

DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.7.4>

УДК: 537.874; 537.624

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ХАОТИЧЕСКОЙ ПРЕЦЕССИИ НАМАГНИЧЕННОСТИ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

В.С. Власов ¹, А.В. Голов ¹, Л.Н. Котов ¹, В.И. Щеглов ²

¹ Сыктывкарский государственный университет им. П.Сорокина
167001, Сыктывкар, Октябрьский просп., 55

² Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН,
125009, Москва, ул. Моховая, 11 с.7

Статья поступила в редакцию 2 июня 2026 г.

Аннотация. Рассмотрены некоторые особенности хаотической прецессии намагниченности в анизотропной среде типа [001] при больших углах прецессии. Получены уравнения движения намагниченности, решенные методом Рунге-Кутты. Получено развитие колебаний намагниченности во времени и соответствующий прецессионный портрет. Для интерпретации получаемых результатов введена модель динамического потенциала. По критерию взаимодействия намагниченности с внешним полем выделены три уровня степени кубической анизотропии: слабая, средняя и сильная. Для всех трех уровней анизотропии поострены потенциальные поверхности в координатах поперечных компонент намагниченности в плоскости пластины. Показано, что наиболее удобным для получения хаоса является средний уровень анизотропии. Рассмотрены условия проявления хаоса. Предложен алгоритм, позволяющий определить уровень возбуждения и частоту переменного поля, необходимые для получения хаоса. Приведены некоторые рекомендации для дальнейшего развития работы.

Ключевые слова: нелинейные колебания, прецессия намагниченности, кубическая анизотропия.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, а также при финансовой поддержке РФФИ, грант № 25-72-20063.

Автор для переписки: Щеглов Владимир Игнатьевич, vshcheg@cplire.ru

Введение

Исследование нелинейных колебаний намагниченности представляет значительный интерес благодаря огромному разнообразию наблюдаемых динамических эффектов [1-7].

Отдельный интерес представляют работы, посвященные динамике намагниченности при больших углах прецессии, вплоть до 90 градусов. В работах [11-15] представлены экспериментальные результаты по наблюдению углов прецессии до 20 градусов, а в импульсном режиме – до 40-60 градусов. В работах [16-21] было выполнено теоретическое рассмотрение различных режимов прецессии намагниченности с большими углами в нормально намагниченных пленках, обладающих различными ориентациями осей кубической анизотропии. Ряд работ последнего времени [22-24] посвящен рассмотрению подобных явлений в однородно намагниченных наночастицах.

Однако, несмотря на огромный охват материала перечисленных работ, главным в них явилась констатация различных видов прецессии и параметров хаоса.

В работе [22] предпринята попытка обобщить полученные результаты с единых позиций в рамках модели динамического потенциала с учетом взаимодействия намагниченности с внешним полем и кубической анизотропией типа [001]. Показано, что потенциальная поверхность имеет максимум на середине пластины и четыре симметрично расположенных минимума по ее краям. Установлено, что прецессия намагниченности может происходить как

вокруг одного из четырех локальных минимумов, дающих на прецессионном портрете четыре малых окружности, так и по большой окружности вокруг максимума, объединяющей четыре малых окружности воедино.

В рамках работы [22] рассмотрена устойчивая прецессия намагниченности. Настоящая работа является продолжением работы [22] с целью выявления особенностей неустойчивой прецессии намагниченности, имеющей хаотический характер.

1. Общая геометрия и математический аппарат задачи

Поскольку настоящая работа является продолжением [22], для решения задачи используем ту же геометрию [22, рис. 1], приведенную на рис. 1.

