

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.7.11>

УДК: 621.396.96

## МЕТОД РАЗЛИЧЕНИЯ КООРДИНАТНО-ИНФОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ АДДИТИВНЫХ КОМПОНЕНТНЫХ СИГНАЛОВ С СОВМЕЩЕНИЕМ НЕСУЩИХ ЧАСТОТ НА ОСНОВЕ СВЕРТКИ СПЕКТРА

А.С. Босый<sup>1</sup>, В.В. Печурин<sup>2</sup>, Р.Р. Саниев<sup>1</sup>, С.С. Семенюк<sup>2</sup><sup>1</sup> Военный университет радиоэлектроники,  
162622, Вологодская обл., г. Череповец, Советский пр-т, д.126<sup>2</sup> Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского,  
197198, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, д.13

Статья поступила в редакцию 28 июня 2023 г.

**Аннотация.** В статье представлен метод различения координатно-информативных параметров аддитивных компонентных сигналов с совмещением несущих частот на основе свертки спектра при геолокации абонентских терминалов нелегитимных пользователей ресурса спутникового ретранслятора. Произведена качественная оценка вероятностных характеристик разработанного метода, на основе которой определены граничные условия применимости данного метода. Результаты, полученные на основе имитационного моделирования могут быть использованы для геолокации абонентских терминалов нелегитимных пользователей в системах спутниковой связи с повторным использованием частотного ресурса спутника-ретранслятора по технологии совмещения несущих частот.

**Ключевые слова:** координатно-информативный параметр, сигналы с совмещением несущих частот, свертка спектра.

**Автор для переписки:** Саниев Руслан Рифович, [srr35@mail.ru](mailto:srr35@mail.ru)

## Введение

По мере развития телекоммуникации в области спутниковой связи (СС), удешевления аппаратуры пользователей, расширения спектра услуг, предоставляемых системами спутниковой связи (ССС) частных и корпоративных пользователей, в условиях ограниченного частотно-энергетического ресурса (ЧЭР) спутникового ретранслятора и увеличении объема передаваемой информации все большую актуальность приобретает задача выявления и геолокации нелегитимных пользователей ССС, нарушающих регламент связи [1, 2].

Одним из перспективных направлений эффективного использования ЧЭР спутника-ретранслятора (СР) является технология совмещения несущих частот (СНЧ) [3, 4], позволяющая повысить пропускную способность каналов связи при фиксированной полосе частот. Однако существующие методы геолокации нелегитимных пользователей ССС [5-7] предназначены для определения координат абонентских терминалов (АТ) по координатно-информативным параметрам (КИП) одного сигнала и не позволяют различать аддитивные компоненты сигналов с СНЧ.

В то же время, в работе [8] были исследованы вопросы возможного различения КИП аддитивных компонентных сигналов с СНЧ. Авторами показано, что в условиях динамического изменения взаимного пространственного положения элементов ССС происходит частотное рассогласование компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ. Данная закономерность может быть использована для различения и оценивания их КИП, а также последующего решения задачи геолокации нескольких АТ по сигналам с СНЧ.

Цель работы – разработать метод различения КИП аддитивных компонентных сигналов с СНЧ при геолокации АТ нелегитимных пользователей.

## 1. Анализ процедуры свертки спектра компонентных сигналов аддитивной смеси с совмещением несущих частот

Базовая концепция технологии «совмещения несущих частот» заключается в передаче сигналов от разных абонентов в общей полосе частот на линии «вверх». В тракте космического аппарата-ретранслятора (КА-Р) происходит аддитивное сложение принятых сигналов и последующий перенос полученной аддитивной смеси на частоту ретрансляции. В результате по линии «вниз», каждый отдельный АТ принимает аддитивную смесь собственного сигнала, сигнала от другого терминала и шума [3]:

$$\dot{i}_{\Sigma}(t_n) = \dot{i}_1(t_n) + \dot{i}_2(t_n) + \hat{u}^{(ш)}(t_n), \quad (1)$$

где  $\dot{i}_1(t), \dot{i}_2(t)$  – аддитивный фазоманипулированный (ФМн) компонентный сигнал с СНЧ  $m$ -го АТ в комплексном виде,  $m = \{1, 2\}$ :

$$\dot{i}_m(t_n) = U_m \exp \left( j \left( 2\pi f_m^{(нес)} t_n - 2\pi \int_0^{t_n} f_m^{(нес)} \frac{V_{r_m}^{(вверх)}(t)}{c} dt + \theta_m^{(мод)}(t_n) + \varphi_0^{(m)} \right) \right) + \hat{u}_m^{(ш)}(t_n), \quad 0 \leq t_n \leq T, \quad (2)$$

где:  $U_m$  – амплитуда компонентного сигнала  $m$ -го АТ аддитивной смеси с СНЧ;

$2\pi \int_0^{t_n} f_m^{(нес)} \frac{V_{r_m}^{(вверх)}(t)}{c} dt$  – приращение полной фазы компонентного сигнала  $m$ -го

АТ, обусловленное эффектом Доплера, на интервале наблюдения от 0 до  $t_n$ ;

$f_m^{(нес)}$  – несущая частота компонентного сигнала  $m$ -го АТ;

$V_{r_m}^{(вверх)}(t)$  – радиальная составляющая скорости КА-Р относительно  $m$ -го АТ;

$c$  – скорость распространения электромагнитных колебаний в вакууме;

$\theta_m^{(мод)}(t_n)$  – модулирующая функция компонентного сигнала  $m$ -го АТ;

$\varphi_0^{(m)}$  – начальная фаза компонентного сигнала  $m$ -го АТ;

$\hat{u}_m^{(ш)}(t_n)$  – аддитивный белый гауссов шум (АБГШ) в комплексном виде;

$T$  – интервал наблюдения за аддитивной смесью сигналов с СНЧ.

В наземных комплексах радиомониторинга нелегитимных пользователей ресурса ССС для обнаружения радиосигналов, распознавания вида модуляции, оценивания несущей и тактовой частот широко используется спектральный анализ на основе эффекта свертки спектра [9, 10]. Его особенность заключается в закономерной трансформации спектра в результате удвоения полной фазы радиосигнала.

При реализации процедуры свертки спектра сигналы удается преобразовать таким образом, что длительность сигнала на выходе устройства равна длительности входного сигнала, а ширина спектра обратно пропорциональна длительности сигнала. Указанное обстоятельство позволяет с помощью узкополосного фильтра отфильтровать значительную часть мощности шумов и обеспечить улучшенное значение отношения сигнал/шум (ОСШ) на выходе устройства свертки спектра.

Произведем аналитические преобразования аддитивной смеси с СНЧ  $\dot{i}_\Sigma(t)$ , путем возведения выражения (1) во вторую степень, в результате квадратичного преобразования  $\dot{i}_\Sigma(t)$  получим:

$$\begin{aligned} (\dot{i}_\Sigma(t))^2 = & z(\dot{i}_1(t))^2 + z(\dot{i}_2(t))^2 + z(\hat{\dot{i}}^{(m)}(t))^2 + 2z(\dot{i}_1(t)\dot{i}_2(t)) + \\ & + 2z(\dot{i}_1(t)\hat{\dot{i}}^{(m)}(t)) + 2z(\dot{i}_2(t)\hat{\dot{i}}^{(m)}(t)), \end{aligned} \quad (3)$$

где:  $z$  – коэффициент соблюдения размерности физических величин,  $B^{-1}$ .

