DOI https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.7.3

УДК 537.874; 537.624

## ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННОГО СВЧ СИГНАЛА С ПОМОЩЬЮ МАГНИТОСТРИКЦИОННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

В. С. Власов <sup>1</sup>, Д. А. Плешев <sup>1</sup>, В. Г. Шавров <sup>2</sup>, В. И. Щеглов <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, 167001, Сыктывкар, Октябрьский пр-т, 55
<sup>2</sup> Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, 125009, Москва, ул. Моховая, 11-7

Статья поступила в редакцию 16 июня 2020 г.

Аннотация. Рассмотрена задача о детектировании частотно-модулированного СВЧ сигнала с помощью магнитострикционного преобразователя. Получены уравнения движения для намагниченности и упругого смещения, отражающие воздействие на магнитную пластину модулированного по частоте переменного магнитного поля. Отмечено, что эффект детектирования состоит в выделении из полного сигнала составляющей на частоте модуляции, осуществляемом за счет возбуждения резонансных колебаний упругой системы. На базе принятых основных параметров задачи приведена общая картина детектирования частотно-модулированного сигнала помощью магнитострикционного cпреобразователя. Отмечены два этапа детектирования: первый состоит в возбуждении прецессии намагниченности в магнитной пластине, второй - в возбуждении упругих колебаний в той же пластине за счет воздействия магнитных колебаний на упругие через посредство магнитоупругого взаимодействия. Выделены два основных случая – малой и большой глубины модуляции, где малая недостаточна для детектирования, а большая превышает значение, необходимое для четкого проявления детектирования. Показано, что при большой глубине модуляции возникают сильные колебания упругой системы на частоте модуляции, в чем и состоит эффект детектирования. Исследовано влияние глубины модуляции на процесс детектирования. Рассмотрены зависимости максимума и минимума амплитуды магнитных и

упругих колебаний от коэффициента глубины модуляции. Выявлен сильно осциллирующий характер тех и других. Показано, что зависимость амплитуды осцилляций для магнитных колебаний имеет плавно спадающий характер, тогда как на подобной зависимости для упругих колебаний после некоторого спада наблюдается сильный подъем, соответствующий режиму детектирования. Для интерпретации наблюдаемых явлений рассмотрено разложение частотномодулированного сигнала по функциям Бесселя. Исследовано влияние частоты модуляции на эффект детектирования. Показано, что подъем на зависимости амплитуды упругих колебаний от величины параметра модуляции при увеличении частоты модуляции смещается в сторону меньших значений этого параметра. Для интерпретации такой зависимости предложена модель, согласно которой подъем зависимости амплитуды упругих колебаний от величины параметра модуляции соответствует появлению в спектре модулирующего сигнала составляющих, комбинационные частоты которых равны разности между частотой несущей и произведением частоты модуляции на числовой коэффициент. Этот коэффициент равен отношению разности между частотами несущей и модуляции к частоте модуляции. Показано, что соответствующая зависимость амплитуды упругих колебаний от величины параметра модуляции описывается функцией Бесселя, порядок которой равен тому же отношению. Выявлено хорошее (в пределах 10%) соответствие предложенной модели характеру наблюдаемых явлений.

**Ключевые слова:** детектирование, частотная модуляция, магнитострикционный преобразователь.

**Abstract.** The task about detection of frequency-modulated microwave signal with the aid of magnetostriction transducer is investigated. The equations of motion for magnetization and elastic displacement are obtained. They describe the effect of a frequency-modulated alternating magnetic field on the magnetic plate. It is noted that the detection effect consists in selecting the component from the full signal at the modulation frequency, which is carried out due to the excitation of resonance oscillations of the elastic system.

On the basis of established parameters of the task the common picture of detection of frequency-modulated signal with the aid of magnetostriction transducer is found. Two stages of detection are established. The first is the excitation of magnetization precession in magnetic plate. The second is the excitation of elastic oscillations in the same plate by the influence of magnetic oscillation to elastic oscillations through the magnetoelastic interaction. Two main cases are distinguished: a small and a large modulation depth, where a small one is insufficient for detection and a large one exceeds the value necessary for a clear detection. It is shown that, at a large modulation depth, strong oscillations of the elastic system arise at the modulation frequency, which is what the detection effect consists of. The influence of the modulation depth on the detection process is investigated. The dependencies of maximum and minimum of magnetic and elastic oscillations from the modulation depth coefficient are investigated. The powerfully oscillating character of both dependencies is found. It is shown that the dependence of oscillation amplitude for magnetic oscillations has smooth decrease character. On the same dependency for magnetic oscillations after short decreasing he large increasing is found after short decreasing, this increasing correspond to detection regime. To interpret the observed phenomena, we consider the expansion of the frequency-modulated signal into Bessel functions. The influence of the modulation frequency on the detection effect is investigated. It is shown that the increase in the dependence of the elastic oscillations amplitude on the value of the modulation parameter with an increase of the modulation frequency shifts toward lower values of this parameter. To interpret such a dependence, a model is proposed according to which a rise in the dependence of the amplitude of elastic oscillations on the value of the modulation parameter corresponds to the appearance of the spectrum components whose combination frequencies are equal to the difference between the carrier frequency and the modulation frequency multiplied to the numerical coefficient. This coefficient is equal to the ratio of the difference between the carrier and modulation frequencies to the modulation frequency. It is shown that the mentioned dependence of the

amplitude of elastic oscillations on the value of the modulation parameter is described by the Bessel function, the order of which is equal to the same ratio. A good (within 10%) agreement of the proposed model to the nature of the observed phenomena was revealed.

**Key words:** detection, frequency modulation, magnetostriction transducer.

## Введение

Применение гиперзвуковых колебаний в многочисленных технических приложениях [1] стимулирует поиск новых технических решений как возбуждения, так и регистрации гиперзвука, обладающего разнообразными амплитудными и частотными характеристиками. Перспективный способ генерации гиперзвуковых колебаний высокой мощности состоит в использовании магнитострикционных преобразователей [2-4].

Требование повышения частоты генерируемого гиперзвука заставляет обратиться к использованию преобразователя на основе ферромагнитного резонанса (ФМР), особенно эффективного в диапазоне СВЧ от единиц до десятков ГГц. Наиболее удобным материалом для таких преобразователей является железоиттриевый гранат (ЖИГ), имеющий рекордно узкую ширину линии ФМР (менее 1Э) и рекордно высокую акустическую добротность (до  $10^{7}$ ) [5].

Весьма эффективным является преобразователь на нормально намагниченном диске из ЖИГ, в сильно нелинейном режиме позволяющий возбудить упругие колебания высокой мощности, ограничиваемой лишь пределом механического разрушения кристалла [6]. Еще большие возможности, в том числе в плане обработки информации, обеспечивает двухслойная структура, частоты ФМР слоев которой могут значительно различаться [7, 8]. Использование нелинейных режимов умножения и деления позволяют расширить диапазон рабочих частот преобразователя до десятков ГГц [9-11].

В работах [12-15] рассмотрены возможности использования магнитострикционного преобразователя для детектирования амплитудно

модулированного СВЧ сигнала, в том числе исследованы спектральные характеристики возбуждаемых при этом магнитоупругих колебаний. В работе [16] показана возможность использования преобразователя для детектирования СВЧ сигнала с частотной модуляцией. Отмечен факт возможности процесса детектирования, но его характеристики исследованы недостаточно.

Настоящая работа является продолжением и более подробным развитием результатов, полученных в работе [16], в первую очередь исследованию возможностей детектирования в разнообразных условиях, касающихся параметров преобразователя и принимаемого сигнала.

## 1. Геометрия задачи и основные уравнения

Геометрия задачи, аналогичная принятой в [6], показана на рис.1. Плоскопараллельная пластина толщины d, обладает магнитными, упругими и магнитоупругими свойствами. Материал пластины имеет кубическую симметрию, плоскость (100) которой совпадает с плоскостью пластины.

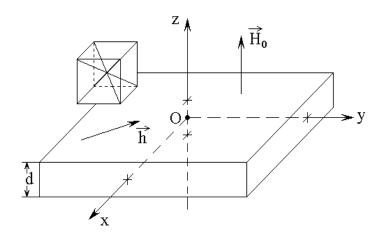


Рис.1. Геометрия задачи. Слева – схема кристаллографической ячейки.

Центр системы координат Oxyz находится в центре пластины, плоскость Oxy совпадает с плоскостью пластины. Внешнее постоянное магнитное поле  $\vec{H}_0$  направлено по оси Oz, переменное поле  $\vec{h}$  действует в плоскости Oxy. Плоскости пластины соответствуют координатам  $z=\pm d/2$ .

Аналогично [6], получаем систему уравнений и граничных условий:

уравнения для нормированных компонент намагниченности  $m_{x, y, z}$ :

$$\frac{\partial m_{x}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha^{2}} \cdot \left[ \left( m_{y} + \alpha m_{x} m_{z} \right) \cdot H_{z} - \left( m_{z} - \alpha m_{y} m_{x} \right) \cdot H_{y} - \alpha \cdot \left( m_{y}^{2} + m_{z}^{2} \right) \cdot H_{x} \right]; \tag{1}$$

где  $\gamma$  — гиромагнитная постоянная,  $\alpha$  — параметр магнитного затухания, а уравнения для  $m_y$  и  $m_z$  получаются циклической перестановкой x,y,z; уравнения для компонент упругих смещений  $u_{x,y}$ :

$$\frac{\partial^2 u_{x,y}}{\partial t^2} = -2\beta \frac{\partial u_{x,y}}{\partial t} + \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u_{x,y}}{\partial z^2},\tag{2}$$

где  $c_{44}$  — константа (модуль) упругости, ho — плотность материала пластины, ho — параметр упругого затухания;

граничные условия:

$$c_{44} \frac{\partial u_{x,y}}{\partial z} \bigg|_{z=\pm d/2} = -B_2 m_{x,y} m_z, \tag{3}$$

где  $B_2$  – константа магнитоупругого взаимодействия.