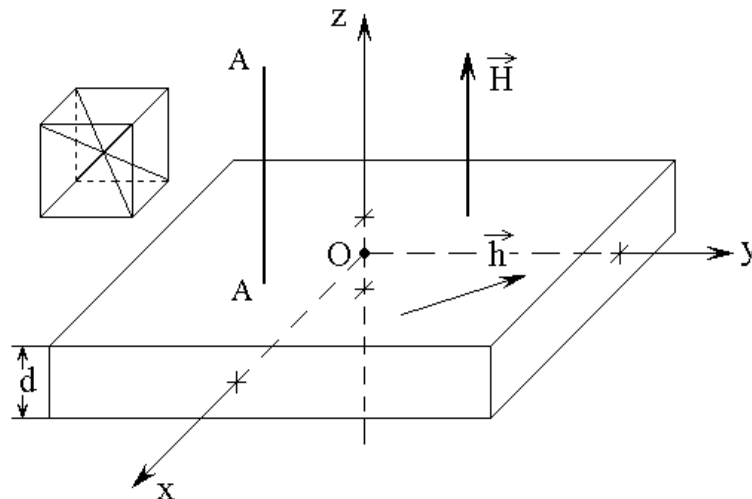


Рис. 1. Общая геометрия задачи.

В основе геометрии лежит пластина (пленка) толщины d с магнитной анизотропией типа [001]. Кроме кубической, в пленке присутствует одноосная анизотропии, ось которой А-А перпендикулярна плоскости пластины. Задача рассматривается в декартовой системе координат $Oxyz$, плоскость Oxy которой совпадает с плоскостью пластины. Начало системы координат O находится на середине толщины пластины. Постоянное поле $\vec{H}$ имеет вид:

$$\vec{H} = H_{0x}\vec{i} + H_{0y}\vec{j} + H_{0z}\vec{k}, \quad (1)$$

переменное поле равно:

$$\vec{h} = h_x\vec{i} + h_y\vec{j} + h_z\vec{k}. \quad (2)$$

В рамках настоящей работы будем считать постоянное поле ориентированным перпендикулярно плоскости пластины, то есть:

$$H_{0x} = H_{0y} = 0, H_{0z} = H_0. \quad (3)$$

Переменное поле лежит в плоскости пластины, меняется во времени по синусоиде с правой круговой поляризацией, имеет частоту f , амплитуду h_0 и следующие компоненты:

$$h_x = h_0 \sin(2\pi f t); \quad (4)$$

$$h_y = h_0 \cos(2\pi f t); \quad (5)$$

$$h_z = 0. \quad (6)$$

Для получения больших углов отклонения намагниченности от нормали к плоскости пластины постоянное поле должно быть меньше поля анизотропии в совокупности с полем размагничивания. В этом случае равновесный угол отклонения вектора намагниченности от нормали к плоскости пластины θ принимает значение [22, форм.(23)]:

$$\theta = \arcsin \frac{\sqrt{4K_A^2 - M_0^2 H_0^2}}{2K_A}, \quad (7)$$

где K_A – эффективная константа анизотропии поля H_A , определяемая суммой собственно магнитной анизотропии и поля размагничивания [22, форм.(21), (22)]. Можно видеть, что при поле $H_0 = 0$ угол θ равен 90 градусов, то есть намагниченность лежит в плоскости пластины, а при поле $H_0 = H_A$ угол θ равен нулю, так что намагниченность перпендикулярна плоскости пластины. При промежуточных значениях поля угол θ также принимает промежуточные значения.

Математический аппарат задачи, в основном, совпадает с приведенным в работе [23, стр.491-495], Рассмотрение проводится на основе уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта [2, стр.39, форм.(1.3.2)],

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -\gamma [\vec{M} \times \vec{H}_e] + \frac{\alpha}{M_0} \left[\vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \right], \quad (8)$$

где $\vec{M}$ – вектор динамической намагниченности, $\vec{H}_e$ – эффективное поле, определяемое параметрами среды и условиями задачи, γ – гиромагнитная постоянная ($\gamma > 0$), α – параметр затухания прецессии намагниченности.

Записывая (8) по компонентам и разрешая полученную систему уравнений относительно производных от компонент намагниченности, получаем систему уравнений движения в виде [23, стр.54, форм.(2.97)-(2.99)]:

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \cdot \left[(m_y + \alpha m_x m_z) \cdot H_{ez} - (m_z - \alpha m_y m_x) \cdot H_{ey} - \alpha \cdot (m_y^2 + m_z^2) \cdot H_{ex} \right]; \quad (9)$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \cdot \left[(m_z + \alpha m_y m_x) \cdot H_{ex} - (m_x - \alpha m_z m_y) \cdot H_{ez} - \alpha \cdot (m_z^2 + m_x^2) \cdot H_{ey} \right]; \quad (10)$$

$$U_a = U_H + U_M + U_E + U_C; \quad (11)$$

где $m_{x,y,z}$ – намагниченность, нормированная на величину намагниченности насыщения.

