

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.7.5>

УДК: 621.391.81:621.396.96

## ТРЕБОВАНИЯ К КОДИРУЮЩЕЙ МАТРИЦЕ ФАЗОКОДОМАНИПУЛИРОВАННОГО ЗОНДИРУЮЩЕГО СИГНАЛА С НУЛЕВОЙ ЗОНОЙ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ

Р.Н. Ипанов

Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
111250, Россия, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14

Статья поступила в редакцию 26 мая 2022 г.

**Аннотация.** Оптимальные дискретные сигналы не позволяют решать радиолокационную задачу разрешения по дальности перекрывающихся по времени эхо-сигналов, значительно различающихся по амплитуде. Также эти сигналы из-за наличия корреляционного шума ограничивают возможность улучшения качества радиолокационного изображения в РЛС различного назначения. В этом случае для решения названных радиолокационных задач представляет интерес применения зондирующего сигнала с нулевой зоной автокорреляции. Для формирования автокорреляционной функции с областью нулевых боковых лепестков зондирующий сигнал должен представлять собой пачку из двух и более фазокодированных импульсов. В работе аналитически обосновано, что для формирования нулевой зоны автокорреляции пачка импульсов должна быть кодирована ансамблем комплементарных или ортогональных последовательностей. В этом случае зондирующий сигнал будет иметь большое количество импульсов в пачке, что затрудняет его использование в РЛС с излучением и приемом на одну антенну. Показано, что при кодировании ансамблем комплементарных последовательностей комплексные огибающие дискрет всех импульсов пачки должны быть равны. В этом случае сжатый сигнал

будет иметь достаточно высокий уровень боковых лепестков вне нулевой зоны автокорреляции, а также в нулевой зоне автокорреляции при рассогласовании по частоте Доплера. Аналитически также доказано, что для формирования нулевой зоны автокорреляции пачка импульсов может быть кодирована строками блочной матрицы, состоящей из набора взаимноортогональных матриц. Тогда комплексные огибающие дискрет импульсов пачки могут быть различны, что позволяет уменьшить уровень боковых лепестков вне нулевой зоны автокорреляции, а также подавить боковые лепестки в нулевой зоне автокорреляции при рассогласовании по частоте Доплера. В работе также получены требования к кодирующей матрице полифазного ( $p$ -фазного,  $p \geq 2$  – простое число) зондирующего сигнала с нулевой зоной автокорреляции, состоящего из минимального количества импульсов в пачке, равного  $p$ , названного когерентным дополнительным сигналом.

**Ключевые слова:** автокорреляционная функция, зондирующий сигнал, комплементарные последовательности, нулевая зона автокорреляции, оптимальный дискретный сигнал, ортогональные последовательности, пачка импульсов.

**Финансирование:** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Министерством культуры, образования, науки и спорта Монголии в рамках научного проекта №19-57-44001.

**Автор для переписки:** Ипанов Роман Николаевич, [iproman@ya.ru](mailto:iproman@ya.ru)

## Введение

Известно [1, 2], что оптимальными кодовыми последовательностями (сигналами) длиной  $L$  называются сигналы, имеющие минимальный относительный уровень  $R_{\max}$  максимального бокового лепестка (БЛ) апериодической автокорреляционной функции (АКФ). К таким сигналам относятся бинарные последовательности Баркера, ограниченные длинами  $L = 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13$ , и многофазные последовательности Баркера с наибольшими на сегодняшний день длинами  $65 \leq L \leq 70$ ,  $L = 72, 76, 77$  [3] с уровнем  $R_{\max} = 1/L$ , а также периодические бинарные последовательности с уровнем  $R_{\max} \leq 1/\sqrt{L}$ , где  $L$  – период последовательности [1, 2].

Однако оптимальные фазокодоманипулированные (ФКМ) сигналы не позволяют решать радиолокационную задачу разрешения по дальности перекрывающихся по времени эхо-сигналов, амплитуды которых меняется в значительном диапазоне, т.е. задачу обнаружения слабых эхо-сигналов на фоне сильных или задачу обнаружения полезных эхо-сигналов на фоне мощных помех. Также оптимальные ФКМ-сигналы из-за наличия корреляционного шума ограничивают возможность улучшения качества радиолокационного изображения в РЛС дистанционного зондирования Земли и РЛС сопровождения воздушно-космических объектов при построении их дальностных портретов.

Таким образом актуальными для РЛС различного назначения являются зондирующие ФКМ-сигналы с нулевой зоной автокорреляции (Zero Autocorrelation Zone – ZACZ). Для одиночного ФКМ-сигнала невозможно получить АКФ с областью нулевых БЛ [2, 4]. Однако применение двух и более ФКМ-импульсов позволяет при совместной их обработке получить область нулевых БЛ при основном пике не равном нулю.

ZACZ-сигналы в качестве радиолокационных впервые были рассмотрены в совместных работах N. Levanon и E. Mozeson в 2003 и 2004 годах [5, 6]. В этих работах были исследованы корреляционные характеристики пачки ФКМ-импульсов с длительностью импульса  $T_p$  и числом дискрет в импульсе  $N$ ,

кодированных ансамблем комплементарных последовательностей. При этом для формирования АКФ  $R(\tau)$  пачки с зоной нулевых БЛ шириной  $T_0 \leq |\tau| < T_p = NT_0$ , где  $T_0$  – длительность дискрета, необходимо, чтобы комплексные огибающие (КО) дискрет всех импульсов пачки были одинаковыми. В этом случае при одинаковой дополнительной модуляции дискрет импульсов пачки сжатый сигнал будет иметь достаточно высокий уровень БЛ при  $|\tau| > T_p$  и  $|\tau| < T_0$ , а также в нулевой зоне автокорреляции при рассогласовании по частоте Доплера.