Из соотношения (3) видно, что выходное напряжение содержит три типа составляющих:

- квадратичные сигнальные составляющие  $\dot{i}_1^{(kc)}(t) = (\dot{i}_1(t))^2$ ,

$$\dot{i}_2^{(kc)}(t) = (\dot{i}_2(t))^2;$$

- перекрестную сигнальную составляющую  $\dot{i}^{(nc)}(t) = 2\dot{i}_1(t)\dot{i}_2(t)$ ;

- шумовые составляющие  $\hat{\dot{i}}^{(mm)}(t) = (\hat{\dot{i}}^{(m)}(t))^2$ ,  $\dot{i}_1^{(cm)}(t) = 2\dot{i}_1(t)\hat{\dot{i}}^{(m)}(t)$ ,

$$\dot{i}_2^{(cm)}(t) = 2\dot{i}_2(t)\hat{\dot{i}}^{(m)}(t).$$

Каждой из квадратичных сигнальных составляющих без учета временного сдвига соответствует выражение:

$$\begin{aligned} (\dot{i}_m(t_n))^2 = & zU_m^2 \left( 1 - \mu \cos \left( 4\pi f_m^{(\text{такт})} t_n + \varphi_0^{(m)} \right) \right) \cdot \\ & \cdot \exp \left( j \left( 4\pi f_m^{(\text{нес})} t_n - 4\pi \int_0^{t_n} f_m^{(\text{нес})} \frac{V_{r_m}^{(\text{вверх})}(t)}{c} dt + 2\varphi_0^{(m)} \right) \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где:  $\mu$  – коэффициент паразитной амплитудной модуляции,  $0 < \mu < 0,2$ ;

$f_m^{(\text{такт})}$  – тактовая частота,  $f_m^{(\text{такт})} = \frac{1}{\tau_3}$ ;

$\tau_3$  – длительность модуляционного символа.

Таким образом, в результате удвоения полной фазы на частотах  $2f_1$  и  $2f_2$  спектры сигналов с двоичной фазовой манипуляцией трансформируются.

Мощности указанных квадратичных сигнальных составляющих определяются выражениями:

$$P_1^{(\text{кк})} = z^2 \left( \frac{U_1^4}{4} \right) \text{ и } P_2^{(\text{кк})} = z^2 \left( \frac{U_2^4}{4} \right). \quad (5)$$

Вид перекрестной сигнальной составляющей определяется соотношением параметров компонентных сигналов  $\dot{i}_1(t)$  и  $\dot{i}_2(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{i}_1(t)\dot{i}_2(t) = & zU_1U_2 \exp \left( j \left( 2\pi \left( \left( f_1^{(\text{нес})} t_n - 2\pi \int_0^{t_n} f_1^{(\text{нес})} \frac{V_{r_1}^{(\text{вверх})}(t)}{c} dt \right) + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \left( f_2^{(\text{нес})} t_n - 2\pi \int_0^{t_n} f_2^{(\text{нес})} \frac{V_{r_2}^{(\text{вверх})}(t)}{c} dt \right) \right) + \theta_1^{(\text{мод})}(t_n) + \theta_2^{(\text{мод})}(t_n) + \varphi_0^{(1)} + \varphi_0^{(2)} \right) \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Как видно из выражения (6), форма спектра перекрестной сигнальной составляющей существенным образом зависит от суммы модуляционных составляющих полной фазы компонентных сигналов. Учитывая независимость модулирующих функций компонентных сигналов, можно говорить о том, что в общем случае перекрестная сигнальная составляющая представляет собой ФМн сигнал, длительность элементарной посылки которого не превышает минимальной длительности элементарной посылки любого из компонентных сигналов. Таким образом, ширина спектра перекрестной сигнальной

составляющей будет меньше ширины спектра компонентного сигнала, имеющего наибольшую тактовую частоту.

Для оценки среднего уровня мощности ограниченных полосой  $\Delta f$  спектральных компонент перекрестной сигнальной составляющей в области суммарной частоты воспользуемся выражением вида:

$$G^{(nc)}(f) \approx \frac{P^{(nc)}}{\Delta f_m}, \quad f \in \left( \frac{f^{(n)} + f^{(п)} - f_m}{2}; \frac{f^{(n)} + f^{(п)} + f_m}{2} \right), \quad (7)$$

где:  $P^{(nc)} = z^2 U_1^2 U_2^2$  – мощность перекрестной сигнальной составляющей.

Шумовые составляющие компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ по своей природе следует разделить на составляющую шум-шум –  $(\hat{u}^{(ш)}(t))^2$  и составляющие сигнал-шум –  $\dot{u}_1(t)\hat{u}^{(ш)}(t)$  и  $\dot{u}_2(t)\hat{u}^{(ш)}(t)$ .

Сделав допущение, что  $f^{(n)} - f^{(п)} \approx \Delta f_1 \approx \Delta f_2$ , и воспользовавшись результатами работы [10], получим выражения для спектральной плотности мощности шумовых составляющих, а именно:

- для составляющей шум-шум –

$$G^{(шш)}(f) \approx z^4 \frac{\sigma^4}{f^{(п)} - f^{(н)}} \left( 1 - \frac{|f - f^{(н)} + f^{(п)}|}{f^{(п)} - f^{(н)}} \right); \quad (8)$$

- для составляющих сигнал-шум –

$$G_1^{(сш)}(f) \approx z^2 U_1^2 \frac{\sigma^2}{f^{(п)} - f^{(н)}} \left( 1 - \frac{|f - f^{(н)} + f^{(п)}|}{f^{(п)} - f^{(н)}} \right),$$

$$G_2^{(сш)}(f) \approx z^2 U_2^2 \frac{\sigma^2}{f^{(п)} - f^{(н)}} \left( 1 - \frac{|f - f^{(н)} + f^{(п)}|}{f^{(п)} - f^{(н)}} \right). \quad (9)$$

Пример трансформации спектра одного ФМн сигнала и аддитивной смеси с СНЧ проиллюстрированы на рис. 1.

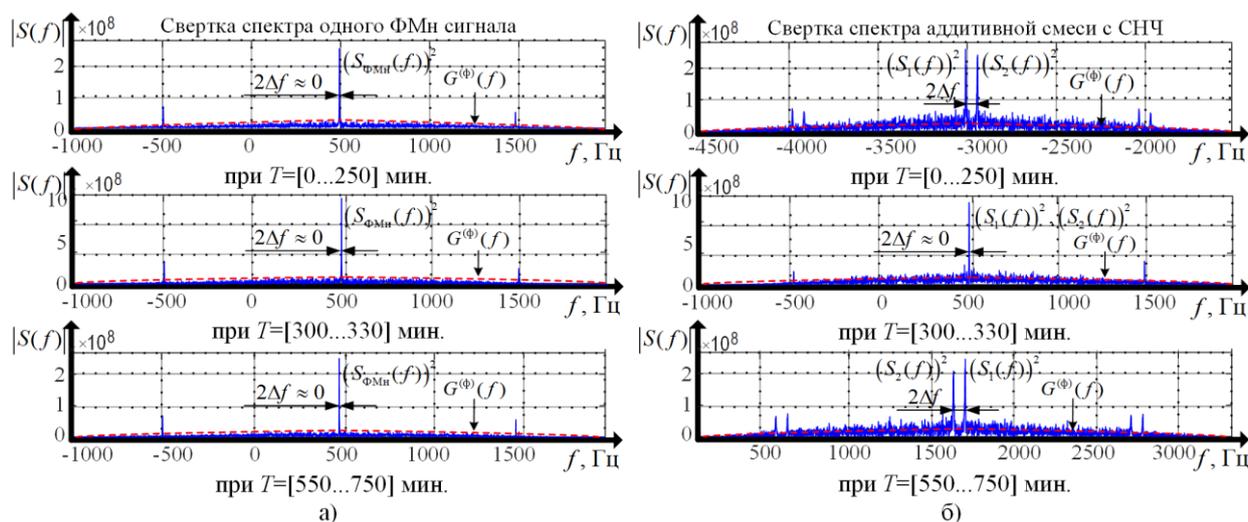


Рис. 1. Пример свертки спектра на интервале наблюдения  $T$ , мин.:  
 а) одного ФМн сигнала; б) аддитивной смеси с СНЧ

Таким образом, учитывая отсутствие в общем случае взаимной корреляции шумов и компонентных сигналов, можно получить оценку фонового уровня спектральных составляющих:

$$G^{(\phi)}(f) = G^{(\text{шш})}(f) + 2G_1^{(\text{см})}(f) + 2G_2^{(\text{см})}(f) + 2G^{(\text{пс})}(f). \quad (10)$$

Следовательно, закономерность трансформации спектра рассматриваемой аддитивной смеси сигналов с СНЧ состоит в том, что в результате ее квадратичного преобразования уровень (мощность) квадратичных сигнальных составляющих (5) на удвоенной частоте превышает уровень перекрестных сигнальных и шумовых составляющих (10). Поэтому составляющие несущих и тактовых частот аддитивных компонентных сигналов с СНЧ можно выделить на фоне шумовых составляющих.