Входящие в уравнение (1) эффективные поля  $H_{x,y,z}$  имеют вид:

$$H_x = h_x + H_{ax}; \quad H_y = h_y + H_{ay}; \quad H_z = H_0 - 4\pi M_0 m_z + H_{az}, \quad (4)$$

где:

$$H_{ax} = -\frac{B_2}{M_0} \left[ m_y \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + m_z \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right], \tag{5}$$

при этом  $H_{ay}$  и  $H_{az}$  получаются из (5) циклической перестановкой x,y,z.

Для определения формы записи переменного поля  $\vec{h}$  рассмотрим сначала классическую схему частотной модуляции.

## 2. Классическая схема частотной модуляции

Согласно общему определению, частотная модуляция — такая модуляция исходного немодулированного сигнала, в процессе которой частота результирующего сигнала меняется в соответствии с изменением сигнала модуляции [17-19].

Пусть исходный сигнал имеет вид синусоиды частоты  $\omega_0$ :

$$u = U_0 \cdot \sin(\omega_0 t), \tag{6}$$

где амплитуда  $U_0$  и частота  $\omega_0$  – величины постоянные. В силу традиции, будем называть этот сигнал «несущей», а  $\omega_0$  – частотой несущей.

Пусть сигнал модуляции также является синусоидальным и имеет вид:

$$v = V_0 \sin(\Omega t). \tag{7}$$

Аналогично схеме амплитудной модуляции, предположим, что основная частота меняется во времени по синусоидальному закону с частотой модуляции  $\Omega$  , то есть имеет вид:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \cdot \sin(\Omega t), \tag{8}$$

где  $\Delta \omega$  – величина постоянная.

Полагая, что модуляция состоит в замене частоты  $\omega_0$  в формуле (6) на  $\omega$  в соответствии с (8), то есть, подставляя (8) в (6), получаем:

$$u = U_0 \sin\{ [\omega_0 + \Delta \omega \cdot \sin(\Omega t)] \cdot t \}. \tag{9}$$

Раскрывая внутреннюю квадратную скобку, получаем:

$$u = U_0 \sin\{\omega_0 t + [\Delta \omega_0 \sin(\Omega t)] \cdot t\}. \tag{10}$$

Можно видеть, что в этом случае имеет место набег фазы (второе слагаемое в квадратных скобках), являющийся линейно пропорциональным времени t, то есть полная частота, хотя и меняется по синусоидальному закону, но размах ее изменения в обе стороны со временем нарастает.

Однако в классическом случае частотной модуляции размах изменения частоты во времени меняться не должен, то есть частота должна меняться тудасюда все время в одинаковой степени.

Чтобы избежать подобного парадокса, следуя [<u>17</u>, стр.27-29], используем следующий далее прием.

Прежде всего, уточним некоторые определения.

Классический вид синусоидального колебания с учетом сдвига фазы следующий:

$$u = U_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \tag{11}$$

где  $\varphi_0$  – постоянная величина.

В обычной практике «фазой» именуется величина  $\varphi_0$  и говорят, что колебание вида (11) «сдвинуто по фазе» относительно колебания вида (6) на величину  $\varphi_0$ . Будем именовать далее величину

$$\mathcal{G}(t) = \omega_0 t + \varphi_0 \tag{12}$$

«мгновенной фазой». Тогда величину  $\varphi_0$  логичнее назвать «сдвигом фазы».

Подставляя (12) в (11) получаем запись синусоидального колебания в виде:

$$u = U_0 \cdot \sin[\vartheta(t)]. \tag{13}$$

Введем определение «мгновенной частоты» в виде:

$$\omega(t) = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t}.$$
 (14)

Легко видеть, что в случае постоянного значения  $\omega_0$  в формуле (12), формула (14) дает значение мгновенной частоты равное  $\omega=\omega_0$ .

Рассматривая (14), как уравнение относительно g, находим:

$$\mathcal{G}(t) = \int_{0}^{t} \omega(t) dt.$$
 (15)

Подставляя (15) в (13), получаем:

$$u = U_0 \cdot \sin \left[ \int_0^t \omega(t) dt \right]. \tag{16}$$

Предположим, что модуляция осуществляется по синусоидальному закону в соответствии с изменением частоты вида (8):

$$\omega = \omega_0 + \Delta \omega \cdot \sin(\Omega t). \tag{17}$$

Используя (17), найдем интеграл, входящий в формулу (16):

$$\int_{0}^{t} \omega(t)dt = \int_{0}^{t} [\omega_{0} + \Delta\omega \cdot \sin(\Omega t)]dt = \omega_{0}t - \frac{\Delta\omega}{\Omega} \cdot \cos(\Omega t) + \frac{\Delta\omega}{\Omega}.$$
(18)

Подставляя (18) в (16) и отбрасывая постоянное слагаемое, как постоянный сдвиг фазы, не имеющий значения для частоты колебаний, получаем:

$$u = U_0 \cdot \sin \left[ \omega_0 t - \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cdot \cos(\Omega t) \right]. \tag{19}$$

Таким образом, здесь колебания происходят с основной частотой  $\omega_0$ , однако имеется сдвиг фазы, меняющийся во времени по синусоидальному закону. При этом мгновенная фаза, в соответствии с (13), равна:

$$\mathcal{G}(t) = \omega_0 t - \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cdot \cos(\Omega t). \tag{20}$$

В соответствии с определением мгновенной частоты (14), из (20) получаем:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \cdot \sin(\Omega t). \tag{21}$$

Можно видеть, что эта формула совпадает с (8), то есть как раз описывает требуемую зависимость частоты от времени.

Если сигнал модуляции (7) меняется не по синусу, а по косинусу, то вместо (20) получаем:

$$u = U_0 \cdot \sin \left[ \omega_0 t + \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cdot \sin(\Omega t) \right]. \tag{22}$$

Выражения (19) или (22) являются классическим видом записи частотномодулированного сигнала и используются в литературе [17, стр.32, форм.(17)], [18, стр.92, форм.(3.18), стр.95, форм.(3.25)], [19, стр.82, форм.(3.25)].

## 3. Представление переменного поля

Теперь, когда классическая схема частотной модуляции получена в виде формул (19) и (22), можно записать выражение для переменного поля, фигурирующего в общих выражениях (9).

Итак, будем считать, что переменное поле частоты  $f_0$  поляризовано по кругу и промодулировано частотой  $f_m$  классическим образом:

$$h_x = h_0 \sin[2\pi f_0 t + C_m \sin(2\pi f_m t)], \tag{23}$$

$$h_{v} = -h_{0}\cos[2\pi f_{0}t + C_{m}\sin(2\pi f_{m}t)], \tag{24}$$

где  $C_m$  – коэффициент, определяющий индекс модуляции.

При этом частотное отклонение или девиация частоты равна:

$$\Delta f = C_m f_m. \tag{25}$$

Заметим, что в приведенных здесь формулах (23)-(25), в отличие от формул (19), (22), фигурируют не круговые частоты  $\omega_0$  и  $\Omega$ , а линейные  $f_0$  и  $f_m$ , связанные с первыми коэффициентом  $2\pi$ , что сделано для удобства дальнейшего сравнения с параметрами реальных экспериментов.

## 4. Основные параметры задачи

В большей части приведенного далее рассмотрения используются одни и те же параметры материала, частоты и поля, поэтому здесь приведем их общую сводку.

Параметры материала пластины примем типичными для монокристалла ЖИГ:  $4\pi M_0$  1750 Гс,  $B_2 = 6.96 \cdot 10^6$  эрг см<sup>-3</sup>,  $c_{44} = 7.64 \cdot 10^{11}$  эрг см<sup>-3</sup>,  $\rho = 5,17$  г см<sup>-3</sup>. Постоянное поле  $H_0 = 2750$  Э. При этом частота ферромагнитного резонанса (ФМР) при  $\gamma = 2,8$  МГц Э<sup>-1</sup> равняется 2800 МГц. Параметры затухания магнитной и упругой подсистем в общем случае (кроме оговоренных далее) будем считать равными  $\alpha = 0,02$ ,  $\beta = 2 \cdot 10^8$  с<sup>-1</sup>. Такой выбор этих параметров обеспечивает времена релаксации обеих систем порядка  $(1-2) \cdot 10^{-8}$  с, так что возбуждение собственных колебаний заканчивается в

мешает течение нескольких начальных периодов и не вынужденных. Частота возбуждения  $f_0$ , то есть несущая, составляет 2800 МГц (что равняется частоте ФМР в заданном поле  $H_0$ ), частота сигнала модуляции равна 280 МГц. Толщина пластины d соответствует первой моде упругого резонанса на частоте модуляции – 6,865 мкм. Амплитуда переменного поля  $h_0$ будет меняться от 0,01 Э до 100 Э. Коэффициент модуляции  $\,C_m\,$ будем менять от 0,1 до 25. При  $\,C_m^{}=2\,$  девиация частоты составляет  $\,\varDelta\,f\,$  = 560 МГц, то есть полоса качания частоты составляет 1120 МГц, так что нижняя  $f_b$  и верхняя  $f_t$ модуляции равняются 2240 МΓц 3360 частоты диапазона МΓц соответственно.

