

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.9>

УДК: 621.396.96

ФУНКЦИЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ДЛЯ ПАЧКИ ЛЧМ СИГНАЛОВ

А.В. Шевцов

Московский научно-исследовательский институт "Агат",
140185, Московская область, Жуковский, Туполева, 2А.

Статья поступила в редакцию 18 апреля 2025 г.

Аннотация. Представленные аналитически функции неопределенности целесообразно применять в задачах с большими объемами вычислений, где их использование позволяет значительно сократить затраты времени и ресурсов по сравнению с численными методами при обработке крупных массивов данных. К примеру, при моделировании реакции системы обработки радиолокационной станции на отражения от подстилающей поверхности, при использовании тех или иных сигналов аналитическое знание законов, описывающих функцию неопределённости, позволяет значительно сократить вычислительные затраты. В работе рассматривается аналитический расчет функции неопределённости не когерентных пачек импульсов с линейной частотной модуляцией. Результаты аналитического вывода функции неопределенности пачек импульсов с линейной частотной модуляцией показывают ее разрешающие свойства и свойства периодичности, позволяющие оценить пригодность таких сигналов для использования при обнаружении малоскоростных целей на фоне подстилающей поверхности.

Ключевые слова: бортовая радиолокационная станция, пик земли, линейная частотная модуляция, функция неопределённости, сложный сигнал, интенсивные отражения, подстилающая поверхность.

Автор для переписки: Шевцов Артём Вадимович, shevcov_artem@mail.ru

Введение

В работе [6] было введено понятие функции распределения отражений сигнала (ФРОС), которая характеризует распределение энергии сигнала по частотам Доплера и элементам дальности в зависимости от функции неопределенности зондирующего сигнала. Зная ФРОС, можно определить уровень шума подстилающей поверхности (ПП) в конкретном элементе разрешения. Для этого ФРОС умножается на ФН сигнала. Однако вычисление ФН является крайне трудоемким процессом, который включает в себя разбиение сигнала на элементы дальности и частоты, и последующее их суммирование. Чтобы упростить этот процесс, была предложена аналитическая формула функции неопределенности сигнала, что позволяет быстро и эффективно производить необходимые расчеты.

Функция неопределенности одиночных ЛЧМ сигналов давно известна и описана во многих источниках, например, в [3,4,5]. По всей видимости это связано с тем, что на практике в основном нашли применение либо одиночные сигналы с ЛЧМ, либо их короткие пачки, используемые в различных РЛС в режимах обзора. В импульсно-доплеровских системах в качестве основного сигнала используются, как правило, когерентные пачки простых радиоимпульсов с высокой и средней частотами повторения [1,2]. Развитие техники цифрового формирования и цифровой обработки сигналов дало стимул для применения сложных радиоимпульсов в виде когерентных пачек. Возможно, этим и объясняется, то, что аналитическое представление таких сигналов сложно найти. Тем более сложно найти источники, в которых детально описан вывод ФН для когерентных пачек сложных сигналов. Например, вывод ФН когерентной пачки импульсов с ЛЧМ удалось найти в [7], где, по сути, аналитическая форма представления ФН для пачки ЛЧМ импульсов представлена как второстепенный материал, что усложняет понимание и не привлекает внимание к основным свойствам таких сигналов, которые могут рассматриваться как их преимущества.

В статье представлен аналитический вывод ФН на примере когерентной пачки импульсов с ЛЧМ. На основе вывода предложена аналитическая формула

ФН для пачки ЛЧМ сигналов, показывающая ее основные свойства, характеризующие возможности таких сигналов для частотной и временной селекции.

Анализ показывает, что наличие аналитического представления ФН значительно упрощает расчёты реакции радиолокационного устройства на пространственно-распределенные отражающие элементы.

