

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.3>

УДК: 537.874; 537.624

ИНВЕРСИЯ ПРЕЦЕССИИ РАВНОВЕСНОГО ПОЛОЖЕНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ В МАГНИТОУПРУГОЙ СРЕДЕ В УСЛОВИЯХ ОРИЕНТАЦИОННОГО ПЕРЕХОДА

В.С. Власов¹, В.И. Щеглов²

¹ Сыктывкарский государственный университет им. П.Сорокина
167001, Сыктывкар, Октябрьский просп., 55

² Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН
125009, Москва, ул. Моховая, 11, корп. 7

Статья поступила в редакцию 25 марта 2025 г.

Аннотация. В геометрии магнитоупругого преобразователя, рассмотрены колебания равновесного положения намагниченности и упругого смещения в условиях ориентационного перехода. В качестве главной задачи работы поставлено определение характера колебаний при вариации параметра магнитоупругого взаимодействия. Получена зависимость периода колебаний упругого смещения от параметра магнитоупругости. Выявлен резко неоднородный характер такой зависимости, Установлено наличие двух максимумов, соответствующих двум критическим значениям параметра магнитоупругости, при которых период стремится к бесконечности. На основе рассмотрения начального развития колебаний при переходе через критические значения установлена инверсия прецессии намагниченности и упруго смещения, состоящая в изменении характера прецессии с правого на левый и обратно. Рассмотрен характер изменения останавливающих значений параметра магнитоупругости при вариации толщины, а также модуля упругости и плотности материала пластины преобразователя. Отмечено, что эти

зависимости могут быть интерпретированы на основе модели крутильных колебаний упругого смещения и намагниченности. Приведены некоторые рекомендации, касающиеся возможного развития работы.

Ключевые слова: прецессия намагниченности, ориентационный переход, крутильные колебания.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Автор для переписки: Щеглов Владимир Игнатьевич, vshcheg@cplire.ru

Введение

Магнитострикционные преобразователи являются весьма эффективным инструментом для возбуждения ультразвуковых колебаний высоких частот, в том числе в диапазоне СВЧ [1-7]. Задача повышения мощности генерируемых колебаний успешно решается в преобразователях на железоиттриевом гранате (ЖИГ), использующих возбуждение прецессии намагниченности в сильно нелинейном режиме [8-11]. Высокую эффективность обеспечивает работа преобразователя в условиях ориентационного перехода [12-17], когда имеет место прецессия равновесного положения намагниченности [18-21].

В работе [22] показано, что при этом возможно повышение амплитуды упругих колебаний на порядок и более, причем частота возбуждаемых колебаний может быть значительно снижена. В работе [23] для интерпретации возбуждения таких колебаний предложена модель крутильных колебаний. Показано, что вариации параметров материала рабочего тела преобразователя, в первую очередь модуля упругости и плотности среды, а также параметров диссипации магнитной и упругой систем подтверждают крутильный характер наблюдаемых колебаний.

Настоящая работа является продолжением работы [23] и рассматривает вариации магнитоупругого взаимодействия, играющего решающую роль в возбуждении крутильных колебаний.

1. Общая геометрия, математический аппарат и параметры задачи

Подобно [8, 22, 23], будем рассматривать задачу в геометрии магнитоупругого преобразователя, схема которого, показана на рис. 1.

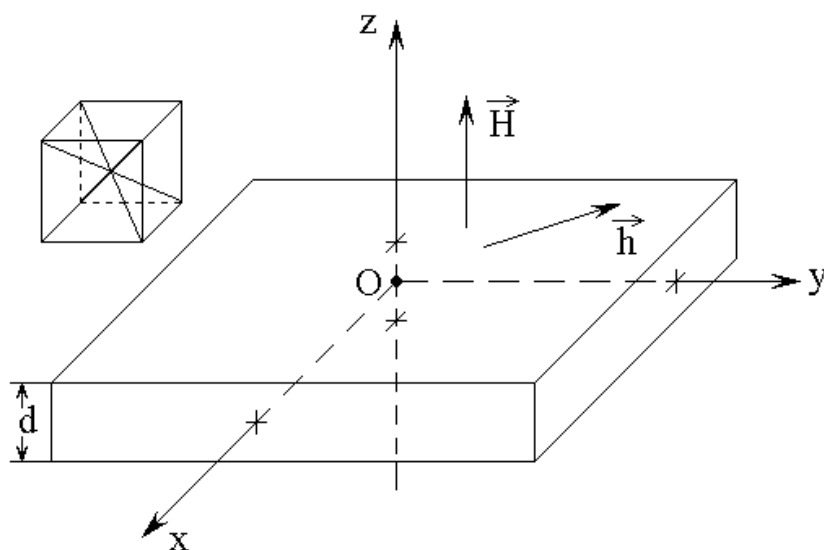


Рис. 1. Общая геометрия задачи.

В основе задачи лежит пластина (пленка) толщины d , обладающая магнитоупругими свойствами кубической симметрии, плоскость (100) которой совпадает с плоскостью пластины. Плоскость Oxy декартовой системы координат $Oxyz$ совпадает с плоскостью пластины, а ось Oz этой плоскости перпендикулярна. Начало системы координат O находится на середине толщины пластины, поверхности пластины по z соответствуют координатам $\pm d/2$. Постоянное поле \vec{H} перпендикулярно плоскости пластины, переменное поле \vec{h} параллельно плоскости пластины.

В такой геометрии имеет место поле размагничивания пластины, также направленное вдоль оси Oz . Если внешнее постоянное поле меньше поля размагничивания, то намагниченность принимает положение, отклоненное от нормали к пластине на некоторый угол. Приложение переменного поля в этом состоянии вызывает прецессию равновесного положения намагниченности. При этом проекция прецессионного движения на плоскость пластины представляет собой большой круг, радиус которого определяется углом отклонения равновесной намагниченности от оси Oz , причем по

огибающей такое кольцо сопровождается малыми кольцами, радиус которых определяется величиной переменного поля [14, гл.9, 10].

Благодаря магнитострикции в плоскости пластины возбуждается упругое смещение. При прецессии равновесия намагниченности форма проекции смещения на плоскость пластины подобна форме проекции прецессии намагниченности на ту же плоскость. Величина сдвига упругого смещения в плоскости пластины (то есть амплитуда смещения) определяется величиной вызывающего такое смещение поля магнитострикции [18-20, 22].

Математический аппарат задачи совпадает с приведенным в работах [8, 22, 23], Рассмотрение проводится на основе уравнения Ландау-Лифшица для намагниченности и уравнениями движения для упругого смещения. Уравнения для намагниченности имеют вид:

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \cdot \left[(m_y + \alpha m_x m_z) \cdot H_{ez} - (m_z - \alpha m_y m_x) \cdot H_{ey} - \alpha \cdot (m_y^2 + m_z^2) \cdot H_{ex} \right]; (1)$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \cdot \left[(m_z + \alpha m_y m_x) \cdot H_{ex} - (m_x - \alpha m_z m_y) \cdot H_{ez} - \alpha \cdot (m_z^2 + m_x^2) \cdot H_{ey} \right]; (2)$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \cdot \left[(m_x + \alpha m_z m_y) \cdot H_{ey} - (m_y - \alpha m_x m_z) \cdot H_{ex} - \alpha \cdot (m_x^2 + m_y^2) \cdot H_{ez} \right]; (3)$$

эффективные поля:

$$H_{ex} = -\frac{B_2}{M_0} m_z \frac{\partial u_x}{\partial z} + h_x; (4)$$

$$H_{ey} = -\frac{B_2}{M_0} m_z \frac{\partial u_y}{\partial z} + h_y; (5)$$

$$H_{ez} = H_0 - 4\pi M_0 m_z - \frac{B_2}{M_0} \left(m_x \frac{\partial u_x}{\partial z} + m_y \frac{\partial u_y}{\partial z} \right). (6)$$

Уравнения для упругого смещения имеют вид:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = -2\beta \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}; (7)$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = -2\beta \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{c_{44}}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}. (8)$$

Граничные условия имеют вид:

$$\left. \frac{\partial u_x}{\partial z} \right|_{z=\pm d/2} = -\frac{B_2}{c_{44}} m_x m_z; \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial u_y}{\partial z} \right|_{z=\pm d/2} = -\frac{B_2}{c_{44}} m_y m_z, \quad (10)$$

где $m_{x,y,z}$ – намагниченность, нормированная на намагниченность насыщения M_0 , γ – гиромагнитная постоянная ($\gamma > 0$), α – параметр затухания прецессии намагниченности, $u_{x,y}$ – компоненты упругого смещения, β – параметр затухания упругих колебаний, c_{44} – постоянная (модуль) упругости, ρ – плотность материала пластины, d – толщина пластины, B_2 – константа магнитоупругого взаимодействия.