Для уменьшения уровня БЛ АКФ вне нулевой зоны автокорреляции в своих работах N. Levanon и E. Mozeson исследовали корреляционные характеристики пачки из  $M$  ФКМ-импульсов, кодированных ансамблем из  $M$  ортогональных последовательностей длиной  $N$ . Матрица с числом строк  $M$  и числом столбцов  $N$  может быть ортогональна при выполнении условия  $M \geq N$ , т.е. в этом случае ZACZ-сигнал состоит из достаточно большого числа импульсов в пачке.

В 2009 году в своих работах [7, 8] D. Chebanov обобщил условия, при которых пачка из  $M$  ФКМ-импульсов с числом дискрет в импульсе  $N$  имеет АКФ  $R(\tau)$  с зоной нулевых БЛ шириной  $T_0 \leq |\tau| < T_p$ . В работе были рассмотрены пачечные ФКМ-сигналы, манипулированные по фазе сомкнутыми соответствующими строками  $K$  взаимноортогональных матриц с числом строк  $M \geq K$  и числом столбцов  $N/K$ . Сформированный таким образом ZACZ-сигнал позволяет уменьшить уровень БЛ АКФ при  $|\tau| > T_p$  и  $|\tau| < T_0$ , а также подавить боковые лепестки в нулевой зоне автокорреляции при рассогласовании по частоте Доплера.

ZACZ-сигналы, рассмотренные в работах N. Levanon, E. Mozeson и D. Chebanov, с числом импульсов в пачке  $M = N$ , где  $N$  – число дискрет в импульсе, имеют довольно большие длительности. При длительностях зондирующих сигналов, значительно превышающих время распространения до цели и обратно, возникают проблемы, связанные с их излучением и приемом на одну антенну.

Также в работах [5–8] для формирования полифазных ZACZ-сигналов рассмотрены последовательности Фрэнка или P4, которые имеют большой алфавит фаз, равный числу дискрет в импульсе, применение которых сильно усложняет техническую реализацию устройства формирования зондирующего ФКМ-сигнала.

В работах [4, 9-26] рассмотрены бинарные и полифазные ( $p$ -фазные,  $p \geq 2$  – простое число) ZACZ-сигналы, названные когерентными дополнительными сигналами (КДС), имеющие минимальное количество импульсов в пачке, равное  $p$ , и небольшой алфавит фаз по сравнению с известными полифазными сигналами, например, Фрэнка или P4 [5]. В [4, 9-15, 18, 21, 22] приводятся бинарные и полифазные КДС без модуляции дискрет импульсов пачки, имеющие при рассогласовании по частоте Доплера достаточно высокий уровень БЛ АКФ. В [16, 17, 19] рассмотрены бинарные КДС, в которых для подавления БЛ в нулевой зоне автокорреляции при рассогласовании по частоте Доплера используется дополнительная линейная частотная манипуляция дискрет импульсов пачки, а в [20, 24] – линейная частотная модуляция дискрет импульсов пачки. В [23, 25, 26] рассмотрены полифазные КДС с дополнительной линейной частотной манипуляцией дискрет импульсов пачки.

Целью данной работы является обоснование наличия у пачки ФКМ-импульсов, в частности у когерентного дополнительного сигнала, нулевой зоны автокорреляции, и получение требования к кодирующей матрице.

## 1. Кодирующая матрица пачки ФКМ-импульсов с нулевой зоной автокорреляции

По определению взаимнокорреляционная функция КО двух сигналов  $\dot{i}_1(t)$  и  $\dot{i}_2(t)$  с конечной энергией определяется:

$$r_{i_1, i_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{i}_1(t) \dot{i}_2^*(t - \tau) dt, \quad -\infty < \tau < \infty, \quad (1)$$

а автокорреляционная функция:

$$r_u(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{u}(t) \dot{u}^*(t - \tau) dt, \quad -\infty < \tau < \infty. \quad (2)$$

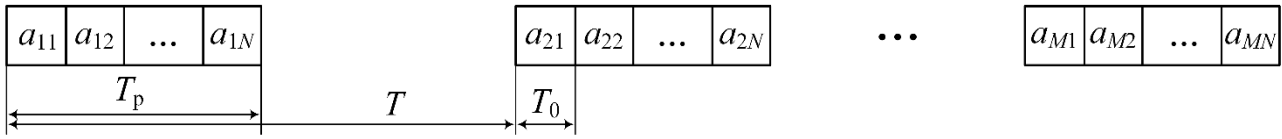


Рис. 1. Комплексная огибающая пачки из  $M$  ФКМ импульсов

Рассмотрим радиолокационный сигнал, представляющий собой последовательность (пачку) из  $M$  импульсов (рис. 1), манипулированных по фазе ансамблем из  $M$ , в общем случае,  $p$ -фазных последовательностей. Каждый импульс длительностью  $T_p$  состоит из  $N$  дискрет длительностью  $T_0 = T_p/N$  каждый. Период следования импульсов  $T = QT_p = QNT_0$ , где  $Q \geq 2$  – скважность пачки импульсов. Ансамбль из  $M$  последовательностей можно задать матрицей

$$\mathbf{A}_{M,N} = \left\| a_{i,n} \right\|_{i,n=1}^{M,N}, \quad a_{i,n} = \exp\left( j \frac{2\pi}{p} \tilde{a}_{i,n} \right), \quad (3)$$

где  $\tilde{\mathbf{A}}_{M,N} = \left\| \tilde{a}_{i,n} \right\|_{i,n=1}^{M,N}$  – матрица  $p$ -ичного кода ( $p \geq 2$  – простое число).

