

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.4>

УДК: 537.874; 537.624

ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ НА ФАЗОВУЮ ДИАГРАММУ ДВУХПОДРЕШЕТОЧНОГО ФЕРРИМАГНЕТИКА С ТОЧКОЙ КОМПЕНСАЦИИ

В.В. Коледов, Д.А. Суслов, В.И. Щеглов

**Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН,
125009, Москва, ул. Моховая, 11-7**

Статья поступила в редакцию 25 марта 2025 г.

Аннотация. Решена задача о равновесной ориентации намагниченностей двухподрешеточного ферримагнетика в постоянном поле с осью анизотропии, параллельной направлению поля. Рассмотрены случаи анизотропии типа «легкая ось» и «легкая плоскость». Получена система уравнений для намагниченностей обеих подрешеток с учетом анизотропии. Предложен алгоритм численного решения системы уравнений для углов ориентации подрешеток. Рассмотрено поле анизотропии в первичном варианте как удвоенное отношение константы анизотропии к намагниченности, а также при зависимости этого поля от температуры. Построены фазовые диаграммы с обоими вариантами поля анизотропии, а также при непосредственном введении константы анизотропии. Отмечено различие диаграмм в этих трех случаях, состоящее в различном уровне ветвей выше и ниже случая отсутствия анизотропии. Введено понятие полярного поля анизотропии, учитывающее зависимость поля анизотропии от ориентации намагниченности. Показана эквивалентность построения диаграммы при введении полярного поля анизотропии и константы анизотропии. Приведены некоторые рекомендации

для развития работы, такие как учет размагничивания, нормировка константы анизотропии и возможность определения из диаграммы параметров материала.

Ключевые слова: смешанные ферриты-гранаты, температура компенсации, намагниченности подрешеток, магнитная анизотропия.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН.

Автор для переписки: Щеглов Владимир Игнатьевич, vshcheg@cplire.ru

Введение

Ферриты-гранаты на основе редкоземельных элементов предоставляют широкую базу для разработки устройств обработки аналоговой информации в диапазоне СВЧ [1-10]. Другими областями применения таких ферритов являются устройства памяти на цилиндрических магнитных доменах (ЦМД) [11-12], а также в схемах на магниторезистивной памяти [13]. В числе важной области изучения физики магнитных явлений следует упомянуть динамические свойства магнитоупругих сред под действием мощных импульсов света от фемтосекундных лазеров [14-16]. Значительные перспективы для применения открывают пленки смешанных ферритов-гранатов, обладающие двумя магнитными подрешетками, в том числе с точкой температурной компенсации [17-19].

Практическое применение таких материалов требует знания из магнитных свойств, в первую очередь намагниченностей отдельных подрешеток. Построение фазовой диаграммы, представляющей собой зависимость поля ориентационных переходов подрешеток от температуры [20] (Кларк-Каллен), дает возможность определить характер ориентации подрешеток, в том числе обращение в нуль суммарной намагниченности при температуре компенсации, где намагниченности имеют одинаковую величину и противоположное направление.

Изучению различных видов фазовых диаграмм посвящены работы [17-19], содержащие многочисленные примеры сравнения теоретических

построений с экспериментом, в том числе с различными вариациями параметров. В работе [21] отмечено, что значительное влияние на характер фазовой диаграммы может оказывать анизотропия исследуемого материала.

Во всех перечисленных работах исследуются лишь температурные зависимости суммарной намагниченности, тогда как вопрос об определении намагниченностей подрешеток по отдельности остается открытым.

В работах [22, 23] приведена методика определения намагниченностей подрешеток по отдельности, основанная на измерении нескольких характерных точек фазовой диаграммы.

В работе [24] приведен вариант методики, позволяющий учесть одноосную анизотропию материала. Отмечена крайняя сложность аналитического решения системы уравнений, определяющих фазовую диаграмму с учетом анизотропии, в связи с чем предложен численный алгоритм, позволяющий рассчитать фазовую диаграмму, с учетом независимо определенного поля анизотропии. Однако, ввиду сложности алгоритма, окрестность точки компенсации исследована недостаточно, в том числе не определено поле ориентационного перехода в самой этой точке.

Настоящая работа является развитием работы [24] с целью более подробного исследования фазовой диаграммы в области компенсации, а также адаптации алгоритма к малым значениям суммарной намагниченности и более точного определения намагниченностей подрешеток по отдельности.

1. Общая геометрия и основные параметры задачи

Рассмотрим задачу в той же геометрии, что в работе [24]. Схема такой геометрии в системе $Oxyz$ приведена на рис. 1.

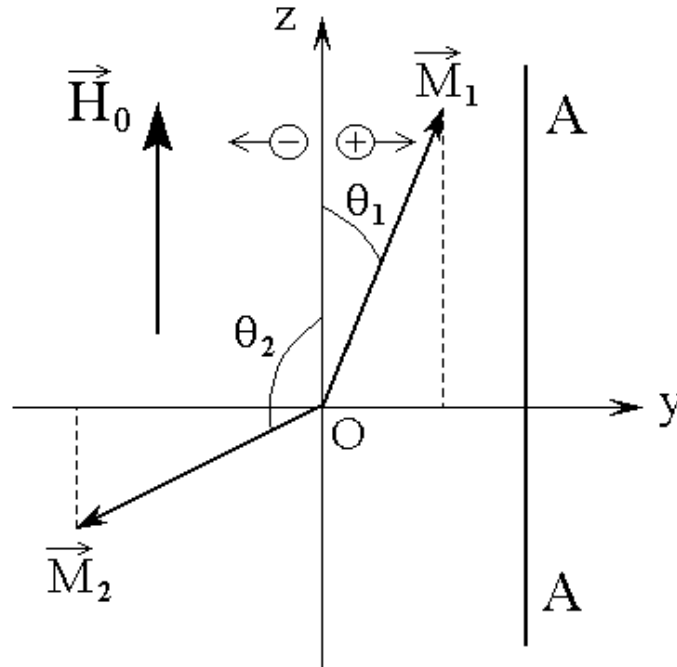


Рис. 1. Общая геометрия задачи.

Векторы намагниченностей подрешеток $\vec{M}_1$ и $\vec{M}_2$ лежат в единой плоскости Oyz и составляют с полем $\vec{H}_0$, направленным вдоль оси Oz , углы θ_1 и θ_2 , отсчитываемые навстречу друг другу: угол θ_1 в положительном направлении (по часовой стрелке от оси Oz к оси Oy), угол θ_2 – в отрицательном (против часовой стрелки от оси Oz к оси минус Oy). Такие направления отсчета полярных углов показаны в верхней части рисунка стрелками, исходящими из малых кружков с соответствующими знаками. Плоскость Oyz соответствует плоскости рисунка, а ось Ox к этой плоскости перпендикулярна и направлена навстречу читателю (не изображена). Подобно [24], вводится одноосная анизотропия с осью А-А, параллельной оси Oz . Знак константы определяет анизотропию типа «легкая ось» или «легкая плоскость». Для простоты задачи размагничивание не рассматривается.

Подобно [22-24] полагаем, что намагниченности M_1 и M_2 зависят от температуры T в виде:

$$M_1 = M_{10} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c1}} \right)^2 \right]; \quad (1)$$

$$M_2 = M_{20} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c2}} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где M_{10} , M_{20} – намагниченности той и другой подрешеток при абсолютном нуле температуры, T_{c1} , T_{c2} – температуры Кюри для тех же подрешеток.

Подобно [22-24], рассмотрение проведем с использованием набора нормированных или «относительных» параметров: $M_{10} = 5$; $M_{20} = 3$; $T_{c1} = 4$; $T_{c2} = 7$. Параметр обменного взаимодействия между намагниченностями подрешеток Λ положим равным нормированной единице $\Lambda = 1$. Константу анизотропии K будем варьировать, как будет указано в тексте.

Схема температурных зависимостей намагниченностей подрешеток, построенная в соответствии с формулами (1) и (2), приведена на рис. 2, подобном рис. 2 в работе [22].

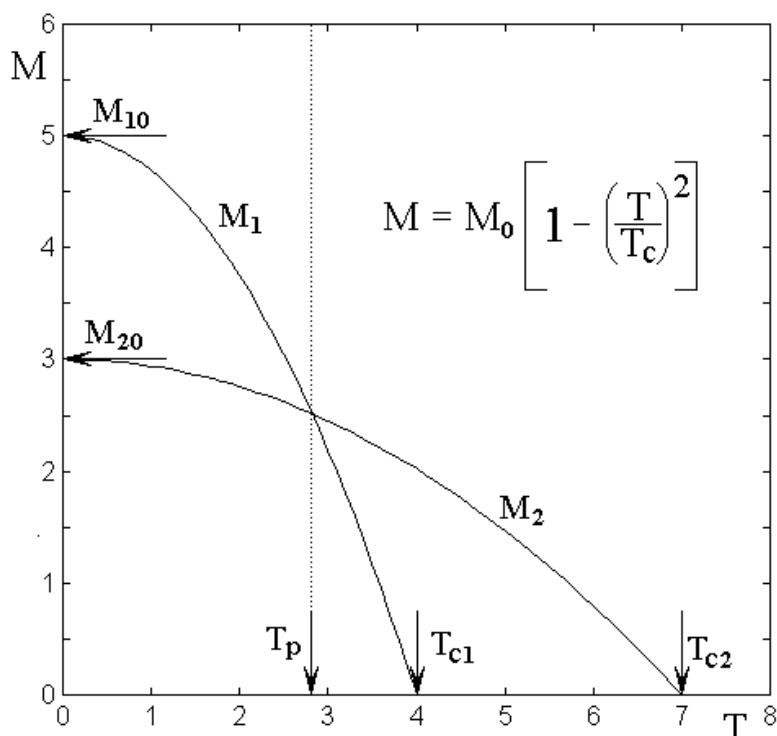


Рис. 2. Температурные зависимости намагниченностей подрешеток.