Входящие в уравнения (9)-(11) эффективные поля H_{ex} , H_{ey} , H_{ez} в общем случае определяются по формуле [23, стр.18, форм.(1.2)]:

$$H_{ex,y,z} = -\frac{\partial U_a}{\partial M_{x,y,z}} = -\frac{1}{M_0} \cdot \frac{\partial U_a}{\partial m_{x,y,z}}, \quad (12)$$

где U_a – плотность полной энергии структуры, определяемая взаимодействием намагниченности с внешними полями U_H , а также полями размагничивания U_M и анизотропии одноосной U_E и кубической, в общем случае имеющая вид:

$$U_a = U_H + U_M + U_E + U_C. \quad (13)$$

В рамках рассматриваемой задачи плотность энергии принимает вид [22, форм.(24)]:

$$U_a = -M_0 m_x h_x - M_0 m_y h_y - M_0 H_0 m_z - K_A m_z^2 - K_C (m_x^2 m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_z^2 m_x^2). \quad (14)$$

Эффективные поля, получаемые с помощью формулы (11) принимают вид [22, форм.(25-27)]:

$$H_{ex} = h_x + \frac{2K_C}{M_0} m_x (m_y^2 + m_z^2); \quad (15)$$

$$H_{ey} = h_y + \frac{2K_C}{M_0} m_y (m_z^2 + m_x^2); \quad (16)$$

$$H_{ez} = H_0 + \frac{2K_A}{M_0} + \frac{2K_C}{M_0} m_z (m_x^2 + m_y^2). \quad (17)$$

Эти поля будут использоваться далее для расчета динамики намагниченности.

2. Основные параметры задачи

Для удобства сравнения с результатами работы [22], основные параметры были выбраны теми же самыми. Так, намагниченность насыщения M_0 полагалась равной 22,28 Гс, так что поле размагничивания равнялось $H_M = 280$ Э. Константа одноосной анизотропии полагалась равной нулю, так что в формировании равновесного отклонения намагниченности от нормали кроме внешнего поля участвовало только поле размагничивания. Базовое значение постоянного поля равнялось $H_0 = 170$ Э, так что равновесный угол отклонения намагниченности от нормали составлял около 40-50 градусов. Константа кубической анизотропии K_C варьировалась от 10^3 до 10^5 эрг см⁻³, базовое значение составляло 10^4 эрг см⁻³. Базовое значение параметра затухания α равнялось 0,2 отн.ед и варьировалось от этой величины в обе стороны на порядок и более. Частота переменного поля f варьировалось от 100 до 1000 МГц. Амплитуда переменного поля h_0 варьировалась от 1 до 1000 Э. Более точные значения параметров указываются в тексте.

В рамках настоящей работы система уравнений движения намагниченности (9)-(11) с учетом (15)-(17) решалась численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка с восстановлением длины вектора намагниченности на каждом шаге по времени. Процедура решения подробно описана в работе [24].

3. Динамический потенциал

Главной целью настоящей работы является исследование возможностей формирования хаоса на основе модели динамического потенциала.

Предварительное исследование показывает, что достаточно общим сценарием формирования хаоса является размытие и многократное расщепление малых окружностей параметрического портрета. Таким образом, можно считать, что для успешного формирования хаоса параметрический портрет должен содержать от одной до четырех малых окружностей, охваченных единой большой окружностью.

В работе [22] установлено, что формирование малых окружностей в значительной степени определяется соотношением между плотностью энергии кубической анизотропией и плотностью энергии взаимодействия намагниченности с внешним полем.

При принятых параметрах задачи (раздел 2) плотность энергии взаимодействия намагниченности с внешним полем можно определить на уровне порядка 2000-3000 эрг см⁻³.

В той же работе приняты три характерных уровня параметра анизотропии.

Анизотропия слабая: $K_C = 10^3$ эрг см⁻³. Плотность энергии такой анизотропии около 200-300 эрг см⁻³, что значительно меньше плотности взаимодействия намагниченности с внешним полем.