Комплексная огибающая рассматриваемого сигнала будет иметь вид:

$$\dot{u}(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^N a_{i,n} \dot{S}_n(t - (n-1)T_0 - (i-1)T) = \sum_{i=1}^M \dot{u}_i(t - (i-1)T), \quad (4)$$

где  $\dot{S}_n(t - (n-1)T_0)$ ,  $(n-1)T_0 \leq t < nT_0$ , – КО  $n$ -го дискрета импульса;

$\dot{u}_i(t) = \sum_{n=1}^N a_{i,n} \dot{S}_n(t - (n-1)T_0)$  – КО  $i$ -го ФКМ-импульса.

Определим АКФ КО сигнала (4) при  $|\tau| < T_p$ . Согласно (2)

$$r_u(\tau) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dot{u}_i(t - (i-1)T) \dot{u}_j^*(t - (j-1)T - \tau) dt.$$

Пусть  $t = t' + (i-1)T$ , тогда

$$r_u(\tau) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dot{u}_i(t') \dot{u}_j^*(t' - (\tau - (i-j)T)) dt = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M r_{u_i, u_j}(\tau - (i-j)T).$$

При  $|\tau| < T_p$  и  $i \neq j$   $r_{u_i, u_j}(\tau - (i - j)T) = 0$ . Таким образом, получим:

$$r_u(\tau) = \sum_{i=1}^M r_{u_i}(\tau). \quad (5)$$

Определим теперь АКФ КО  $i$ -го ФКМ-импульса. Согласно (2)

$$r_{u_i}(\tau) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_{i,n} a_{i,m}^* \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_n(t - (n-1)T_0) \dot{S}_m^*(t - (m-1)T_0 - \tau) dt.$$

Пусть  $t = t' + (n-1)T_0$ , тогда

$$\begin{aligned} r_{u_i}(\tau) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_{i,n} a_{i,m}^* \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_n(t') \dot{S}_m^*(t' - (\tau - (n-m)T_0)) dt = \\ &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_{i,n} a_{i,m}^* r_{S_n, S_m}(\tau - (n-m)T_0). \end{aligned}$$

Откуда в соответствии с (5) получим, что

$$r_u(\tau) = \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_{i,n} a_{i,m}^* r_{S_n, S_m}(\tau - (n-m)T_0) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N (a_n, a_m^*) r_{S_n, S_m}(\tau - (n-m)T_0), \quad (6)$$

где  $(a_n, a_m^*) = \sum_{i=1}^M a_{i,n} a_{i,m}^*$  – скалярное произведение  $n$ -го и  $m$ -го столбцов матрицы

$\mathbf{A}_{M,N}$  (3).

Применяя тождество [27]

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N P_{n,m} = \sum_{k=1}^N P_{k,k} + \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-n} P_{k,k+n} + \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-n} P_{k+n,k},$$

где  $\|P_{n,m}\|_1^N$  – любой набор двойных проиндексированных величин, получим, что

$$r_u(\tau) = r_u^{(1)}(\tau) + r_u^{(2)}(\tau) + r_u^{(3)}(\tau), \quad (7)$$

где

$$r_u^{(1)}(\tau) = \sum_{k=1}^N (a_k, a_k^*) r_{S_k}(\tau); \quad (8)$$

$$r_u^{(2)}(\tau) = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-n} (a_k, a_{k+n}^*) r_{S_k, S_{k+n}}(\tau + nT_0); \quad (9)$$

$$r_u^{(3)}(\tau) = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-n} (a_{k+n}, a_k^*) r_{S_{k+n}, S_k}(\tau - nT_0). \quad (10)$$

Из (7)-(10) следует, что

$$r_u(\tau) = \begin{cases} r_u^{(1)}(\tau), & |\tau| < T_0; \\ r_u^{(2)}(\tau), & -T_p < \tau \leq -T_0; \\ r_u^{(3)}(\tau), & T_0 \leq \tau < T_p. \end{cases}$$

Так как  $a_{i,k} = \exp\left(j\frac{2\pi}{P}\tilde{a}_{i,k}\right)$ , а  $a_{i,k}^* = \exp\left(-j\frac{2\pi}{P}\tilde{a}_{i,k}\right)$ , то  $(a_k, a_k^*) = M$ ,

откуда

$$r_u^{(1)}(\tau) = M \sum_{k=1}^N r_{S_k}(\tau). \quad (11)$$

Из (11) следует, что при  $|\tau| < T_0$  АКФ КО ФКМ-сигнала (4) не зависит от закона манипуляции (кода  $\|\tilde{a}_{i,k}\|_{i,k=1}^{M,N}$ ), а определяется только АКФ КО дискрет импульсов пачки.