Заметим, что на этом рисунке приведены намагниченности без определения их направления, то есть по модулю. При построении фазовой диаграммы следует учитывать, что при нулевой температуре в отсутствие поля намагниченность M_1 направлена вверх по оси Oz , а намагниченность M_2 – вниз по той же оси, так что суммарная намагниченность равна их разности. При повышении температуры и увеличении поля такие начальные направления намагниченностей будут изменяться.

Из рисунка видно, что приведенные зависимости пересекаются при температуре компенсации T_p , где $M_1 = M_2$, так что с учетом противоположности их знаков суммарная намагниченность равняется нулю.

2. Построение фазовой диаграммы в отсутствие анизотропии

Подобно [22-23] полагаем плотность энергии структуры из двух подрешеток в виде [2, стр.206, форм.(4.4.1)]:

$$U = -\vec{H}_0 \vec{M}_1 - \vec{H}_0 \vec{M}_2 + \Lambda \vec{M}_1 \vec{M}_2, \quad (3)$$

где первые два слагаемых определяются взаимодействием намагниченностей подрешеток с полем, а третье – взаимодействие намагниченностей между собой, имеющее обменную природу и параметр взаимодействия Λ .

С учетом геометрии, приведенной на рис. 1, записываем (3) в виде:

$$U = -H_0 M_1 \cos \theta_1 - H_0 M_2 \cos \theta_2 + \Lambda M_1 M_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2), \quad (4)$$

где учтено, что углы между намагниченностями и полем определяются углами θ_1 и θ_2 , а угол между векторами $\vec{M}_1$ и $\vec{M}_2$ равен сумме углов $\theta_1 + \theta_2$.

Для нахождения равновесного состояния системы приравнивая к нулю производные от (4) по θ_1 , θ_2 и сокращая общие множители M_1 и M_2 , получаем систему из двух уравнений для определения θ_1 и θ_2 в виде:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 = 0; \quad (5)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 = 0. \quad (6)$$

Приравнявая выделенные из каждого уравнения выражения $\sin\theta_1 \cos\theta_2$ или $\cos\theta_1 \sin\theta_2$, получаем соотношение:

$$M_1 \sin\theta_1 = M_2 \sin\theta_2. \quad (7)$$

Формируя из любого из уравнений (5) или (6) и соотношения (7) новую систему из двух уравнений и разрешая ее аналитически, получаем косинусы углов θ_1 и θ_2 в виде:

$$\cos\theta_1 = \frac{H_0^2 + \Lambda^2(M_1^2 - M_2^2)}{2\Lambda H_0 M_1}; \quad (8)$$

$$\cos\theta_2 = \frac{H_0^2 - \Lambda^2(M_1^2 - M_2^2)}{2\Lambda H_0 M_2}. \quad (9)$$

В этих выражениях намагниченности M_1 , M_2 зависят от температуры в виде (1), (2).

Для построения диаграммы учитываем, что ее ветви формируются как значения поля, при которых ориентации намагниченностей меняются в максимально допустимых пределах изменения $\cos\theta_1$ и $\cos\theta_2$ от -1 до $+1$.

Поставляя эти значения в (8), (9), получаем два квадратных уравнения для поля H_0 , решение которых дает две зависимости, определяющие граничные значения полей, выраженные через намагниченности подрешеток:

$$(H_0)^{(+)} = \Lambda(M_1 + M_2); \quad (10)$$

$$(H_0)^{(-)} = \Lambda(M_1 - M_2). \quad (11)$$

Эти выражения с учетом температурных зависимостей намагниченностей (1), (2) определяют фазовую диаграмму в виде, приведенном на рис. 3 (подобном рис. 6 в работе [22] или рис. 2 в работе [24]).

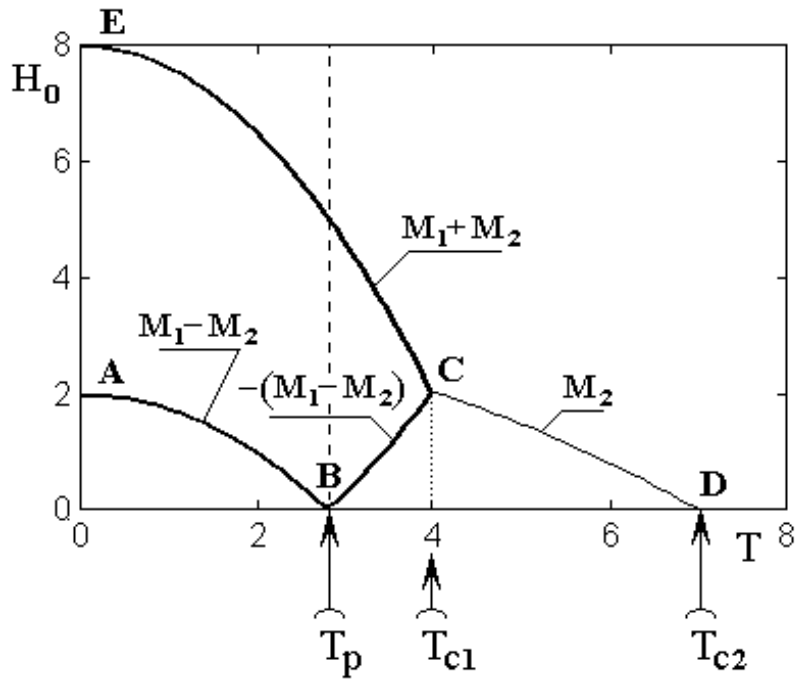


Рис. 3. Фазовая диаграмма без учета анизотропии.
Параметры приведены в разделе 1.

Для определения намагниченностей подрешеток наибольший интерес представляет нижняя ветвь диаграммы A-B-C-D, на которую и обратим дальнейшее внимание.

3. Зависимости ориентации намагниченностей от поля

Приведем еще важные для дальнейшего рассмотрения зависимости углов ориентации намагниченностей подрешеток от поля при заданном значении температуры. Обратимся к рис. 4, где приведены такие зависимости при температуре $T = 2$ отн.ед. (частично подобный рис. 5 в работе [24]). Основные кривые на этом рисунке построены путем взятия арккосинусов от правых частей формул (8), (9).

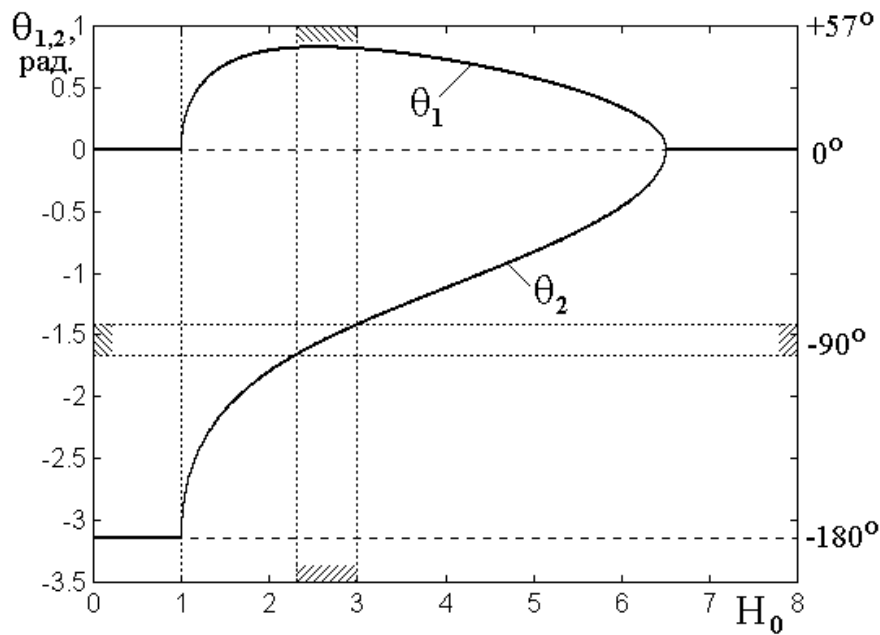


Рис. 4. Зависимости θ_1 и θ_2 от поля при заданной температуре.

Температура $T = 2$ отн.ед., поле варьируется.

Параметры приведены в разделе 1.

Из рисунка видно, что при поле меньше $H_0 = 1.0$ отн.ед. намагниченности подрешеток ориентированы точно антипараллельно друг другу, M_1 в положительном направлении оси Oz , M_2 – в отрицательном. При увеличении поля между $H_0 = 1$ и $H_0 = 2.4$ отн.ед. намагниченность M_1 сначала заметно отклоняется от оси Oz , однако затем ее отклонение замедляется, стремясь к величине около 40 градусов, после чего, пройдя небольшой горизонтальный участок, начиная с поля $H_0 = 3.0$ отн.ед. снова поворачивается к оси Oz , устанавливаясь вдоль этой оси при поле $H_0 = 6.4$ отн.ед. Намагниченность M_2 , будучи сначала ориентированной точно против направления поля, при достижении значения $H_0 = 1.0$ отн.ед., резко начинает поворачиваться к направлению поля, причем, благодаря обменному взаимодействию даже в какой-то степени отталкивая от себя намагниченность M_1 , которая при этом вынуждена отклоняться от оси Oz . Далее, поскольку намагниченность M_1 все же стремится к оси Oz под действием поля, а влияние поля на намагниченность M_2 слабеет, стремление к повороту M_2 ослабевает и в области около 90 градусов, то есть установлении M_2 перпендикулярно оси

Oz , несколько замедляется. Дальнейшее увеличение поля приводит к преодолению обменного взаимодействия между подрешетками, а стремление к повороту M_1 и M_2 увеличивается, в результате чего обе намагниченности постепенно стремятся выстроиться вдоль оси Oz , где схлопываются при поле $H_0 = 6.4$ отн.ед., где поле уже полностью пересиливает обменное взаимодействие.