Типичный вид потенциальной поверхности кубической анизотропии для этого случая представлен на рис. 2.

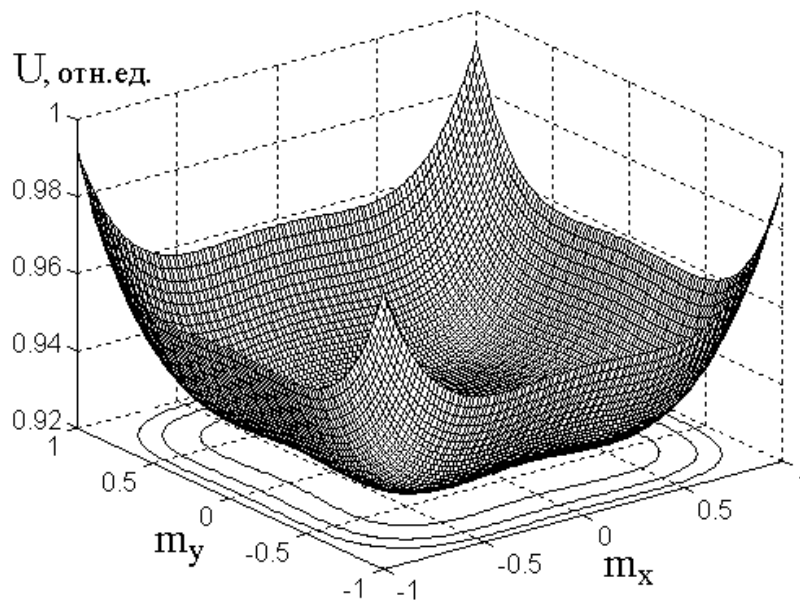


Рис. 2. Потенциальная поверхность в случае слабой кубической анизотропии.

Из рисунка видно, что поверхность имеет один широкий минимум, приходящийся на центр плоскости $m_x m_y$. Прецессионный портрет колебаний намагниченности в таком потенциале может иметь только одну большую окружность, малые окружности отсутствуют, поэтому хаос, формируемый из малых окружностей, отсутствует.

Анизотропия средняя: $K_C = 10^4$ эрг см⁻³. Плотность энергии такой анизотропии около 2000-3000 эрг см⁻³, что имеет тот же порядок, что и плотность энергии взаимодействия намагниченности с внешним полем.

Типичный вид потенциальной поверхности кубической анизотропии для этого случая представлен на рис. 3.

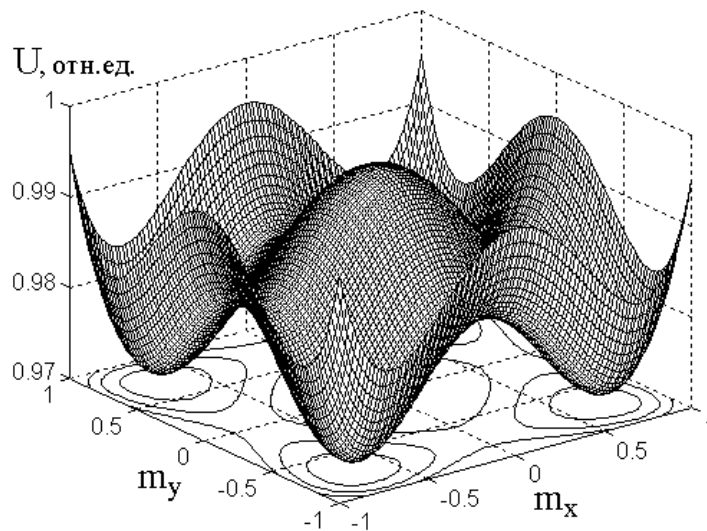


Рис. 3. Потенциальная поверхность в случае средней кубической анизотропии.

Из рисунка видно, что поверхность имеет на середине один широкий максимум, окруженный по углам плоскости $m_x m_y$ четырьмя минимумами. Прецессионный портрет колебаний намагниченности в таком потенциале может иметь как отдельные четыре малых окружности, так и единую большую окружность, объединяющую малые. В этом случае, благодаря наличию малых окружностей, формирование хаоса вполне возможно.