Аналогичным образом, с учетом закономерностей трансформации спектра аддитивной смеси с СНЧ с двоичной фазовой модуляцией можно выразить закономерности трансформации спектра сигналов с четырехпозиционной и восьмипозиционной фазовой модуляцией.

Произведем количественную оценку выигрыша в чувствительности. Для этого найдем мощность шума на выходе устройства свертки спектра (УСС):

$$P_{\text{ш}}^{(\text{ВЫХ})} = \int_{2(f_0+f_1)-\frac{1}{2}\Delta f_{\text{УСС}}}^{2(f_0+f_1)+\frac{1}{2}\Delta f_{\text{УСС}}} G^{(\Phi)}(f)df. \quad (11)$$

где:  $\Delta f_{\text{УСС}}$  – полоса пропускания УСС.

Для упрощения расчетов будем считать, что  $G^{(\Phi)}(f)$  в полосе пропускания УСС постоянна и равна значению спектральной плотности на резонансной частоте фильтра. Указанное допущение обусловлено тем, что аддитивные компонентные ФМн сигналы имеют базу много больше единицы  $B \gg 1$ , а ширина спектра данных сигналов не менее чем в  $B$  раз уже спектра обеих шумовых составляющих. При сделанных предположениях мощность шума на выходе УСС в соответствии с формулами (7), (8) и (9) определяется соотношением:

$$P_{\text{ш}}^{(\text{ВЫХ})} = \frac{\Delta f_{\text{УСС}}^2 \cdot \sigma_{\text{ш}}^2 \cdot (q_m^{(\text{ВХ})} + 1) \cdot \left( \frac{4\Delta f_m}{\Delta f_{\text{УСС}}} - \frac{16(f_{\delta}^{(m)})^2}{\Delta f_{\text{УСС}}^2} - 1 \right)}{4(\Delta f_m)^2}, \quad (12)$$

где  $q_m^{(\text{ВХ})} = \frac{u_m^2}{2\sigma_{\text{ш}}^2}$  - ОСШ на входе УСС для аддитивных компонентных сигналов с СНЧ;

$\Delta f_m$  - ширина спектра квадратичных сигнальных составляющих,  $\Delta f_m = \frac{\Delta f_c^{(m)}}{B}$ ;

$\Delta f_c^{(m)}$  - ширина спектра компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ;

$B$  - база компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ;

$f_{\delta}^{(m)}$  - девиация несущих частот аддитивных компонентных сигналов с СНЧ.

Разделив выражение (5) на (12), найдем ОСШ на выходе УСС, которая описывается выражением:

$$q_m^{(\text{ВЫХ})} = \frac{2 \cdot (q_m^{(\text{ВХ})})^2 \cdot (\Delta f_m)^2}{(2 \cdot q_m^{(\text{ВХ})} + 1) \cdot \left( 4 \cdot \Delta f_m \cdot \Delta f_{\text{УСС}} - \Delta f_{\text{УСС}}^2 - 16(f_{\delta}^{(m)})^2 \right)}. \quad (13)$$

С учетом выражения для  $\Delta f_m$ , в частном случае, когда аддитивные компонентные сигналы имеют двоичную фазовую манипуляцию (ФМн2), выражение (13) примет вид:

$$q_m^{(\text{ВЫХ})} = \frac{(q_m^{(\text{ВХ})})^2 \cdot B_m}{2 \cdot (2 \cdot q_m^{(\text{ВХ})} + 1) \cdot \left( 1 - 2 \cdot \frac{|f_{\delta}^{(m)}|}{B_m} \right)}. \quad (14)$$

В соответствии с вышеизложенным, выражение (14) для ОСШ на выходе УСС при четырехпозиционной (ФМн4) и восьмипозиционной (ФМн8) фазовой манипуляции аддитивных компонентных сигналов примет вид:

при ФМн4,

$$q_m^{(\text{ВЫХ})} = \frac{\left( (q_m^{(\text{ВХ})})^4 / 8 \right) \cdot (|f_{\delta}^{(m)}| / 2B_m)}{2 \cdot (q_m^{(\text{ВХ})})^3 + 9 \cdot (q_m^{(\text{ВХ})})^2 + 8 \cdot q_m^{(\text{ВХ})} + 1}, \quad (15)$$

при ФМн8,

$$q_m^{(\text{ВЫХ})} = \frac{\left( (q_m^{(\text{ВХ})})^8 / 128 \right) \cdot (|f_{\delta}^{(m)}| / 3B_m)}{\frac{1}{2} \cdot (q_m^{(\text{ВХ})})^7 + \frac{7}{16} \cdot (q_m^{(\text{ВХ})})^6 + 98 \cdot (q_m^{(\text{ВХ})})^5 + \frac{1225}{4} \cdot (q_m^{(\text{ВХ})})^4 + 147 \cdot (q_m^{(\text{ВХ})})^3 + 32 \cdot q_m^{(\text{ВХ})} + 1}. \quad (16)$$

Для оценки выигрыша в ОСШ и, соответственно, чувствительности приемной системы проведем сравнение значений ОСШ на выходе УСС в соответствии с выражениями (14), (15) и (16) от входного значения ОСШ  $q_m^{(\text{ВХ})}$ . На рис. 2а приведены экспериментально полученные графики, отражающие зависимости на выходе широкополосного фильтра (ШПФ)  $q_{\text{шпф}}^{(\text{ВЫХ})}$ , УСС для одного ФМн сигнала  $q_{\text{ФМн}}^{(\text{ВЫХ})}$  и аддитивных компонентных сигналов с СНЧ  $q_m^{(\text{ВЫХ})}$  от ОСШ на их входе для различных значений базы  $B$ , а на рис. 2б сравнительная характеристика величины ОСШ на выходе УСС  $q_m^{(\text{ВЫХ})}$  в зависимости от ОСШ на его входе  $q_m^{(\text{ВХ})}$  для различных сочетаний фазовой манипуляции (ФМн2, 4, 8) аддитивных компонентных сигналов с СНЧ при фиксированном значении базы сигналов  $B = 9600$ .