Таким образом, относительно поля имеется критический участок от $H_0 = 2.4$ до $H_0 = 3.0$ отн.ед., где намагниченность M_1 перестает отклоняться от оси Oz и снова начинает стремиться к этой оси, а намагниченность M_2 проходит через угол 90 градусов, то есть ее проекция на ось Oz меняется с отрицательной на положительную. Этот критический участок и соответствующий ему угол θ_2 отмечены штриховкой на осях координат рисунка.

4. Введение анизотропии

Рассмотрим теперь, что дает введение одноосной анизотропии.

Будем исходить из классического выражения для плотности энергии одноосной анизотропии [8, стр.159, форм. (4.51)], [12, стр.23, форм. (1.14)]:

$$U_a = K \sin^2 \theta. \quad (12)$$

При $K > 0$ – анизотропия типа «легкая ось» – минимум при $\theta \rightarrow 0$,

при $K < 0$ – анизотропия типа «легкая плоскость» – минимум при $\theta \rightarrow 90^\circ$,

Замечание. Заметим, что введенная так плотность энергии анизотропии предполагает намагниченность нормированной на значение намагниченности насыщения, тогда как у всех остальных слагаемых в выражении для плотности энергии (4) нормировка отсутствует, ибо намагниченности подрешеток различаются друг от друга и выполнить единую нормировку для обеих намагниченностей возможным не представляется. В отсутствие нормировки правая часть выражения (12) должна иметь вид $K_0 M^2 / M_0^2 \sin^2 \theta$, где константа

K_0 соответствует отсутствию нормировки. Условия нормировки, а также знаки констант подробно рассмотрены в работе [8, стр.158-160]. Для простоты в рамках настоящей работы будем полагать плотность энергии анизотропии в виде (12), а более подробное рассмотрение оставим для отдельной работы.

Полная плотность энергии, получаемая на основе (4) с учетом (12) для каждой из подрешеток в отдельности, принимает вид:

$$U = -H_0 M_1 \cos \theta_1 - H_0 M_2 \cos \theta_2 + \\ + \Lambda M_1 M_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2) + \\ + K_1 \sin^2 \theta_1 + K_2 \sin^2 \theta_2 \quad (13)$$

Дифференцируя по θ_1 и θ_2 , после чего приравнивая полученные производные к нулю, получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными θ_1 и θ_2 в виде:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \frac{2K_1}{M_1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 = 0; \quad (14)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \frac{2K_2}{M_2} \sin \theta_2 \cos \theta_2 = 0. \quad (15)$$

Подобно [24], введем вспомогательные обозначения, которые условно назовем «первичными полями анизотропии»:

$$H_{a1} = \frac{2K_1}{M_1}; \quad (16)$$

$$H_{a2} = \frac{2K_2}{M_2}. \quad (17)$$

Система уравнений (14) и (15) принимает вид:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + H_{a1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 = 0, \quad (18)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + H_{a2} \sin \theta_2 \cos \theta_2 = 0. \quad (19)$$

Уравнения (18) и (19) содержат одинаковые комбинации $\sin \theta_1 \cos \theta_2$ и $\cos \theta_1 \sin \theta_2$. Выражая из каждого уравнения эти комбинации и приравнивая друг к другу, получаем соотношение, подобное (7):

$$M_1 (H_0 + H_{a1} \cos \theta_1) \sin \theta_1 = -M_2 (H_0 + H_{a2} \cos \theta_2) \sin \theta_2. \quad (20)$$

Это выражение значительно сложнее (7), однако разрешение его относительно одной из переменных, например θ_2 , также возможно. В работе [24] показано, что подстановка такого разрешенного соотношения в первое из уравнений (18) приводит к уравнению четвертой степени относительно: $\sin \theta_2$:

$$M_2^2 H_{a2}^2 \sin^4 \theta_2 + M_2^2 (H_0^2 - H_{a2}^2) \sin^2 \theta_2 + 2 B_1 M_2 H_0 \sin \theta_2 + B_1^2 = 0, \quad (21)$$

где вспомогательное выражение B_1 имеет вид:

$$B_1 = M_1 (H_0 + H_{a1} \cos \theta_1) \sin \theta_1. \quad (22)$$

Разрешение этого уравнения относительно $\sin \theta_2$ позволяет найти зависимость θ_2 от θ_1 . Можно полагать, что аналитическое решение такого уравнения возможно, например, методом Феррари [25, стр.201-204], [8, стр.71-77], однако крайне громоздко, поэтому в качестве выхода из положения в работе [24] был предложен алгоритм численного решения системы (18)-(19) в исходном виде.

В этой работе алгоритм рассмотрен в частном случае, ориентированном на введение анизотропии через первичное поле анизотропии (16), (17). Работа алгоритма продемонстрирована в виде следующих друг за другом двух этапов, на первом из которых задаются температура и поле, после чего варьируется ориентация намагниченности, а на втором считается заданной только температура и варьируется поле. Результатом работы алгоритма явилась фазовая диаграмма, учитывающая анизотропию через первичное поле анизотропии. В тоже время, роль константы анизотропии, а также учет ориентационной зависимости первичного поля остались невыясненными. Приведем здесь более универсальный и в то же время более простой вариант алгоритма решения системы (14)-(15), позволяющий учесть отмеченные недостатки.

5. Система уравнений в алгебраическом виде

Заметим, что в уравнения (14), (15) неизвестные θ_1 , θ_2 входят только будучи включенными в тригонометрические функции. В плане численного программирования может быть удобным приведение этих уравнений к алгебраическому виду, для чего можно выполнить замену переменных:

$$\sin \theta_1 = x; \quad (23)$$

$$\sin \theta_2 = y. \quad (24)$$

При этом:

$$\cos \theta_1 = \sqrt{1 - x^2}; \quad (25)$$

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - y^2}. \quad (26)$$

При таких заменах уравнения (14), (15) принимают вид:

$$H_0 x - \Lambda M_2 x \sqrt{1 - y^2} - \Lambda M_2 y \sqrt{1 - x^2} + \frac{2K_1}{M_1} x \sqrt{1 - x^2} = 0; \quad (27)$$

$$H_0 y - \Lambda M_1 y \sqrt{1 - x^2} - \Lambda M_1 x \sqrt{1 - y^2} + \frac{2K_2}{M_2} y \sqrt{1 - y^2} = 0. \quad (28)$$

Это – система двух уравнений с двумя неизвестными x и y , эквивалентная системе (14)-(15). Исходные переменные θ_1 и θ_2 определяются следующим образом:

$$\theta_1 = \arcsin (x); \quad (29)$$

$$\theta_2 = \arcsin (y), \quad (30)$$

где значения углов берутся в пределах от нуля до π .

Замечание. Приведенная система (27)-(28) представляет собой частный случай системы двух нелинейных уравнений, для приближенного решения которых имеется ряд численных методов, в том числе метод Ньютона, метод итераций и другие, описание которых можно найти, например, в [26, стр.450-496]. Однако применение этих методов требует предварительного аналитического расчета производных и матриц из этих производных, что в

случае радикалов в уравнениях (27), (28) может привести к определенной громоздкости. Поэтому авторы настоящей работы сочли более удобным использовать предложенный алгоритм ввиду его большей простоты и очевидности и доступности извлечения промежуточных результатов на каждом шаге.

6. Пошаговая схема работы алгоритма

Главная задача, для решения которой используется алгоритм – построение нижней ветви фазовой диаграммы, то есть зависимости значения поля ориентационного перехода от температуры. При этом по температуре производится проход от нуля до максимума, определяемого максимальной температурой Кюри для обеих подрешеток, так как выше температуры Кюри упорядоченная намагниченность отсутствует.

В качестве отправной точки расчета должны быть заданы исходные параметры задачи: намагниченности насыщения обеих подрешеток M_{10} , M_{20} , температуры Кюри также для обеих подрешеток T_{c1} , T_{c2} , константа обменного взаимодействия между намагниченностями подрешеток Λ , а также константы анизотропии намагниченностей обеих подрешеток K_1 , K_2 . В качестве варианта вместо констант K_1 , K_2 можно задать соответствующие первичные поля анизотропии H_{a1} , H_{a2} , связанные с константами соотношениями (16), (17).

Как отмечено в разделе 1, намагниченности той и другой подрешеток M_1 и M_2 зависят от температуры в первом приближении в соответствии с формулами (1), (2). Более точное приближение приведено в работах [23, 27], однако для простоты в рамках настоящей работы ограничимся приближением (1), (2). В уравнениях (14), (15) намагниченности присутствуют в нескольких слагаемых, так что расчет точки диаграммы, соответствующей заданной температуре, должен начинаться с расчета намагниченностей подрешеток при этой температуре.

Рассмотрим работу алгоритма по последовательным шагам.

Шаг №1.

Задание начального значения температуры.

Шаг №2.

Вычисление намагниченностей подрешеток при этой температуре.

Шаг №3.

Задание первого значения поля.

Дальнейшим ключевым моментом является определение полярных углов намагниченности обеих подрешеток при заданном значении поля, для чего надо решить систему уравнений (14)-(15), что выполняется шагами с №4 по №9.

Шаг №4.

Задание начального значения полярного угла первой подрешетки.

Шаг №5.

Решение методом поиска нуля первого уравнения (14), то есть определение первого значения полярного угла второй подрешетки.

Шаг №6.

Решение методом поиска нуля второе уравнение (15), то есть определение второго значения полярного угла второй подрешетки.

Таким образом, для одного значения полярного угла первой подрешетки получаются два значения полярного угла второй подрешетки.

Шаг №7.

Выполнение проверки совпадения полученных первого и второго значений полярных углов намагниченности второй подрешетки. Если совпадение имеет место, то производится переход к шагу №8. если совпадение отсутствует, то производится переход к шагу №4.

Шаг №8.

Вывод полученных значений углов подрешеток в совокупности с текущим значением поля. Числовые значения поля и числовые значения того и другого углов выводятся в отдельные файлы.

Шаг №9.