1. Математическая модель пачки ЛЧМ сигналов

Рассмотрим когерентную пачку из $N_{ИП}$ импульсов с периодом следования $T_{И}$ и длительностью $\tau_{И}$ вида:

$$\dot{s}_{И}(t) = \sum_{n=0}^{N_{ИП}-1} \dot{s}(t - T_{И}n),$$

где $\dot{s}(t)$ – одиночный импульс в пачке. Модель одиночного импульса с ЛЧМ можно представить, как:

$$\dot{s}(t) = \dot{S}_0(t) e^{j2\pi f_0 t},$$

где: $\dot{S}_0(t) = S_m U(t) e^{j\varphi_c(t)}$ – комплексная огибающая одиночного импульса;
 $U(t)$ – закон импульсной модуляции одиночного импульса:

$$U(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \tau_{И}; \\ 0, & \tau_{И} < t, \end{cases}$$

S_m – амплитуда колебаний в импульсе; $\varphi_c(t)$ – закон фазовой модуляции.

Закон фазовой модуляции $\varphi_c(t)$ определяется как:

$$\begin{aligned} \varphi_c(t) &= 2\pi \int_0^t f_c(t') dt' = 2\pi \int_0^t \left[-\frac{\Delta f_{Д}}{2} + \frac{\Delta f_{Д}}{\tau_{И}} t' \right] dt' = \\ &= -2\pi \frac{\Delta f_{Д}}{2} t + 2\pi \frac{\Delta f_{Д}}{2\tau_{И}} t^2 = 2\pi \left(-\frac{\Delta f_{Д}}{2} + \frac{\Delta f_{Д}}{\tau_{И}} t \right) t. \end{aligned}$$

Δf_D – девиация частоты, девиация частоты, определяющая закон частотной модуляции:

$$f_c(t) = -\frac{\Delta f_D}{2} + \frac{\Delta f_D}{\tau_H} t.$$

Комплексная огибающая одиночного импульса с ЛЧМ;

$$\dot{S}_0(t) = S_m U(t) e^{j2\pi f_c(t)t} = S_m U(t) e^{j2\pi \left(-\frac{\Delta f_D}{2} + \frac{\Delta f_D}{2\tau_H} t \right) t}. \quad (1)$$

Тогда пачка импульсов может быть преобразована к виду:

$$\dot{S}_H(t) = e^{j2\pi f_0 t} \dot{S}_H(t),$$

где $\dot{S}_H(t) = \sum_{n=0}^{N_{HP}-1} \dot{S}_0(t - T_H n) e^{-j2\pi f_0 T_H n}$ – комплексная огибающая пачки импульсов с ЛЧМ.

Для того, чтобы избежать громоздких выкладок можно принять частоту сигнала $f_0 = 0$, а закон частотной модуляции изменяющимся от нулевой частоты до частоты Δf_D за время длительности импульса, т. е.

$$f_c(t) = \frac{\Delta f_D}{\tau_H} t,$$

Тогда закон изменения фазы можно записать как:

$$\phi_c(t) = \frac{\Delta f_D}{2\tau_H} t^2.$$

2. Функция неопределенности пачки ЛЧМ сигналов

Функция неопределенности сигнала $s(t)$ с комплексной огибающей $S_{II}(t)$ представляет собой функцию рассогласований по времени τ и частоте f вида:

$$\rho(f, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{II}(t) \dot{S}_{II}^*(t + \tau) e^{-j2\pi ft} dt.$$

С учетом того, что процесс модуляции и импульсы повторяются через период T_{II} представим время t как $t = t' + nT_{II}$, а также учитывая, что при сдвиге по времени на величину τ количество пересекающихся импульсов равно $N_{III}(\tau) = N_{III} - m(\tau)$, где $m(\tau) = \text{floor}\left(\frac{\tau}{T_{II}}\right)$ – отношение сдвига к количеству периодов (количество импульсов, которое мы отбрасываем). Тогда интеграл на бесконечных пределах может быть представлен как сумма интегралов на одном периоде следования, т.е.:

$$\rho_{КНИ_ЛЧМ}(f, \tau) = \sum_{n=0}^{N_{III}-m(\tau)-1} \left[\int_{\Delta\tau(\tau)}^{\tau_{II}} \dot{S}(t - T_{II}n) \dot{S}^*(t - T_{II}n + \tau) e^{-j2\pi ft} dt \right], \quad (2)$$