Переменное поле имеет круговую поляризацию, так что:

$$h_x = h_0 \sin(2\pi F_0 t); \quad (11)$$

$$h_y = -h_0 \cos(2\pi F_0 t), \quad (12)$$

где F_0 – частота возбуждения.

Подобно [8, 22, 23], система (1)-(12) решается численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Процедура решения подробно описана в работе [8].

Приведем основные параметры задачи. Материал пластины типичен для железиттриевого граната (ЖИГ): намагниченность насыщения: $4\pi M_0 = 1750$ Гс; модуль упругости: $c_{44} = 7,64 \cdot 10^{11}$ эрг см⁻³; плотность материала пластины $\rho = 5,71$ г см⁻³. Базовое значение константы магнитоупругого взаимодействия для ЖИГ $B_2(YIG) = 6,96 \cdot 10^6$ эрг см⁻³. Далее константу магнитоупругости будем варьировать, как будет указано в тексте. Параметры затухания колебаний намагниченности: $\alpha = 0,4$, упругого смещения: $\beta = 10^9$ с⁻¹. Частота возбуждения: $F_0 = 2800$ МГц; Поле ориентационного перехода, равное полю размагничивания пластины: $H_c = 1750$ Э. Базовое значение постоянного поля $u_{x,y} = A(H_0) \cdot N_B$ Э.

Базовое значение амплитуды переменного поля: $h_0 = 20$ Э. Значение толщины пластины, соответствующее резонансу на частоте возбуждения, равно $d = 0,6865$ мкм. В качестве базового прием значение в 20 раз большее: $d = 0,6865 \cdot 20 = 13,73$ мкм.

Замечание. Параметр затухания по намагниченности $A|_{H_0=500} = 3,90 \cdot 10^{-9}$ принят равным 0,4 вместо типичного значения 0,02 [8] для того, чтобы прецессия намагниченности была аperiодической и ее резонансные свойства не мешали возбуждению прецессии положения равновесия [14, стр.406-407, рис. 9.9].

Для удобства дальнейшего рассмотрения, подобно [22, 23], введем безразмерный нормирующий параметр магнитоупругого взаимодействия N_B в соответствии с формулой:

$$B_2 = N_B \cdot B_2(YIG), \quad (13)$$

где $B_2(YIG) = 6,96 \cdot 10^6$ эрг см⁻³ (значение в ЖИГ).

Таким образом:

$$N_B = B_2 / B_2(YIG), \quad (14)$$

то есть параметр N_B показывает, во сколько раз принятое значение константы магнитоупругости превышает таковое для ЖИГ.

2. Влияние магнитоупругого взаимодействия на амплитуду упругого смещения

Проведенное в работах [22, 23] рассмотрение относится к случаю постоянного значения магнитоупругого взаимодействия, константа которого соответствует железиттриевому гранату $B_2(YIG) = 6,96 \cdot 10^6$ эрг см⁻³. В то же время, следует ожидать, что интенсивность возбуждаемых упругих колебаний зависит от степени взаимодействия между колебаниями намагниченности и упругого смещения.

Обратимся к рис. 2, где показаны зависимости амплитуды упругого смещения от нормирующего параметра магнитоупругого взаимодействия N_B при различных значениях постоянного поля.

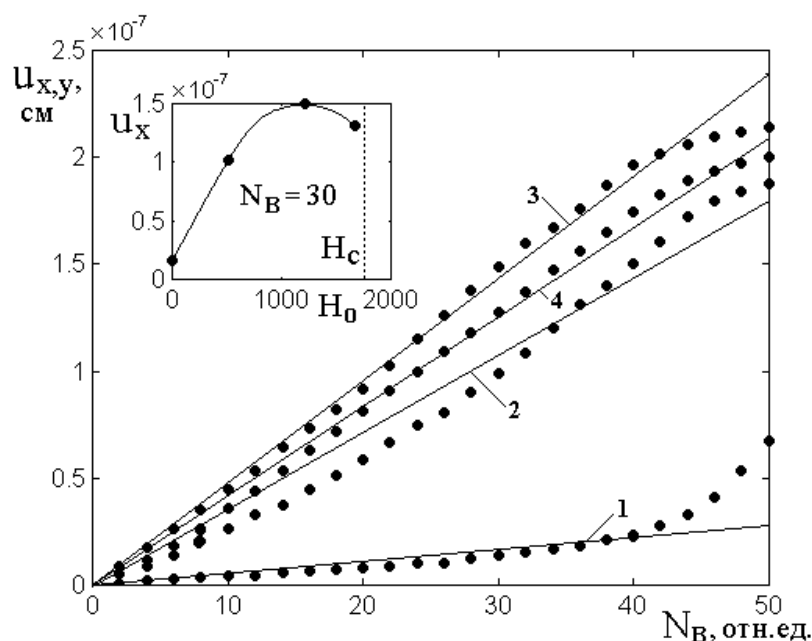


Рис. 2. Зависимость упругого смещения от нормирующего параметра магнитоупругого взаимодействия при различных значениях постоянного поля.

1 – $H_0 = 0$ Э; 2 – $H_0 = 500$ Э; 3 – $H_0 = 1200$ Э; 4 – $H_0 = 1700$ Э.

Точки – результаты расчета по формулам (1)-(12).

На врезке – зависимость упругого смещения от поля при нормирующем параметре магнитоупругости $N_B = 30$ отн.ед.

Остальные параметры – те же, что в разделе 1.

Из рисунка видно, что во всех случаях, то есть во всем интервале допустимых значений постоянного поля, упругое смещение по мере увеличения магнитоупругости возрастает. Все зависимости упругого смещения от поля достаточно прямолинейны, так что их можно описать с помощью эмпирической формулы:

$$u_{x,y} = A(H_0) \cdot N_B, \tag{15}$$

где параметр A , определяемый полем H_0 , подбирается, исходя из близости к рассчитанным точкам. На рисунке приведены прямые, построенные по этой формуле при следующих значениях параметра:

$$A|_{H_0=0} = 0,60 \cdot 10^{-9} \text{ см}; \tag{16}$$

$$A|_{H_0=500} = 3,90 \cdot 10^{-9} \text{ см}; \quad (17)$$

$$A|_{H_0=1200} = 5,60 \cdot 10^{-9} \text{ см}; \quad (18)$$

$$A|_{H_0=1700} = 4,20 \cdot 10^{-9} \text{ см}. \quad (19)$$

Возможность достаточно хорошего приближения точек прямыми линиями говорит о прямой пропорциональности упругого смещения константе магнитоупругости.

Из взаимного расположения кривых можно видеть, что параметр $A(H_0)$ при любом заданном значении N_B по мере увеличения поля сначала возрастает, после чего, пройдя через максимум при $H_0 = 1200$ Э, убывает. То же самое видно из врезки, где параметр $A(H_0)$ присутствует косвенным образом.

Такой характер приведенной зависимости соответствует общей зависимости смещения от постоянного поля, образованной произведением двух факторов: отклонением равновесного положения намагниченности от оси Oz , тем большим, чем постоянное поле меньше, в сочетании с эффективным действующим значением переменного поля, которое тем меньше, чем постоянное поле больше. При этом результирующее действие этих двух факторов, соответствующее их произведению, определяется формулой (21) в работе [22], имеющей вид:

$$u_x \rightarrow h_0 \frac{H_0}{H_c} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2}. \quad (20)$$

Заметим, что подобные зависимости построены на рис. 6 в работе [22] для случая константы $B_2(YIG)$, то есть при $N_B = 1$. В силу линейности кривых на рис. 2, такой характер зависимости параметра A_n от поля сохраняется при любых значениях поля, так что имеет ту же интерпретацию, что приведена для рис. 6 в работе [22].

Замечание. Заметим, что при $N_B > 40$ отн.ед. имеет место некоторое отклонение точечных зависимостей от прямых линий, для кривой 1 вверх, а для

кривых 2-4 вниз. В рамках настоящей работы причина такого отклонения не рассматривается, однако авторы полагают, что исследование характера описываемых далее явлений при $N_B > 40$ отн.ед. может составить предмет для отдельной работы.

3. Влияние магнитоупругого взаимодействия на период упругих колебаний

Из предыдущего раздела видно, что амплитуда возбуждаемых упругих колебаний по мере увеличения магнитоупругого взаимодействия увеличивается линейным образом без каких-либо особенностей. Однако период возбуждаемых в тех же условиях колебаний равновесного положения намагниченности меняется значительным образом. На рис. 3 представлена зависимость периода прецессии равновесия T_c от нормирующего параметра магнитоупругого взаимодействия N_B при постоянном поле $H_0 = 1200$ Э.