Проведение шага по значению полярного угла первой подрешетки и повторение процедуры решений системы (14)-(15) путем возвращения к шагу №4. Шаги по полярному углу производятся во всем допустимом интервале значений угла. Если интервал пройден, то происходит переход на шаг №10.

Шаг №10.

Проведение шага по значению поля. Если значение поля не выходит за пределы допустимого интервала, то производится переход на шаг №3 и все процедуры повторяются. Если интервал допустимых значений поля исчерпан, то программа останавливается,

Таким образом, при неоднократном в пределах допустимого повторении шага №8 получаются три файла: один – со значениями поля и два других – со значениями полярных углов той и другой подрешеток.

Построение зависимости угла той или другой подрешетки от поля позволяет определить значение поля, соответствующее резкому изменению такого угла, что означает реализацию ориентационного перехода намагниченности.

Полученное значение поля перехода соответствует заданному значению температуры, то есть определяют одну точку на диаграмме.

Таким образом, проход с определенным шагом по температуре с учетом температурной зависимости намагниченностей и с повторением описанных действий на каждом шаге позволяет получить полную зависимость поля перехода от температуры, что соответствует искомой нижней ветви фазовой диаграммы.

Важной особенностью расчета является то обстоятельство, что неизвестные θ_1 , θ_2 входят систему уравнений (14)-(15) в виде аргументов от тригонометрических функций, которые имеют сильно неоднородный синусоидальный характер, так что вблизи максимумов таких функций (например при синусах вблизи $\pi/2$) изменение их аргумента приводит к малому изменению значений самой функции, поэтому при расчете шаг по углу приходится выбирать весьма малым. С другой стороны, малый шаг приводит к неоправданно большому времени расчета, поэтому выбор шагов по углам должен исходить из компромисса между повышением точности и увеличением времени расчета. Кроме того, периодический характер тригонометрических функций приводит к появлению ряда побочных решений, не соответствующих поставленной задаче, которые должны быть отброшены. В рамках настоящей работы при принятых в разделе 1 параметрах, оптимальный выбор изменения синуса угла θ_1 был принят равным от 0.0005 до 0.6000 с шагом 0.01, а синуса угла θ_2 от 0.0005 до 0.9995 с шагом 0.001. При этом на машине с частотой 2400 МГц точность определения поля перехода составляла около 10 %, а время расчета одного прохода по полю при заданной температуре – менее одной минуты.

7. Иллюстрация работы алгоритма

В качестве примера приведем некоторые результаты работы алгоритма при принятых в разделе 1 параметрах. Обратимся к рис. 5, где показаны зависимости угла θ_1 при температуре $T = 2.4$ отн.ед. для нескольких различных значений поля анизотропии (оба поля положены равными $H_{a1} = H_{a2} = H_a$). Для простоты ограничимся углом θ_1 , так как рассмотрение угла θ_2 приводит по значениям поля перехода к тем же результатам.

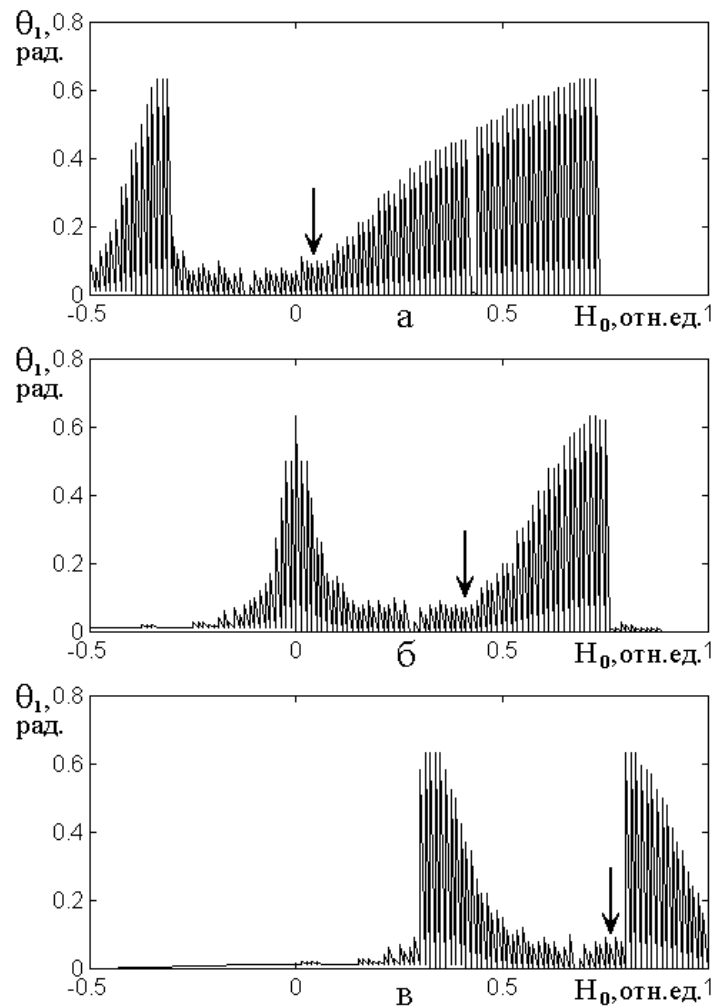


Рис. 5. Результаты работы алгоритма при некоторых параметрах.

Температура $T = 2.4$ отн.ед.

а – поле анизотропии $H_a = -0.4$ отн.ед. – легкая плоскость;

б – поле анизотропии $H_a = 0.0$ отн.ед. – анизотропия отсутствует;

в – поле анизотропии $H_a = 0.4$ отн.ед. – легкая ось.

Остальные параметры приведены в разделе 1.

Из рисунка видно, что алгоритм при каждом значении поля находит соответствующее этому полю значение угла θ_1 , после чего возвращается к нулевому значению, в результате чего решение представляется в виде последовательности вертикальных линий, начинающихся с нуля и заканчивающихся при значении θ_1 , соответствующем решению системы (14)-(15). Шаг между линиями соответствует шагу по полю, здесь принятому равным 0.025 отн.ед. Видно, что линии образуют две группы, основной из которых является правая, а левая соответствует побочному решению и в рассмотрение не принимается.

Относительно правой группы видно, что характер ориентации намагниченности первой подрешетки M_1 , резко изменяется при поле, показанном стрелкой. До этого поля θ_1 располагается вблизи нуля, а начиная с поля, показанного стрелкой, постепенно возрастает, стремясь к значению около 0.6 рад. (около 35 градусов). Такое предельное значение угла можно проследить из рис. 4 с учетом того, что этот рисунок соответствует $T = 2.0$ отн.ед., что в соответствии с диаграммой на рис. 3 дает несколько большее значение поля.

Рассматриваемый рис. 5 построен при трех различных значениях поля анизотропии. Рис. 5б соответствует отсутствию анизотропии, так что переход (как показано стрелкой) происходит при поле около 0.5 отн.ед., а максимальное значение θ_1 соответствует отмеченной выше величине. Рис. 5а соответствует отрицательному значению поля H_a , то есть анизотропии, типа «легкая ось». Видно, что поле перехода составляет всего около 0,1 отн ед., так как «легкая плоскость» прижимает намагниченности подрешеток к плоскости Oxy (рис. 1), мешая полю H_0 вытянуть намагниченности из этой плоскости. Рис. 5в соответствует положительному значению поля H_a , то есть анизотропии типа «легкая ось». Видно, что поле перехода возрастает до 0.8 отн.ед., так как «легкая ось» отталкивает намагниченности от плоскости Oxy (рис. 1), чем помогает полю повернуть намагниченности к своему направлению (то есть к оси Oz). Таким образом, алгоритм позволяет проследить величине анизотропии на величину поля перехода, что соответствует точке диаграммы, соответствующей принятой температуре $T = 2.4$ отн.ед. Дальнейший проход по температуре с определенным шагом позволяет построить фазовую диаграмму в целом.

8. Допустимые области работы алгоритма

В разделе 3 при рассмотрении зависимостей углов θ_1 и θ_2 от поля, представленных на рис. 4, соответствующем температуре $T = 2.0$ отн.ед. был отмечен критический характер этих зависимостей по полю от $H_0 = 2.4$ до

$H_0 = 3.0$ отн.ед, где намагниченность M_1 перестает отклоняться от оси Oz и снова начинает стремиться к этой оси, а намагниченность M_2 проходит через угол 90 градусов, то есть переориентируется с отрицательного направления на положительное.

В этой области алгоритм работает крайне неустойчиво, определение поля перехода становится затруднительным. Причиной такого осложнения работы алгоритма является крайняя близость кривых, определяющих частные решения уравнений (14) и (15), затрудняющая определение точки их пересечения, вплоть до того, что точка пересечения может выходить за пределы допустимого интервала углов. Подобная ситуация иллюстрируется рис. 3 в работе [24], где для определения точки пересечения пришлось произвести вычитание зависимостей друг из друга, как это показано на рис. 4 в той же работе. Таким образом, при построении диаграммы на зависимости поля перехода от температуры образуются области, где работа алгоритма затруднена.

Обратимся к рис. 6, где в координатах поле-температура представлены области устойчивой работы алгоритма.