в котором если время больше длительности τ_{II} , то один из сигналов равен нулю, что определяет верхний предел интегрирования, равный τ_{II} . Произведя в (2) замену переменной интегрирования $t = t' + nT_{II}$, получим:

$$\rho_{КНИ_ЛЧМ}(f, \tau) = \sum_{n=0}^{N_{III}-m(\tau)-1} \left[\int_{\Delta\tau(\tau)}^{\tau_{II}} \dot{s}(t') s^*(t' + \tau) e^{-j2\pi ft'} e^{-j2\pi f T_{II}n} dt' \right],$$

подставив в которое огибающую $\dot{s}(t)$ из (1) и выполнив ряд преобразований и сокращений комплексных экспонент, получим:

$$\rho_{\text{КНИ.ЛЧМ}}(f, \tau) = S_m^2 \sum_{n=0}^{N_{\text{III}} - m(\tau) - 1} e^{-j2\pi f T_{\text{II}} n} \left[\int_{\Delta\tau(\tau)}^{\tau_{\text{II}}} e^{-j2\pi \frac{\Delta f_{\text{Д}}}{2\tau_{\text{II}}} 2t'\tau} e^{-j2\pi \frac{\Delta f_{\text{Д}}}{2\tau_{\text{II}}} \tau^2} e^{-j2\pi f t'} dt' \right].$$

Учитывая то, что фаза комплексных экспонент повторяется на каждом периоде при сдвиге τ , то сам сдвиг можно заменить на:

$$\Delta\tau(\tau) = \tau - T_{\text{II}} \text{floor}\left(\frac{\tau}{T_{\text{II}}}\right).$$

Преобразуя произведения и сократив подобные в подынтегральной скобке, можно записать выражение:

$$\rho_{\text{КНИ.ЛЧМ}}(f, \tau) = S_m^2 \sum_{n=0}^{N_{\text{III}} - m(\tau) - 1} e^{-j2\pi f T_{\text{II}} n} e^{-j2\pi \frac{\Delta f_{\text{Д}}}{2\tau_{\text{II}}} \Delta\tau^2(\tau)} \left[\int_{\Delta\tau(\tau)}^{\tau_{\text{II}}} e^{-j2\pi \left(\frac{\Delta f_{\text{Д}}}{\tau_{\text{II}}} \Delta\tau(\tau) + f\right) t'} dt' \right],$$

проинтегрировав которое и вынеся за знак суммы все члены, не зависящие от n , получим:

$$\rho_{\text{КНИ.ЛЧМ}}(f, \tau) = e^{-j2\pi \frac{\Delta f_{\text{Д}}}{2\tau_{\text{II}}} \Delta\tau^2(\tau)} e^{\frac{-j2\pi \left(\Delta f_{\text{Д}} \frac{\Delta\tau(\tau)}{\tau_{\text{II}}} + f\right) \tau_{\text{II}} - e^{-j2\pi \left(\Delta f_{\text{Д}} \frac{\Delta\tau(\tau)}{\tau_{\text{II}}} + f\right) \Delta\tau(\tau)}}{-j2\pi \left(\Delta f_{\text{Д}} \frac{\Delta\tau(\tau)}{\tau_{\text{II}}} + f\right)}} \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{N_{\text{III}} - m(\tau) - 1} e^{-j2\pi f T_{\text{II}} n}.$$