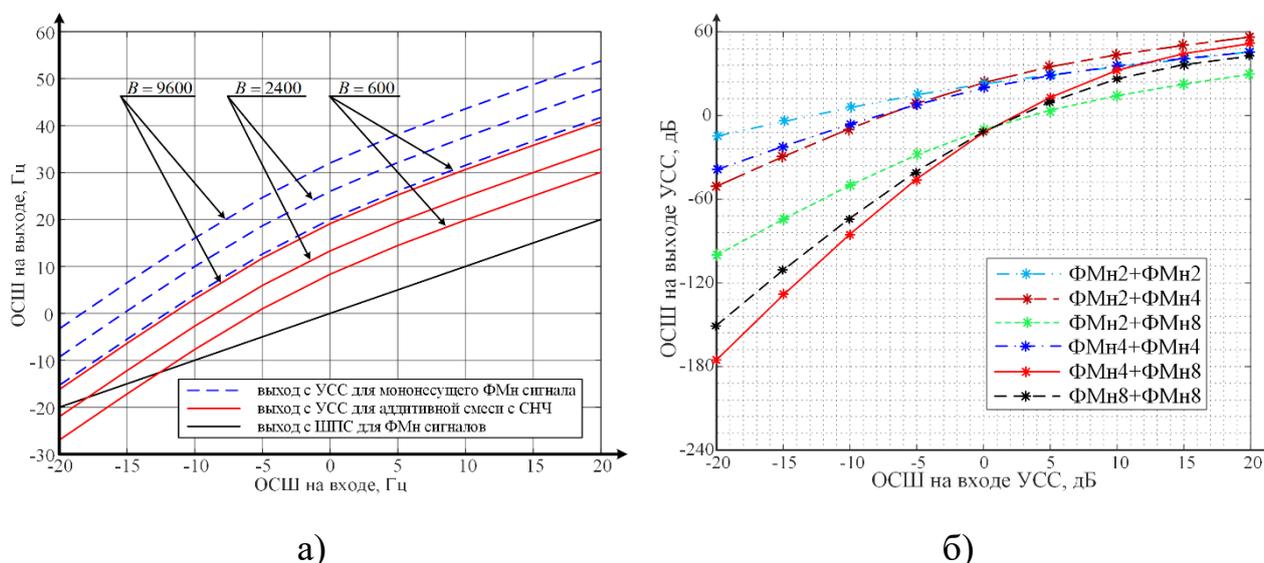


Рис. 2. График зависимости значений  $q_j^{(вых)}$  УСС от  $q_j^{(вх)}$ : а) сравнение ШПФ и УСС для одного ФМн сигнала и аддитивной смеси с СНЧ при различных значениях  $B$  сигнала; б) значения  $q_m^{(вых)}$  УСС от  $q_m^{(вх)}$  для аддитивной смеси с СНЧ при  $B = 9600$  для различных сочетаний фазовой манипуляции компонентных сигналов

Как видно из рис. 2а, использование процедуры свертки спектра аддитивных компонентных сигналов с СНЧ позволяет получить выигрыш в ОСШ и тем самым повысить реальную чувствительность приемной системы в сравнении с ШПФ. Однако, стоит отметить и тот факт, что использование УСС для аддитивной смеси с СНЧ проигрывает в ОСШ по сравнению с одним ФМн сигналом  $q_m^{(вых)} < q_{ФМн}^{(вых)}$ . Обусловлено это тем, что по сравнению с одним ФМн сигналом аддитивная смесь имеет большее количество шумовых составляющих (3).

По данным графика на рис. 2б видно, что ОСШ на выходе УСС  $q_m^{(вых)}$  увеличивается с увеличением ОСШ на входе  $q_m^{(вх)}$ . Для компонентных ФМ2 сигналов аддитивной смеси с СНЧ ОСШ на выходе УСС имеет положительные значения уже при  $q_m^{(вх)} = -10$  дБ, что в зависимости от значений базы  $B$  сигналов приводит к увеличению ОСШ в 1,5-2 раза. По мере усложнения аддитивной смеси, ОСШ на выходе УСС уменьшается. В частности, при значении базы  $B = 9600$  ОСШ на выходе УСС для компонентных ФМ4 сигналов имеет положительные значения при  $q_m^{(вх)} = -5$  дБ, а для ФМ8 сигналов при  $q_m^{(вх)} = 5$  дБ. При уменьшении базы компонентных сигналов ОСШ на выходе УСС уменьшается.

Таким образом, несущие колебания компонентных сигналов визуально различимы в свернутом спектре аддитивной смеси с СНЧ. Это достигается за счет выигрыша в ОСШ соответствующих спектральных составляющих. Данная закономерность может быть использована для обнаружения, определения числа и различения между собой компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ при геолокации АТ нелегитимных пользователей.

## **2. Метод различения координатно-информативных параметров аддитивных компонентных сигналов с совмещением несущих частот на основе свертки спектра**

Для решения задачи геолокации АТ по сигналам с СНЧ необходимо обнаружить и различить соответствующие составляющие несущих колебаний аддитивных компонентных сигналов, а также оценить их значения.

В работах [8, 10] показано, что рассогласование спектров несущих колебаний компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ, есть функция от параметров, влияющих на девиацию несущих частот данных сигналов:

$$\Delta \hat{f}_m^{(\text{нес})}(t_n) = F\left(S_m^{(\text{ат})}, V_{r_m}^{(\text{вверх})}(t_n), V_{r_m}^{(\text{вниз})}(t_n), S^{(\text{км})}, T\right), t_n \in [0..T], \quad (17)$$

где  $\Delta \hat{f}_m^{(\text{нес})}(t_n)$  – значение изменения несущей частоты аддитивного компонентного сигнала с СНЧ в момент наблюдения  $t_n$ ;

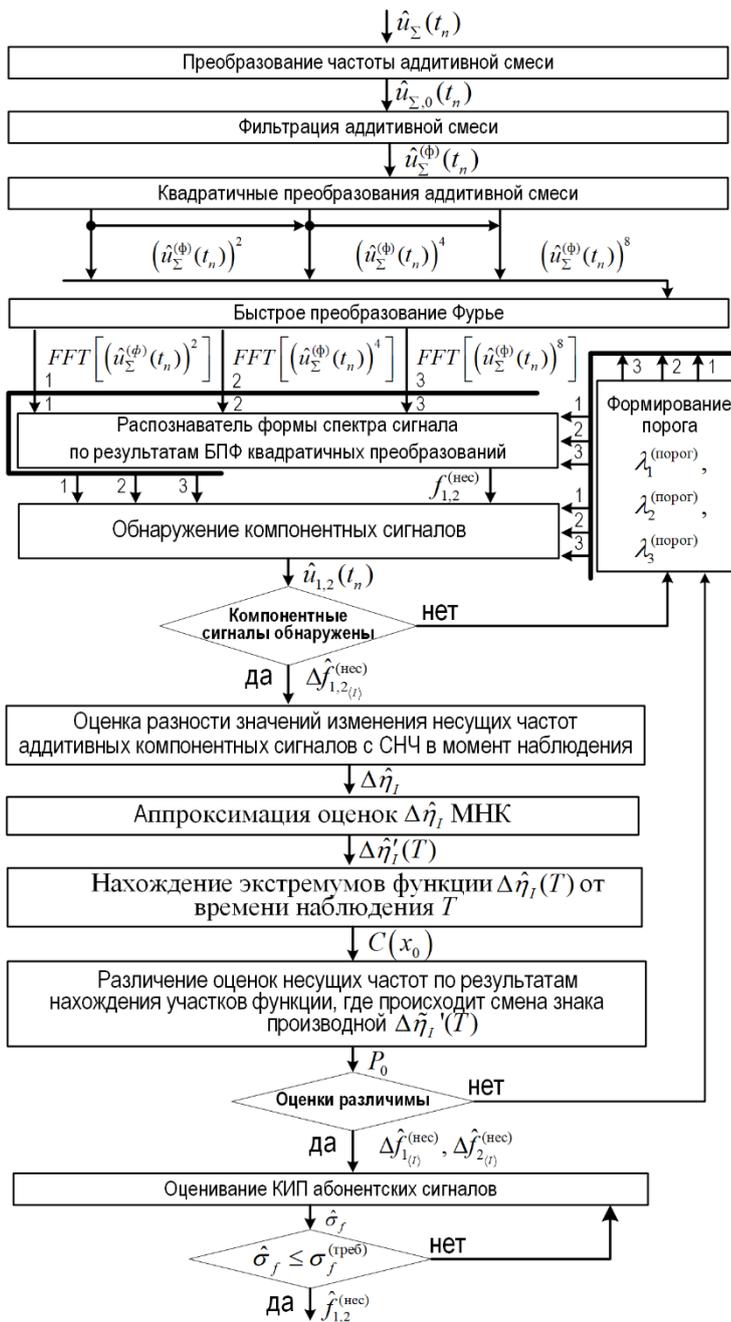


Рис. 3. Структурная схема разработанного метода

$S_m^{(ат)}$  – вектор координат  $m$ -го АТ;  
 $V_{r_m}^{(вверх)}(t_n)$  – радиальная составляющая скорости СР относительно одного из АТ;  
 $V_{r_m}^{(вниз)}(t_n)$  – радиальная составляющая скорости СР относительно наземного комплекса радиомониторинга при приеме антенной системой аддитивного компонентного сигнала с СНЧ одного из АТ;  
 $S^{(км)}$  – вектор координат наземного комплекса радиомониторинга;  
 $T$  – интервал наблюдения.  
 Для различения КИП аддитивных компонентных сигналов с СНЧ разработан метод (рис. 3) на основе оценивания рассогласования функций оценок значений несущих частот  $\Delta \hat{f}_m^{(нec)}(t_n)$  данных сигналов.

