Однако переходить к дифференциальным вычислениям при определении  $T(U_{\text{ВЫХ}})$  представляется нецелесообразным, поскольку это значительно увеличит погрешности при обработке зашумленных результатов измерений.

#### **4. Пример выполнения измерений с различными характеристиками динамической нелинейности**

В качестве примера объекта измерения выберем трехкаскадный усилитель мощности, схема которого приведена на рис. 2. Усилитель обеспечивает выходную мощность около 60 Вт на нагрузке 50 Ом. Такой выбор обусловлен тем, что при наличии шести нелинейных емкостей ( $p$ - $n$ -переходы транзисторов) его переходные характеристики, тем не менее, являются апериодическими (рис. 3). Вторая причина выбора данного объекта измерения в том, что по внешнему виду его переходных характеристик сложно сказать,



достаточно ли для их моделирования безынерционной нелинейности на выходе подсистемы с экспоненциальными ПХ или нет.

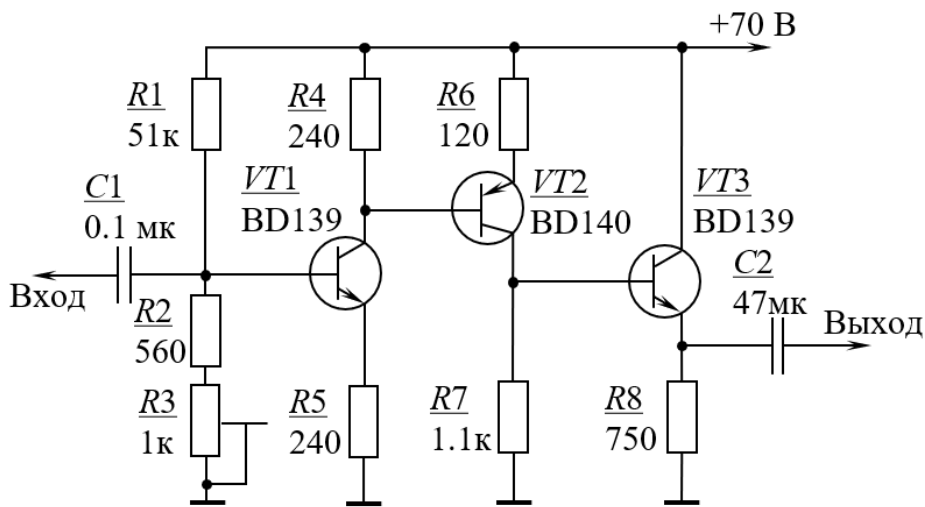


Рис. 2. Трехкаскадный усилитель мощности, используемый в качестве примера объекта измерения.

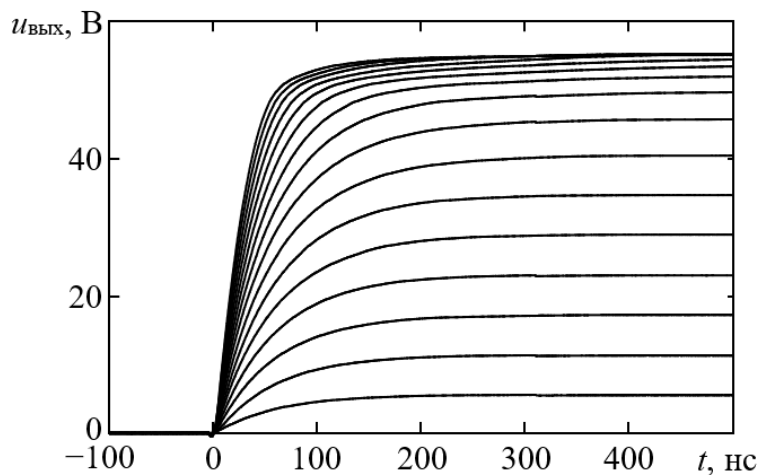


Рис. 3. Семейство переходных характеристик усилителя, представленного на рис. 2. Амплитуда входного ступенчатого напряжения изменяется по сетке 0,75; 1,50...12 В (холостой ход).

По семейству переходных характеристик в соответствии с изложенной методикой определены вольт-амперная характеристика  $I_R(U_{\text{ВЫХ}})$  и вольт-кулонная характеристика  $Q_U(U_{\text{ВЫХ}})$  (рис. 4). Вольт-кулонная характеристика имеет сильную нелинейность. Однако из этого, как показано выше, нельзя заключить, что она обусловлена именно динамической нелинейностью в реактивных элементах

устройства. Частично эта нелинейность вызвана своего рода «встраиванием» вольт-амперной характеристики в вольт-кулонную (см. формулы (7) и (8)).