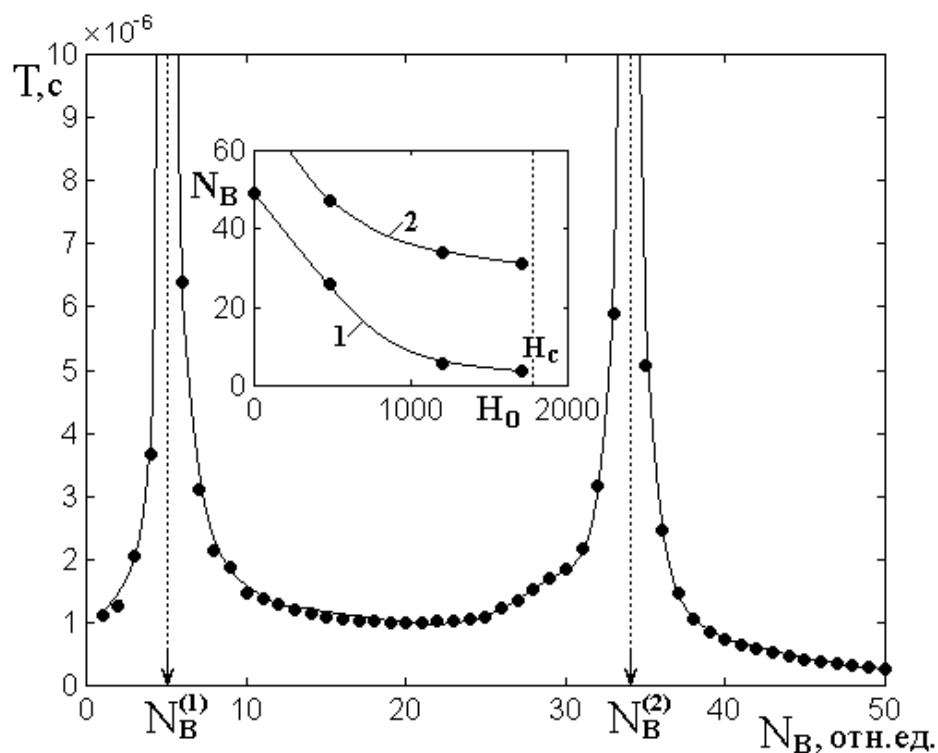


Рис. 3. Зависимость периода прецессии равновесия от нормирующего параметра магнитоупругого взаимодействия.

Постоянное поле $H_0 = 1200$ Э. Точки – результаты расчета по формулам (1)-(12). На врезке – зависимости значений N_B , соответствующих пикам кривой

$$T_c(N_B), \text{ от постоянного поля } H_0: 1 - N_B^{(1)}; 2 - N_B^{(2)};$$

Остальные параметры – те же, что в разделе 1.

Из рисунка видно, что период возбуждаемых колебаний имеет два резко выраженных максимума при $N_B^{(1)} = 5$ отн.ед. и при $N_B^{(2)} = 34$ отн.ед. При этих значениях период стремится к бесконечности, то есть прецессия как таковая останавливается и равновесное положение намагниченности принимает стационарное значение. Обратим внимание, что подъемы на кривой $T_c(N_B)$ весьма похожи на резонансные характеристики, как это будет подробно рассмотрено далее, в том числе применительно к крутильному характеру колебаний [23].

На врезке в рис. 3 показано, как ведут себя положения максимумов при изменении постоянного поля. Видно, что при нулевом поле в исследованном интервале N_B (до 60 отн.ед.) максимум всего один и приходится на $N_B = 49,2$ отн.ед., а при увеличении поля H_0 возникает второй, причем нижний по N_B максимум (кривая 1) приближается к 5 отн.ед., а верхний (кривая 2) – превышает 60 отн.ед. (находится за пределами рисунка). Выше поля H_c (то есть выше поля ориентационного перехода по намагниченности) прецессия равновесного положения отсутствует.

4. Недостаточность рассмотрения полного кольца прецессии

После внешнего описания зависимости периода прецессии равновесного положения намагниченности T от нормирующего коэффициента магнитоупругости N_B , представленной на рис. 3, обратимся к более подробному рассмотрению формирования этой зависимости.

Прецессия равновесия намагниченности состоит из двух видов прецессии: первый вид – обычная прецессия, осуществляемая вектором намагниченности вокруг равновесного положения. Эта прецессия происходит с частотой возбуждающего поля, то есть синхронно с его зависимостью от времени. Второй вид – собственно прецессия положения равновесия, которая происходит значительно медленнее, чем прецессия первого вида, то есть имеет значительно более низкую частоту и соответственно значительно больший

период. Полный параметрический портрет прецессии равновесия представляет собой большое кольцо, по образующей сопровождаемое малыми кольцами [14, стр.392, рис. 9.2д)]. Большое кольцо соответствует медленной прецессии положения равновесия, малые кольца – быстрой прецессии намагниченности вокруг относительно медленно движущегося положения равновесия.

Направление движения прецессирующего положения равновесия, то есть правый или левый его характер, в работе [14] не обсуждается, так как там всегда рассматривается только полное большое кольцо прецессии, а предложенная там векторная модель (стр.396-397, рис. 9.4, рис. 9.5, форм.(9.14)) косвенным образом говорит, что прецессия положения равновесия является правой. При этом соотношение фаз прецессии первого и второго видов на полном прецессионном портрете не просматривается.

Следует заметить, что все варианты прецессии равновесия, рассмотренные в работе [14], относятся к случаю отсутствия магнитоупругого взаимодействия. В то же время, в магнитоупругой среде можно рассматривать две системы – магнитную и упругую, связанные определенным взаимодействием. При этом возбуждающее поле действует только на магнитную систему, которая в свою очередь «таскает за собой» упругую. Резкое различие колебаний в отсутствии магнитоупругости и при ее наличии явно демонстрируется рис. 3, где показано, что период прецессии равновесия зависит от магнитоупругости весьма сильно, причем близким к резонансному образом.

В то же время, проверка показывает, что общий характер полного кольца прецессионного портрета при включении магнитоупругости не меняется, то есть кольцо остается тем же кольцом, только его диаметр меняется, как это показано в работах [12, 13, 18-21]. Заметим, что во всех этих работах период прецессии равновесия подробно не исследовался, так что рис. 3 можно считать явным указанием на необходимость рассмотрения периода более подробно.

5. Прецессия в начальный момент формирования параметрического кольца

Поскольку из полного кольца установить период не представляется возможным, следует обратиться к рассмотрению кольца на какой-то его части, в первую очередь, на начальном периоде его формирования, то есть до того момента времени, когда это кольцо полностью замкнется. Обратимся к рис. 4, где показано формирование основного кольца прецессии равновесия в различных условиях магнитоупругого взаимодействия, то есть при различной степени нагружения магнитной системы упругой.

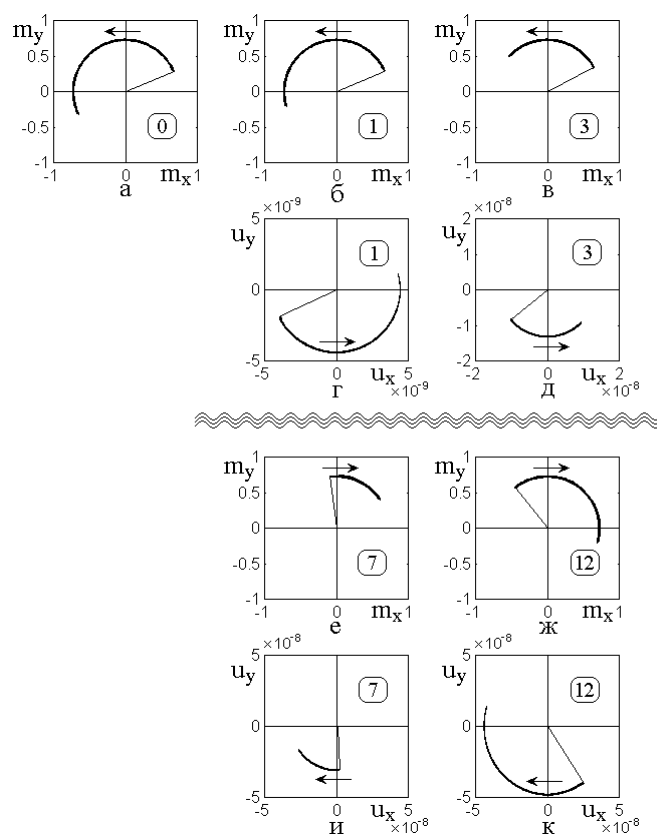


Рис. 4. Развитие прецессии равновесия на начальном этапе по времени при различных значениях нормирующего коэффициента магнитоупругой связи.

Цифры в рамках – значения параметра N_B .

а – чистая прецессия в отсутствие магнитоупругой связи;

б, в, е, ж – прецессия намагниченности;

г, д, и, к – прецессия упругого смещения.

Волнистой линией отмечены режимы ниже и выше значения $N_B^{(1)} = 5$ отн.ед.

Стрелками показано направление развития кольца прецессии.

Постоянное поле $H_0 = 1200$ Э. Полное время развертки $5 \cdot 10^{-7}$ с.