Не трудно убедиться, что за знаком суммы числитель дроби представляет разность комплексно-сопряженных экспонент, равную удвоенному синусу фазы, умноженному на комплексную единицу, т.е.:

$$\rho_{КНИ.ЛЧМ}(f, \tau) = e^{-j2\pi \frac{\Delta f_D}{2\tau_H} \Delta \tau^2(\tau)} e^{-j\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right) \tau_H} e^{-j\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right) \Delta \tau(\tau)} \times$$

$$\times \frac{e^{-j2\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right) \frac{\tau_H}{2}} e^{j2\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right) \frac{\Delta \tau(\tau)}{2}} - e^{j2\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right) \frac{\tau_H}{2}} e^{-j2\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right) \frac{\Delta \tau(\tau)}{2}}}{-j2\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right)} \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{N_{III}-m(\tau)-1} e^{-j2\pi f T_H n},$$

продолжив преобразования, ФН пачки КНИ с ЛЧМ представим в виде:

$$\rho_{КНИ.ЛЧМ}(f, \tau) =$$

$$= S_m^2(\tau_H - |\Delta \tau(\tau)|) \frac{\sin \left[\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right) (\tau_H - |\Delta \tau(\tau)|) \right]}{\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right) (\tau_H - |\Delta \tau(\tau)|)} \times \quad (3)$$

$$\times e^{-j2\pi \frac{\Delta f_D}{2\tau_H} \Delta \tau^2(\tau)} e^{-j\pi \left(\Delta f_D \frac{\Delta \tau(\tau)}{\tau_H} + f \right) (\tau_H - \Delta \tau(\tau))} \times \sum_{n=0}^{N_{III}-m(\tau)-1} e^{-j2\pi f T_H n}.$$

Считая $e^{-j2\pi \left(\Delta f_D \frac{\tau}{\tau_H} + f \right) T_H}$ членом геометрической прогрессии, преобразуем сумму в (3) следующим образом:

$$S_{\Sigma} = \sum_{n=0}^{N_{III}-m(\tau)-1} e^{-j2\pi f T_H n} = e^{-j\pi f T_H (N_{III}-m(\tau)-1)} \times$$

$$\times \frac{e^{-j\pi f T_H (N_{III}-m(\tau))} - e^{j\pi f T_H (N_{III}-m(\tau))}}{e^{-j\pi f T_H} - e^{j\pi f T_H}},$$

откуда выразим ее в виде:

$$S_{\Sigma} = e^{-j\pi f T_H (N_{III} - m(\tau) - 1)} \frac{\sin[\pi f T_H (N_{III} - m(\tau))]}{\sin[\pi f T_H]} \quad (4)$$

С учетом (4) запишем:

$$\begin{aligned} \rho_{КНИ.ЛЧМ}(f, \tau) = S_m^2(\tau_H - |\Delta\tau(\tau)|) & \frac{\sin\left[\pi\left(\Delta f_D \frac{\Delta\tau(\tau)}{\tau_H} + f\right)(\tau_H - |\Delta\tau(\tau)|)\right]}{\pi\left(\Delta f_D \frac{\Delta\tau(\tau)}{\tau_H} + f\right)(\tau_H - |\Delta\tau(\tau)|)} \times \\ & \times \frac{\sin[\pi f T_H (N_{III} - m(\tau))]}{\sin[\pi f T_H]} \times \\ & \times e^{-j2\pi \frac{\Delta f_D}{2\tau_H} \Delta\tau^2(\tau)} e^{-j\pi\left(\Delta f_D \frac{\Delta\tau(\tau)}{\tau_H} + f\right)(\tau_H - \Delta\tau(\tau))} \times \\ & \times e^{-j\pi f T_H (N_{III} - m(\tau) - 1)}. \end{aligned} \quad (5)$$