Все случаи, где перечисленные параметры выбираются другими, будут особо оговорены в тексте.

В дальнейшем рассмотрении система уравнений с граничными условиями (1)-(3), решалась численно методом Рунге-Кутта четвертого порядка.

## 5. Общая схема формирования частотно-модулированного сигнала

Схема формирования частотно-модулированного переменного поля  $h_{\chi}$  (условно – сигнал) показана на рис.2.

Можно видеть, что под воздействием сигнала модуляции (б) из исходного сигнала (а), имеющего постоянную частоту и амплитуду, образуется сигнал (в), амплитуда, которого остается постоянной, а частота периодически меняется в соответствии с величиной сигнала модуляции  $S_m$ . При этом на положительные полупериоды сигнала модуляции приходятся разрежения частоты промодулированного сигнала, а на отрицательные — ее сгущения.

В настоящей работе предполагается, что для решения задачи детектирования с помощью магнитострикционного преобразователя, на такой преобразователь в геометрии, показанной на рис.1, поступает входной сигнал, представляющий собой магнитное поле  $h_{x,y}$ , модулированное по частоте в соответствии с формулами (11), (12), развертка во времени которого приведена

на рис.2в.

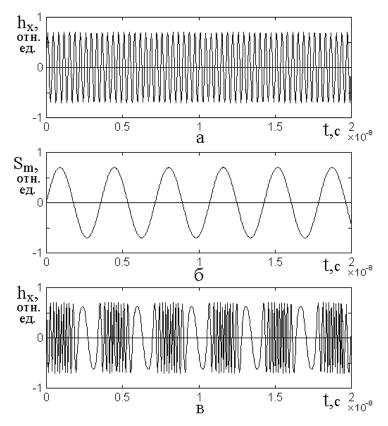


Рис.2. Схема формирования частотно-модулированного сигнала. а – исходный немодулированный сигнал; б – сигнал модуляции; в – результирующий промодулированный сигнал. Параметры:  $f_0 = 2800 \text{ M}\Gamma$ ц;  $f_m = 280 \text{ M}\Gamma$ ц;  $\tilde{N}_m = 2$ .

## 6. Общая картина детектирования частотно-модулированного сигнала

Рассмотрим сначала общую картину явлений, происходящих при воздействии модулированного по частоте переменного поля на магнитострикционный преобразователь.

Механизм детектирования включает в себя два этапа: первый — возбуждение в магнитной пластине (рис.1) прецессии намагниченности, свойства которой обусловлены характеристиками воздействующего переменного поля. Второй этап состоит в возбуждении упругих колебаний в той же пластине, обусловленных воздействием на упругую систему прецессирующей намагниченности через посредство магнитоупругой связи. Параметры упругой системы выбираются такими, чтобы эта система имела

резонанс на частоте модуляции. При этом за счет нелинейности магнитоупругой связи упругая система начинает колебаться на своей резонансной частоте. Таким образом, из исходного сигнала происходит выделение сигнала модуляции, что и составляет задачу детектирования.

В рамках настоящей работы ограничимся случаем линейного возбуждения прецессии намагниченности, то есть значением амплитуды переменного поля  $h_0$ , не превышающим 1 Э (заметим, что эта величина свойственна именно ЖИГ при принятых выше основных параметрах задачи).

Предварительное исследование, выполненное при значениях амплитуд возбуждения  $h_0$  от 0,01 Э до 1 Э, показало, что общий вид колебаний, их форма и спектральный состав остаются одними и теми же, меняясь лишь по амплитуде пропорционально величине  $h_0$ . В то же время, характер колебаний сильно зависит от глубины модуляции, то есть от величины девиации частоты, задаваемой коэффициентом модуляции  $C_m$ , для которого далее будут рассмотрены некоторые характерные значения.

Начало интервала развертки по времени выберем таким, чтобы переходные процессы, возникающие в момент включения возбуждения, уже затухли и колебания приняли стационарный характер. При принятых параметрах это время составляет порядка  $(1-2)\cdot 10^{-8}$  с, так что начало развертки выбираем равным  $2\cdot 10^{-8}$  с.

В остальном будем следовать работе [16], где на рис.3 и рис.4 приведены характеристики колебаний в отсутствие детектирования и при его наличии. Рассмотрим далее два случая: малой и большой глубины модуляции. При этом малой будем считать недостаточную для детектирования, а большой — превышающей значение, необходимое для четкого проявления детектирования.

Обратимся к рис.3, где показаны развертки по времени компоненты намагниченности и компоненты упругого смещения по одной координате при

малой глубине модуляции  $C_m = 3.0$ .

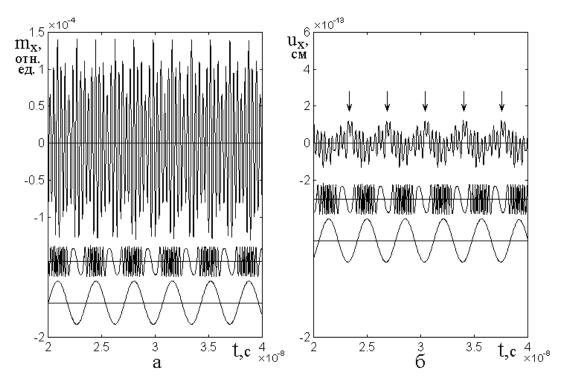


Рис. 3. Развертки по времени х-компоненты намагниченности (а) и х-компоненты упругого смещения (б) при малой глубине модуляции: параметр  $C_m$  = 3,0. Внизу приведена схема сигнала модуляции и развертка сигнала возбуждения (масштаб по вертикали не выдержан). Амплитуда переменного поля -0.01 Э, поляризация круговая. Частота возбуждения -2800 МГц, частота модуляции -280 МГц. Остальные параметры приведены в разделе N 4.

Из рис. За можно видеть, что под действием сигнала, модулированного по частоте, амплитуда колебаний намагниченности периодически меняется примерно на 50%, причем полностью синхронно с частотой модуляции. При этом период колебаний амплитуды намагниченности в два раза меньше периода модулирующего поля. Сами же колебания происходят с основной частотой возбуждения (при принятых параметрах – 2800 МГц). Максимумы амплитуды намагниченности приходятся на максимальное отклонение поля в ту или иную сторону, что и дает деление периода на два. Сгущения и разрежения частоты имеют тот же период, что и поле и ведут себя в соответствии с законом частотной модуляции (рис.2).

Из рис. Зб видно, что упругие колебания также меняются периодическим образом. В спектре преобладает основная частота возбуждения, причем нулевая линия этих колебаний смещается вверх и вниз синхронно с сигналом модуляции. Период таких смещений (отмеченных стрелками) совпадает с периодом модуляции. Глубина модуляции не превышает 30%. Будем называть далее такой режим возбуждения упругих колебаний «режимом смещения нулевой линии».

Рассмотрим теперь рис.4, где показаны развертки по времени компоненты намагниченности и компоненты упругого смещения при большой глубине модуляции  $C_m$  = 12,0.

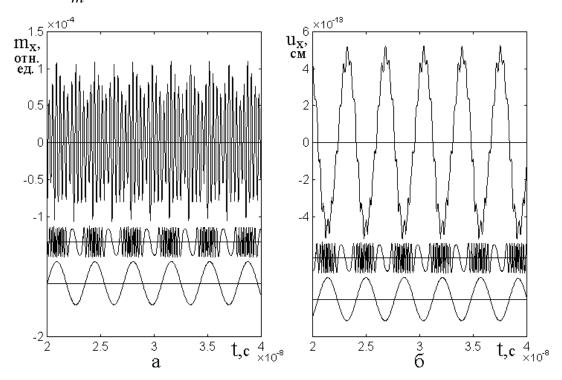


Рис.4. Развертки по времени х-компоненты намагниченности (а) и х-компоненты упругого смещения (б) при глубине модуляции, достаточной для уверенного детектирования: параметр  $C_m = 12,0$ .

Остальные параметры – те же, что на рис.3. Масштаб по вертикали для обоих рисунков – тот же, что на рис.3.

Из рис.4а видно, что колебания намагниченности ведут себя подобно предыдущему случаю (рис.3а), хотя и с несколько меньшей амплитудой.

Однако упругие колебания, показанные на рис.46 ведут себя совершенно отличным образом от приведенных на рис.3а. Так, амплитуда их растет более

чем в пять раз, составляющая частоты возбуждения почти пропадает, зато резко выделяется составляющая на частоте модуляции. При этом положительный полупериод упругих колебаний приходится на сгущение колебаний возбуждения, а отрицательный — на их разрежение. То есть период возбуждаемых упругих колебаний совпадает с периодом колебаний модуляции,

Таким образом, здесь четко наблюдается эффект детектирования, состоящий в выделении из полного возбуждающего сигнала только сигнала модуляции. В отличие от предыдущего случая будем называть такой режим возбуждения упругих колебаний «режимом детектирования».