Остальные параметры – те же, что в разделе 1.

На рис. 4а показано развитие кольца прецессии равновесия намагниченности в отсутствие магнитоупругого взаимодействия, то есть когда магнитная система прецессирует сама по себе. Видно, что кольцо развивается в правом направлении, то есть, учитывая, что в системе $Oxuz$ постоянное поле направлено навстречу читателю, против часовой стрелки.

На рис. 4б и рис. 4в в тех же условиях показано развитие кольца прецессии намагниченности при увеличении магнитоупругого взаимодействия в интервале меньше $N_B^{(1)} = 5$ отн.ед., то есть при $N_B = 1$ отн.ед (б) и $N_B = 3$ отн.ед. Видно, что магнитное кольцо развивается в том же направлении против часовой стрелки, однако длина кольца по огибающей по мере увеличения N_B постепенно уменьшается.

На рис. 4г и рис. 4д показано развитие упругих колебаний в тех же условиях. Видно, что кольцо прецессии по упругости с точностью до масштаба является полностью подобным кольцу по намагниченности с отставанием по фазе на π (то есть рисунок (г) получается из рисунка (б) при повороте последнего на 180 градусов).

На рис. 4е и рис. 4ж показано развитие кольца прецессии равновесия намагниченности при увеличении магнитоупругого взаимодействия выше $N_B^{(1)} = 5$ отн.ед., то есть при $N_B = 7$ отн.ед. (е) и $N_B = 12$ отн.ед. (ж). Видно, что здесь направление прецессии изменилось на противоположное, с правого на левое, то есть теперь стало по часовой стрелке. При этом, по мере увеличения N_B , длина кольца постепенно увеличивается. Таким образом, теперь равновесное положение намагниченности прецессирует в обратную сторону, не в правую, а в левую, чего без магнитоупругости никогда не наблюдается.

На рис. 4и и рис. 4к показано развитие упругого смещения в тех же условиях. Видно, что здесь упругое смещение ведет себя так же, как в предыдущем случае, то есть с точностью до масштаба и поворота на 180 градусов, повторяет прецессию намагниченности. То есть и здесь при переходе

величины магнитоупругого взаимодействия через значение $N_B^{(1)} = 5$ отн.ед. правая прецессия сменяется на левую.

Проведенное рассмотрение относится к довольно узкому изменению константы магнитоупругости вокруг одного значения $N_B^{(1)}$, при котором период прецессии стремится к бесконечности. Рассмотрим теперь изменение константы магнитоупругости в более широком диапазоне значений. Из рис. 3 видно, что период прецессии имеет два резко выраженных максимума при $N_B^{(1)} = 5$ отн.ед. и при $N_B^{(2)} = 34$ отн.ед., так что представляет интерес проследить характер прецессии по обе стороны от обоих максимумов. Обратимся к рис. 5, где показано развитие прецессии равновесия на начальном этапе по времени при различных значениях нормирующего коэффициента магнитоупругой связи, расположенных ниже, между и выше максимумов кривой на рис. 3.

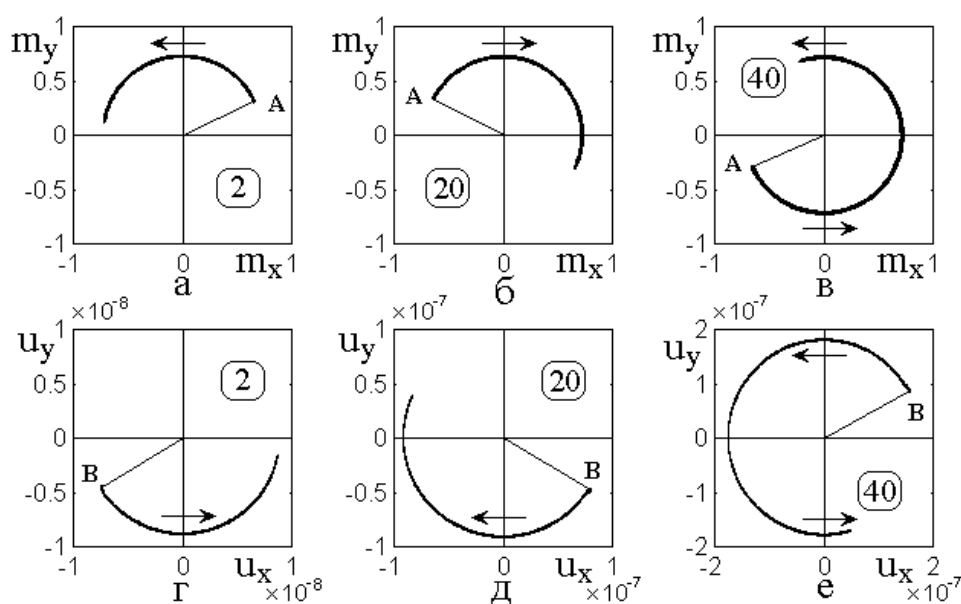


Рис. 5. Развитие прецессии равновесия на начальном этапе по времени при различных значениях нормирующего коэффициента магнитоупругой связи. Цифры в рамках – значения параметра N_B . Направления прецессии показаны стрелками. Буквы «А» и «В» соответствуют начальным точкам прецессии намагниченности (А) и упругого смещения (В).
 а, б, в – прецессия намагниченности;
 г, д, е – прецессия упругого смещения.
 Остальные параметры – те же, что на рис. 4.

Из рис. 5а и рис. 5г, соответствующих значению $N_B < N_B^{(1)}$, то есть до первого максимума на рис. 3, можно видеть, что прецессия, как намагниченности, так и упругого смещения, имеет правый характер. Соотношение между кольцом для намагниченности (а) и кольцом для упругого смещения (г) – то же, что выше, то есть с точностью до масштаба и поворота на 180 градусов, кольца совпадают.

Из рис. 5б и рис. 5д, соответствующих значению N_B вблизи середины между $N_B^{(1)}$ и $N_B^{(2)}$, то есть при $N_B^{(1)} < N_B < N_B^{(2)}$, можно видеть, что прецессия, как намагниченности, так и упругого смещения, имеет левый характер, подобно тому, как это отмечалось при рассмотрении рис. 4. Соотношение между кольцами прецессионных портретов намагниченности и упругого смещения остается тем же самым.

Из рис. 5в и рис. 5д, соответствующих значению N_B больше $N_B^{(2)}$, то есть при $N_B > N_B^{(2)}$, можно видеть, что прецессия, как намагниченности, так и упругого смещения, опять приобретает правый характер, то есть при переходе N_B через $N_B^{(2)}$ также меняется на обратную. Соотношение между кольцами прецессионных портретов намагниченности и упругого смещения опять-таки остается тем же самым.

Таким образом, можно сделать вывод, что изменение параметра магнитоупругого взаимодействия при переходе через значение, соответствующее максимальному периоду прецессии равновесия, приводит к инверсии направления прецессии с правого на левое и обратно. При повторном переходе через соседствующее значение параметра магнитоупругости характер прецессии восстанавливается.

Замечание. В рамках настоящей работы рассмотренный интервал значений параметра магнитоупругости N_B от нуля до величины в 50 отн.ед. был ограничен чисто техническими причинами (переполнение разрядной сетки машины). Авторы предполагают расширить этот диапазон в следующей работе.

6. Начальные углы развития прецессии

В соответствии с показанным в разделе 5, при переходе значения нормирующего параметра магнитоупругости через критические значения $N_B^{(1)}$ и $N_B^{(2)}$, имеет место инверсия направления развития прецессии с правого на левое и обратно. Однако начальное развитие прецессии в правом и левом направлениях в этих точках происходит различным образом. При этом в обоих случаях прецессия имеет синусоидальный характер, однако фаза развивающихся колебаний может, как меняться на обратную, так и оставаться при том же значении.

Вернемся к рис. 5а,б,в, где проследим знаки компонент намагниченности в начальных точках прецессии, обозначенных буквами «А». Так, из рис. 5а видно, следующее:

$$\text{при } N_B = 2 \text{ отн.ед. компоненты: } m_x > 0, m_y > 0; \quad (21)$$

$$\text{при } N_B = 20 \text{ отн.ед. компоненты: } m_x < 0, m_y > 0; \quad (22)$$

$$\text{при } N_B = 40 \text{ отн.ед. компоненты: } m_x < 0, m_y < 0. \quad (23)$$

Таким образом, при переходе параметра N_B через первое критическое значение $N_B^{(1)}$ знак компоненты m_x меняется, а знак компоненты m_y остается прежним, тогда как при переходе через второе критическое значение $N_B^{(2)}$ знак компоненты m_x остается прежним, а знак компоненты m_y меняется на противоположный. Из рис. 5г,д,е можно видеть, что знаки компонент упругого смещения, определяемые точками «В», ведут себя таким же образом.