Основными этапами метода являются обнаружение компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ и различение оценок рассогласования спектров их несущих колебаний. Рассмотрим их более подробно.

Этап обнаружения составляющих компонентных сигналов  $u_m(t_n)$  в спектре аддитивной смеси с СНЧ  $u_\Sigma(t_n)$  после квадратичного преобразования на интервале наблюдения  $T$  состоит из нескольких подэтапов. Аналитическое описание процедуры свертки спектра аддитивной смеси с СНЧ  $u_\Sigma(t_n)$

представлено выражениями (1-9). Обнаружение составляющих компонентных сигналов  $u_m(t_n)$  в свернутом спектре аддитивной смеси с СНЧ производится по максимальным значениям спектра [11]. По значениям обнаруженных составляющих компонентных сигналов на интервале наблюдения  $T$  формируются вектора оценок частотных сдвигов:

$$\Delta \hat{f}_{m_i}^{(\text{нес})} = \left\langle \Delta \hat{f}_{m_1}^{(\text{нес})}, \Delta \hat{f}_{m_2}^{(\text{нес})}, \dots, \Delta \hat{f}_{m_i}^{(\text{нес})}, \dots, \Delta \hat{f}_{m_I}^{(\text{нес})} \right\rangle, i = \{1(1)I\}, \quad (18)$$

где  $I$  – количество оценок частотного смещения составляющей  $m$ -го компонентного абонентского сигнала в свернутом спектре аддитивной смеси с СНЧ  $u_\Sigma(t_n)$  на интервале наблюдения  $T$ ;  $\hat{f}_{m_i}^{(\text{нес})}$  –  $i$ -я оценка частотного смещения составляющей  $m$ -го компонентного абонентского сигнала.

Этап различения оценок смещения несущих частот компонентных сигналов аддитивной смеси  $\Delta \hat{f}_{m_i}^{(\text{нес})}$  состоит из нескольких подэтапов.

В рамках первого подэтапа строятся графики зависимости оценок частотных сдвигов от времени наблюдения  $T$  за аддитивной смесью с СНЧ  $u_\Sigma(t_n)$  (рис. 4).

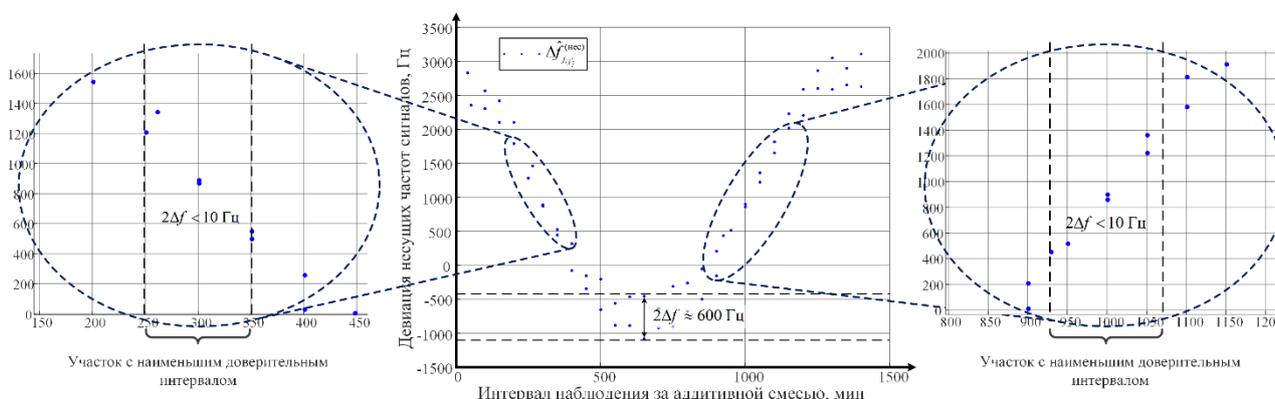


Рис. 4. График оценок смещения несущих частот аддитивных компонентных сигналов с СНЧ  $\Delta \hat{f}_{m_i}^{(\text{нес})}$  на интервала наблюдения  $T$  (для СР «Нсс-7» и абонентских терминалов с координатами: АТ<sub>1</sub> (69<sup>0</sup> с.ш., 60<sup>0</sup> з.д.); АТ<sub>2</sub> (44<sup>0</sup> с.ш., 85<sup>0</sup> з.д.))

Как видно на графике (рис. 4) имеются области функций с наименьшим доверительным интервалом, где оценки смещения несущих частот стремятся к равенству  $\Delta \hat{f}_{1_i}^{(\text{нес})} \cong \Delta \hat{f}_{2_i}^{(\text{нес})}$ .

Для формирования правила различения оценок смещения несущих частот компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ  $\Delta \hat{f}_{m_i}^{(\text{нес})}$  производится

оценивание разности значений изменения несущей частоты аддитивного компонентного сигнала в момент наблюдения  $t_n$ :

$$\Delta \tilde{\eta}_I = \left( \left| \Delta \tilde{f}_{1_i}^{(\text{нес})} - \Delta \tilde{f}_{2_i}^{(\text{нес})} \right| \right) = (\Delta \tilde{\eta}_1, \Delta \tilde{\eta}_2, \dots, \Delta \tilde{\eta}_i, \dots, \Delta \tilde{\eta}_I), i = \{1(1)I\}. \quad (19)$$

Далее производится аппроксимация оценок  $\Delta \tilde{\eta}_I$  методом наименьших квадратов полиномом третьей степени [12, 13] для получения зависимости изменения разности смещения несущих частот аддитивных компонентных сигналов с СНЧ  $\Delta \tilde{\eta}_I(T)$  от времени наблюдения  $T$ .

Нахождение экстремумов функции изменения разности смещения несущих частот  $\Delta \tilde{\eta}_I(T)$  аддитивных компонентных сигналов с СНЧ  $u_\Sigma(t_n)$  от времени наблюдения  $T$  в соответствии с выражением определения производной (рис. 5):

$$\Delta \tilde{\eta}_I'(T) = 0, \quad (20)$$

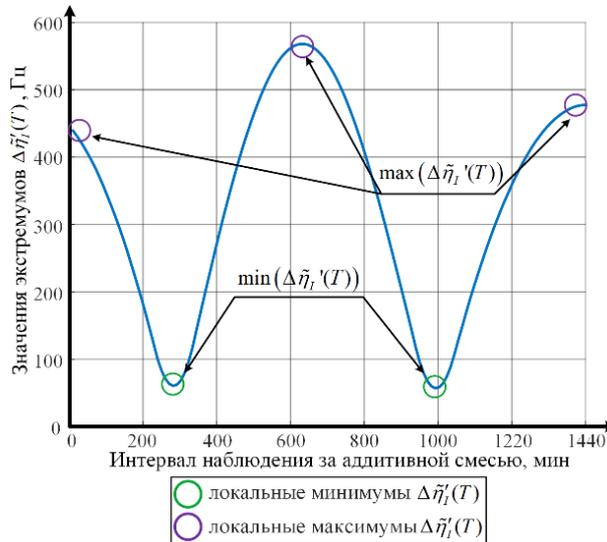


Рис. 5. Экстремумы функции  $\Delta \tilde{\eta}_I(T)$  от времени наблюдения  $T$  (для СР «Нсс-7» и АТ с координатами: АТ<sub>1</sub> (69<sup>0</sup> с.ш., 60<sup>0</sup> з.д.); АТ<sub>2</sub> (44<sup>0</sup> с.ш., 85<sup>0</sup> з.д.))

тогда при условии  $\Delta \tilde{\eta}_I'(T)_+(x_0) > 0, \Delta \tilde{\eta}_I'(T)_-(x_0) < 0$ , точка  $C(x_0)$  является локальным минимумом  $\Delta \tilde{\eta}_I'(T)$  (рис. 5 – нижняя часть графика):

$$C(x_0) = \min(\Delta \tilde{\eta}_I'(T)), i = \{1(1)I\}, t_n \in [0..T]. \quad (21)$$

Как видно из графика (рис. 5), для частного случая, имеется два локальных минимума  $C(x_0)$  производной функции  $\Delta\tilde{\eta}'_l(T)$ , где знак производной меняется с «-» на «+».