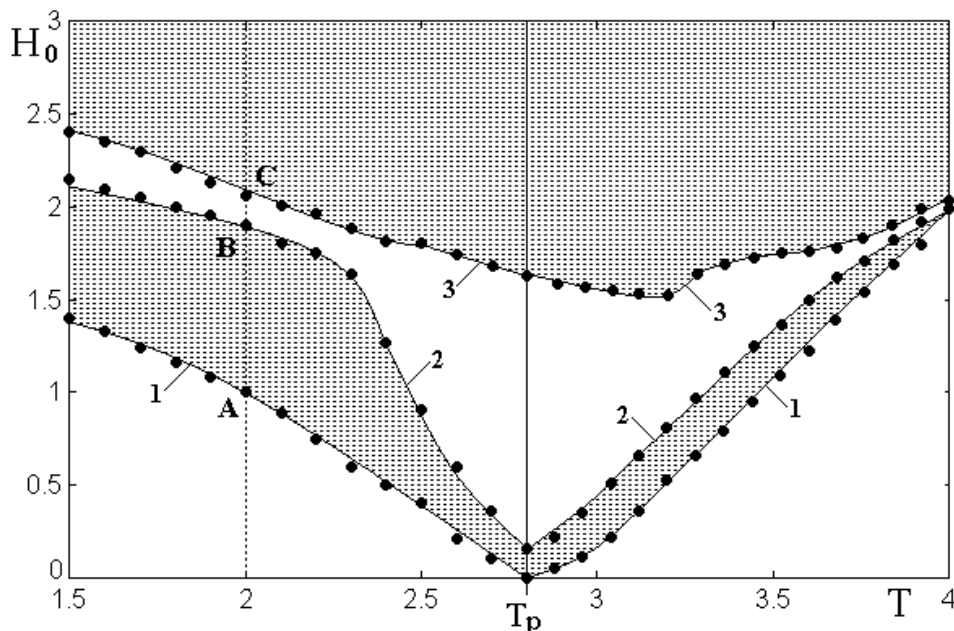


Рис. 6. Области работы алгоритма в отсутствие анизотропии.

- 1 – линия ориентационного перехода;
 - 2 – нижняя граница критической (запрещенной) области;
 - 3 – верхняя граница критической (запрещенной) области.
- Параметры приведены в разделе 1.

На этом рисунке нижняя кривая 1 соответствует температурной зависимости поля ориентационного перехода. Выше этой кривой до кривой 2 алгоритм работает достаточно устойчиво, далее его работа прекращается и снова возобновляется выше кривой 3. Область между кривыми 2 и 3 является как бы «запрещенной», то есть критической относительно работы алгоритма. Заметим, что при температуре $T = 2$ отн.ед. эта область, отмеченная точками B и C , несколько смещается вниз относительно критического участка кривых на рис. 4. Можно полагать, что такое смещение обусловлено некоторым различием между определением значений углов аналитическим решением, использованным при построении рис. 4 и определением значений тех же углов с помощью алгоритма, по критерию пересечения кривых, соответствующих решениям уравнения (14), (15). В то же время, кривая 1 на рис. 6 в точке A (температура $T = 2.0$ отн.ед., поле $H_0 = 1.0$ отн.ед.) как раз соответствует значениям углов, получаемых из поля перехода $\theta_1 = 0$ и $\theta_2 = -3.14$ рад., как это видно из рис. 4 при $H_0 = 1.0$ отн.ед. где переход отмечен резким изломом обеих кривых.

Таким образом, поскольку главной задачей настоящей работы является построение фазовых диаграмм, то есть определение их нижней части в области компенсации, а кривая 1 на рис. 6 дает такое определение достаточно точно, будем рассматривать далее именно кривые типа 1 на рис. 6, а «запрещенную» область оставим для отдельного рассмотрения.

9. Диаграмма при постоянном первичном поле анизотропии

Воспользуемся теперь алгоритмом для построения фазовой диаграммы вблизи точки компенсации при различных параметрах анизотропии. Сначала обратимся к решению системы (18)-(19), где первичные поля анизотропии (16), (17) будем считать постоянными и для простоты положим равными друг другу, то есть

$$H_{a1} = H_{a2} = H_a. \quad (31)$$

Таким образом, рассмотрим систему:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + H_a \sin \theta_1 \cos \theta_1 = 0, \quad (32)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + H_a \sin \theta_2 \cos \theta_2 = 0. \quad (33)$$

Поскольку поле анизотропии H_a не зависит от углов θ_1 , θ_2 , то есть по отношению к системе (32)-(33) является внешним параметром, его значение при использовании алгоритма должно быть задано перед шагом №3, то есть перед началом решения системы относительно θ_1 , θ_2 при заданном значении внешнего поля, что происходит в пределах шагов №4-№9. В остальном работа алгоритма полностью повторяет описанную в разделе 6.

Фазовые диаграммы для рассматриваемого случая при различных значениях поля анизотропии приведены на рис. 7. Диаграмма 1 соответствует отсутствию анизотропии и приведена здесь для сравнения. Диаграмма 2 построена при анизотропии типа «легкая ось», Диаграмма 3 построена при анизотропии типа «легкая плоскость».

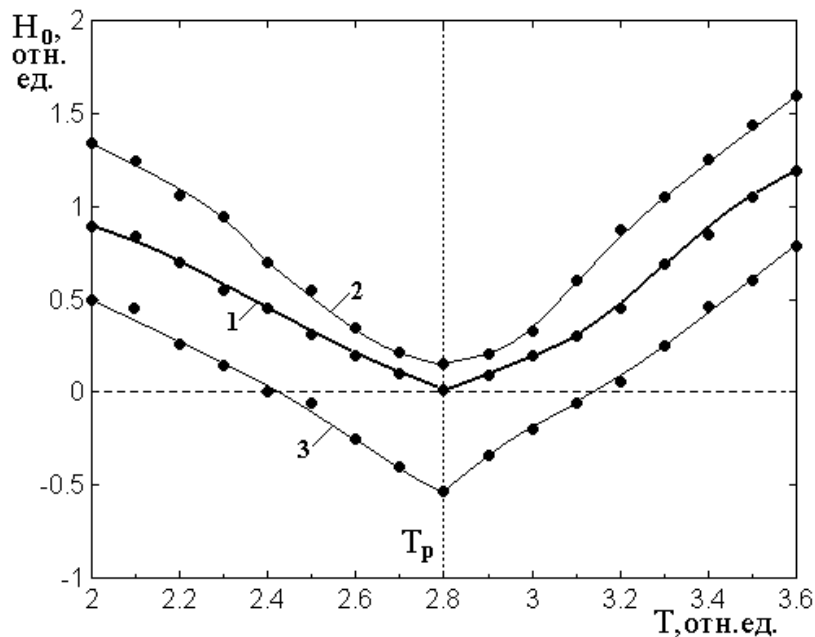


Рис. 7. Диаграмма вблизи компенсации при постоянном первичном поле анизотропии. T_p – температура компенсации.

1 – поле анизотропии $H_a = 0.0$ отн.ед. – анизотропия отсутствует;

2 – поле анизотропии $H_a = -0.4$ отн.ед. – легкая ось;

3 – поле анизотропии $H_a = 0.4$ отн.ед. – легкая плоскость.

Остальные параметры представлены в разделе 1.

Из рисунка видно, что поле типа «легкая ось» (кривая 2) поднимает диаграмму вверх, так что поле перехода увеличивается. Это происходит из-за того, что в этом случае анизотропия «притягивает» векторы намагниченностей обеих подрешеток к своей оси, то есть помогает внешнему полю вывернуть намагниченности из плоскости Oxy (рис. 1) и осуществить ориентационный переход. Поле типа «легкая плоскость» опускает диаграмму вниз, так что поле перехода понижается, в некоторой области температур по обе стороны от компенсации от 2.4 до 3.2 отн.ед., принимает отрицательные значения. Это происходит из-за того, что в этом случае анизотропия «отталкивает» векторы намагниченностей обеих подрешеток от оси Oz (рис. 1), выталкивая их в плоскость, Oxy , то есть мешает внешнему полю вывернуть намагниченности из этой плоскости и осуществить ориентационный переход. Поскольку ориентация постоянного поля H_0 относительно оси Oz (рис. 1) имеет четный характер, то есть энергия системы при изменении направления поля на обратное не меняется, то с физической стороны это означает, что во всей области, где диаграмма отрицательна, ориентация подрешеток меняться не будет, а намагниченности обеих подрешеток будут лежать в плоскости Oxy (рис. 1).

10. Зависимость поля анизотропии от температуры

В предыдущем рассмотрении поле анизотропии предполагалось постоянным (как первичное значение). Однако, согласно определению (16), (17), имеем:

$$H_a = \frac{2K}{M}, \quad (34)$$

где K – константа анизотропии, M – намагниченность. Индексы 1 и 2, соответствующие отдельным подрешеткам, здесь для простоты опущены. При этом намагниченность зависит от температуры в виде:

$$M = M_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right], \quad (35)$$

где M_0 – намагниченность при абсолютном нуле температуры, а T_c – температура Кюри.

Если константу анизотропии считать не зависящей от температуры, то из (34) и (35) можно получить зависимость поля анизотропии от температуры в виде:

$$H_a = \frac{2K}{M_0} \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (36)$$

Если поле анизотропии H_a считать заранее известным, то разрешая (36) относительно K , можно определить значение константы анизотропии, соответствующее температуре T , в виде:

$$K = \frac{1}{2} H_a M_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]. \quad (37)$$

В случае двух подрешеток, эти соотношения выполняются для каждой из них.

Возьмем для подрешеток нормированные параметры, приведенные в разделе 1: $M_{10} = 5$; $M_{20} = 3$; $T_{c1} = 4$; $T_{c2} = 7$; а также $\Lambda = 1$.

В предыдущем рассмотрении поле анизотропии было изначально заданным $H_{a1} = 0.4$, $H_{a2} = 0.4$, где знак выбирался, исходя из характера анизотропии («легкая ось» или «легкая плоскость»). Будем считать далее эти поля равными и используем единое обозначение: $H_a = 0.4$.

Константы определим по формуле (37):

$$K_1 = \frac{1}{2} H_a M_{01} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c1}} \right)^2 \right]; \quad (38)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} H_a M_{02} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c2}} \right)^2 \right]. \quad (39)$$

Возьмем четыре значения температуры T , достаточно удаленные в обе стороны от температуры компенсации $T_p = 2.8$, например, 2.0, 2.6, 3.0, 3.6.