Для интерпретации описанных явлений обратимся к рис.5, где схематически представлены развертки модулирующего поля (а), колебаний намагниченности (б) и упругих колебаний (в).

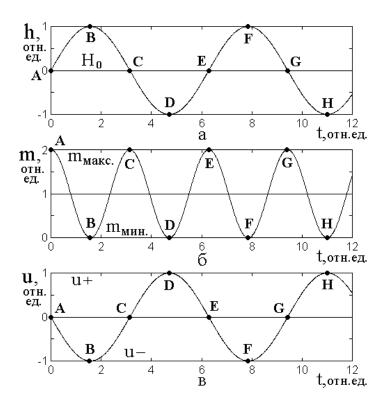


Рис.5. Схема разверток модулирующего поля (а), колебаний намагниченности (б) и упругих колебаний (в). Масштабы по осям – условные.

На рис.5а показано, как во времени меняется переменное поле h(t) (то есть, например, в соответствии с формулой (6A)). При этом полное поле равно сумме этого переменного поля с полем постоянным, то есть  $H_0 + h(t)$ . Переменное поле в свою очередь представляет собой сумму поля, меняющегося

с частотой, соответствующей ферромагнитному резонансу в поле  $H_0$  (при принятых параметрах — 2800 МГц) и добавки к этому полю, меняющейся с частотой модуляции.

Таким образом, основная прецессия определяется полем  $H_0$  и происходит на частоте ферромагнитного резонанса, а добавка за счет модуляции периодически выводит систему из условий резонанса, после чего возвращает обратно.

В соответствии с рис. 5a видно, что поле меняется по линии ABCDEFGH и далее. При этом его значение периодически пересекает горизонтальную линию с полем  $H_0$ , то есть система то входит в резонанс, то выходит из него. При таком движении поля пересечение горизонтальной линии происходит в точках A, C, E, G, так что именно в этих точках создаются оптимальные условия для резонанса прецессии и амплитуда магнитных колебаний возрастает. Именно такое возрастание наблюдается на рис. 56, где показана зависимость поперечной компоненты намагниченности от времени, синхронная с разверткой поля на рис. 5a. Можно видеть, что амплитуда максимальна в точках A, C, E, G, то есть именно там, где кривая на рис. 5a пересекает горизонтальную линию. При этом период колебаний намагниченности (рис. 56) равен как раз половине периода колебаний поля (рис. 5a). То есть этим объясняется уменьшение вдвое периода колебаний амплитуды намагниченности на рис. 5a и рис. 5a по сравнению с периодом поля, развертка для которого показана там же внизу.

Некоторое уменьшение амплитуды магнитных колебаний при увеличении индекса модуляции, отмеченное при сравнении рис. За с рис. 4а, происходит изза того, что при большом индексе размах колебании по частоте увеличивается, то есть система проскакивает условия резонанса за более короткое время, чем при малом индексе, так что магнитные колебания не успевают развиться до достаточной амплитуды.

Обратимся теперь к рассмотрению упругих колебаний. Дополнительная проверка, выполненная в отсутствие модуляции, показывает, что при

отклонении поля от нормали к плоскости пластины (рис.1), упругие колебания также отклоняются, так что их центр (или равновесное положение) смещается в какую отклоняется поле (насчет синфазности же сторону, В противофазности сказано далее). То есть упругие колебания происходят так, как если бы они всегда происходили вокруг направления поля, а если это направление меняется, то и центр упругих колебаний меняется синхронным образом. Модуляция происходит за счет периодического поперечных составляющих поля, то есть можно считать, что суммарное поле периодически отклоняется от нормали в ту или иную сторону. При этом центр упругих колебаний также смещается синхронно с отклонением поля.

Схема таких колебаний центра упругих колебаний показана на рис.5в. Из сравнения с рис.5а можно видеть, что периодичность колебаний поля и колебаний центра упругих смещений одинакова, то есть в обоих случаях происходит по линии ABCDEFGH.

Наблюдаемая противофазность кривых на рис.5а и рис.5в, а также разверток центра упругих колебаний и поля на рис.3б и рис.4б, обусловлена тем, что при построении кривых на рис.3 и рис.4 упругие смещения регистрировались на верхней поверхности магнитной пластины то есть при z=d/2 (рис.1). При этом фазы на рис.5 просто повторяют таковые на рис.3 и рис.4, что сделано для схематичной наглядности. При регистрации упругих смещений на нижней поверхности пластины, то есть при z=-d/2 (рис.1) их фаза меняется на противоположную, так что колебания поля и смещения становятся синфазными.

Все сказанное относится именно к центру упругих колебаний, тогда как сами колебания происходят с той частотой, которую задает прецессия намагниченности, то есть с основной частотой возбуждения. Поэтому суммарные колебания представляют собой арифметическое сложение колебаний на основной частоте возбуждения, задаваемых прецессией, с колебаниями центра, задаваемыми отклонением поля.

При малом индексе модуляции колебания на основной частоте преобладают, а колебания центра малы, что и дает в сумме режим смещения нулевой линии, показанный на рис.3б. При большом индексе модуляции преобладают колебания центра, а колебания на основной частоте остаются прежними, что и дает режим детектирования, показанный на рис.4б.

## 7. Типичные виды колебаний намагниченности и упругого смещения

Рассмотрим теперь наиболее распространенные виды колебаний намагниченности и упругого смещения более подробно. Обратимся к рис.6, где показаны такие колебания при различных уровнях глубины модуляции.

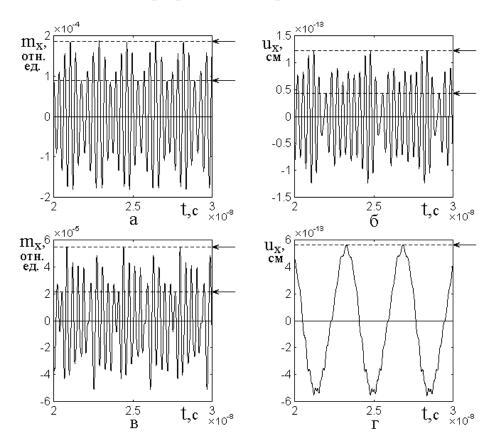


Рис.б. Некоторые типичные виды колебаний намагниченности (а, в) и упругого смещения (б, г) при различных уровнях глубины модуляции: а, б –  $C_m$  = 3 ед., в, г –  $C_m$  = 12 ед. Горизонтальными пунктирными линиями и стрелками отмечены уровни максимумов и минимумов амплитуды колебаний. Остальные параметры – те же, что на рис.3 и рис.4.

Рис.6а и рис.6б соответствуют малой глубине модуляции, когда детектирование еще отсутствует. Видно, что колебания намагниченности (рис.6а), в основном, происходят на частоте несущей (2800 МГц), однако их

амплитуда довольно хорошо следует синусоиде. Такое поведение амплитуды аналогично случаю амплитудной модуляции, когда модулирующий сигнал имеет всего одну частоту. То есть частотная модуляция намагниченности при малой глубине аналогична амплитудной модуляции на одной частоте.

Колебания упругого смещения (рис.6б) также, в основном, происходят на частоте несущей (2800 МГц), однако их амплитуда, в отличие от рис.6а, имеет более сложный характер. Колебания на частоте модуляции также отсутствуют, то есть детектирования еще нет, но амплитуда уже не следует синусоиде, а меняется по закону, соответствующему сумме нескольких близких частот. Эта картина также близка к случаю амплитудной модуляции, однако не монохроматической, а имеющей некоторый набор модулирующих частот.

Заметим, что отмеченный при рассмотрении рис. 3б эффект смещения нулевой линии здесь не виден, так как уровень глубины модуляции еще недостаточен для его проявления.

Рис.6в и рис.6г соответствуют большой глубине модуляции, когда имеет место ярко выраженный эффект детектирования.

Колебания намагниченности (рис.бв), по-прежнему, в основном, происходят на частоте несущей (2800 МГц), однако теперь их амплитуда меняется сложным образом, как если бы здесь была амплитудная модуляция, осуществляемая некоторым набором модулирующих частот.

Колебания упругого смещения (рис.бг) происходят здесь существенно отличным образом. Частота несущей (2800 МГц) практически полностью отсутствует, однако ярко выражена частота модуляции (280 МГц). То есть здесь аналогии с амплитудной модуляцией уже нет, а упругие колебания происходят на частоте модуляции, то есть имеет место чистый эффект детектирования, отмеченный выше при рассмотрении рис.4б.

## 8. Влияние глубины модуляции на эффект детектирования

Рассмотрим теперь влияние глубины модуляции на эффект детектирования более подробно. Обратимся к рис.7, где показаны зависимости максимума и минимума амплитуды магнитных (а) и упругих (б) колебаний от

параметра  $C_m$ , характеризующего глубину модуляции. Схема определения максимальных и минимальных значений амплитуды показана на рис.6, где горизонтальными пунктирными линиями со стрелками отмечены соответствующие уровни.