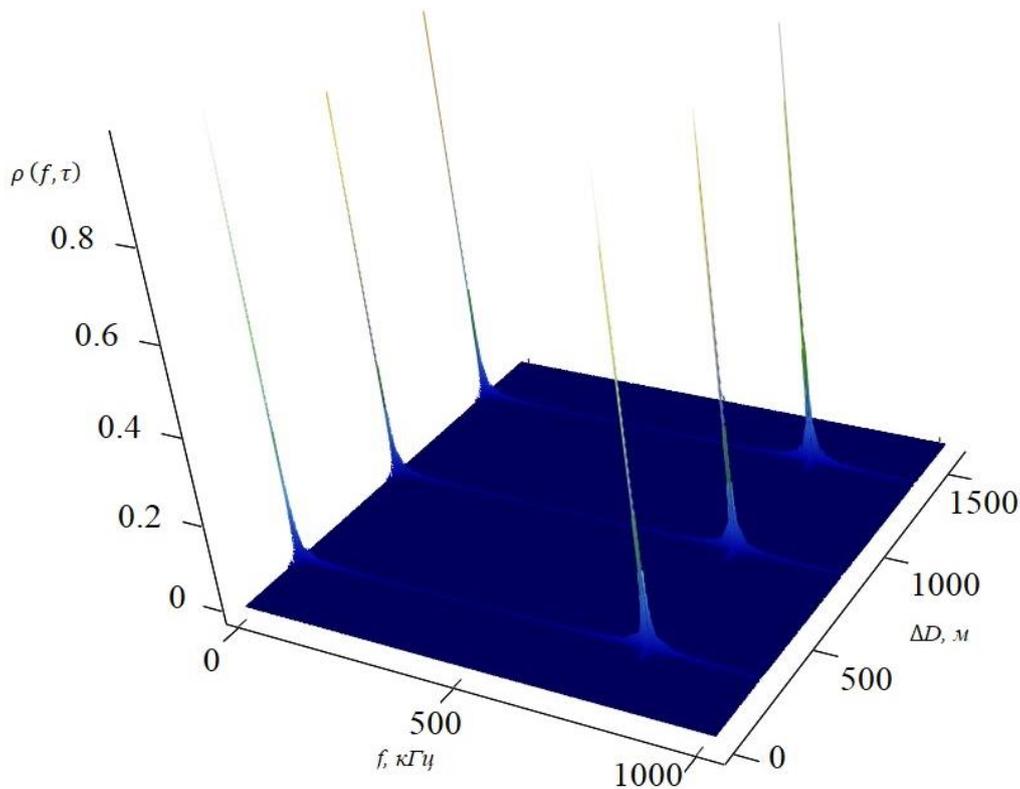


Рис. 1. Тело нормированной функции неопределенности пачки импульсов КНИ с ЛЧМ, со скважностью 10, длительностью 3,6 мкс и периодом следования 0,4 мкс.

3. Применение когерентной пачки импульсов с ЛЧМ для улучшения обнаружения цели на фоне ПП

В РЛС воздушного базирования использование эффекта Доплера для селекции движущейся цели на фоне подстилающей поверхности обычно достигается использованием сигналов квазинепрерывного излучения (КНИ) с высокой и средней частот повторения (ВЧП и СЧП). Основное преимущество этого сигнала – селекция цели по частоте Доплера.

Функции неопределенности когерентной пачки импульсов квазинепрерывного (сигналы с малой скважностью) излучения (КНИ) давно известна [7].

Когерентная пачка импульсов КНИ с периодом следования T_u и количеством N_{un} может быть представлена как:

$$\dot{s}_{кни}(t) = \sum_{i=0}^{N_{un}-1} \dot{s}(t - T_u i),$$

где $\dot{s}(t) = S_m U(t) e^{j2\pi f_c t}$ – одиночный импульс в пачке; $U(t)$ – закон амплитудной модуляции:

$$U(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < \tau_u; \\ 0, & \tau_u < t. \end{cases}$$

Функция неопределенности пачки импульсов КНИ, вычисляется интегралом:

$$\rho_{кни}(f, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{s}(t) \dot{s}^*(t + \tau) e^{-j2\pi f t} dt,$$