Подставляя нормированные значения параметров, получаем:

$$\text{при } T = 2.0: K_1 = 0.75, K_2 = 0.55;$$

$$\text{при } T = 2.6: K_1 = 0.58, K_2 = 0.51;$$

$$\text{при } T = 3.0: K_1 = 0.44, K_2 = 0.49;$$

$$\text{при } T = 3.6: K_1 = 0.19, K_2 = 0.44.$$

Видно, что больший разброс получается для константы первой подрешетки K_1 , температурная зависимость для которой начинается при более высоком значении намагниченности и заканчивается при меньшем значении поля Кюри, чем для второй подрешетки.

Средние арифметические с квадратичным отклонением значения констант равны: $K_1 = 0.49 \pm 0.20$, $K_2 = 0.50 \pm 0.04$.

Можно видеть, что несмотря на значительный разброс первичных значений K_1 и K_2 , средние арифметические весьма близки, поэтому для дальнейшего рассмотрения положим единое значение константы анизотропии, равное $K = 0.495 \pm 0.120$ отн.ед.

При этом, в соответствии с формулой (36), поля анизотропии получаем равными:

$$H_{a1} = \frac{2K}{M_0} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c1}} \right)^2 \right]^{-1}; \quad (40)$$

$$H_{a2} = \frac{2K}{M_0} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{c2}} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (41)$$

На рис. 8 приведены зависимости полей анизотропии для первой H_{a1} (кривая 1) и второй H_{a2} (кривая 2) подрешеток. Горизонтальной точечной линией отмечено принятое ранее постоянное значение поля анизотропии

$H_a = 0.4$ отн.ед. Вертикальная точечная линия построена при температуре компенсации $T_p = 2.8$ отн.ед.

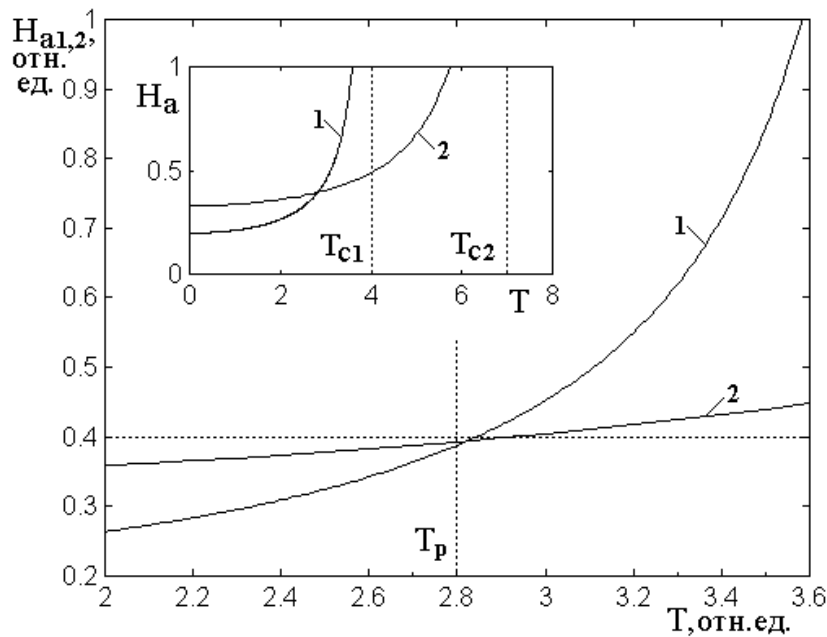


Рис. 8. Зависимости полей анизотропии для двух подрешеток от температуры.

Кривые 1 и 2 построены по формулам (40), (41).

1 – H_{a1} – поле анизотропии первой подрешетки;

2 – H_{a2} – поле анизотропии второй подрешетки.

На врезке – те же зависимости в широком диапазоне температур.

Из рисунка видно, что обе зависимости по мере увеличения температуры возрастают, стремясь к бесконечности при значениях температуры равной температуре Кюри для соответствующей подрешетки. Такое стремление особенно наглядно видно из врезки, где показаны те же зависимости в широком интервале температур. Стремление к бесконечности видно из формул (40), (41), где выражение в квадратных скобках при $T \rightarrow T_{c1,2}$ стремится к нулю.

Основной рисунок построен при температурах в окрестности точки компенсации $T_p = 2.8$ отн.ед., принятой при построении рис. 8. Видно, что ниже температуры компенсации обе зависимости проходят хотя и несколько ниже значения $H_a = 0.4$ отн.ед., но отклонение не превышает 20 % (левый нижний конец кривой 1), то есть приведенные на рис. 8 меняются мало. Выше температуры компенсации отклонение для кривой 2 (вторая подрешетка) также невелико, однако отклонение для кривой 1 резко возрастает более чем в два

раза, что связано с близостью температуры Кюри для второй подрешетки. Таким образом, В этой области можно ожидать изменения ветвей диаграммы, приведенной на рис. 7, за счет именно второй подрешетки.

11. Диаграмма при зависимости поля анизотропии от температуры

Рассмотрим теперь, как меняется диаграмма при учете зависимости поля анизотропии от температуры в соответствии с изменением намагниченности (40), (41). Поскольку намагниченности подрешеток M_1 , M_2 по отношению к системе (32)-(33) являются внешними параметрами, то и поля анизотропии (40), (41) учитывающие эти намагниченности, должны быть заданы перед шагом №3 алгоритма (раздел 6).

Обратимся к рис. 9, где приведена диаграмма в окрестности компенсации при условии зависимости полей анизотропии от температуры через намагниченности соответствующих подрешеток. На рисунке кривая 1 совпадает с кривой 1 на рис. 7 (случай без анизотропии), кривые 4 и 5 (постоянное поле анизотропии, раздел 9) также совпадают с кривыми 1 и 2 на рис. 7 и приведены здесь для сравнения. Кривые 2 и 3 построены с учетом изменения поля анизотропии от температуры в соответствии с формулами (40), (41) с использованием полученного в разделе 10 значения константы анизотропии $K = 0.495$ отн.ед.

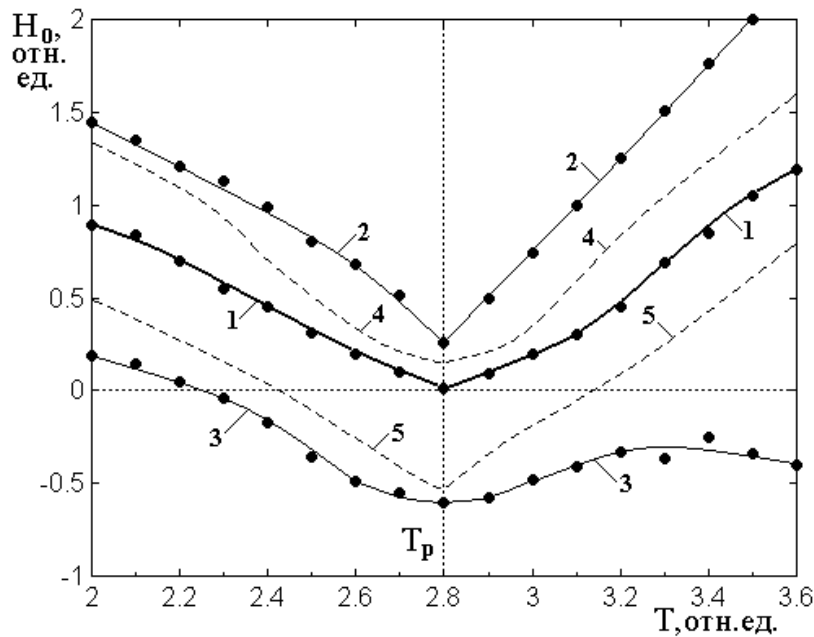


Рис. 9. Диаграмма с анизотропией вблизи компенсации при учете зависимости поля анизотропии от температуры. Пунктиром приведены зависимости при постоянном поле анизотропии (рис. 7). T_p – температура компенсации.

1 – $K = 0$ – анизотропия отсутствует.

2 – $K = 0.495$ отн.ед. – легкая ось;

3 – $K = -0.495$ отн.ед. – легкая плоскость;

4 – поле анизотропии $H_a = -0.4$ отн.ед. – легкая ось;

5 – поле анизотропии $H_a = 0.4$ отн.ед. – легкая плоскость.

Остальные параметры приведены в разделе 1.

Из рисунка видно, что при температуре ниже компенсации ($T \leq T_p$) характер ветвей диаграммы при обоих значениях поля анизотропии. Некоторое увеличение размаха вверх и вниз (кривая 2 идет выше кривой 4, а кривая 3 ниже кривой 5), обусловлено некоторым отличием принятых на рис. 7 полей от значений, получаемых здесь для усредненного величины константы анизотропии (рис. 8). Так что в этой области соответствие можно считать вполне приемлемым. При температуре выше компенсации ($T \geq T_p$) ветвь 2 также подобна ветви 4 и проходит несколько выше по той же причине. Однако ветвь 3 проходит не просто ниже ветви 5, но и изгибается вниз тем сильнее, чем температура больше.

Из сравнения с рис. 8 можно видеть, что такое отклонение обусловлено резким увеличением поля анизотропии H_{a1} , начиная с температуры около

3.0 отн.ед., при которой поле анизотропии превышает значение 0,4 отн.ед. еще всего на 20 %, после чего резко возрастает при T_{c1} стремясь к бесконечности, как это видно из врезки на рис. 8.

Таким образом, можно вделать вывод, что введение в первичное поле анизотропии типа «легкая плоскость» температурной зависимости намагниченности, входящей в это поле, приводит к отклонению ветви диаграммы вниз по полю в области, выше температуры компенсации. Это отклонение обусловлено стремлением поля анизотропии к бесконечности при приближении к температуре Кюри той подрешетки, у которой эта температура ниже, чем у другой.