Так как  $r_u(-\tau) = r_u^*(\tau)$ , то далее ограничимся анализом АКФ  $r_u^{(3)}(\tau)$  (10).

Если  $\dot{S}_1(t) = \dot{S}_2(t) = \dots = \dot{S}_N(t)$ , то  $r_{S_{k+n}, S_k}(\tau) = r_S(\tau)$ , и из (10) следует, что

$$r_u^{(3)}(\tau) = \sum_{n=1}^{N-1} r_S(\tau - nT_0) \sum_{k=1}^{N-n} (a_{k+n}, a_k^*).$$

В этом случае  $r_u^{(3)}(\tau) = 0$ , если  $\sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^{N-n} a_{i,k+n} a_{i,k}^* = 0$ , т.е. строки матрицы  $\mathbf{A}_{M,N}$  (3)

должны представлять собой комплементарные последовательности, сумма АКФ которых равна нулю при любом сдвиге  $n$  кроме  $n = 0$ .

Пачечные ФКМ-сигналы с КО (4) при  $\dot{S}_1(t) = \dot{S}_2(t) = \dots = \dot{S}_N(t)$ , манипулированные по фазе ансамблем комплементарных последовательностей, впервые были рассмотрены в работе R. Sivaswamy [28], а в качестве радиолокационных – в совместных работах N. Levanon и E. Mozeson [5, 6]. Такие



ФКМ-сигналы с числом импульсов в пачке  $M = p$ , где  $p \geq 2$  – число фаз, и  $\dot{S}_k(t) = S_k(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , также рассмотрены в работах [4, 9–15, 18, 21, 22].

Из (10) также следует, что  $r_u^{(3)}(\tau) = 0$ , если скалярное произведение  $(a_{k+n}, a_k^*) = 0$ , т.е. столбцы матрицы  $\mathbf{A}_{M,N}$  (3) должны быть ортогональными. Матрица с числом строк  $M$  и числом столбцов  $N$  может быть ортогональна при выполнении условия  $M \geq N$ , т.е. в этом случае ФКМ-сигнал состоит из достаточно большого числа импульсов в пачке. При этом для формирования АКФ  $r_u^{(3)}(\tau) = 0$  КО дискрет всех импульсов пачки в пределах одного импульса могут быть различными, что позволяет уменьшить уровень БЛ АКФ  $r_u(\tau)$  при  $|\tau| > T_p$  и  $|\tau| < T_0$ .

Пачечные ФКМ-сигналы с КО (4), манипулированные по фазе ансамблем ортогональных последовательностей, также были рассмотрены в работах N. Levanon и E. Mozeson [5, 6].

Пусть кодирующая матрица (3) имеет вид блочной матрицы

$$\mathbf{A}_{M,N} = \left( \mathbf{A}_{M,N/K}^{(1)} \quad \mathbf{A}_{M,N/K}^{(2)} \quad \dots \quad \mathbf{A}_{M,N/K}^{(\eta)} \quad \dots \quad \mathbf{A}_{M,N/K}^{(K)} \right), \quad (12)$$

где для подматриц  $\mathbf{A}_{M,N/K}^{(\eta)} = \left\| a_{i,k}^{(\eta)} \right\|_{i,k=1}^{M,N/K}$ ,  $\eta = 1, 2, \dots, K$ , выполняются условия:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^{N/K-n} a_{i,k+n}^{(\eta)} a_{i,k}^{(\rho)*} &= 0; \\ \eta, \rho &= 1, 2, \dots, K; \\ n &= \begin{cases} 0, 1, \dots, N/K - 1 & \text{при } \eta \neq \rho; \\ 1, 2, \dots, N/K - 1 & \text{при } \eta = \rho. \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

Условия (13) определяют требования к матрице  $\mathbf{A}_{M,N}$ . При  $\eta = \rho$  получаем, что строки матриц  $\mathbf{A}_{M,N/K}^{(\eta)}$  должны представлять собой комплементарные последовательности. При  $\eta \neq \rho$  получаем, что сумма ВКФ соответствующих строк матриц  $\mathbf{A}_{M,N/K}^{(\eta)}$  и  $\mathbf{A}_{M,N/K}^{(\rho)}$  равна нулю при любом сдвиге  $n$ . Матрицы, для

которых выполняются условия (13) в литературе называются взаимно ортогональными [29].

Если для дискрет пачечного ФКМ-сигнала с КО (4) выполняется условие

$$\dot{S}_{\frac{(\eta-1)N}{K}+1}^{\eta}(t) = \dot{S}_{\frac{(\eta-1)N}{K}+2}^{\eta}(t) = \dots = \dot{S}_{\frac{N}{K}}^{\eta}(t), \quad \eta = 1, 2, \dots, K, \quad (14)$$

и матрица (3) имеет вид блочный матрицы (12), то АКФ КО такого сигнала  $r_u(\tau) = 0$  при  $T_0 \leq |\tau| < T_p$ .