После нахождения локальных минимумов  $C(x_0)$  функции  $\Delta\tilde{\eta}_l(T)$ , производим различие результатов измерений смещения несущих частот  $\Delta\hat{f}_{m_i}^{(нес)}$  компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ  $u_\Sigma(t_n)$ . Для частного случая (рис. 6), различие  $\Delta\hat{f}_{m_i}^{(нес)}$  будет осуществляться при условии соответствия между оценкой несущей частоты компонентного сигнала и одного из АТ:

$$\forall \hat{f}_1^{(нес)} > \hat{f}_2^{(нес)} \in [0; C(x_0)_{t_1}] \text{ то } \hat{f}_1^{(нес)} \rightarrow \text{АТ1}, \hat{f}_2^{(нес)} \rightarrow \text{АТ2}, \quad (22)$$

где  $C(x_0)_{t_1}$  - первый локальный минимум функции  $\Delta\tilde{\eta}_l(T)$ ,

$$\forall \hat{f}_1^{(нес)} > \hat{f}_2^{(нес)} \in [C(x_0)_{t_1}; C(x_0)_{t_2}] \text{ то } \hat{f}_1^{(нес)} \rightarrow \text{АТ2}, \hat{f}_2^{(нес)} \rightarrow \text{АТ1}, \quad (23)$$

где  $C(x_0)_{t_2}$  - второй локальный минимум функции  $\Delta\tilde{\eta}_l(T)$ ,

$$\forall \hat{f}_1^{(нес)} > \hat{f}_2^{(нес)} \in [C(x_0)_{t_2}; T] \text{ то } \hat{f}_1^{(нес)} \rightarrow \text{АТ1}, \hat{f}_2^{(нес)} \rightarrow \text{АТ2}. \quad (24)$$

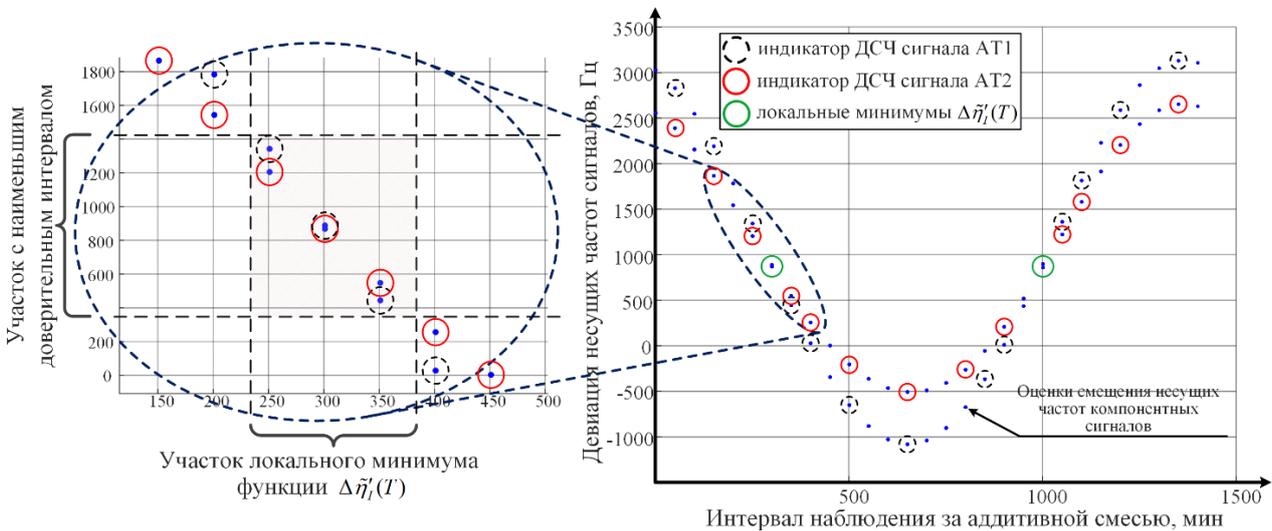


Рис. 6. Иллюстрация различения  $\Delta\hat{f}_{m_i}^{(нес)}$  на интервале наблюдения  $T$  (для СР

«Нсс-7» и АТ с координатами: АТ<sub>1</sub> (69° с.ш., 60° з.д.); АТ<sub>2</sub> (44° с.ш., 85° з.д.))

Из полученного графика (рис. 6) видно, что знак производной меняется с «-» на «+» два раза. Все результаты измерений  $\Delta\hat{f}_{m_i}^{(нес)}$  условно можно поделить

на три участка с наибольшим доверительным интервалом, где результаты рассогласования функций оценок значений несущих частот  $\Delta \hat{f}_m^{(\text{нес})}(t_n) > 10$  Гц [8] и имеется возможность их достоверного различения. Участки с наименьшим доверительным интервалом, где происходит смена знака производной, а результаты измерений не различимы можно установить принадлежность оценок смещений к определенному АТ в соответствии с выражениями (22-24) (рис. 6 – на рисунке обозначены черным и красным кругами).

Таким образом, применение правила (22-24) позволит определить для каждого из двух АТ свою функциональную зависимость изменения несущей частоты абонентского сигнала.

### 3. Оценка достоверности разработанного метода

Для оценки достоверности разработанного метода, путем имитационного моделирования рассчитаем значения среднеквадратического отклонения (СКО) невязки  $\sigma_{k,l}$  между парами измеренных значений несущих частот абонентских сигналов в пункте приема. Исходные данные для имитационного моделирования представлены в табл. 1.

Таблица 1. Исходные данные для имитационного моделирования

Параметры моделирования	Сирануз-3А	Интелсат 905	Нсс-7	Уфо-10
ДРЧ, ГГц	С	Х	Ку	Ка
Частота излучения сигнала, ГГц	5,75	8,85	14,35	29,5
Вид модуляции сигналов АТ	ФМ2, ФМ4, ФМ8			
Интервал наблюдения $T$ , мин.	1440			
Дискретность оценок частоты, мин	1			
Подспутниковая точка СР, град.	45 в.д.	25 з.д.	20 з.д.	25 з.д.
Наклонение орбиты СР, град.	0,804	2,374	5,605	8,558
Эксцентриситет СР	0,0002973	0,0007590	0,0002578	0,0002142
ЗРВ СР, град.	Глобальная ( $\pm 70$ от подспутниковой точки по шир. и долг.)			
Шаг расположения АТ на земной поверхности, град.	14			
Количество АТ в ЗРВ СР	100			

Для расчета СКО невязки воспользуемся выражением:

$$\sigma_{k,l} = \sigma(AT_1^{(k_g)}, AT_2^{(l_g)}) = \sqrt{\frac{\left( \sum_{n=0}^N \left( f_{Дм,k_g}^{(\Sigma)}(t_n) - f_{Дм,l_g}^{(\Sigma)}(t_n) \right) \right)^2}{N}}, \quad (25)$$

где  $k_g$  – порядковый номер строки элемента по долготе координатной сетки, соответствующего первому  $AT_1^{(k_g)}$  в глобальной ЗРВ СР, и соответствующее ему значение ДСЧ  $f_{Д1,k_g}^{(\Sigma)}(t_n)$ ,  $g = \{1(1)10\}$  на интервале наблюдения  $[0, T]$ ;

$l_g$  – порядковый номер столбца элемента по широте координатной сетки, соответствующего второму  $AT_2^{(l_g)}$  в глобальной ЗРВ СР, и соответствующее ему значение ДСЧ  $f_{Д2,l_g}^{(\Sigma)}(t_n)$ ,  $g = \{1(1)10\}$  на интервале наблюдения  $[0, T]$ ;

$n$  – количество оценок смещений несущей частоты компонентных сигналов  $n = \{1(1)N\}$ .