12. Диаграмма при определении анизотропии через константу

В разделе 4 приведена запись плотности энергии двухподрешеточного ферримагнетика с анизотропией, выраженной через константы анизотропии для обеих подрешеток (13), на основе которой получены уравнения (14), (15), содержащие константы анизотропии в явном виде, которые приведем здесь еще раз для удобства изложения:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \frac{2K_1}{M_1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 = 0; \quad (42)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \frac{2K_2}{M_2} \sin \theta_2 \cos \theta_2 = 0. \quad (43)$$

В разделе 4 введено первичное поле анизотропии (16), (17), на основе которого с использованием численного алгоритма, предложенного в разделе 6, получена фазовая диаграмма, представленная на рис. 7. Введение зависимости поля анизотропии от температуры через посредство намагниченности, выполненное в разделе 10, позволило получить диаграмму, представленную на рис. 9. Характерной особенностью этой диаграммы является изгиб нижней ветви при температуре выше компенсации в сторону меньшего поля, обусловленный расходимостью поля анизотропии одной из подрешеток при температуре Кюри.

Ввиду некоторого отличия друг от друга диаграмм, построенных при различных вариантах поля анизотропии, рассмотрим решение системы уравнений (42)-(43) напрямую через константы анизотропии K_1 , K_2 без введения поля анизотропии. Зависимость анизотропии от намагниченностей обеих подрешеток будет учитываться наличием M_1 , M_2 в знаменателях последних слагаемых уравнений (42)-(43), причем намагниченности будут зависеть от температуры в соответствии с выражениями (1), (2) (раздел 1).

Воспользуемся алгоритмом (раздел 6) для построения фазовой диаграммы вблизи точки компенсации при различных параметрах анизотропии.

Для простоты рассмотрения положим константы анизотропии равными друг другу, то есть:

$$K_1 = K_2 = K. \quad (44)$$

При этом уравнения (42)-(43) принимают вид:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \frac{2K}{M_1} \sin \theta_1 \cos \theta_1 = 0; \quad (45)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \frac{2K}{M_2} \sin \theta_2 \cos \theta_2 = 0. \quad (46)$$

Поскольку константа анизотропии K является внешним параметром относительно системы уравнений (45)-(46), ее значение в ходе алгоритма (раздел 6) должно быть задано перед шагом №3.

Фазовые диаграммы для этого случая, построенные с помощью алгоритма при различных значениях константы анизотропии, приведены на рис. 10.

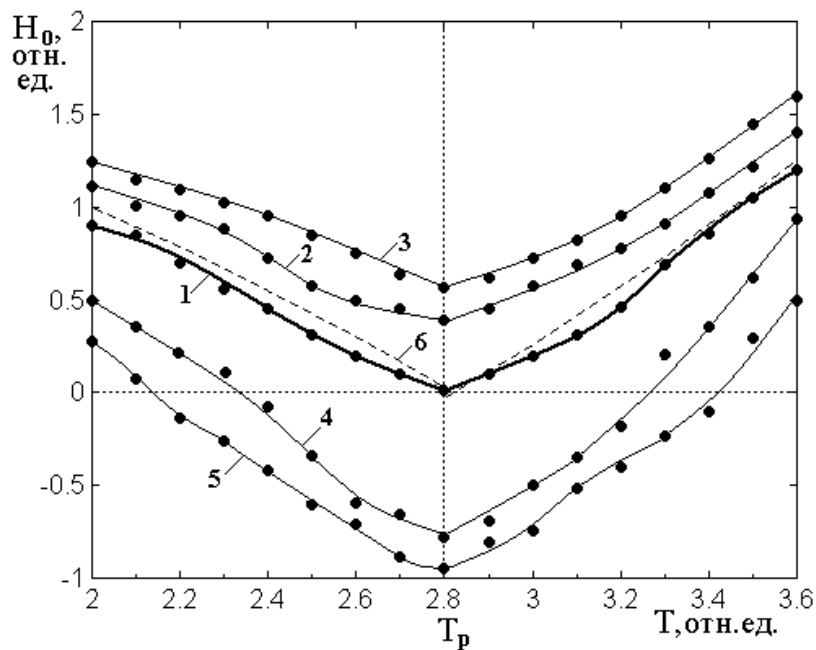


Рис. 10. Диаграмма с анизотропией вблизи компенсации при расчете через константу анизотропии.

T_p – температура компенсации.

- 1 – решение по алгоритму без анизотропии.
 - 2 – константа анизотропии $K = 0.05$ отн.ед.;
 - 3 – константа анизотропии $K = 0.10$ отн.ед.;
 - 4 – константа анизотропии $K = -0.05$ отн.ед.;
 - 5 – константа анизотропии $K = -0.10$ отн.ед.;
 - 6 – аналитическое решение без анизотропии.
- Остальные параметры представлены в разделе 1.

На рисунке кривая 1, представляющая диаграмму без анизотропии, совпадает с кривой 1 на рис. 7, а также кривой 1 на рис. 9 и приведена здесь для сравнения. Пунктирные линии 6 представляют собой ветви диаграммы, построенные аналитически (раздел 2), подобно нижней ветви диаграммы на рис. 3. Видно, что кривая 1 располагается вблизи пунктирных линий (отличие не превышает 10 %), что характеризует довольно высокую точность работы алгоритма.

Кривые 2 и 3 представляют диаграмму при двух различных положительных значениях константы анизотропии, причем в обоих случаях константа положительна, так что анизотропия имеет тип «легкая ось». Видно, что обе кривые лежат выше кривой 1, то есть анизотропия поднимает

диаграмму по полю, причем тем выше, чем константа больше (кривая 3 располагается выше кривой 2).

Кривые 4 и 5 представляют диаграмму при двух различных значениях константы, причем в обоих случаях константа отрицательна, то есть анизотропия имеет тип «легкая плоскость». Обе кривые лежат ниже кривой 1, причем увеличение абсолютной величины константы опускает диаграмму тем ниже, чем это абсолютное значение больше (кривая 5 располагается ниже кривой 4). Соответственно область по температуре, где диаграмма принимает отрицательные значения, при увеличении абсолютной величины константы расширяется: для кривой 4 эта область лежит между 2.3 и 3.2 отн.ед. температуры, для кривой 5 – между 2.1 и 3.4 отн.ед. температуры. Как отмечено в разделе 9, расположение части диаграммы в отрицательной области соответствует ориентации намагниченностей подрешеток в плоскости Oxy , перпендикулярной направлению поля.

13. Замечание об определении поля анизотропии

В разделе 12 показано, что формальное введение поля анизотропии в виде (16), (17) с последующим использованием таким образом введенного поля в работе алгоритма (раздел 6), приводит к результатам, несколько отличающимся от тех, что дает непосредственный расчет через константу анизотропии (рис. 10). Рассмотрим причину такого расхождения.

С физической стороны следует ожидать, что поле анизотропии по своей природе направлено вдоль оси анизотропии, то есть вдоль оси Oz (рис. 1), причем знак этого поля может соответствовать анизотропии типа «легкая ось» или «легкая плоскость». В то же время, можно полагать, что такое определение достаточно правомерно при рассмотрении ферромагнитного резонанса в случае, если ось анизотропии совпадает с направлением внешнего поля, так что величина резонансного поля определяется суммой внешнего поля и поля анизотропии. В этом случае, если внешнее поле превышает поле анизотропии,

то намагниченность всегда ориентирована вдоль оси Oz . При этом задача обычно рассматривается в декартовой системе координат $Oxyz$.

В задаче, которая рассматривается в настоящей работе, ориентация намагниченности относительно внешнего поля может меняться. Для характеристики такого изменения удобно использовать сферическую систему координат $Or\theta\phi$, упрощенный вариант которой представлен на рис. 1. Если при этом полагать, что поле анизотропии действует таким образом, что увеличивает или уменьшает постоянное поле, то следует брать проекцию этого поля на ось Oz . Проекция любого поля на ось Oz в сферической системе координат определяется формулой [2, стр.75, форм.(2.1.38)], [8, стр.59, форм.(2.135)]:

$$H_z = \frac{1}{M \sin \theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \theta}, \quad (47)$$

где U – плотность энергии, определяющей это поле.

Полагая плотность энергии анизотропии в виде (12):

$$U_a = K \sin^2 \theta, \quad (48)$$

в соответствии с формулой (47) получаем поле анизотропии в виде:

$$H_{ap} = \frac{2K}{M} \cos \theta. \quad (49)$$

Поскольку в определении такого поля участвует полярный угол θ , будем называть такое поле «полярным полем анизотропии», как видно из сравнения с формулами (16), (17), отличающимся от первичного поля анизотропии наличием множителя $\cos \theta$.

Можно видеть, что определенное так полярное поле анизотропии равно первичному полю анизотропии типа (16), (17) только при $\theta = 0$, то есть, когда намагниченность ориентирована вдоль оси Oz . Если же намагниченность отклонена от этого направления, то поле анизотропии становится меньше первичного, а при $\theta = \pi/2$ вообще обращается в нуль. Поскольку в рассматриваемой здесь задаче углы отклонения намагниченностей обеих

подрешеток могут меняться в пределах от нуля до π (раздел 3, рис. 4), то и соответствующие поля анизотропии также могут меняться от первичного значения до нуля.

Вводя обозначение (49) в уравнения (42)-(43) приводим их к виду:

$$H_0 \sin \theta_1 - \Lambda M_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \Lambda M_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + H_{ap1} \sin \theta_1 = 0; \quad (50)$$

$$H_0 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 - \Lambda M_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + H_{ap2} \sin \theta_2 = 0, \quad (51)$$

где поля анизотропии определяются формулой (49) для каждой из подрешеток в соответствии со своим значением угла θ .

При использовании для решения системы (50)-(51) пошагового алгоритма (раздел 6) следует учитывать, что поля анизотропии H_{ap1} , H_{ap2} теперь зависят от углов θ_1 , θ_2 , которые относительно системы (50)-(51) сами являются неизвестными. Таким образом, введение полей анизотропии вне решения системы уравнений (50)-(51), то есть вне шагов №4-№9 алгоритма, недопустимо и эти поля должны определяться для поля H_{ap1} между шагами №4 и №5, а для поля H_{ap2} между шагами №5 и №6.