Докажем данное утверждение при  $K = 2$ . В этом случае матрица (12) будет иметь вид:

$$\mathbf{A}_{M,N} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{M,N/2}^{(1)} & \mathbf{A}_{M,N/2}^{(2)} \end{pmatrix},$$

$$\text{где } \mathbf{A}_{M,N/2}^{(1)} = \left\| a_{i,k}^{(1)} \right\|_{i,k=1}^{M,N/2}; \quad \mathbf{A}_{M,N/2}^{(2)} = \left\| a_{i,k}^{(2)} \right\|_{i,k=1}^{M,N/2}.$$

Выражение (10) для  $r_u^{(3)}(\tau)$  можно записать в следующем виде:

$$r_u^{(3)}(\tau) = \sum_{n=1}^{N-1} \left[ \sum_{k=1}^{N/2-n} (a_{k+n}, a_k^*) r_{S_{k+n}, S_k}(\tau - nT_0) + \sum_{k=N/2-n+1}^{N/2} (a_{k+n}, a_k^*) r_{S_{k+n}, S_k}(\tau - nT_0) + \sum_{k=N/2+1}^{N-n} (a_{k+n}, a_k^*) r_{S_{k+n}, S_k}(\tau - nT_0) \right].$$

При  $\dot{S}_1(t) = \dot{S}_2(t) = \dots = \dot{S}_{N/2}(t) = \dot{S}_0(t)$  и  $\dot{S}_{N/2+1}(t) = \dot{S}_{N/2+2}(t) = \dots = \dot{S}_N(t) = \dot{S}_1(t)$  получим:

$$r_u^{(3)}(\tau) = \sum_{n=1}^{N-1} \left[ r_{S_0}(\tau - nT_0) \sum_{k=1}^{N/2-n} (a_{k+n}, a_k^*) + r_{S_1 S_0}(\tau - nT_0) \sum_{k=N/2-n+1}^{N/2} (a_{k+n}, a_k^*) + r_{S_1}(\tau - nT_0) \sum_{k=N/2+1}^{N-n} (a_{k+n}, a_k^*) \right].$$

Так как

$$a_{i,k} = a_{i,k}^{(1)}; \quad k = 1, 2, \dots, N/2; \quad i = 1, 2, \dots, M;$$

$$a_{i,k} = a_{i,k-N/2}^{(2)}; \quad k = N/2 + 1, N/2 + 2, \dots, N; \quad i = 1, 2, \dots, M,$$

то в первом слагаемом  $(a_{k+n}, a_k^*) = (a_{k+n}^{(1)}, a_k^{(1)*})$ , во втором слагаемом сделаем

замену переменной  $k' = k + n - N/2$ , тогда

$(a_{k+n}, a_k^*) = (a_{k'+N/2}, a_{k'+N/2-n}^*) = (a_k^{(2)}, a_{k+N/2-n}^{(1)*})$ , а в третьем слагаемом сделаем

замену переменной  $k' = k - N/2$ , тогда

$(a_{k+n}, a_k^*) = (a_{k'+N/2+n}, a_{k'+N/2}^*) = (a_{k+n}^{(2)}, a_k^{(2)*})$ .

С учетом сделанных преобразований получим:

$$r_u^{(3)}(\tau) = \sum_{n=1}^{N-1} \left[ r_{S_0}(\tau - nT_0) \sum_{k=1}^{N/2-n} (a_{k+n}^{(1)}, a_k^{(1)*}) + r_{S_1 S_0}(\tau - nT_0) \sum_{k=1}^n (a_k^{(2)}, a_{k+N/2-n}^{(1)*}) + r_{S_1}(\tau - nT_0) \sum_{k=1}^{N/2-n} (a_{k+n}^{(2)}, a_k^{(2)*}) \right] \quad (15)$$

Из (15) следует, что  $r_u^{(3)}(\tau) = 0$ , когда

$$\sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^{N/2-n} a_{i,k+n}^{(1)} a_{i,k}^{(1)*} = 0; \quad \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^n a_{i,k}^{(2)} a_{i,k+N/2-n}^{(1)*} = 0; \quad \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^{N/2-n} a_{i,k+n}^{(2)} a_{i,k}^{(2)*} = 0,$$

что соответствует условиям (13). Утверждение с условием (14) при  $K = 2$  доказано. Аналогично доказывается данное утверждение для любого  $K > 2$ .

Пачечные ФКМ-сигналы с КО (4), манипулированные по фазе ансамблем последовательностей, образующих строки матрицы (12), были рассмотрены в работах D. Chebanov [7, 8]. Сформированный таким образом сигнал позволяет уменьшить уровень БЛ АКФ  $r_u(\tau)$  при  $|\tau| > T_p$  и  $|\tau| < T_0$ , а также подавить боковые лепестки в нулевой зоне автокорреляции при рассогласовании по частоте Доплера.