преобразуя, ФН пачки КНИ будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \rho_{кни}(f, \tau) = & \\ = S_m^2 [\tau_u - |\Delta\tau(\tau)|] & \frac{\sin(\pi f [\tau_u - \Delta\tau(\tau)])}{\pi f [\tau_u - \Delta\tau(\tau)]} \frac{\sin[\pi(f_c + f)T_u(N_{un} - m(\tau))]}{\sin[\pi(f_c + f)T_u]} \times \\ & \times e^{-j2\pi(f_c + \frac{f}{2})\Delta\tau(\tau)} e^{-j\pi(f_c + f)[(m(\tau) + N_{un} - 1)T_u]}, \end{aligned}$$

при условии: $0 \leq |\Delta\tau(\tau)| < \tau_u$,

где $\Delta\tau(\tau) = \tau - T_u \text{floor}\left(\frac{\tau}{T_u}\right) - \frac{T_u}{2}$ – неоднозначный сдвиг пачки по времени;

$N_{un}(\tau) = N_{un} - \text{floor}\left(\frac{\tau}{T_u}\right)$ – количество импульсов находящихся на пересечении пачек по времени.

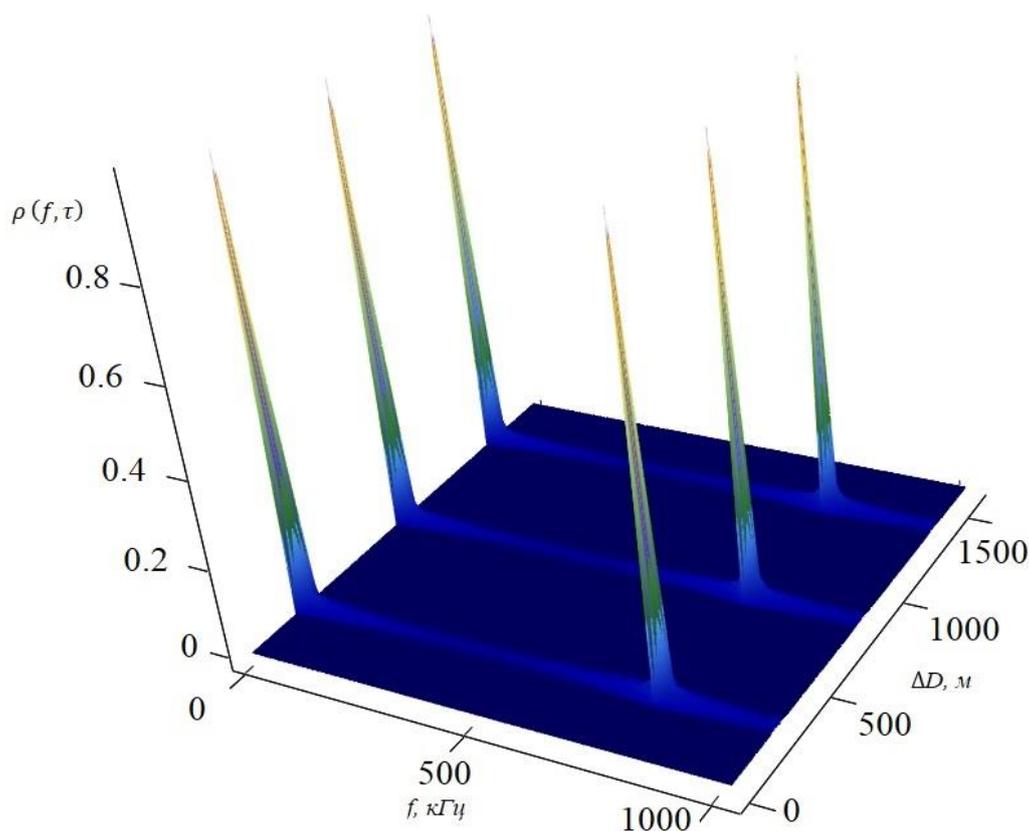


Рис. 2. Тело нормированной функции неопределенности когерентной пачки импульсов КНИ, со скважностью 10, длительностью 3,6 мкс и периодом следования 0,4 мкс.