Можно видеть, что подстановка полей вида (49) для каждой из подрешеток по отдельности в уравнения системы (50)-(51) сводит эту систему к (45)-(46), то есть включение таких полей в соответствующие места алгоритма приводит к тому же виду диаграммы, что и решение системы (45)-(46), то есть к кривым 2-5 на рис. 10. Таким образом, введение полярных полей анизотропии вида (49) эквивалентно построению диаграммы при определении анизотропии непосредственно через константу.

14. Замечание о возможном развитии работы

В рамках настоящей работы принят ряд упрощений, призванных облегчить рассмотрение, выделив его основную структуру. Приведем некоторые моменты, отражающие, по мнению авторов, возможности дальнейшего развития работы.

В реальных экспериментах в настоящее время в большинстве случаев используются образцы в виде пленок [5, 22-24, 27], тогда как здесь проведено рассмотрение в безграничном пространстве. То есть важной задачей является учет размагничивания в геометрии нормально намагниченных пленок, где факторы размагничивания для отдельных подрешеток будут различаться. Далее, введение плотности энергии анизотропии в виде (12) недостаточно полно отражает связь между полем и константой анизотропии, как это отмечено в замечании в разделе 4. То есть для полноты картины следует рассмотреть анизотропию в ненормированном виде, в том числе учесть возможную зависимость константы анизотропии от температуры.

Настоящее рассмотрение ограничено констатацией факта наиболее удовлетворительного учета анизотропии через константу анизотропии, не вводя первичное поле или вводя поле в его полярном варианте. В то же время, значительный интерес представляет определение параметров материала на основе данных эксперимента. Определение намагниченностей подрешеток в отсутствие анизотропии рассмотрено в работе [23], а с учетом анизотропии – в работе [24]. Заметим, что в последней работе поле анизотропии предполагается известным из независимых измерений, однако рецепта таких измерений не дается. На основании настоящей работы можно ставить вопрос об определении поля, или точнее, константы анизотропии из учета смещения по полю нижней ветви диаграммы, особенно в точке компенсации. Можно полагать, что такое определение дало бы недостающие данные для определения намагниченностей подрешеток, подобного предпринятому в работе [24]. Наилучшим вариантом было бы определение всех параметров в рамках единого рассмотрения, что можно считать предметом для отдельной работы.

Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

- 1) В сферической системе координат приведена геометрия задачи о равновесном положении векторов намагниченностей двух подрешеточного ферримагнетика в постоянном поле с осью анизотропии, параллельной направлению поля. Приведено выражение для плотности энергии, содержащее слагаемые взаимодействия обеих намагниченностей с внешним полем, обменного взаимодействия намагниченностей между собой и анизотропии для каждой из подрешеток. Для случая отсутствия анизотропии получена система уравнений для полярных углов намагниченностей подрешеток. Аналитическое решение этой системы позволило получить зависимости полярных углов от величины поля при заданной температуре, а также построить фазовую диаграмму ферримагнетика, представляющую собой зависимость поля ориентационных переходов по обеим намагниченностям от температуры.
- 2) Введена в рассмотрение одноосная анизотропия, рассмотрены случаи анизотропии типа «легкая ось» и «легкая плоскость». Получена система уравнений для намагниченностей обеих подрешеток с учетом анизотропии. Введено в рассмотрение первичное поле анизотропии, представляющее собой удвоенное отношение константы анизотропии к намагниченности данной подрешетки. Приведена та же система уравнений в декартовой системе координат. Отмечено, что аналитическое решение полученных уравнений, как в сферической, так и в декартовых системах координат, крайне громоздко или представляет значительные трудности, поэтому установлена необходимость численного решения.
- 3) Предложен алгоритм численного решения системы уравнений для углов ориентации подрешеток. Приведена схема пошаговой реализации алгоритма, отмечены условия выбора дискретизации шагов по обеим переменным, Установлены области устойчивой работы алгоритма, отмечены побочные решения и наглядно продемонстрирован выбор правильного определения

значений углов ориентации подрешеток, соответствующих ориентационному переходу намагниченности при вариации поля в условиях задания температуры.

- 4) С использованием предложенного алгоритма построена нижняя ветвь фазовой диаграммы двухподрешеточного ферримагнетика, представляющая зависимость поля ориентационного перехода от температуры в окрестности точки компенсации. При построении использовано постоянное поле анизотропии в первичном варианте. Показано, что поле анизотропии типа «легкая ось» приводит к повышению ветви диаграммы по сравнению со случаем отсутствия анизотропии, а поле анизотропии типа «легкая плоскость» приводит к понижению ветви с образованием области по температуре, где намагниченность ориентирована перпендикулярно постоянному полю.
- 5) Построена нижняя ветвь диаграммы с учетом зависимости первичного поля анизотропии от намагниченности той и другой подрешеток. Показано, что анизотропия типа «легкая ось» приводит к дополнительному повышению диаграммы относительно случая постоянного поля, а анизотропия типа «легкая плоскость», кроме дополнительного понижения диаграммы при температуре выше компенсации приводит к изгибу нижней ветви вниз по полю. Установлено, что причиной изгиба является резкое возрастание поля анизотропии, обусловленное стремлением намагниченности одной из подрешеток к бесконечности вблизи температуры Кюри.
- 6) Построена нижняя ветвь диаграммы с учетом анизотропии, выраженной через константу анизотропии без привлечения поля анизотропии. Показано, что при анизотропии типа «легкая ось» ветвь диаграммы повышается выше предыдущих случаев, причем такое повышение с увеличением константы возрастает. При анизотропии типа «легкая плоскость» ветвь диаграммы понижается ниже, чем в предыдущих случаях, причем снижение по мере увеличения абсолютной величины константы увеличивается без проявления какого-либо изгиба.

- 7) Рассмотрено физическое содержание понятия поля анизотропии. Отмечено, что в сферической системе координат это поле должно быть определено через производную от плотности энергии по полярному углу намагниченности каждой подрешетки. Введено определение полярного поля анизотропии, отличающееся от первичного наличием множителя, равного косинусу угла ориентации подрешетки. Введенное так поле анизотропии максимально при ориентации намагниченности вдоль постоянного поля и равняется нулю при ориентации намагниченности перпендикулярно постоянному полю. Показана эквивалентность введения полярного поля анизотропии введению анизотропии через константу, в связи с чем отмечена коррекция алгоритма для случая учета поля анизотропии в полярном варианте.
- 8) Приведены некоторые рекомендации для дальнейшего развития работы. В качестве одного из основных моментов указан учет размагничивания, необходимого при рассмотрении построения диаграммы для нормально намагниченной пленки. Другим фактором является учет анизотропии через константу в нормированном виде, в том числе учет зависимости константы от температуры и намагниченности насыщения каждой из подрешеток. Важнейшим вопросом, требующим развития для возможности сравнения с экспериментом, является определение параметров материала, в первую очередь константы анизотропии, а также намагниченностей обеих подрешеток.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН.

Литература

1. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферритмагнетики. М.: Мир. 1965.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука. 1973.
3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит. 1994.
4. Курушин Е.П., Нефедов Е.И. Применение тонких монокристаллических пленок ферритов в устройствах СВЧ микроэлектроники. // Микроэлектроника. 1977. Т.6. №6. С.549-561.
5. Гласс Х.Л. Ферритовые пленки для СВЧ-устройств. // ТИИЭР. 1988. Т.76. №2. С.64-72,
6. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит. 2016.
7. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит. 2017.
8. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.
9. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит. 2019.
10. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Спиновые волны в средах с обменом и диссипацией. М.: Физматлит. 2021.
11. Лисовский Ф.В. Физика цилиндрических магнитных доменов. М.: Сов.Радио. 1979.
12. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир. 1982.
13. Романова И. Магниторезистивная память MRAM компании Everspin Technologies. // Электроника НТБ. 2014. №8.
14. Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // Rev. Mod. Phys. 2010. V.82. №3. P.2731.

15. Bigot J.V., Vomir M. Ultrafast magnetization dynamics of nanostructures. // Ann. Phys. (Berlin). 2013. V.525. №1-2. P.2.
16. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И., Ломоносов А.М., Темнов В.В. Современные проблемы сверхбыстрой магнитоакустики. // АЖ (Акустический журнал). 2022. Т.68. №1. С.22-56.
17. Белов К.П., Зайцева М.А. Редкоземельные магнитные материалы. // УФН. 1972. Т.106. №2. С.365-369.
18. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Переходы спиновой переориентации в редкоземельных магнетиках. // УФН. 1976. Т.119. №3. С.447-486.
19. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука. 1979.
20. Clark A.E., Callen E. Neel ferromagnets in large magnetic fields. // J. Appl. Phys. 1968. V.39. №13. P.5972-5082.
21. Горанский Б.П., Звездин А.К. О развороте подрешеток ферримагнетика в магнитном поле. // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т.10. С.196-200.
22. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 1. Фазовая диаграмма. // Журнал радиоэлектроники. 2024. №5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.2>
23. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Часть 2. Степенное приближение. // Журнал радиоэлектроники. 2024. №5. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.5.3>
24. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Фазовая диаграмма двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации в присутствии одноосной анизотропии. // Журнал радиоэлектроники. 2025. №2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.2.1>
25. Сушкевич А.К. Основы высшей алгебры. Гос. изд. техн.-теор. лит., М.Л., 1941

26. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Физматгиз. 1963.
27. Суслов Д.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И..Алгоритм определения намагниченностей подрешеток двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации. Приближение функцией Бриллюэна. // Журнал радиоэлектроник. 2024. №11. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2024.11.13>

Для цитирования:

Коледов В.В., Суслов Д.А., Щеглов В.И. Влияние анизотропии на фазовую диаграмму двухподрешеточного ферримагнетика с точкой компенсации // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.4>