## 2. Кодированная матрица когерентного дополнительного сигнала

Рассмотрим ФКМ-сигнал с КО (4) при  $M = K = p$ , где  $p \geq 2$  – число фаз, закодированный строками матрицы (12), у которой подматрицы  $\mathbf{A}_{p,N/p}^{(\eta)}$ ,

$\eta = 1, 2, \dots, p$ , являются смежными  $p$ -парами матрицы дополнительных последовательностей (МДП) [16, 17, 19, 20, 23–26]. Тогда любые две из  $p$  подматриц  $\mathbf{A}_{p,N/p}^{(\eta)}$  и  $\mathbf{A}_{p,N/p}^{(\rho)}$ ,  $\eta, \rho = 1, 2, \dots, p$ , в (12) будут иметь вид:

$$\mathbf{A}_{p,N/p}^{(\eta)} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{1,\eta}} \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{\xi,\eta}} \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{p,\eta}} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A}_{p,N/p}^{(\rho)} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{1,\rho}} \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{\xi,\rho}} \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{p,\rho}} \end{pmatrix}; \quad \eta, \rho = 1, 2, \dots, p, \quad (16)$$

где  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{\xi,\eta}}$  и  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{\chi,\eta}}$ ,  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{\xi,\rho}}$  и  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{\chi,\rho}}$  при  $\xi, \chi = 1, 2, \dots, p$  и фиксированных  $\eta$  и  $\rho$  –  $p$ -парные последовательности ( $p$ -пары), а  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{\xi,\eta}}$  и  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i_{\xi,\rho}}$  при фиксированном  $\xi$  – смежные последовательности МДП  $\mathbf{D}_{N/p} = \|d_{i,n}\|_1^{N/p}$ ,  $N = p^{q+1}$ ,  $q \geq 2$  [23, 25, 26];

$i_{\xi,\eta} = 1, 2, \dots, N/p$  – номера  $p$ -парных и смежных последовательностей в МДП, которые определяются с помощью выражений [18, 21, 22]:

$$i_{\xi,\eta} = p\delta \left\lfloor \frac{\langle i + (\xi - 1)N/p^2 - 1 \rangle_{N/p}}{p\delta} \right\rfloor + \left\langle \langle i + (\xi - 1)N/p^2 - 1 \rangle_{N/p} + (\eta - 1)\delta \right\rangle_{p\delta} + 1; \quad (17)$$

$$\delta = p^{\frac{1}{2}q(q-1) - \sum_{\mu=1}^{q-1} m_{\mu}}; \quad \xi, \eta = 1, 2, \dots, p,$$

где  $i = 1, 2, \dots, N/p$  – номер первой заданной последовательности в МДП, по которому определяются номера  $p$ -парных и смежных ей последовательностей;  $\langle x \rangle_z$  – число  $x$  по модулю  $z$ ;  $\lfloor x \rfloor$  – целая часть числа  $x$ .

В работах [18, 21, 22] представлен способ формирования набора из  $\gamma = 2^{q-2}$  ансамблей  $p$ -ичного D-кода порядка  $q \geq 2$  [30]. Напомним, что матрица

$\tilde{\mathbf{D}}_{N/p} = \|\tilde{d}_{i,n}\|_1^{N/p}$ ,  $\tilde{d}_{i,n} = 0, 1, \dots, p-1$ ,  $N = p^{q+1}$ , называется матрицей  $p$ -ичного

D-кода (или просто  $p$ -ичным D-кодом), а матрица  $\mathbf{D}_{N/p} = \|d_{i,n}\|_1^{N/p}$ ,

$d_{i,n} = \exp(j2\pi/p\tilde{d}_{i,n})$ , называется МДП ( $p$ -фазных) порядка  $q$ . В различных ансамблях  $p$ -ичного D-кода одного порядка смежные последовательности располагаются в разных строках МДП с шагом между номерами строк  $\delta = p^z$ ,  $z = 0, 1, \dots, q - 2$ . Вектор  $\mathbf{I}_D = \left\| m_\mu \right\|_{\mu=1}^{q-1}$ , называемый идентификатором ансамбля  $p$ -ичного D-кода порядка  $q$ , определяет номера строк МДП, в которых располагаются смежные последовательности.

Для  $p$ -парных последовательностей  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i\xi,\eta}$  и  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i\chi,\eta}$ ,  $\xi, \chi = 1, 2, \dots, p$ , МДП порядка  $q$  выполняется условие (13) при  $\eta = \rho$ , а для смежных последовательностей  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i\xi,\eta}$  и  $\mathbf{D}_{1,N/p}^{i\xi,\rho}$ ,  $\eta, \rho = 1, 2, \dots, p$ , МДП порядка  $q$  – условие (13) при  $\eta \neq \rho$ .

Пачечный ФКМ-сигнал с КО (4), кодированный строками матрицы  $\mathbf{A}_{p,N}$  из (12) с подматрицами из (16), называется полифазным когерентным дополнительным сигналом [16, 17, 19, 20, 23–26]. Таким образом, полифазный КДС, у которого КО дискрет  $\dot{S}_k(t)$  каждого из  $p$  импульсов пачки равны между собой при  $k = (\eta - 1)N/p + 1, \dots, \eta N/p$ ,  $\eta = 1, 2, \dots, p$ , имеет АКФ  $r_u(\tau) = 0$  при  $T_0 \leq |\tau| < T_p$ . Сформированный таким образом сигнал позволяет уменьшить уровень БЛ АКФ  $r_u(\tau)$  при  $|\tau| > T_p$  и  $|\tau| < T_0$ , а также подавить БЛ в нулевой зоне автокорреляции при рассогласовании по частоте Доплера, используя дополнительную ортогональную или квазиортогональную модуляцию дискрет импульсов пачки по фазе или частоте.

Приведем пример формирования подматриц (16) при  $p = 3$  и  $q = 3$ . В этом случае имеется  $\gamma = 2$  ансамбля троичного D-кода  $\tilde{\mathbf{D}}_{27}$  (две МДП  $\mathbf{D}_{27}$ ) порядка  $q = 3$ . Каждая из МДП характеризуется своим идентификатором  $\mathbf{I}_D = (m_1 \ m_2)$ .