Обратимся теперь к рис. 6, где показано начальное во времени развитие компонент намагниченности m_x (сплошные линии) и m_y (пунктирные линии) при различных значениях нормирующего параметра магнитоупругости. Будем следить за начальным (при $t = 0$) углом между касательной к форме синусоиды колебаний от времени и горизонтальной осью координат, соответствующей времени. Этот угол обозначим через α_s , то есть для компоненты m_x через α_{sx} ,

а для компоненты m_y через α_{sy} . Схема отсчета угла α_s детально показана на рис. 6а, а на рис. 6б и рис. 6в дуговые обозначения углов опущены во избежание излишнего затемнения рисунка.

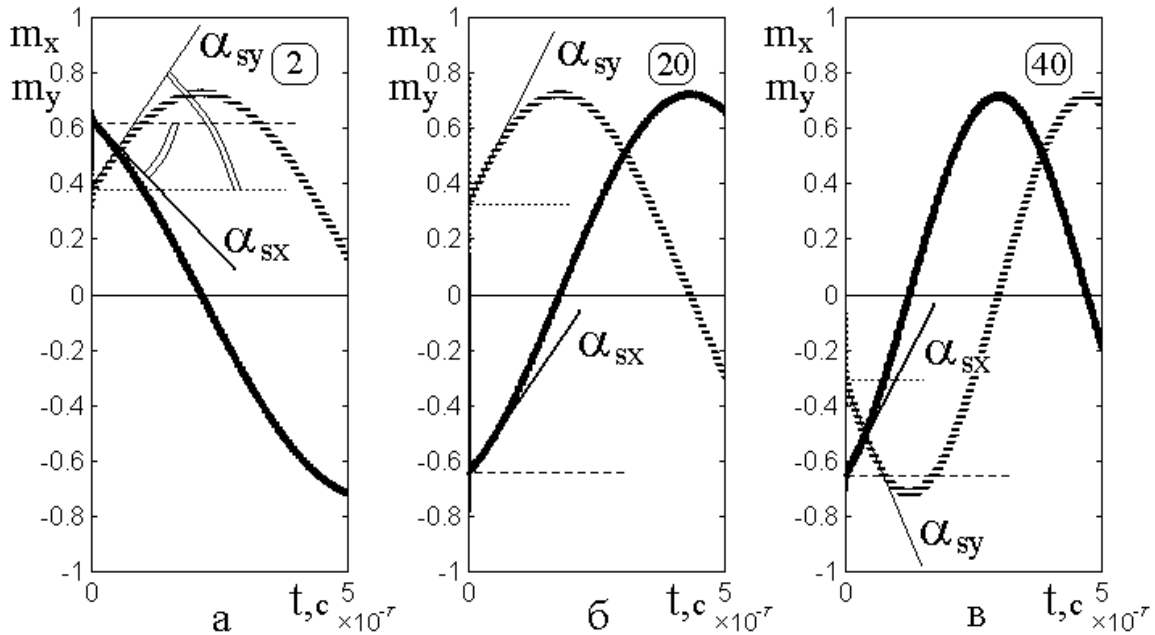


Рис. 6. Развитие компонент намагниченности m_x (сплошные линии) и m_y (пунктирные линии) на начальном участке по времени при различных значениях нормирующего параметра магнитоупругости.

Цифры в рамках – значения параметра N_B .

а – $N_B = 2$ отн.ед., б – $N_B = 20$ отн.ед., в – $N_B = 40$ отн.ед.

Показана схема отсчета углов α_s для m_x (как α_{sx}) и m_y (как α_{sy}).

Остальные параметры – те же, что на рис. 4.

Из рисунка можно видеть, что начальные значения компонент намагниченности, приходящиеся на левый край каждого рисунка, ведут себя таким же образом, как это было установлено из рассмотрения положения точки «А» на рис. 5а,б,в, тогда как для углов наблюдаются следующие соотношения:

$$\text{при } N_B = 2 \text{ отн.ед. углы: } \alpha_{sx} < 0, \alpha_{sy} > 0; \quad (24)$$

$$\text{при } N_B = 20 \text{ отн.ед. углы: } \alpha_{sx} > 0, \alpha_{sy} > 0; \quad (25)$$

$$\text{при } N_B = 40 \text{ отн.ед. углы: } \alpha_{sx} > 0, \alpha_{sy} < 0. \quad (26)$$

Видно, что знаки неравенств для углов по сравнению со знаками неравенств для начальных компонент намагниченностей для компоненты m_x меняются на противоположные, а для компоненты m_y остаются прежними.

Обратимся теперь к рис. 7, где показаны зависимости начальных углов развития координатных компонент намагниченности от нормирующего параметра магнитоупругости в широком диапазоне его изменения.

На рис. 7а приведены непосредственно наблюдаемые значениям обоих углов (кривые 1, 2). На рис. 7б кривая 3 соответствует тем же значениям что кривая 1, а кривая 4 построена при изменении знака значений α_{SY} по сравнению с кривой 2 и приведена здесь для сравнения.

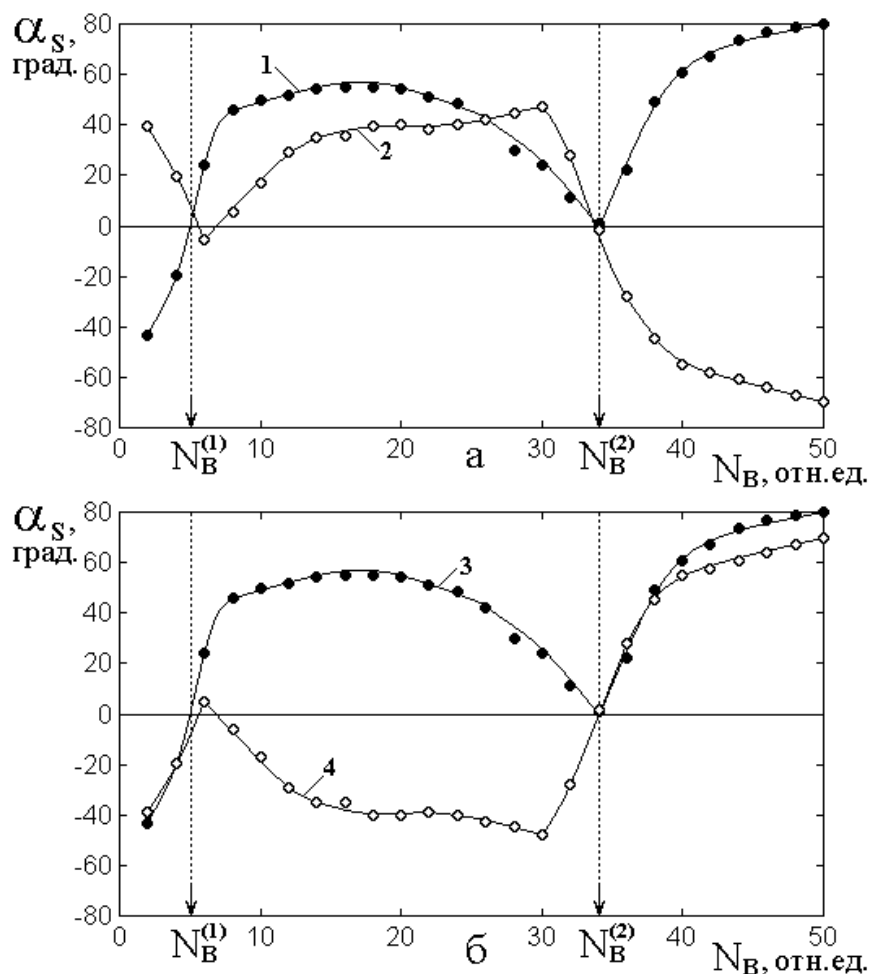


Рис. 7. Начальные углы развития координатных компонент намагниченности в зависимости от нормирующего параметра магнитоупругости.

1 – α_{SX} ; 2 – α_{SY} ; 3 – α_{SX} ; 4 – $-\alpha_{SY}$.

Остальные параметры – те же, что на рис. 4.

Из рис. 7а видно, что при $N_B < N_B^{(1)}$ знаки α_{SX} и α_{SY} различны, при $N_B^{(1)} < N_B < N_B^{(2)}$ знаки совпадают, а при $N_B > N_B^{(2)}$ знаки снова становятся различными. При этом, как отмечено в разделе 5, до первого критического значения параметра магнитоупругости прецессия является правой, между

первым и вторым – левой, выше второго – снова правой. При этом, как ниже первого, так и выше второго критических значений знаки начальных углов противоположны, а между первым и вторым значениями знаки начальных углов одинаковы. Однако ниже первого перехода знак α_{sx} отрицателен, а знак α_{sy} положителен, тогда как выше второго перехода знак α_{sx} положителен, а знак α_{sy} отрицателен. То есть при переходе через первое критическое значение параметра магнитоупругости знак α_{sx} инвертируется, а при переходе через второе критическое значение – сохраняется. При этом знак α_{sy} испытывает инверсию не на первом, а только на втором переходе через критическое значение параметра магнитоупругости.