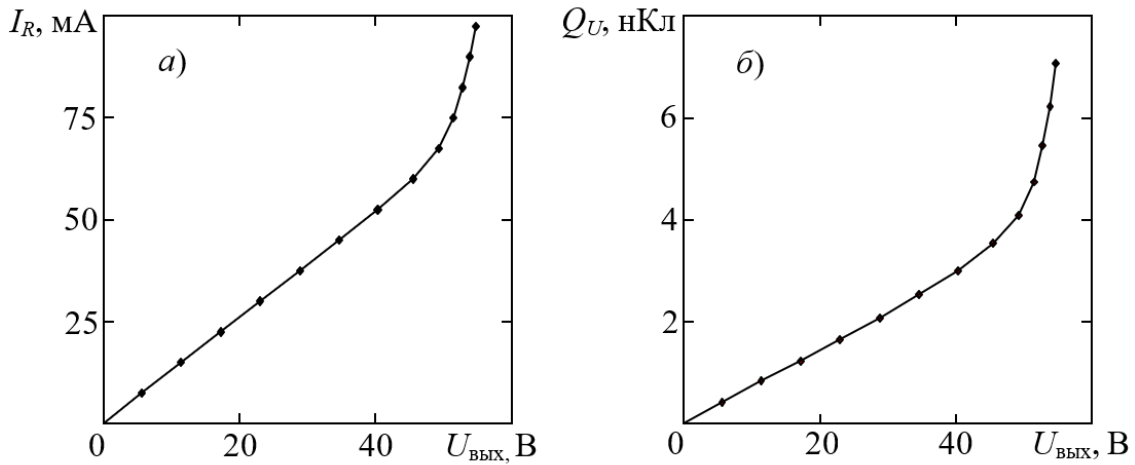


Рис. 4. Вольт-амперная (а) и вольт-кулонная (б) характеристики усилителя, представленного на рис. 2.

На рис. 5 представлена вновь введенная характеристика динамической нелинейности  $T(U_{\text{ВЫХ}})$ , вычисленная по формуле (9). Линейной цепи соответствует равномерный вид этой кривой. В данном случае видна существенная нелинейность. Это означает, что в случае выбранного объекта измерения нелинейность не может быть сведена только к статической (рис. 4, а).

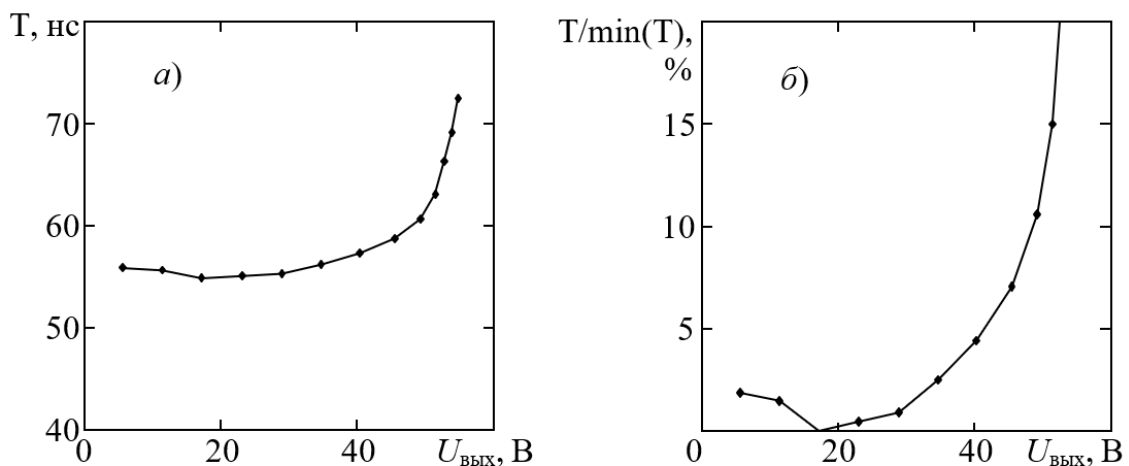


Рис. 5. Зависимость постоянной времени RC-цепи от напряжения на ней: без нормирования (а) и с нормированием на участок с минимальной неравномерностью (б).

Данная характеристика легко нормируется – на значение постоянной времени на наиболее равномерном участке (рис. 5, б). В данном случае

неравномерность постоянной времени составляет 32%. Это примерно сопоставимо с относительной статической нелинейностью (рис. 4, а, 36%). Отсюда можем заключить, что в данной схеме (рис. 2) вклады нелинейностей емкости и электропроводности  $p$ - $n$ -переходов транзисторов примерно одинаковые.

Равномерный характер характеристики  $T(U_{\text{вых}})$  при отсутствии нелинейных искажений создает еще одно удобство в ее использовании. На данной кривой проще обнаруживать относительно малые величины динамической нелинейности. В частности, на рис. 5, б видно, что при выходных напряжениях менее 10 В динамическая нелинейность усилителя больше, чем области сигналов средней величины. Физически это обусловлено относительно малым током покоя транзисторов (около 5 мА) в сравнении с выходным током (до 1,1 А). Видно, что динамическая нелинейность выбранных транзисторов в области малых токов заметно увеличивается (за счет повышенного влияния нелинейности емкостей  $p$ - $n$ -переходов).