Элементы вектора  $\mathbf{I}_D$  определяются [18, 21, 22]:

$$m_\mu = \{z\}_{z=1}^\mu, \mu = 1, 2, \dots, q-1;$$

$$m_{q-1} \neq m_{q-2} \neq \dots \neq m_2.$$

Откуда при  $q = 3$   $m_1 = \{1\}$ ,  $m_2 = \{1, 2\}$ , и получаем два идентификатора:

$$\mathbf{I}_D = (1 \ 1) \text{ и } \mathbf{I}_D = (1 \ 2).$$

Рассмотрим, например, МДП с  $\mathbf{I}_D = (1 \ 2)$ . Тогда согласно (17) найдем номера  $p$ -парных и смежных последовательностей в МДП  $\mathbf{D}_{27}$ , например, с номером первой заданной последовательности  $i = 5$ :

$$\xi, \eta = 1, 2, 3; \delta = 3^{\frac{1}{2}3^{(3-1)} - \sum_{\mu=1}^2 \mu} = 1;$$

$$i_{\xi, \eta} = 3 \left\lfloor \frac{\langle 4 + (\xi - 1)9 \rangle_{27}}{3} \right\rfloor + \langle \langle 4 + (\xi - 1)9 \rangle_{27} + \eta - 1 \rangle_3 + 1.$$

Номера  $p$ -парных последовательностей подматрицы  $\mathbf{A}_{3,27}^{(1)}$  равны:  $i_{1,1} = 5$ ;  $i_{2,1} = 14$ ;  $i_{3,1} = 23$ , подматрицы  $\mathbf{A}_{3,27}^{(2)}$ :  $i_{1,2} = 6$ ;  $i_{2,2} = 15$ ;  $i_{3,2} = 24$ , и подматрицы  $\mathbf{A}_{3,27}^{(3)}$ :  $i_{1,3} = 4$ ;  $i_{2,3} = 13$ ;  $i_{3,3} = 22$ . Номера последовательностей, располагающихся в соответствующих строках подматриц  $\mathbf{A}_{3,27}^{(1)}$ ,  $\mathbf{A}_{3,27}^{(2)}$  и  $\mathbf{A}_{3,27}^{(3)}$ , являются номерами смежных последовательностей.

## Заключение

В работе проведено обоснование наличия у пачки ФКМ-импульсов, в частности у когерентного дополнительного сигнала, нулевой зоны автокорреляции, а также получены требования к кодирующей матрице. Аналитически доказано, что для формирования ZACZ-сигнала строки кодирующей матрицы должны состоять из комплементарных последовательности либо столбцы – из ортогональных последовательностей. Для уменьшения уровня БЛ вне нулевой зоны автокорреляции, а также подавления БЛ в нулевой зоне автокорреляции при рассогласовании по частоте

Доплера кодирующая матрица имеет вид блочной матрицы, состоящей из набора взаимноортогональных матриц.

**Финансирование:** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Министерством культуры, образования, науки и спорта Монголии в рамках научного проекта №19-57-44001.

### Литература

1. Свердлик М.Б. *Оптимальные дискретные сигналы*. Москва, Советское радио. 1975. 200 с.
2. Ипатов В.П. *Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов: Принципы и приложения*. Москва, Техносфера. 2007. 488 с.
3. Nunn C.J., Coxson G.E. Polyphase pulse compression codes with optimal peak and integrated sidelobes. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2009. V.45. №2. P.775-781. <https://doi.org/10.1109/TAES.2009.5089560>.
4. Ипанов Р.Н. Импульсные фазоманипулированные сигналы с нулевой зоной автокорреляции. *Радиотехника и электроника*. 2018. Т.63. №8. С.823-830. <https://doi.org/10.1134/S0033849418080077>.
5. Levanon N., Mozeson E. *Radar Signals*. Hoboken, Wiley. 2004. 411 p.
6. Mozeson E., Levanon N. Removing autocorrelation sidelobes by overlaying orthogonal coding on any train of identical pulses. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2003. V.39. №2. P.583-603. <https://doi.org/10.1109/EEEEI.2002.1178487>
7. Chebanov D. Some autocorrelation properties of phase-coded waveforms. *2009 43rd Annual Conference on Information Sciences and Systems*. Baltimore. 2009. P.371-376. <https://doi.org/10.1109/CISS.2009.5054748>
8. Chebanov D., Lu G. Removing autocorrelation sidelobes of phase-coded waveforms. *2010 IEEE Radar Conference*. Arlington. 2010. P.1428-1433. <https://doi.org/10.1109/RADAR.2010.5494391>