Основным преимуществом пачки КНИ является высокое разрешение по скорости на большом интервале однозначности, по частоте Доплера и достаточное для РЛС разрешение по дальности на маленьком интервале однозначности по дальности. Такой сигнал наиболее оптимален для обнаружения и сопровождения движущихся целей, в особенности на встречных курсах. Однако в случае разворота или маневра, когда радиальная скорость цели будет равна нулю, достигается максимальная маскировка цели в отраженном от ПП сигнале.

Заключение

В статье представлен аналитический вывод функции неопределенности для пачки импульсов с ЛЧМ. Предложенный аналитический подход демонстрирует значительное преимущество перед численными методами, особенно в задачах, связанных с обработкой больших массивов данных в условиях сложной радиолокационной обстановки.

Анализ показал, что ФН ЛЧМ-сигналов формирует более узкую, «игольчатую» структуру, по сравнению с ФН когерентной пачки импульсов. Это достигается за счёт периодической структуры ЛЧМ-сигналов и равномерного распределения энергии по широкому спектру, что снижает уровень боковых лепестков. Такое поведение ФН позволяет улучшить селективность сигналов как по дальности, так и по скорости, что особенно важно для обнаружения целей в условиях интенсивных отражений от подстилающей поверхности.

Ключевым преимуществом ЛЧМ-сигналов является их высокая устойчивость к помехам. Анализ ФН продемонстрировал, что увеличение периода следования импульсов и уменьшение числа периодов в зоне интенсивных отражений позволяет снизить уровень шумов и помех. Однако чрезмерное увеличение периода следования импульсов может снизить характеристики обнаружения. Сравнение с когерентной пачкой сигналов показало, что ЛЧМ обладает очевидными преимуществами, ФН когерентной пачки характеризуется широкой формой с выраженными боковыми лепестками, что делает такие сигналы менее устойчивыми к сложным условиям радиолокации. ЛЧМ-сигналы, напротив, эффективно подавляют помехи, обеспечивают лучшее разрешение и более точное различение целей даже в условиях сложной радиолокационной обстановки.

Таким образом, предложенная аналитическая формула функции неопределённости для пачки ЛЧМ сигналов подтвердила их значительные преимущества, упрощаются не только вычисления, но и обеспечивается высокая точность и устойчивость к помехам, что делает ее перспективной

для применения в современных радиолокационных системах. Полученные результаты создают основу для дальнейших исследований ФРОС и ФНС, что позволяет быстро и эффективно производить необходимые расчеты обработки сигналов в задачах радиолокации

Литература

1. Дудник П. И. и др. Авиационные радиолокационные комплексы и системы //М.: ВВИА им. проф. Н.Е Жуковского. – 2006.
2. Бакулев П. А. Радиолокация движущихся целей. – Советское радио, 1964.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – Рипол Классик, 1978.
4. Ширман Я. Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – Рипол Классик, 1981.
5. Ширман Я. Д. Теоретические основы радиолокации. – 1970.
6. Шевцов А.В., Шмонов С.В. Методика расчета отражений от подстилающей поверхности / Радиолокация и связь – перспективные технологии. XX Всероссийская молодежная научно-техническая конференция (Москва, 07 декабря 2022 г). Сборник трудов конференции – М.: Мир науки, 2023.
7. Levanon N., Mозeson E. Radar signals. – John Wiley & Sons, 2004.
8. Cook C. E., Siebert W. M. The early history of pulse compression radar //IEEE transactions on aerospace and electronic systems. – 1988. – Т. 24. – №. 6. – С. 825-833.

Для цитирования:

Шевцов А.В. Функция неопределённости для пачки ЛЧМ сигналов. // Журнал радиоэлектроники. – 2025. – № 7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2025.7.9>