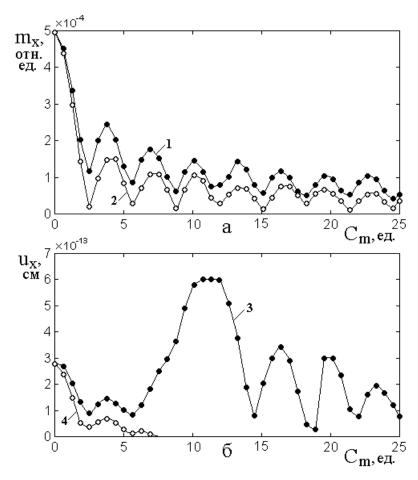


Рис.7. Зависимости максимума (сплошные точки) и минимума (открытые точки) амплитуды магнитных (а) и упругих (б) колебаний от глубины модуляции.

- 1 максимум амплитуды колебаний намагниченности;
- 2 минимум амплитуды колебаний намагниченности;
- 3 максимум амплитуды колебаний упругого смещения;
- 4 минимум амплитуды колебаний упругого смещения.

Из рис.7а видно, что зависимость как максимумов (кривая 1), так и минимумов (кривая 2) амплитуды колебаний намагниченности от параметра  $C_m$  имеет ярко выраженный осциллирующий характер, причем период осцилляций практически не меняется и составляет около 3,12 ед., а их амплитуда спадает по закону, близкому к обратной пропорциональности.

Подобные зависимости для упругих колебаний (рис.7б) также имеют осциллирующий характер с тем же периодом и до величины  $C_m$  около 6 ед. амплитуда осцилляций спадает. При превышении этого значения амплитуда совершает резкий рывок вверх, достигая плато при  $C_m$  от 10 до 13 на уровне  $6\cdot 10^{-13}$  см, что более чем вдвое превышает начальный уровень при  $C_m = 0$  ед. После прохождения плато, то есть при  $C_m$  больше 13 ед. амплитуда осцилляций спадает, отталкиваясь от начального значения на уровне плато, также по закону, близкому к обратной пропорциональности.

Все сказанное относится к зависимости максимумов упругих колебаний от  $C_m$  (кривая 3). Зависимость минимумов (кривая 4) резкого подъема вверх не имеет, а только спадает, исходя от начального значения. Такой ее спад отражает тот факт, что, как можно видеть из рис.бв, при полном детектировании минимум колебаний на частоте модуляции отсутствует, так что регистрируется только максимум.

Таким образом, начиная со значения коэффициента модуляции  $C_m$  = 7, имеет место режим детектирования, которому и соответствует резкий подъем кривой 3 на рис.76. То есть такое значение параметра  $C_m$  можно считать критическим или даже пороговым. В то же время факт наличия или отсутствия детектирования с величиной уровня возбуждающего сигнала (на частоте 2800 МГц) никак не связан, а проявляется при любом сколь угодно физически малом его уровне.

Таким образом, при частотной модуляции эффект детектирования не является нелинейным в обычном смысле слова, то есть обусловлен не достаточно высокой амплитудой возбуждения, а вызывается достаточно большой девиацией частоты возбуждающего сигнала. То есть можно сказать, что здесь имеет место нелинейность не по амплитуде, а по девиации частоты возбуждающего сигнала.

## 9. Разложение модулированного сигнала по функциям Бесселя

Согласно общим положениям теории частотной модуляции, приведенным, например, в [18, стр.95-101] или в [19, стр.85-86], сигнал, модулированный по частоте, можно представить в виде разложения в ряд по функциям Бесселя. Приведем вкратце схему такого представления, следуя [20, стр. 418-420].

Будем исходить из представления частотно модулированного сигнала в виде (23):

$$u(t) = U \sin[(2\pi f_0 t) + C_m \sin(2\pi f_m t)]. \tag{26}$$

Для упрощения обозначений заменим линейные частоты круговыми:

$$2\pi f_0 \to \omega;$$
 (27)

$$2\pi f_m \to \Omega. \tag{28}$$

При этом (26) принимает вид:

$$u(t) = U \sin[\omega t + C_m \sin(\Omega t)]. \tag{29}$$

Пользуясь формулой для синуса суммы двух аргументов, получаем:

$$u(t) = U\{\sin\omega t \cdot \cos(C_m \sin\Omega t) + \cos\omega t \cdot \sin(C_m \sin\Omega t)\}. \tag{30}$$

Для преобразования вторых сомножителей в обоих слагаемых, воспользуемся известными выражениями [20, стр.384, форм.(53)-(56)]:

$$\cos(z\sin\theta) = J_0(z) + 2\sum_{p=1}^{\infty} J_{2p}(z)\cos(2p\theta);$$
 (31)

$$sin(z sin \theta) = 2 \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p-1}(z) sin[(2p-1)\theta].$$
 (32)

Производя замену обозначений:

$$z \to C_m;$$
 (33)

$$\theta \to \Omega t$$
, (34)

получаем:

$$cos(C_m sin\Omega t) = J_0(C_m) + 2\sum_{p=1}^{\infty} J_{2p}(C_m) \cdot cos(2p\Omega t);$$
 (35)

$$sin(C_m sin\Omega t) = 2\sum_{p=1}^{\infty} J_{2p-1}(C_m) \cdot sin[(2p-1)\Omega t].$$
 (36)

Ограничиваясь для простоты первыми двумя членами каждого из рядов, а также опуская аргумент  $C_m$  функций Бесселя, получаем:

$$cos(C_m sin\Omega t) \approx J_0 + 2J_2 cos(2\Omega t) + 2J_4 cos(4\Omega t); \tag{37}$$

$$sin(C_m sin\Omega t) \approx 2J_1 sin(\Omega t) + 2J_3 sin(3\Omega t).$$
 (38)

Подставляя эти выражения в (30) и пользуясь формулами произведения синуса на косинус и косинуса на синус, а также для простоты записи полагая U=1, получаем:

$$u(t) = J_0 \sin \omega t + J_1 \sin(\omega + \Omega)t + J_2 \sin(\omega + 2\Omega)t +$$

$$+ J_3 \sin(\omega + 3\Omega)t + J_4 \sin(\omega + 4\Omega)t +$$

$$- J_1 \sin(\omega - \Omega)t + J_2 \sin(\omega - 2\Omega)t -$$

$$- J_3 \sin(\omega - 3\Omega)t + J_4 \sin(\omega - 4\Omega)t.$$
(39)

Эта формула, с точностью до знаков (с учетом [20, стр.374, форм.(22)]), является частным случаем общего выражения, приведенного в [20, стр.419]. Подобное представление в несколько упрощенном виде приведено также в [17, стр.32-34].

Наиболее важным моментом для дальнейшего рассмотрения здесь является вывод о том, что сигнал частоты  $\omega$ , модулированный частотой  $\Omega$ , имеет в своем спектре составляющие на частотах  $\omega \pm n\Omega$  или  $2\pi(f_0\pm n\,f_m)$ , где n — целое число, причем коэффициенты таких составляющих равны  $J_n(C_m)$ .

## 10. Применение функций Бесселя для интерпретации зависимостей намагниченности и смещения от глубины модуляции

Вернемся теперь к рассмотрению процесса детектирования, а именно – к зависимостям амплитуд магнитных и упругих колебаний от коэффициента модуляции, представленным на рис.7.

Обратимся к рис.8, где выполняется сравнение амплитуд колебаний с функциями Бесселя, соответствующими спектральному составу частотно модулированного сигнала.

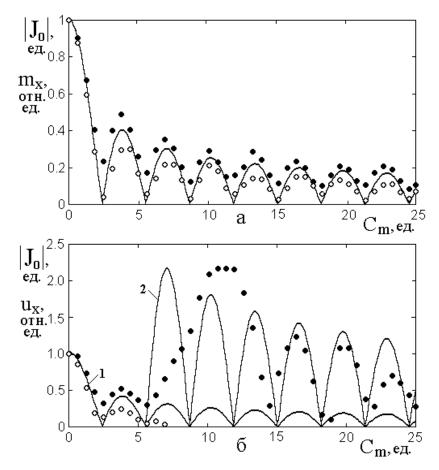


Рис.8. Схема представления зависимостей амплитуды магнитных (а) и упругих (б) колебаний от степени глубины модуляции на основе функций Бесселя. Сплошные линии – функции Бесселя, сплошные и открытые точки – те же, что на рис.7. Нормировка на единицу – привязана к начальной точке при  $C_m = 0$ . 1 — функция Бесселя по модулю  $|J_0(C_m)|$ , привязанная к начальной точке. 2 — та же функция, умноженная на 7.

Сплошная кривая на рис.8а соответствует зависимости модуля функции Бесселя нулевого порядка  $J_0$  от коэффициента  $C_m$ , то есть  $J_0(C_m)$ . Модуль

функции Бесселя взят вместо самой функции Бесселя по той причине, что она призвана описывать амплитуды колебаний намагниченности и упругого смещения, которые по своей природе являются положительными. Кривая 1 на рис.86 — та же функция  $J_0(C_m)$  с учетом нормировки на единицу. Начальная точка кривой на рис.8а а также кривой 1 на рис.8б привязана к единице, как этого требует начальное значение функции Бесселя  $J_0(0)=1$ . Кривая 2 на рис.8б представляет собой ту же функцию  $|J_0(C_m)|$ , умноженную на числовой коэффициент, равный 7 с целью подгонки максимума  $|J_0(C_m)|$  при  $\tilde{N}_m=7,5\,$  к величине 2,25, соответствующей максимуму зависимости амплитуды колебаний упругого смещения при привязке начальной точки этой зависимости к единице.