В общем случае можно считать, что при переходе через критические значения магнитоупругости направление прецессии всегда инвертируется, а фаза инвертируется только для одной из компонент намагниченности, а для другой сохраняется.

Из рис. 7б приведенного здесь для сравнения, можно видеть почти полное совпадение зависимостей α_{sx} и $-\alpha_{sy}$ вне области между критическими значениями параметра магнитоупругости, тогда как внутри этой области зависимости также подобны с точностью до противоположности знака. Такое соответствие говорит о единстве механизма прецессии в обоих случаях.

7. Останавливающие значения параметра магнитоупругости при вариации параметров системы

В разделе 3 было установлено, что зависимость периода прецессии равновесия от нормирующего параметра магнитоупругости имеет резко неоднородный характер с двумя максимумами при значениях $N_B^{(1)}$ и $N_B^{(2)}$ где период прецессии стремится к бесконечности, то есть прецессия равновесия намагниченности останавливается. Относительно рис. 3 было отмечено, что конфигурация зависимости в окрестности $N_B^{(1)}$ и $N_B^{(2)}$ имеет вид, напоминающий резонансный характер, где в качестве переменной выступает не

частота, а параметр магнитоупругости. Для удобства терминологии далее будем называть $N_B^{(1)}$ и $N_B^{(2)}$ «останавливающими» значениями параметра магнитоупругости. По аналогии с законами резонанса [24, 25], можно полагать, что положения максимумов, подобно резонансным частотам колебательной системы, должны зависеть от параметров такой системы. Рассмотрим положения этих максимумов при вариации различных параметров системы.

Регистрировать положения максимумов будем по изменению знака угла начального развития координатных компонент намагниченности α_{SX} и α_{SY} (раздел 6). Необходимость слежения за обеими компонентами намагниченности вызвана тем обстоятельством, что, как видно из рис. 7, наиболее точно проследить остановку прецессии при $N_B^{(1)}$ можно по изменению знака угла α_{SX} , а при $N_B^{(2)}$ – по изменению знака α_{SY} .

8. Вариация толщины пластины

Обратимся к рис. 8, где показаны зависимости положений останавливающих значений параметров магнитоупругости от нормированной толщины пластины.

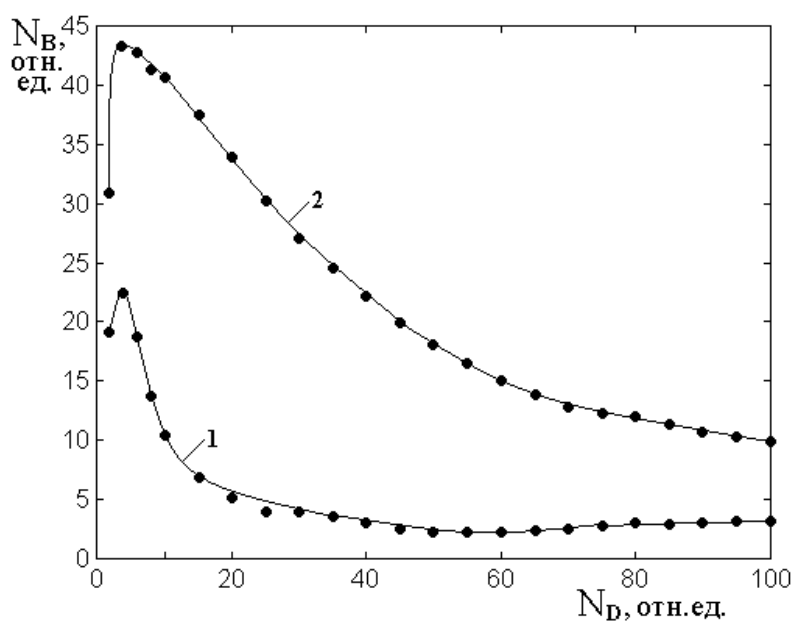


Рис. 8. Зависимости останавливающих значений параметра магнитоупругости $N_B^{(1)}$ (кривая 1) и $N_B^{(2)}$ (кривая 2) от нормированной толщины пластины N_D .
Остальные параметры – те же, что на рис. 3.

Из рисунка видно, что обе зависимости при малых значениях толщины ($N_D < 5$ отн.ед.) сначала резко возрастают, после чего, пройдя через максимум (вблизи $N_B = 5$ отн.ед.), плавно спадают по закону, близкому к обратной пропорциональности, при достаточно больших значениях толщины стремясь к постоянным значениям ($N_B^{(1)} \rightarrow 10$ отн.ед., $N_B^{(2)} \rightarrow 3$ отн.ед.).

Можно полагать, что наблюдаемый вид зависимостей говорит о наличии двух противоборствующих тенденций.

Первая состоит в том, что чем больше толщина, тем упругая система сильнее нагружает магнитную, так что для того, чтобы остановить прецессию магнитной системы, требуется более сильное воздействие на нее упругой системы, то есть большая величина магнитоупругой связи.

Вторая тенденция состоит в том, что чем больше толщина, тем упругая система становится более тяжелой, момент инерции становится большим, так что период крутильных колебаний увеличивается. Одновременно жесткость системы уменьшается, так что период крутильных колебаний также увеличивается. В этом случае увеличить период до бесконечности, то есть остановить прецессию, становится легче и параметр связи может быть меньшим.

Таким образом, при толщинах, меньших некоторого критического значения, равного $N_B = 5$ отн.ед., преобладает первая тенденция, а при толщинах больше того же критического значения преобладает вторая.

9. Вариация параметров материала

Рассмотрим теперь условия остановки прецессии равновесного положения намагниченности при вариации параметров материала платины, в качестве которых возьмем модуль упругости c_{44} и плотность ρ .

Для удобства дальнейшего рассмотрения, подобно [22, 23], а также разделу 1, введем безразмерный нормирующий параметр модуля упругости N_C в соответствии с формулой:

$$c_{44} = N_C \cdot c_{44}(YIG), \tag{27}$$

где $c_{44}(YIG), c_{44}(YIG) = 7,64 \cdot 10^{11}$ эрг см⁻³ (значение в ЖИГ).

Таким образом:

$$N_C = c_{44}/c_{44}(YIG), \tag{28}$$

то есть параметр N_C показывает, во сколько раз принятое значение модуля упругости превышает таковое для ЖИГ.

Аналогично для плотности материала введем нормирующий параметр плотности N_p в соответствии с формулой:

$$\rho = N_p \cdot \rho(YIG), \tag{29}$$

где $\rho(YIG) = 5,17$ г см⁻³. (значение в ЖИГ).

Таким образом:

$$N_p = \rho/\rho(YIG), \tag{30}$$

то есть параметр N_p показывает, во сколько раз принятое значение плотности превышает таковое для ЖИГ.

Обратимся к рис. 9, где показаны зависимости останавливающих значений параметра магнитоупругости $N_B^{(1)}$ (кривая 1) и $N_B^{(2)}$ (кривые 2, 3, 4) от нормированного значения модуля упругости N_C .

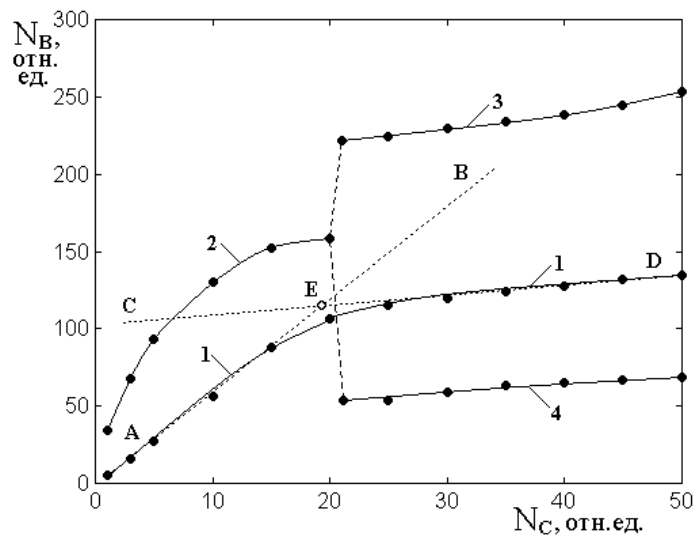


Рис. 9. Зависимости останавливающих значений параметра магнитоупругости $N_B^{(1)}$ (кривая 1) и $N_B^{(2)}$ (кривые 2, 3, 4) от нормированного значения модуля упругости N_C . Остальные параметры – те же, что на рис. 3.

Из рисунка видно, что все приведенные зависимости по мере увеличения параметра N_C возрастают, причем по мере увеличения этого параметра рост кривых замедляется, стремясь к насыщению.