На рис. 7 представлены результаты расчета СКО невязки  $\sigma_{k,l}$  функциональных зависимостей оценок смещения несущих частот аддитивных

компонентных сигналов с СНЧ  $\Delta \hat{f}_m^{(\text{нес})}(t_n)$ . Из рисунка видно, что для большей части глобальной ЗРВ спутников-ретрансляторов значения СКО невязки  $\sigma_{k,l}$  функциональных зависимостей оценок смещения несущих частот аддитивных компонентных сигналов с СНЧ находятся в пределах от 0,02 до 0,095 (рис. 7а), от 0,03 до 0,57 (рис. 7б), от 0,05 до 1,75 (рис. 7в) и от 0,07 до 5,8 (рис. 7г).

Данные значения подтверждают тот факт, что оценки смещения несущих частот аддитивных компонентных сигналов с СНЧ различимы для 82,3 % области глобальной ЗРВ спутников-ретрансляторов. Это дает все основания полагать о работоспособности разработанного метода различения КИП аддитивных компонентных сигналов с СНЧ на основе свертки спектра при геолокации АТ нелегитимных пользователей. Следует отметить и тот факт, что с увеличением радиальной скорости СР  $V_{r_m}^{(\text{вверх})}$  увеличивается и значение минимума СКО невязки  $\sigma_{k,l}$ .

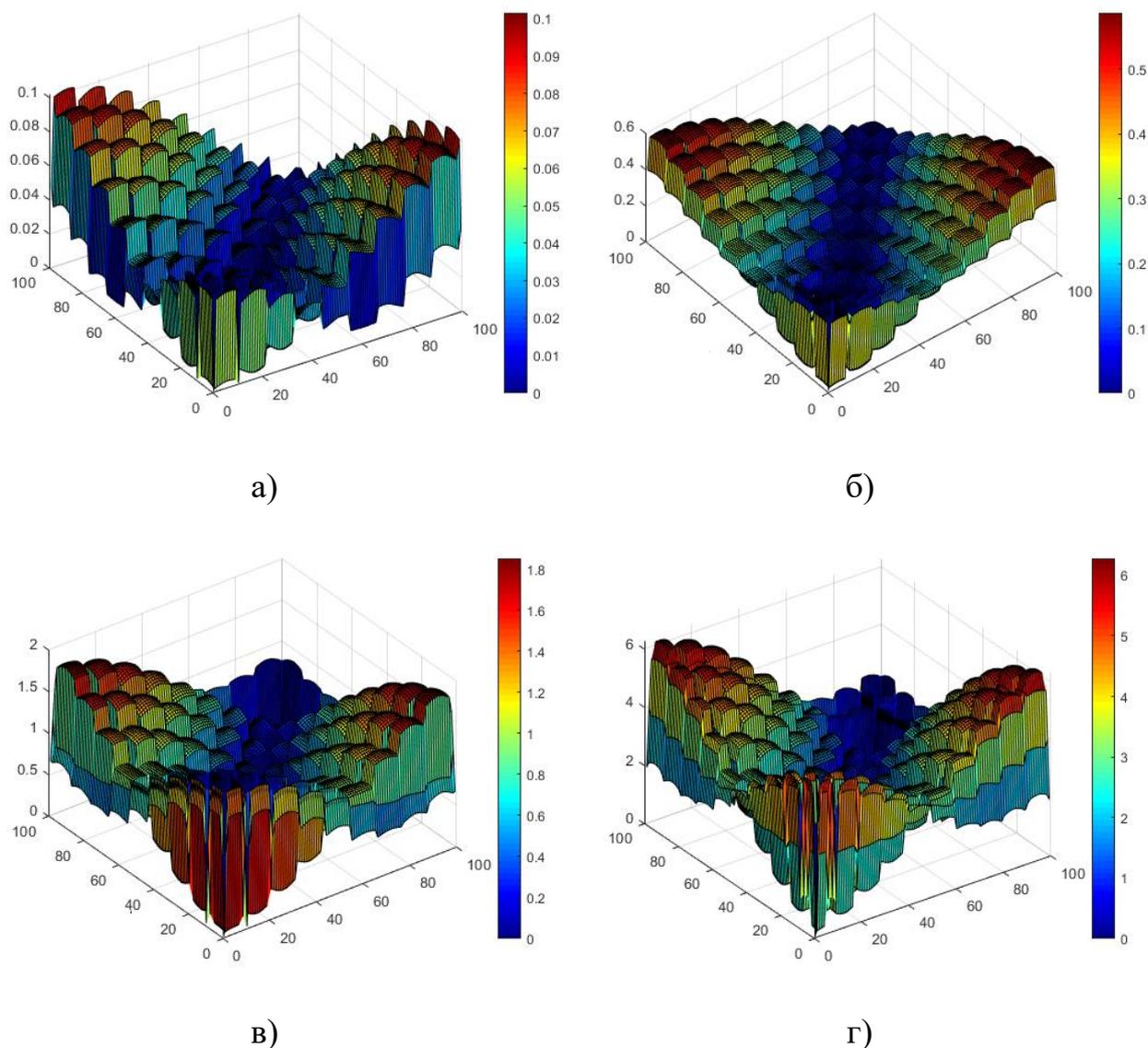


Рис. 7. График значений СКО невязки  $\sigma_{k,l}$  для 100 абонентов, расположенных в глобальной ЗРВ СР (цветовая полоса обозначает значение СКО невязки): а) «Сиракуз-3А»; б) «Интелсат 905», в) «Нсс-7», г) «Уфо 10»

Для определения показателей качества работы метода проведено имитационное моделирование процедуры различения оценок смещения несущих частот компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ. Имитационное моделирование проведено по 1000 испытаний [14] для различных значений коэффициента СКО невязки опорных траекторий изменения оценок смещения несущих частот двух АТ, участвующих в формировании аддитивной смеси сигналов с СНЧ. Результаты оценивания вероятности ошибочного различения опорных траекторий изменения оценок смещения несущих частот аддитивных компонентных сигналов АТ в зависимости от ОСШ представлены на рис. 8.

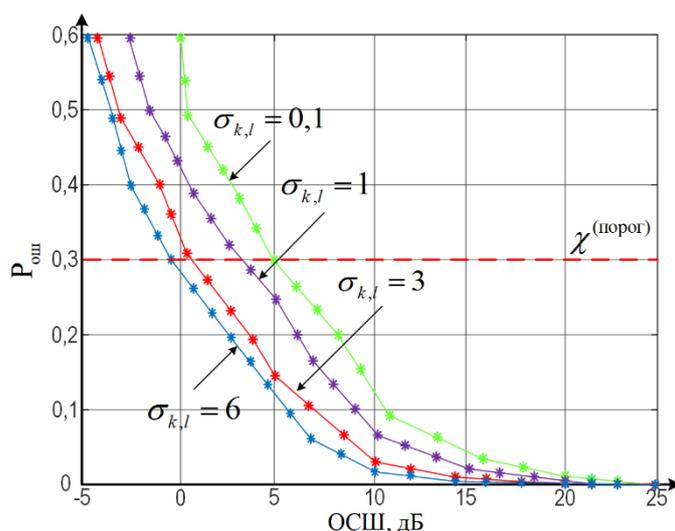


Рис. 8. Зависимость ошибки различения оценок функции смещения аддитивных компонентных сигналов с СНЧ от ОСШ

С целью определения ограничений применения метода имитационное моделирование аддитивной смеси сигналов с СНЧ было проведено для двух АТ с различными пространственными конфигурациями в ЗРВ СР (табл. 1) в условиях влияния шумов. При этом коэффициенты СКО невязки функциональных зависимостей оценок смещения несущих частот аддитивных компонентных сигналов с СНЧ, по результатам расчетов (рис. 7), не превышали 6. Данные о вероятности ошибочного различения  $P_{\text{ош}}$  оценок смещения несущих частот аддитивных компонентных сигналов  $\Delta \hat{f}_m^{(\text{нес})}$  сведены в табл. 2.