На обоих рисунках приведены точки, соответствующие зависимостям амплитуд колебаний намагниченности и упругого смещения от параметра  $C_m$ , представленным на рис.7.

Из рис.8а видно, что приближение функции Бесселя нулевого порядка довольно хорошо описывает реально наблюдаемые зависимости амплитуд магнитных колебаний от коэффициента модуляции. Сплошная кривая проходит по высоте как раз между точками, соответствующими максимумам и минимумам таких зависимостей. Период осцилляций этих зависимостей совпадает с периодом функции Бесселя с высокой точностью (не менее 5%), а их амплитуды по мере увеличения параметра  $C_m$  описываются функцией Бесселя с точностью порядка 25%.

Таким образом, можно полагать, что амплитуда колебаний намагниченности точно следует нулевой составляющей спектра частотномодулированного сигнала.

Однако на рис.8б положение вещей несколько иное. Так, видно, что зависимость для минимума амплитуды упругих колебаний, показанная открытыми точками, по крайне мере до значения  $C_m = 7$ , довольно

удовлетворительно описывается функцией Бесселя нулевого порядка, (кривая 1), после чего обращается в нуль. В то же время, зависимость для максимума (сплошные точки) более или менее соответствует той же функции Бесселя (кривой 1) только до значения  $\,C_m^{}=\,$  6, откуда начинается ее сильный рост и совпадение далее отсутствует. Следует обратить внимание однако на тот факт, что дальнейшую зависимость максимума смещения от  $\,C_m\,$ можно в какой-то мере описать функцией Бесселя, нормированной так, чтобы ее максимум в области подъема сплошных точек, то есть от  $\,C_m^{}=\,6\,$  до  $\,C_m^{}=\,15\,$  был близок к максимуму зависимости, отражаемой этими точками, в результате чего получается кривая 2. Можно видеть, что при  $\,C_m\,$  больше 15 нормированная так функция Бесселя соответствует по периоду и по амплитуде зависимости из сплошных точек с точностью порядка 20%. Однако в области подъема точек, то есть от  $\,C_m^{}\!=\,6\,$  до  $\,C_m^{}\!=\!15\,$  о каком-то соответствии можно говорить только по амплитуде, тогда как реальная зависимость в этой области имеет всего один сплошной широкий подъем, а функция Бесселя распадается на три лепестка, в промежутках между которыми падает до нуля.

Таким образом, можно полагать, что амплитуда колебаний упругого смещения следует нулевой составляющей спектра с учетом нормировки только вне области максимума зависимости смещения от параметра модуляции, так что интерпретация этого максимума требует дополнительного рассмотрения.

## 11. Влияние частоты модуляции на эффект детектирования

В связи с наличием большого и широкого подъема на зависимости амплитуды упругого смещения от глубины модуляции, встает вопрос о свойствах этого подъема и зависимости этих свойств от параметров задачи. Поскольку подъем обусловлен модуляцией сигнала, прежде всего требует ответа вопрос о влиянии характеристик сигнала модуляции. В силу принятия переменного поля в виде (23), (24), амплитуда сигнала модуляции определяется величиной параметра  $C_m$  и отдельному рассмотрению не подлежит. Поэтому остается только частота этого сигнала, к рассмотрению роли которой и

обратимся далее. На рис.9 показаны зависимости максимальной амплитуды упругих колебаний от степени глубины модуляции при некоторых характерных частотах. Амплитуды  $u_{_X}$  определяются только частотой модуляции при сохранении всех остальных параметров постоянными.

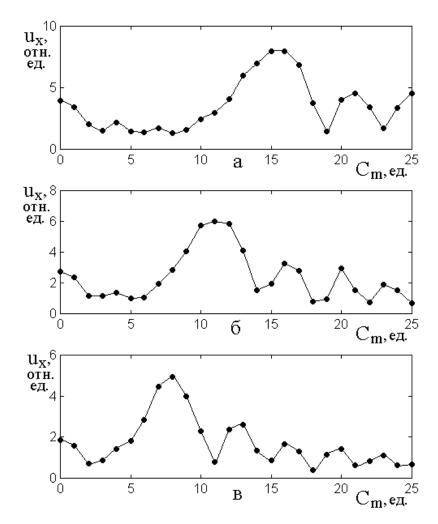


Рис.9. Зависимости максимальной амплитуды упругих колебаний от степени глубины модуляции при различных ее частотах:  $a-200~\text{М}\Gamma\text{ц};~ 6-280~\text{M}\Gamma\text{ц};~ в-400~\text{M}\Gamma\text{ц}.$  Остальные параметры – те же, что на рис.7.

Из рисунка видно, что общий характер всех зависимостей при изменении частоты модуляции не меняется, Амплитуда и ширина основного подъема сохраняются почти постоянными, однако положение его по оси  $C_m$  меняется, так что при увеличении частоты подъем смещается в сторону меньших значений  $C_m$ . Рассмотрим далее механизм такого смещения.

## 12. Схема образования подъема на зависимости амплитуды смещения от глубины модуляции

Рассмотрим схему образования подъема на зависимости амплитуды упругого смещения от глубины модуляции.

Согласно общей теории частотной модуляции [18, стр.95-101] или [19, стр.85-86], модулированный сигнал в области частот ниже несущей с точностью до знаков имеет вид:

$$u(t) = J_{0}(C_{m})\sin\omega_{0}t + J_{1}(C_{m})\sin(\omega_{0} - \Omega)t + + J_{2}(C_{m})\sin(\omega_{0} - 2\Omega)t + J_{3}(C_{m})\sin(\omega_{0} - 3\Omega)t + + J_{4}(C_{m})\sin(\omega_{0} - 4\Omega)t + J_{5}(C_{m})\sin(\omega_{0} - 5\Omega)t + ...$$
(40)

Это разложение содержит комбинационные частоты вида  $\omega_0 - n\Omega$ , где  $\omega_0$  – частота несущей,  $\Omega$  – частота модуляции,  $J_n(C_m)$  – функции Бесселя порядка n. Можно видеть, что каждой частоте  $\omega_0 - n\Omega$  соответствует коэффициент  $J_n(C_m)$  с тем же номером n, что и кратность вклада частоты модуляции в общую комбинационную частоту.

Коэффициенты ряда (1Г) представляют собой функции Бесселя  $\boldsymbol{J}_n$ , первые полупериоды которых показаны на рис.10.

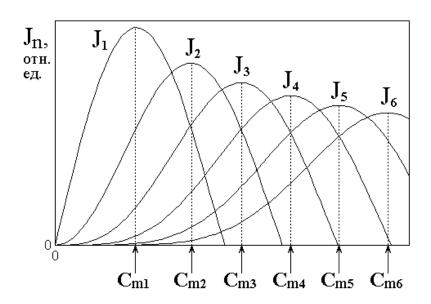


Рис.10. Схема коэффициентов ряда разложения модулированного сигнала.

Из рисунка можно видеть, что максимумы функций  $J_n(C_m)$  соответствуют ряду последовательных значений  $C_{mn}$ , такому, что  $C_{m1} < C_{m2} < C_{m3} < C_{m4} < C_{m5}$  и так далее. То есть частотам  $\omega_0 - n\Omega$  соответствуют коэффициенты  $C_{mn}$ , каждый из которых обеспечивает максимум члена ряда (40) на этой частоте.

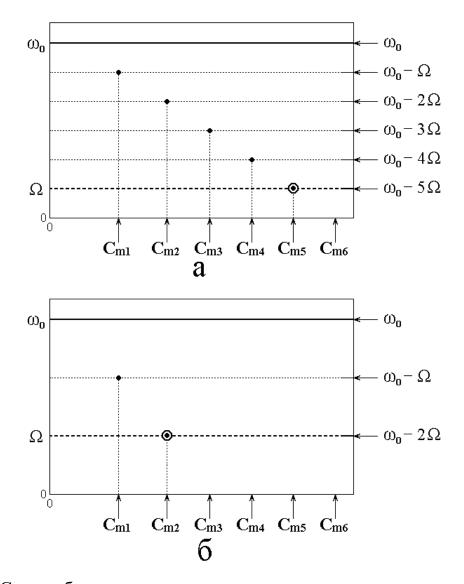


Рис.11. Схема образования подъема зависимости амплитуды смещения от коэффициента модуляции. а — низкая частота модуляции; б — высокая частота модуляции. Сплошная горизонтальная линия соответствует частоте несущей, пунктирная горизонтальная линия соответствует частоте модуляции. Выделенной точкой отмечено значение  $C_m$ , соответствующее попаданию комбинационной частоты на частоту модуляции. Масштаб и обозначения по горизонтальной оси — те же, что на рис.10.

Обратимся теперь к рис.11, где представлена схема образования подъема зависимости амплитуды смещения от коэффициента модуляции для случая низкой (а) и высокой (б) частоты модуляции.

Рис.11а соответствует низкой частоте модуляции. Можно видеть, что в этом случае все комбинационные частоты от  $\omega_0 - \Omega$  до  $\omega_0 - 4\Omega$  лежат выше частоты модуляции, на которую настроен упругий резонатор (рис.1). То есть эти частоты, даже если они появляются в спектре, упругая система никак не выделяет и, если все же реагирует на них, то в очень небольшой степени.