Возрастающий ход кривых можно объяснить тем, что увеличение модуля упругости соответствует увеличению жесткости системы, так что для того, чтобы остановить прецессию равновесия, надо приложить силу тем большую, чем жесткость системы больше. Такое поведение соответствует крутильному характеру колебаний рассматриваемой системы, период которых пропорционален квадратному корню из величины обратной жесткости системы [23].

Примечательным является тот факт, что второй из параметров магнитоупругости $N_B^{(2)}$ при увеличении модуля упругости N_C выше значения 20 отн.ед. раздваивается, разделяясь на две ветви, представленные кривыми 3 и 4, обе из которых по мере увеличения N_C продолжают увеличиваться. То есть при $N_C > 20$ отн.ед. зависимость периода прецессии намагниченности от параметра магнитоупругости N_B , подобная приведенной на рис. 3, имеет не два максимума, а три, один из которых соответствует периоду при $N_B < N_B^{(1)}$ (кривая 4), а второй – периоду при $N_B > N_B^{(1)}$ (кривая 3).

В качестве предполагаемой интерпретации расщепления наблюдаемой зависимости можно указать на возможность возбуждения крутильных мод более высокого порядка.

Из дальнейшего рассмотрения рис. 9 можно заметить, что характер кривой 1 до $N_C \approx 20$ отн.ед. и после этого значения близок к прямолинейному, так что точки могут быть аппроксимированы двумя прямыми АВ и CD (показаны точечными линиями), определяемыми уравнениями:

$$AB \rightarrow N_B = 5.71 \cdot N_C; \quad (31)$$

$$CD \rightarrow N_B = 100 + 0.80 \cdot N_C. \quad (32)$$

Эти прямые пересекаются в точке E , близкой к $N_C = 20$ отн.ед., начиная с которой кривая 2 раздваивается.

Заметим, что относительно кривой 2 также можно построить аппроксимирующие прямые линии, причем выше точки $N_C = 20$ отн.ед. таких прямых будет две, соответствующих кривым 3 и 4. .

Возможность приближения рассматриваемых кривых прямыми линиями, угловые коэффициенты которых меняются скачком при одном и том же значении параметра модуля упругости $N_C = 20$ отн.ед., по-видимому, говорит о наличии двух различных механизмов, определяющих зависимость останавливающих значений магнитоупругости $N_B^{(1)}$ и $N_B^{(2)}$ от модуля упругости N_C , до и после критического значения этого модуля, равного $N_C = 20$ отн.ед.

Обратимся теперь к рис. 10, где показаны зависимости останавливающих значений параметра магнитоупругости $N_B^{(1)}$ (кривая 1) и $N_B^{(2)}$ (кривая 2) от нормированного значения плотности материала пластины N_P .

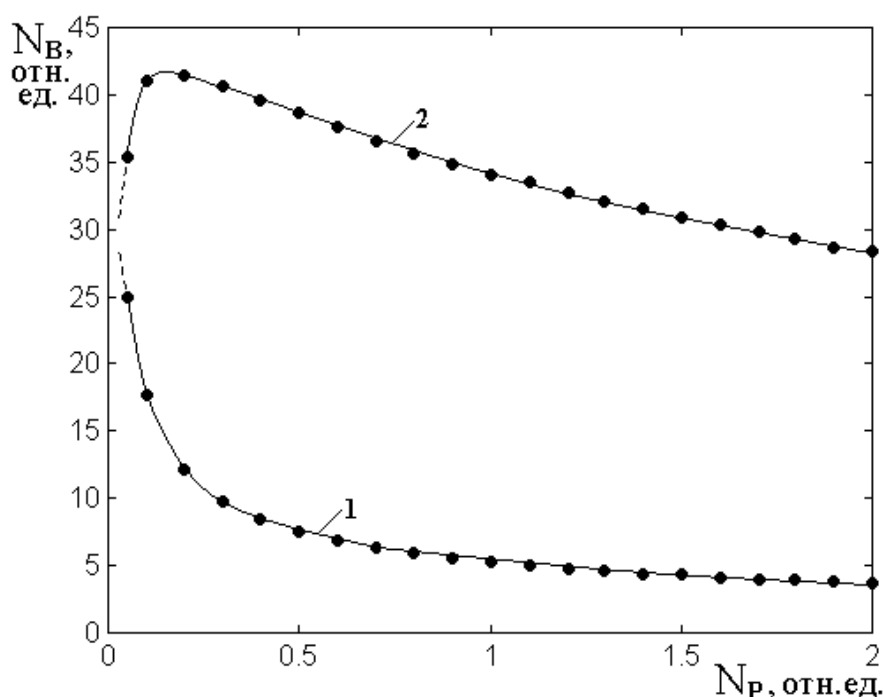


Рис. 10. Зависимости останавливающих значений параметра магнитоупругости $N_B^{(1)}$ (кривая 1) и $N_B^{(2)}$ (кривая 2) от нормированного значения плотности материала пластины N_P . Остальные параметры – те же, что на рис. 3.

Из рисунка видно, что обе приведенные зависимости по мере увеличения параметра N_p убывают, причем по мере увеличения этого параметра убывание кривых замедляется, стремясь к насыщению.

Убывающий ход кривых можно объяснить тем, что увеличение плотности материала соответствует увеличению массы системы, то есть увеличению момента ее инерции, так что система становится как бы менее подвижной и для ее движения достаточно приложить меньшую силу. Такое поведение соответствует крутильному характеру колебаний рассматриваемой системы, период которых обратно пропорционален квадратному корню из величины плотности материала системы [23].

Замечание. Заметим, что при малых значениях $N_p < 0.1$ отн.ед. на кривой 3 наблюдается небольшая особенность, состоящая в ее возрастании. При $N_p \rightarrow 0$, как показано пунктиром, обе кривые стремятся к общей точке, соответствующей $N_B \approx 28$ отн.ед. Ввиду малости таких эффектов в настоящей работе обе эти особенности оставлены без внимания, однако можно полагать, что подробное исследование области $N_p < 0.1$ отн.ед. может составить предмет для отдельной работы.

10. Некоторые заключительные замечания

Приведем некоторые замечания, касающиеся возможного дальнейшего развития работы.

Проведенное рассмотрение, в основном, опирается на модель крутильного характера прецессии равновесного положения намагниченности, представленную в работе [23]. В пользу такой интерпретации говорит рассмотрение на основе вариации толщины пластины и параметров материала (разделы 8, 9). Однако следует заметить, что предложенные здесь интерпретации зависимостей, представленных на рис. 8, рис. 9 и рис. 10, основанные на крутильном характере колебаний системы, обеспечивают лишь качественное объяснение наблюдаемых явлений, Для более точно

интерпретации необходимо построение соответствующих моделей, в первую очередь векторного, потенциального и энергетического характера, подобных приведенным в [14, стр.395-398, 423-425] для прецессии равновесия в отсутствие магнитоупругости. Таким образом, в качестве важнейшей задачи следует отметить построение соответствующих моделей.

С другой стороны, приведенная на рис. 3 зависимость периода прецессии равновесия от нормирующего параметра магнитоупругого взаимодействия, имеет два резонансных максимума, а на рис. 9 количество максимумов увеличивается до трех. Однако простая модель крутильных колебаний, представленная в работе [23], может дать интерпретацию только одного максимума, представляющего собой однородный крутильный резонанс такой системы. То есть, в качестве важнейшей задачи следует указать рассмотрение многомодового режима крутильных колебаний, в том числе неоднородного характера.

Авторы полагают, что поставленные задачи можно рекомендовать в качестве предмета рассмотрения для отдельных работ.

Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

- 1) Рассмотрена геометрия магнитострикционного преобразователя, представляющего собой нормально намагниченную пластину, обладающую магнитоупругими свойствами, поставленную путем выбора надлежащего значения постоянного поля в условия ориентационного перехода. Приведены уравнения движения для намагниченности и упругого смещения с соответствующими граничными условиями. Рассмотрена прецессия равновесного положения намагниченности, сопровождаемая колебаниями упругого смещения в условиях, соответствующих возбуждению крутильных колебаний магнитоупругой среды.
- 2) 2 Полученная система связанных нелинейных уравнений решена численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка, Определено развитие колебаний

во времени, построены параметрические портреты прецессии намагниченности и упругого смещения. В качестве главной задачи работы поставлено определение характера колебаний при вариации параметра магнитоупругого взаимодействия.