9. Ипанов Р.Н. Когерентные дополнительные сигналы и их применение в радиолокации. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2015. №2. <http://jre.cplire.ru/jre/feb15/8/text.pdf>
10. Ипанов Р.Н. Полифазные когерентные дополнительные сигналы. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2017. №1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan17/14/text.pdf>
11. Ипанов Р.Н. Когерентные дополнительные сигналы и алгоритм их сжатия. *DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов*. 2018. Т.8. №1. С.90-94.
12. Ipanov R.N., Baskakov A.I., Olyunin N., Ka Min-Ho. Radar Signals with ZACZ Based on Pairs of D-Code Sequences and Their Compression Algorithm. *IEEE Signal Processing Letters*. 2018. V.25. №10. P.1560-1564. <https://doi.org/10.1109/LSP.2018.2867734>.
13. Баскаков А.И., Ипанов Р.Н., Комаров А.А. Фазокодоманипулированные радиолокационные сигналы для точного определения дальности и скорости малоразмерных космических объектов. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2018. №12. <http://jre.cplire.ru/jre/dec18/7/text.pdf>
14. Ипанов Р.Н., Мурзабулатова А.Ф. Полифазные радиолокационные сигналы с нулевой зоной автокорреляции и алгоритм их сжатия. *21-я Международная конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение»*. Москва. 2019. Т.2. С.43-47.
15. Baskakov A.I., Ipanov R.N., Komarov A.A. The Use of Phase-shift Keyed Signals with a Zero Autocorrelation Zone in a Multi-position Radar System for Searching and Detecting of Space Debris Objects. *2019 PhotonIcs & Electromagnetics Research Symposium*. Rome. 2019. P.1043-1049. <https://doi.org/10.1109/PIERS-Spring46901.2019.9017759>
16. Ипанов Р.Н. Зондирующие сигналы с нулевой зоной автокорреляции для радиолокаторов с синтезированной апертурой. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2019. №8. <http://jre.cplire.ru/jre/aug19/7/text.pdf>



17. Ipanov R.N. Signals with zero autocorrelation zone for the synthesised aperture radar. *Electronics Letters*. 2019. V.55. №19. P.1063-1065. <https://doi.org/10.1049/el.2019.1918>
18. Ipanov R.N. Polyphase Radar Signals with ZACZ Based on  $p$ -Pairs D-Code Sequences and Their Compression Algorithm. *Infocommunications Journal*. 2019. V.11. №3. P.21-27. <https://doi.org/10.36244/ICJ.2019.3.4>
19. Ipanov R.N., Komarov A.A., Klimova A.P. Phase-Code Shift Keyed Probing Signals with Discrete Linear Frequency Shift Keying and Zero Autocorrelation Zone. *2019 International Conference on Engineering and Telecommunication*. Dolgoprudny. 2019. P.1-5. <https://doi.org/10.1109/EnT47717.2019.9030566>
20. Ipanov R.N. Phase-Code Shift Keyed Probing Signals with Discrete Linear Frequency Modulation and Zero Autocorrelation Zone. *Infocommunications Journal*. 2020. V.12. №1. P.45-52. <https://doi.org/10.36244/ICJ.2020.1.7>
21. Ipanov R.N., Smolskiy S.M. Polyphase Radar Signals with Zero Autocorrelation Zone and Their Compression Algorithm. *Intelligent Systems Reference Library. Advances in Signal Processing*. 2020. V.184. P.5-19. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6_2)
22. Ипанов Р.Н. Импульсные полифазные сигналы с нулевой зоной автокорреляции и алгоритм их сжатия. *Радиотехника и электроника*. 2020. Т.65. №6. С.578-586. <https://doi.org/10.31857/S0033849420060121>
23. Ипанов Р.Н. Полифазные частотно-манипулированные зондирующие сигналы с нулевой зоной автокорреляции для радиолокаторов с синтезированной апертурой. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2020. №6. <http://jre.cplire.ru/jre/jun20/11/text.pdf>
24. Ипанов Р.Н. Импульсные сигналы с нулевой зоной автокорреляции для радиолокаторов с синтезированной апертурой. *Радиотехника и электроника*. 2020. Т.65. №9. С.894-901. <https://doi.org/10.31857/S0033849420080069>

25. Ipanov R.N., Komarov A.A. Polyphase signals with discrete frequency shift keying and zero autocorrelation zone for the remote sensing radar. *Journal of Applied Remote Sensing*. 2020. V.14. №4. P.040501. <https://doi.org/10.1117/1.JRS.14.040501>
26. Ipanov R.N., Komarov A.A. Probing signals with ZACZ for GPR onboard of unmanned aerial vehicle. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*. 2021. V.21. №1. P.110-117. <https://doi.org/10.11591/ijeecs.v21.i1.pp110-117>
27. Blahut R.E. Theory of remote surveillance algorithms. *Radar and Sonar. Part 1*. 1991. V.32. P.1-65.
28. Sivaswamy R. Digital and analog subcomplementary sequences for pulse compression. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 1978. V.AES-14. №2. P.343-350. <https://doi.org/10.1109/TAES.1978.308657>
29. Tseng C.C., Liu C.L. Complementary sets of sequences. *IEEE Transactions on Information Theory*. 1972. V.18. №5. P.644-652. <https://doi.org/10.1109/TIT.1972.1054860>
30. Патент РФ №2670773. Ипанов Р.Н. *Способ формирования множества ансамблей р-ичных D-кодов*. Дата заявки: 22.09.2017. Дата публикации: 25.10.2018. 10 с. URL: [https://new.fips.ru/registers-doc-view/fips\\_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=0002670773&TypeFile=html](https://new.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=0002670773&TypeFile=html)

**Для цитирования:**

Ипанов Р.Н. Требования к кодирующей матрице фазокодоманипулированного зондирующего сигнала с нулевой зоной автокорреляции. *Журнал радиоэлектроники* [электронный журнал]. 2022. №7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.7.5>