Однако комбинационная частота  $\omega_0 - 5\Omega$  соответствует как раз частоте резонатора (совпадающей с частотой модуляции), поэтому упругого составляющая спектра на этой частоте выделяется сильнее других за счет резонансных колебаний упругой системы. Из сопоставления с нижней осью рисунка можно видеть, что этой частоте соответствует значение параметра  $C_{m5}$ , которое больше модуляции, всех равное остальных предшествующих. Поэтому именно при таком значении этого параметра упругие колебания развиваются со значительной амплитудой и зависимость их амплитуды от параметра  $\,C_m\,$ имеет ярко выраженный максимум.

Обратимся теперь к рис.11б, соответствующему высокой частоте модуляции. Здесь, как можно видеть из сравнения с рис.11а, горизонтальные линии, соответствующие комбинационным частотам, расставлены друг от друга значительно реже, что обусловлено большей величиной частоты  $\Omega$ . На частоту модуляции, то есть резонанса упругой системы, здесь попадает частота  $\omega_0-2\Omega$ , так что на зависимости амплитуды упругого смещения от параметра  $C_m$  максимум приходится на значение этого параметра, равное  $C_{m2}$ . Как можно видеть по горизонтальной оси, это значение значительно меньше значения  $C_{m5}$ , соответствующего максимуму для низкой частоты.

Таким образом, максимум зависимости амплитуды упругого смещения от параметра модуляции соответствует тем меньшему значению этого параметра,

чем частота модуляции выше. Именно такое расположение максимумов для различных частот наблюдается на рис.9.

Из структуры обоих рис.11 видно, что комбинационная частота, чтобы достигнуть значения  $\Omega$ , должна спуститься от уровня частоты  $\omega_0$  на столько ступенек величиной  $\Omega$ , сколько этих ступенек укладывается в промежутке между  $\omega_0$  и  $\Omega$ . То есть количество ступенек n определяется формулой:

$$n = \frac{\omega_0 - \Omega}{\Omega} \,. \tag{41}$$

Это количество ступенек соответствует параметру модуляции  $C_{mn}$ . Как можно видеть из рис.10, этому параметру соответствует функция Бесселя того же порядка, то есть  $J_n(C_m)$ . То есть функции Бесселя именно такого порядка должен соответствовать подъем на зависимости упругого смещения от  $C_m$ .

Таким образом, при заданных значениях частоты несущей  $\omega_0$  и частоты модуляции  $\Omega$ , подъем на зависимости амплитуды упругого смещения от параметра модуляции  $u_x(C_m)$  должен описываться функцией Бесселя  $J_n(C_m)$ , порядок которой n определяется формулой (41).

# 13. Интерпретация зависимостей амплитуды упругих колебаний от глубины модуляции

Применим теперь описанные в предыдущем разделе модельные представления на основе функций Бесселя к реально наблюдаемому подъему зависимостей амплитуды упругих колебаний от глубины модуляции.

Обратимся к рис.12, где представлены такие зависимости, соответствующие различным частотам модуляции. Точки на рисунке совпадают с таковыми, приведенными на рис.9. Сплошные линии – функции Бесселя по модулю, построенные в соответствии с моделью, описанной выше.

В этом случае номер соответствующей функции Бесселя определялся по формуле (41). То есть при частоте несущей 2800 МГц частоте модуляции 200 МГц (рис.12a) соответствует функция Бесселя порядка 13, то есть  $J_{13}(C_m)$ ,

частоте модуляции 280 МГц (рис.12б) соответствует функция Бесселя порядка 9, то есть  $J_9(C_m)$ , частоте модуляции 400 МГц (рис.12в) — функция Бесселя порядка 6, то есть  $J_6(C_m)$ . Эти функции представлены на соответствующих рисунках сплошными линиями.

Нормировка зависимостей, представленных точками, не проводилась, так что масштабы по вертикальной оси сохранены теми же, что на рис.9. Функции Бесселя строились таким образом, чтобы верхний край рисунка соответствовал значению 0,4 от единицы. Достаточная наглядность рисунков показывает, что такая нормировка оказалась удачной.

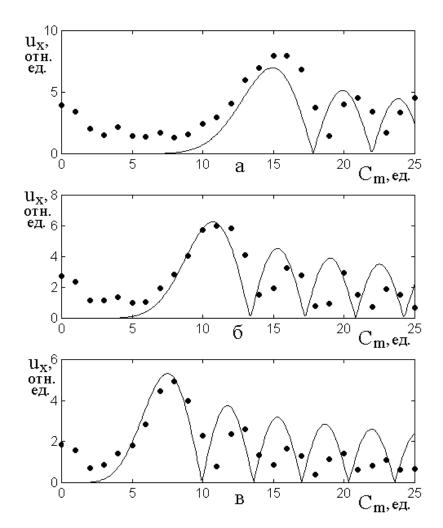


Рис.12. Сравнение зависимостей максимальной амплитуды упругих колебаний от степени глубины модуляции с функциями Бесселя при различных частотах модуляции:  $a-200~\mathrm{MFu};~6-280~\mathrm{MFu};~8-400~\mathrm{MFu}.$  Остальные параметры — те же, что на рис.9.

Из рисунка можно видеть, что во всех случаях функции Бесселя довольно хорошо описывают главный подъем зависимостей  $u_x(C_m)$ . Некоторое различие по высоте, наблюдаемое на рис.12а, обусловлено несовершенством принятой нормировки. Так, если функцию Бесселя поднять на 15% или точки опустить на те же 15%, то совпадение будет полное. По-видимому, в рамках превосходного качественного совпадения, такое уточнение можно считать излишним.

Таким образом, относительно главного подъема зависимости  $u_x(C_m)$ , соответствие предложенной модели наблюдаемым результатам можно считать вполне удовлетворительным. Что касается последующих подъемов, то здесь общий спад их высоты и имеющая место периодичность по мере увеличения  $\tilde{N}_m$ , функциями Бесселя также описывается. Однако протяженность подъемов отражается с точностью всего лишь около 30%. Такая недостаточность, повидимому, обусловлена тем, что в их формировании участвует не только главный член ряда (40), обеспечивающий главный подъем, но и другие члены с меньшей амплитудой в той или иной степени.

## 14. Влияние частоты модуляции на положение главного максимума

Рассмотрим теперь полученную зависимость положения главного максимума от частоты более подробно. В таблице 1 приведены максимальные значения функции Бесселя и параметра  $C_m$  при различных частотах модуляции. Таблица построена на основе предыдущих результатов при частоте несущей 2800 МГц и остальных параметрах приведенных в разделе N24.

В первом столбце таблицы приведена частота модуляции. Во втором — параметр  $N=f_0/f_m$  , как отношение несущей частоты к частоте модуляции. В третьем столбце — параметр n , определяемый по формуле (41), то есть n=N-1 — номер функции Бесселя  $J_n$  , соответствующей заданной частоте модуляции. В четвертом столбце — максимальное значение модуля функции Бесселя порядка  $\ddot{\imath}$  , приведенного в третьем столбце, обозначенного как  $|J_n|_S$  .

В пятом столбце – параметр  $C_{mS}$ , соответствующий максимуму зависимости амплитуды упругого смещения от этого параметра, то есть середине главного подъема зависимости  $u_x(C_m)$  при заданной частоте модуляции.

Таблица 1. Максимальные значения функции Бесселя и параметра  $\,C_m\,$  при различных частотах модуляции.

$f_m$ , МГц	N	n	$\left \left J_{n}\right \right _{S}$	$C_{mS}$
100	28,00	27,00	29,0	29
150	18,67	17,67	19,8	23
200	14,00	13,00	15,0	16
250	11,20	10,20	12,0	12
300	9,33	8,33	10,0	10
350	8,00	7,00	8,4	8
400	7,00	6,00	7,4	7
450	6,22	5,29	6,6	6
500	5,60	4,60	6,0	4

Из таблицы можно видеть, что по мере увеличения частоты модуляции параметр  $C_{mS}$  уменьшается, то есть главный максимум зависимости  $u_x(C_m)$  смещается в сторону меньших значений  $C_m$ , подобно тому, как это происходит на зависимостях, представленных на рис.9.

Материалы таблицы представлены в виде кривых на рис.13. В качестве вспомогательной пунктиром приведена кривая, соответствующая приближению точек  $C_{mS}$  в виде квадратичного полинома:

$$y = 0.0002 \ x^2 - 0.1641 \ x + 41.66 \ ,$$
 (42) где  $x \to f_m, \ y \to C_m \ .$ 

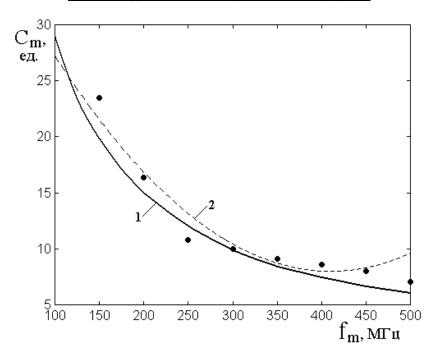


Рис.13. Зависимости параметра  $C_m$ , соответствующего максимуму зависимости  $u_x(C_m)$ , от частоты модуляции  $f_m$ .  $1- \text{кривая} \ \big| J_n \big|_S$ , соответствующая четвертому столбцу таблицы.  $2- \text{кривая} \ (\text{пунктир}), \ \text{построенная по формуле (42)}.$  
Точки — данные  $C_{mS}$ , приведенные в пятом столбце таблицы.