## Заключение

Показано, что в известной системе характеристик сверхширокополосных нелинейно-инерционных устройств, получаемой в виде характеристических функций нелинейного рекурсивного фильтра, не обеспечивается раздельное представление статической и динамической нелинейности устройства. По эквивалентной схеме фильтра это можно объяснить тем, что заряд емкостного элемента, ассоциируемый с динамическими свойствами устройства, представляется как функция выходного напряжения устройства, которое имеет нелинейные искажения из-за статической нелинейности, даже если нелинейность инерционной подсистемы устройства отсутствует.

Предложена новая характеристика динамической нелинейности сверхширокополосных устройств, которая определяется как отношение заряда емкостного элемента к току через резистивный элемент в известной нелинейной эквивалентной схеме нелинейно-инерционных устройств. Данная

характеристика имеет размерность времени и функциональную зависимость от выходного напряжения устройства. При этом деление заряда емкостного элемента на зависимость резистивного тока от выходного напряжения «удаляет» воздействие статической нелинейности устройства на предложенную характеристику динамической нелинейности.

По смыслу новая характеристика динамической нелинейности примерно соответствует постоянной времени эквивалентной устройству  $RC$ -цепи с тем замечанием, что используются статические, а не дифференциальные, значения заряда и тока. Переход к дифференциальному определению предлагаемой характеристики возможен, но не представляется целесообразным, поскольку это увеличит погрешность при обработке зашумленных экспериментальных данных.

При отсутствии нелинейных искажений в инерционной подсистеме объекта зависимость постоянной времени эквивалентной  $RC$ -цепи от выходного напряжения является равномерной. Такой вид характеристики допускает простое нормирование и наблюдение малых нелинейных искажений в широком диапазоне амплитуд сигналов.

Практическое применение предложенной характеристики динамической нелинейности продемонстрировано на примере трехкаскадного усилителя мощности. Показано, что в выбранном примере отдельно характеризующая динамическая нелинейность имеет величину, сопоставимую со статической нелинейностью.

**Финансирование:** работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FWRM-2024-0001).

## Литература

1. Семенов Э.В. Моделирование влияния нелинейно-инерционных искажений в тракте основной частоты цифровых систем связи на целостность сигналов // Российский форум «Микроэлектроника 2024» / Сборник тезисов 10-й Научной конференции «ЭКБ и микроэлектронные модули». Сочи, Научно-технологический университет «Сириус», 23–28 сентября 2024 г. – М.: ТЕХНОСФЕРА, 2024. – С. 159–160.
2. Root D.E., Verspecht J., Sharrit D., Wood J., Cognata A. Broad-band poly-harmonic distortion (PHD) behavioral models from fast automated simulations and large-signal vectorial network measurements // IEEE Transactions on Microwave Theory Techniques. – 2005. – Vol. 53, No. 11. – P. 3656–3664. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2005.855728>.
3. Arnstein D.S., Vuong X.T., Cotner C.B., Daryanani H.M. The IM microscope: a new approach to nonlinear analysis of signals in satellite communications systems // COMSAT Technical Review. – 1992. – Vol. 22, No. 1. – P. 93–123. – URL: <https://www.artelllc.com/wp-content/uploads/T3-3-WhitePaper-XTV-Spring-1992-IM-Microscope.pdf> (дата обращения 04.11.2024).
4. Semyonov E.V. Synthesis of behavioral models for circuits with nonlinearity less than model error // IEEE Transactions on Circuits and Systems II. Express Briefs. – 2023. – Vol. 70, No. 6. – P. 2216–2220. <https://doi.org/10.1109/TCSII.2022.3231873>.
5. Семенов Э.В. Анализ состава нелинейных искажений при видеоимпульсных воздействиях с применением поведенческих нелинейных моделей электрических цепей // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2022 – Т. 25, № 2. – С. 29–39. <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2022-25-2-29-39>.
6. Pedro J. C., Maas S. A. A comparative overview of microwave and wireless power-amplifier behavioral modeling approaches // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 2005. – Vol. 53, No 4. – P. 1150–1163. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2005.845723>.

7. Semyonov E.V. Simple behavioral model of baseband pulse devices in the form of a second-order nonlinear recursive filter // IEEE Transactions on Circuits and Systems II. Express Briefs. – 2021. – Vol. 68, No. 6. – P. 2192–2196. <https://doi.org/10.1109/TCSII.2020.3048819>.
8. Назаров М.А., Семенов Э.В. Поведенческие модели сверхширокополосных устройств и их характеристикация. – Томск : Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2023. – 74 с.
9. Назаров М.А., Семенов Э.В. Минималистичная система характеристик нелинейных видеоимпульсных устройств и ее измерение // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2023. – Т. 26, № 4. – С. 123–132. <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2023-26-4-123-132>.

**Для цитирования:**

Семенов Э.В., Назаров М.А. Полторыхин К.М. О характеристиках динамической нелинейности сверхширокополосных устройств. // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 1. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.1.12>