Таблица 2. Вероятность ошибочного различения  $P_{\text{ош}}$  КИП аддитивных компонентных сигналов АТ функционирующих в ССС с технологией СНЧ

ОСШ, дБ	-5	0	5	10	15	20	25
$\Delta \hat{f}_m^{(\text{нес})}(t_n), \text{ Гц}$							
10	0,91	0,89	0,84	0,77	0,71	0,58	0,49
50	0,87	0,73	0,61	0,48	0,34	0,29	0,27
100	0,66	0,52	0,44	0,31	0,29	0,25	0,18
500	0,59	0,41	0,30	0,26	0,13	0,07	0,04
1000	0,51	0,32	0,27	0,24	0,09	0,06	0,02

Из табл. 2 видно, что разработанный метод позволяет достоверно различать КИП аддитивных компонентных сигналов с СНЧ при  $\Delta \hat{f}_m^{(\text{нес})}(t_n)$  от 15 Гц до 100 Гц при ОСШ от 10 дБ, и при  $\Delta \hat{f}_m^{(\text{нес})}(t_n)$  от 100 Гц и выше при ОСШ от 5 дБ.

## Заключение

Проведен анализ процедуры свертки спектра компонентных сигналов аддитивной смеси с СНЧ. Показано, что процедура квадратичных преобразований аддитивной смеси с СНЧ на основе эффекта свертки спектра позволяет производить обнаружение компонентных сигналов в условиях априорной параметрической неопределенности.

Данная особенность используется в разработанном методе различения КИП аддитивных компонентных сигналов с СНЧ для формирования вектора оценок частотных сдвигов и построения зависимости данных оценок от времени наблюдения.

Проведена оценка достоверности разработанного метода. Метод позволяет различать функциональные зависимости оценок смещения несущих частот компонентных абонентских сигналов в условиях априорной параметрической неопределенности в более 80 % области глобальной ЗРВ спутников-ретрансляторов с вероятностью ошибочного различения  $P_{\text{ош}} \leq 0,35$  [15].

Ценность полученных результатов заключается в определении граничных условий работоспособности разработанного метода в зависимости от ОСШ и пространственной конфигурации АТ на поверхности Земли в ЗРВ СР. Полученные результаты могут быть использованы для геолокации АТ нелегитимных пользователей в ССС с повторным использованием частотного ресурса СР по технологии СНЧ.

## Литература

1. Вахрушева, А.А. Технологии позиционирования в режиме реального времени // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). – 2017. – Т. 22. – №. 1. – С. 170-177. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17732844>. Дата публикации: 29.03.2012. Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

2. ГОСТ Р ИСО/МЭК 24730-1–2017. Информационные технологии. Системы позиционирования в реальном времени (RTLS). Часть 1. Прикладной программный интерфейс (API): нац. стандарт Российской Федерации: утвержден и введен в действие приказом Федер. агентства по тех. регулированию и метрологии от 9 июня 2017 г. № 534-ст: введен впервые: дата введения 2017-06-09. Москва: Стандартинформ: 2017 г. URL: <https://meganorm.ru/Index2/1/4293745/4293745356.htm> (дата обращения 14.05.2023).
3. Dankberg M. Paired carrier multiple access (PCMA) for satellite communications //17th AIAA International Communications Satellite Systems Conference and Exhibit. – 1998. – С. 1398. URL: <https://doi.org/10.2514/6.1998-1398>. Дата публикации: 1998.
4. Волков, С.А. Применение способа совместного оценивания при ведении радиомониторинга сигналов с совмещением несущих в системах спутниковой связи // Телекоммуникации. – 2010. – №. 7. – С. 24-31. URL: <https://swsu.ru/tcom/>. Дата публикации: 21.07.2010. Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.
5. Геолокация земных станций спутниковой связи доплеровским методом по излучениям спутника-ретранслятора в условиях неопределенности номинала несущей частоты / И. Ю. Еремеев, С. С. Семенюк, Р. Р. Саниев, А. В. Передрий // ВОПРОСЫ ОБОРОННОЙ ТЕХНИКИ. СЕРИЯ 16: ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ТЕРРОРИЗМУ. – 2022. – № 5-6(167-168). – С. 3-12. URL: [https://www.elibrary.ru/download/elibrary\\_48658684\\_18290231.pdf](https://www.elibrary.ru/download/elibrary_48658684_18290231.pdf). Дата публикации: 29.08.2022.
6. Патент № 2749456 С1 Российская Федерация, МПК Н04К 3/00. Способ определения местоположения земной станции спутниковой связи по ретранслированному сигналу: № 2020126957: заявл. 11.08.2020: опубл. 11.06.2021 / М. В. Дивульский, П. А. Кистанов, М. В. Куликов [и др.] // elibrary.ru: URL:

[https://www.elibrary.ru/download/elibrary\\_46315633\\_77181069.PDF](https://www.elibrary.ru/download/elibrary_46315633_77181069.PDF). (дата обращения 14.05.2023).

7. Абакумов, А.Н., Семенюк, С.С. Исследование влияния геометрической конфигурации разностно-дальномерной системы на точность определения местоположения абонентских терминалов спутниковых систем связи // Труды Военно-космической академии имени АФ Можайского. – 2014. – №. 644. – С. 40-50. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22968993>. Дата публикации: 25.06.2014.
8. Модель наблюдаемой аддитивной смеси абонентских сигналов с совмещением несущих частот в условиях динамического изменения взаимного пространственного положения элементов системы спутниковой связи / А.Н. Абакумов, Р.Р. Саниев, С.С. Семенюк, Е.Ю. Шиловский // ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ. – 2023. – Т. 28. – № 3. С. 55-69. <https://doi.org/10.18127/j5604128-202303-07>. Дата публикации: 26.05.2023. Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.
9. Еремеев, И.Ю., Теремов, М.П. Обнаружение сигналов с ФМн -2 на основе локальной свертки спектра // Материалы XVII межвузовской военно-научной конференции. – Череповец: ЧВИИРЭ, 2006. – С. 83-85. Режим доступа: печатное издание.
10. Палей, А.С. Методы распознавания радиоизлучений спутниковых ретрансляторов с наложением спектров по технологии «несущая в несущей» // Сборник докладов XX межвузовской военно-научной конференции. – Череповец: ВА МО РФ (филиал, г. Череповец, Вологодская обл.). – 2012. Режим доступа: печатное издание.
11. Замарин, А.И. Обнаружение и анализ сигналов сложной структуры / Санкт-Петербург, Министерство обороны Российской Федерации. 1996. 552 с.
12. Методика оценивания частотного сдвига сигналов с совмещением несущих частот на основе априорных сведений о синхрокомбинации канального уровня / А. В. Передрий, Р. Р. Саниев, К. В. Семенов, С. С. Семенюк // Журнал

радиоэлектроники. – 2022. – № 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.6.4>

Дата публикации: 06.2022.

13. Модель изменения физических параметров радиосигнала с учетом влияния канала связи на основе аппроксимации в условиях воздействия аддитивного белого шума / А. С. Босый, В. В. Уткин, К. Л. Овчаренко [и др.] // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2020. – Т. 11, № 1. – С. 20-27. URL: [https://www.elibrary.ru/download/elibrary\\_42667211\\_53001534.pdf](https://www.elibrary.ru/download/elibrary_42667211_53001534.pdf). Дата публикации: 21.02.2020.
14. Юсупов Р. М. и др. Статистические методы обработки результатов наблюдений. – 1984.
15. Метод кластеризации временных посылок группового сигнала в пространстве неэнергетических параметров на основе аппроксимации опорной траектории при радиомониторинге ССС с МДВР / А.Н. Абакумов, А.С. Босый, И.Ю. Еремеев, А.В. Передрий // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. – 2017. – Вып.667. – С. 57 – 65. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38566717>. Дата публикации: 28.06.2019.

#### Для цитирования:

Босый А.С., Печурин В.В., Саниев Р.Р., Семенюк С.С. Метод различения координатно-информативных параметров аддитивных компонентных сигналов с совмещением несущих частот на основе свертки спектра. *Журнал радиоэлектроники* [электронный ресурс]. 2023. №7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.7.11>