Из рисунка можно видеть, что все кривые совпадают с точностью не хуже 10%. Некоторое отличие пунктирной кривой 2 от точек и кривой 1 в области 500 МГц, по-видимому, связано с недостаточной степенью полинома (42). Однако в рамках принятого приближения (10%) авторы посчитали увеличивать степень полинома излишним, по крайней мере, в рассматриваемом диапазоне частот (до 500 МГц).

## Заключение

Рассмотрена задача о детектировании частотно-модулированного СВЧ сигнала с помощью магнитострикционного преобразователя. Отмечена важность задачи для техники возбуждения и регистрации гиперзвука, обладающего разнообразными амплитудными и частотными характеристиками.

Приведена геометрия преобразователя, представляющего собой нормально намагниченную ферритовую пластину, обладающую магнитоупругими свойствами. Получены основные уравнения движения для

намагниченности и упругого смещения, отражающие воздействие на пластину модулированного по частоте переменного магнитного поля.

Отмечено, что эффект детектирования состоит в выделении из полного сигнала составляющей на частоте модуляции, осуществляемом за счет возбуждения резонансных колебаний упругой системы.

Рассмотрена классическая частотной схема модуляции, отмечена недостаточность представления частотно-модулированного сигнала в виде простого изменения частоты несущей. Приведено выражение сигнала, модулированного по частоте, в виде частоты несущей с добавкой фазы, меняющейся с частотой модуляции. Выполнено представление переменного воздействующего ферритовую поля, на пластину виде сигнала, модулированного по частоте.

На базе принятых основных параметров задачи приведена общая картина детектирования частотно-модулированного сигнала помошью магнитострикционного преобразователя. Отмечены два этапа детектирования – первый состоит в возбуждении прецессии намагниченности в магнитной пластине, второй – в возбуждении упругих колебаний в той же пластине за счет воздействия магнитных колебаний на упругие через посредство магнитоупругого взаимодействия. Выделены два основных случая – малой и большой глубины модуляции, где малая недостаточна для детектирования, а большая превышает значение, необходимое для четкого проявления детектирования. Показано, что при малой глубине модуляции как магнитные, так и упругие колебания происходят на частоте несущей, причем амплитуда тех и других меняется с частотой модуляции не более чем на 50%. При большой глубине модуляции характер магнитных колебаний практически сохраняется, тогда как характер упругих колебаний меняется существенным образом: составляющая на частоте несущей практически пропадает и возникают сильные колебания упругой системы на частоте модуляции, в чем и состоит эффект детектирования.

Выделены два режима упругих колебаний – смещения нулевой линии и

режим детектирования. Характеристики обоих режимов интерпретированы на основе рассмотрения амплитудно-фазовых соотношений разверток по времени магнитных и упругих колебаний. Отмечены типичные виды колебаний намагниченности и упругого смещения. Показано, что при малой глубине модуляции характер тех и других колебаний близок к таковым при амплитудной модуляции, а при большой глубине магнитные колебания обогащаются дополнительными частотами, причем упругие происходят только на одной частоте, соответствующей выделенной за счет резонанса упругой системы частоте модуляции.

Исследовано влияние глубины модуляции на процесс детектирования. Рассмотрены зависимости максимума и минимума амплитуды магнитных и упругих колебаний от коэффициента глубины модуляции. Выявлен сильно осциллирующий характер тех и других. Показано, что зависимость амплитуды осцилляций для магнитных колебаний имеет плавно спадающий характер, тогда как на подобной зависимости для упругих колебаний после некоторого спада наблюдается сильный подъем, соответствующий переходу от режима смещения центра к режиму детектирования.

Отмечено, что при частотной модуляции эффект детектирования не является нелинейным в обычном смысле слова, то есть обусловлен не достаточно высокой амплитудой возбуждения, а вызывается достаточно большой девиацией частоты возбуждающего сигнала. То есть здесь имеет место нелинейность не по амплитуде, а по девиации частоты возбуждающего сигнала.

Для интерпретации наблюдаемых явлений рассмотрено разложение частотно-модулированного сигнала по функциям Бесселя. Показано, что приближение функции Бесселя нулевого порядка довольно хорошо описывает реально наблюдаемые зависимости амплитуд магнитных колебаний от коэффициента модуляции в обоих режимах, как до начала детектирования, так и после него. Установлено, что функция Бесселя нулевого порядка пригодна для описания наблюдаемых зависимостей амплитуд упругих колебаний только

до начала режима детектирования, а после него требуется умножение функции Бесселя на коэффициент, составляющий несколько единиц.

Исследовано влияние частоты модуляции на эффект детектирования. Показано, что подъем на зависимости амплитуды упругих колебаний от величины параметра модуляции, соответствующий режиму детектирования, требует для своей реализации тем больших значений параметра модуляции, чем частота модуляции ниже. Для интерпретации такой зависимости предложена модель, согласно которой подъем зависимости амплитуды упругих колебаний от величины параметра модуляции соответствует появлению в спектре сигнала составляющих, комбинационные частоты которых равны разности между частотой несущей и произведением частоты модуляции на числовой коэффициент, равный отношению разности между частотами несущей и модуляции к частоте модуляции.

Показано. что соответствующая зависимость амплитуды упругих колебаний от величины параметра модуляции описывается функцией Бесселя, порядок которой равен тому же отношению разности между частотами несущей модуляции модуляции. Для коэффициента частоте модуляции, главному подъему соответствующего зависимости амплитуды упругих колебаний от параметра модуляции, получена зависимость от частоты модуляции, близкая к спадающей ветви квадратного трехчлена.

Выявлено хорошее (в пределах 10%) соответствие предложенной модели характеру наблюдаемых явлений, в первую очередь подъему зависимости амплитуды упругих колебаний от параметра модуляции.

Работа выполнена в рамках государственного задания.

## Литература

- 1. Красильников В.А. Гиперзвук. БСЭ. Т.б. М.:Советская энциклопедия. 1971. C.535-536.
- 2. Кикучи Е. Ультразвуковые преобразователи. М.: Мир. 1972.

- 3. Голямина И.П. Магнитострикционные излучатели из ферритов. // В кн.: Физика и техника мощного ультразвука. Кн.1. Источники мощного ультразвука. М.: Наука. 1967.
- 4. Comstock R.L., LeCraw R.C. Generation of microwave elastic vibrations in a disk by ferromagnetic resonance. // J. Appl. Phys. 1963. V.34. №10. P.3022.
- 5. Ле-Кроу Р., Комсток Р. Магнитоупругие взаимодействия в ферромагнитных диэлектриках. // В кн.: У. Мэзон (ред.): Физическая акустика. Т.3Б. Динамика решетки. М.: Мир. 1968. С.156.
- 6. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в ферритовой пластине при ферромагнитном резонансе. // РЭ. 2009. Т.54. №7. С.863.
- 7. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре. // Журнал радиоэлектроники. 2013. №2. Режим доступа: <a href="http://jre.cplire.ru/jre/feb13/10/text.pdf">http://jre.cplire.ru/jre/feb13/10/text.pdf</a>.
- 8. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре при ферромагнитном резонансе. // РЭ. 2014. Т.59. №5. С.482.
- 9. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Кратное преобразование частоты в схеме магнитострикционного преобразователя. Умножение частоты в режиме релаксаии. // РЭ. 2019. Т.64. №5. С.487.
- 10. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Кратное преобразование частоты в схеме магнитострикционного преобразователя. Умножение частоты в непрерывном режиме. // РЭ. 2019. Т.64. №6. С.604.
- 11. Плешев Д.А., Котов Л.Н., Власов В.С., Щеглов В.И. Преобразование частоты при акустическом резонансе в ферритах. Сыктывкар: ИПО СыктГУ. 2019.
- 12. Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное детектирование магнитоупругих колебаний в режиме амплитудной модуляции. // Журнал радиоэлектроники. 2019. №3. <a href="https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.3.7">https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.3.7</a>

- 13. Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Амплитудночастотные характеристики магнитострикционного преобразователя в режиме амплитудной модуляции. // Журнал радиоэлектроники. 2019. №4. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.4.9
- 14. Асадуллин Ф.Ф., Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Детектирование СВЧ колебаний c помощью магнитострикционного преобразователя режиме модуляции. // Сборник XXVII трудов конференции Международной «Электромагнитное поле материалы (фундаментальные физические исследования)». М.: НИУ МЭИ. 2019. С.156.
- 15. Асадуллин Ф.Ф., Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спектральные характеристики магнитоупругих колебаний, возбуждаемых в нормально намагниченной ферритовой пластине амплитудно-модулированным сигналом. Сборник трудов XXVII Международной конференции «Электромагнитное поле И материалы (фундаментальные физические исследования)». М.: НИУ МЭИ. 2019. С.167.
- 16. Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Возбуждение магнитострикционного преобразователя частотно- модулированным СВЧ сигналом. // Сборник трудов XXVII Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)». М.: НИУ МЭИ. 2019. С.176.
- 17. Харкевич А.А. Основы радиотехники. М:. Физматлит. 2007.
- 18. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Советское радио. 1964.
- 19. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь. 1986.
- 20. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. М.: Наука. 1964.

## Для цитирования:

Власов В.С., Плешев Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Детектирование частотно-модулированного СВЧ сигнала с помощью магнитострикционного преобразователя. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2020. №7. <a href="https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.7.3">https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.7.3</a>