- 3) Получена зависимость амплитуды колебаний упругого смещения от параметра магнитоупругости при различных значениях постоянного поля. Показано, что при любых значениях поля зависимости имеют линейно возрастающий характер, причем коэффициент роста по мере увеличения поля возрастает, после чего, пройдя через максимум, убывает. Отмечено, что такой вид зависимостей обусловлен совместным действием двух противоположных факторов: отклонением равновесного положения намагниченности от направления поля тем большим, чем постоянное поле меньше и эффективным действующим значением переменного поля, которое тем меньше, чем постоянное поле больше.
- 4) Получена зависимость периода колебаний упругого смещения от параметра магнитоупругости. Выявлен резко неоднородный характер такой зависимости. Установлено наличие двух максимумов, соответствующих двум критическим значениям параметра магнитоупругости, при которых период стремится к бесконечности, то есть прецессия положения равновесия намагниченности полностью останавливается. С целью удобства терминологии, в сочетании с подчеркиванием физического содержания, такие критические значения параметра магнитоупругости названы «останавливающими» значениями.
- 5) Отмечена недостаточность определения характера прецессии в режиме установившихся колебаний, не позволяющая определить направление развития большого кольца прецессионного портрета во времени. Для преодоления такого обстоятельства предложено рассмотрение прецессии на начальном этапе ее развития сразу после включения внешнего возбуждения.
- 6) На основе анализа характера получающихся параметрических портретов установлено, что при значении параметра магнитоупругости ниже первого

критического значения и выше второго характер прецессии является правым, а при значении параметра магнитоупругости между двумя критическими значениями характер прецессии сменяется на левый. То есть при переходе параметра магнитоупругости через то или иное критическое значение происходит инверсия развития прецессии с правого характера на левый и обратно.

- 7) В качестве фактора, определяющего направление развития прецессии, отмечено начальное значение угла развития прецессии, представляющего угол между касательной к синусоиде колебаний в начальный момент времени и осью времени, вдоль которой происходит развитие колебаний. То есть такой начальный угол определяет начальную фазу развития прецессии во времени.
- 8) Показано, что при переходе через одно из критических значений параметра магнитоупругости начальный угол, проходя через нулевое значение, меняет свой знак, а при переходе через второе критическое значение параметра магнитоупругости, достигает нуля, после чего меняется в прежнем направлении, то есть изменения знака не происходит. Отмечено, что такое поведение начального угла для двух перпендикулярных друг другу компонент намагниченности является обратным, то есть если для одной из компонент при первом критическом значении магнитоупругости знак меняется, а при втором сохраняется, то для другой компоненты намагниченности знак при первом критическом значении магнитоупругости сохраняется, а при втором меняется.
- 9) Рассмотрен характер изменения останавливающих значений параметра магнитоупругости при вариации параметров структуры и материала магнитоупругой пластины преобразователя. Показано, что при увеличении толщины пластины оба останавливающих значения магнитоупругости сначала несколько повышаются, после чего, пройдя через максимум, испытывают далеко протяженный спад с последующим стремлением к постоянному значению. Отмечено, что такое поведение останавливающих

значений связано с противоборствующим действием двух тенденций: первая состоит в том, что чем больше толщина, тем упругая система сильнее нагружает магнитную, а вторая – в том, что при увеличении толщины жесткость упругой системы уменьшается, что облегчает реализацию ее крутильных колебаний. При этом первая тенденция приводит к требованию увеличения магнитоупругой связи, а вторая – к требованию ее уменьшения, так что борьба между обеими тенденциями обуславливает наблюдаемый характер зависимости с начальным ростом, сменяемым после прохождения максимума плавным спадом.

10) Рассмотрен характер изменения останавливающих значений параметра магнитоупругости при вариации модуля упругости и плотности материала пластины магнестрикционного преобразователя. Показано, что увеличение модуля упругости приводит к увеличению останавливающих значений параметра магнитоупругости, а увеличение плотности – к их уменьшению. Отмечено, что возрастающий ход кривых при увеличении модуля упругости можно объяснить увеличением жесткости системы, что требует для раскачки прецессии увеличения амплитуды возбуждения, обеспечиваемой увеличением параметра магнитоупругой связи. Убывающий ход кривых при увеличении плотности можно объяснить увеличением массы с соответствующим увеличением момента инерции системы, то есть система становится более мягкой и для ее раскачки достаточно меньшей величины параметра магнитоупругой связи. Отмечено, что обе зависимости могут быть интерпретированы на основе механизма крутильных колебаний магнитоупругой системы.

11) В качестве заметной особенности отмечено расщепление зависимости второго останавливающего значения от модуля упругости, происходящее при достаточно большом критическом значении этого модуля. Отмечены две отдельные тенденции образования такой зависимости выше и ниже критического значения, приводящие к прямолинейности зависимости с изломом в критической точке.

12) Приведены некоторые замечания, касающиеся возможного дальнейшего развития работы. В качестве важнейшей задачи отмечено совершенствование механизма крутильных колебаний с построением соответствующей векторной и потенциально-энергетической моделей, позволяющих оценить количественные характеристики рассматриваемых явлений. Другой задачей может явиться рассмотрение многомодового характера крутильных колебаний, позволяющего интерпретировать множественность максимумов зависимости периода упругих колебаний от параметра магнитоупругости. Отмечено, что такие задачи можно рекомендовать к рассмотрению в качестве предмета для отдельных работ.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Литература

1. Kikuchi E. The ultra-sound converters. М.: Mir. 1972.
2. Голямина И.П. Магнитострикционный преобразователь // В кн: Ультразвук. Маленькая энциклопедия. Гл. ред. И.П. Голямина. М.: Советская энциклопедия. 1979. С.196-200.
3. Голямина И.П. // Магнитострикционные излучатели из ферритов. В кн.: Физика и техника мощного ультразвука. Кн.1. Источники мощного ультразвука. М.: Наука. 1967.
4. Ле-Кроу Р., Комсток Р. Магнитоупругие взаимодействия в ферромагнитных диэлектриках // В кн.: У. Мэзон (ред.): Физическая акустика. Т.3Б. Динамика решетки. М.: Мир. 1968. С.156.
5. Штраусс В. Магнитоупругие свойства иттриевого феррита-граната // В кн. : У. Мэзон (ред.): Физическая акустика. Т.4Б. Применения физической акустики в квантовой физике и физике твердого тела. М.: Мир. 1970. С.241-316.
6. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order // Rev. Mod. Phys. 2010. V.82. №3. P.2731.

7. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И., Ломоносов А.М., Темнов В.В. Современные проблемы сверхбыстрой магнитоакустики // АЖ (Акустический журнал). 2022. Т.68. №1. С.22-56.
8. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в ферритовой пластине при ферромагнитном резонансе // РЭ. 2009. Т.54. №7. С.863-874.
9. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре // Журнал радиоэлектроники. 2013. №2. <http://jre.cplire.ru/jre/feb13/10/text.pdf>
10. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Комбинационное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре // Сборник трудов XXI Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы». М.: НИУ МЭИ. 2013. С.164.
11. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в двухслойной ферритовой структуре при ферромагнитном резонансе // РЭ. 2014. Т.59. №5. С.482-497.
12. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейная динамика установления намагниченности в ферритовой пластине с магнитоупругими свойствами в условиях ориентационного перехода // РЭ. 2010. Т.55. №6. С.689-701.
13. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Вынужденная нелинейная прецессия вектора намагниченности в условиях ориентационного перехода // РЭ. 2011. Т.56. №1. С.84-96.
14. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.
15. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит. 2019.
16. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. М.: Физматлит. 2021.

17. Шавров В.Г., Щеглов В.И., Иванов А.П. Нелинейные колебания в задаче возбуждения гиперзвука. Сыктывкар: ООО «Коми республиканская типография». 2021.
18. Власов В.С., Кирушев М.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Прецессия намагниченности второго порядка в магнитоупругой среде // Журнал радиоэлектроники, 2015, №4, <http://jre.cplire.ru/jre/apr15/16/text.pdf>
19. Власов В.С., Кирушев М.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Вынужденная нелинейная прецессия намагниченности второго порядка в среде с магнитоупругими свойствами // РЭ. 2019. Т.64. №1. С.54-64.
20. Власов В.С., Дианов М.Ю., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние магнитоупругого взаимодействия на прецессию положения равновесия в нормально намагниченной ферритовой пластине // Журнал радиоэлектроники. 2018. №10. <http://jre.cplire.ru/jre/oct18/1/text.pdf>
21. Власов В.С., Дианов М.Ю., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Влияние магнитоупругого взаимодействия на прецессию положения равновесия намагниченности в двухслойной ферритовой структуре // Журнал радиоэлектроники. 2018. №11. <http://jre.cplire.ru/jre/nov18/2/text.pdf>
22. Власов В.С., Щеглов В.И. Возбуждение упругих колебаний в схеме магнотриксционного преобразователя в условиях ориентационного перехода // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – №. 4. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.4.9>
23. Власов В.С., Щеглов В.И. Крутильные колебания упругого смещения в схеме магнотриксционного преобразователя в условиях ориентационного перехода // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.5.13>
24. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. М.: Наука. 1964,
25. Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н.
26. Основы теории колебаний. М., Наука, 1978.

Для цитирования:

Власов В.С., Щеглов В.И. Инверсия прецессии равновесного положения намагниченности в магнитоупругой среде в условиях ориентационного перехода // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.3>