Анизотропия сильная: $K_C = 10^5$ эрг см⁻³. Плотность энергии такой анизотропии составляет около 20000-30000 эрг см⁻³, что значительно больше плотности энергии взаимодействия намагниченности с внешним полем.

Типичный вид потенциальной поверхности кубической анизотропии для этого случая представлен на рис. 4.

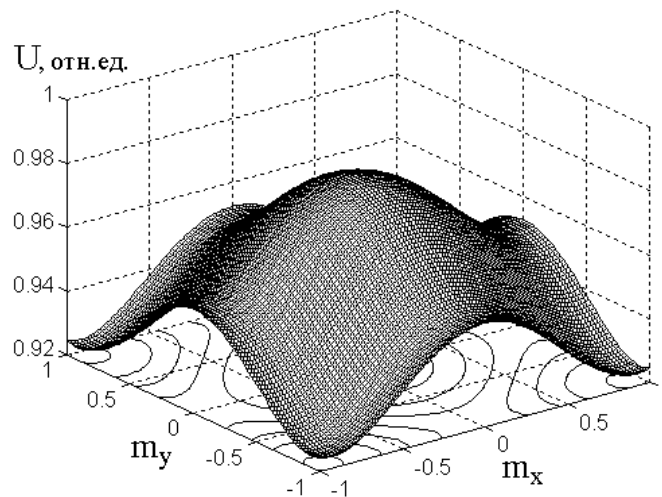


Рис. 4. Потенциальная поверхность в случае сильной кубической анизотропии.

Из рисунка видно, что поверхность имеет один широкий максимум, приходящийся на центр плоскости $m_x m_y$. По углам видны небольшие минимумы, не соединенные друг с другом. Прецессионный портрет колебаний намагниченности в таком потенциале может иметь только отдельные разобщенные друг от друга малые окружности, объединение которых в одну большую окружность отсутствует. Вообще говоря, хаос в пределах каждой из малых окружностей возможен, но объединение его в общее большое кольцо отсутствует.

4. Условия проявления хаоса

В работе [22] была рассмотрена нелинейная прецессия намагниченности в анизотропной среде типа [001] в условиях значительного (порядка 40-50 градусов) отклонения вектора намагниченности от нормали к плоскости пластины. При принятых там параметрах все режимы прецессии намагниченности были достаточно стабильными, так что траектории движения намагниченности от цикла к циклу оставались близкими друг к другу, почти повторяясь.

В то же время, как отмечено в работах [17, 18], при определенных специфических условиях движение намагниченности приобретает характер, близкий к хаотическому.

При этом основными параметрами, определяющими характер прецессии намагниченности, является частота возбуждающего переменного поля, амплитуда того же поля и параметр затухания прецессии.

Проверка показывает, что для достаточно развитого хаоса необходимо выполнение трех условий.

Условие №1: высокая частота возбуждения (намного больше 100 МГц, хорошо – 500 МГц);

Условие №2: высокий уровень возбуждения (намного больше 100 Э, хорошо – 400 Э);

Условие №3: малый параметр затухания (намного меньше 0.3, хорошо – 0,003).

Наиболее просто хаос проявляется при средней величине анизотропии, то есть при $K_C = 10^4$ эрг см⁻³. В этом случае развитие хаоса в прецессионном портрете происходит на уровне малых окружностей. То есть наложенные было друг на друга малые окружности по мере увеличения возбуждения как бы «разъезжаются» в стороны вдоль большого кольца, образуя веер частично перекрывающихся малых окружностей. При малой и большой анизотропии параметры проявления хаоса должны быть увеличены в несколько раз.

В качестве примера рассмотрим следующие два рисунка, построенные при значении анизотропии $K_C = 10^4$ эрг см⁻³. На данном этапе ограничимся рассмотрением установившихся колебаний, то есть таких, которые происходят в системе после завершения начальных процессов релаксации. Для рассматриваемых далее параметров такое установление соответствует времени, начиная с 10^{-7} с. При этом характер процессов достаточно ярко проявляется при времени до $2 \cdot 10^{-7}$ с, так что ограничимся диапазоном времени в таких пределах.

На рис. 5 приведены колебания намагниченности при параметрах, подобных принятым в работе [22].

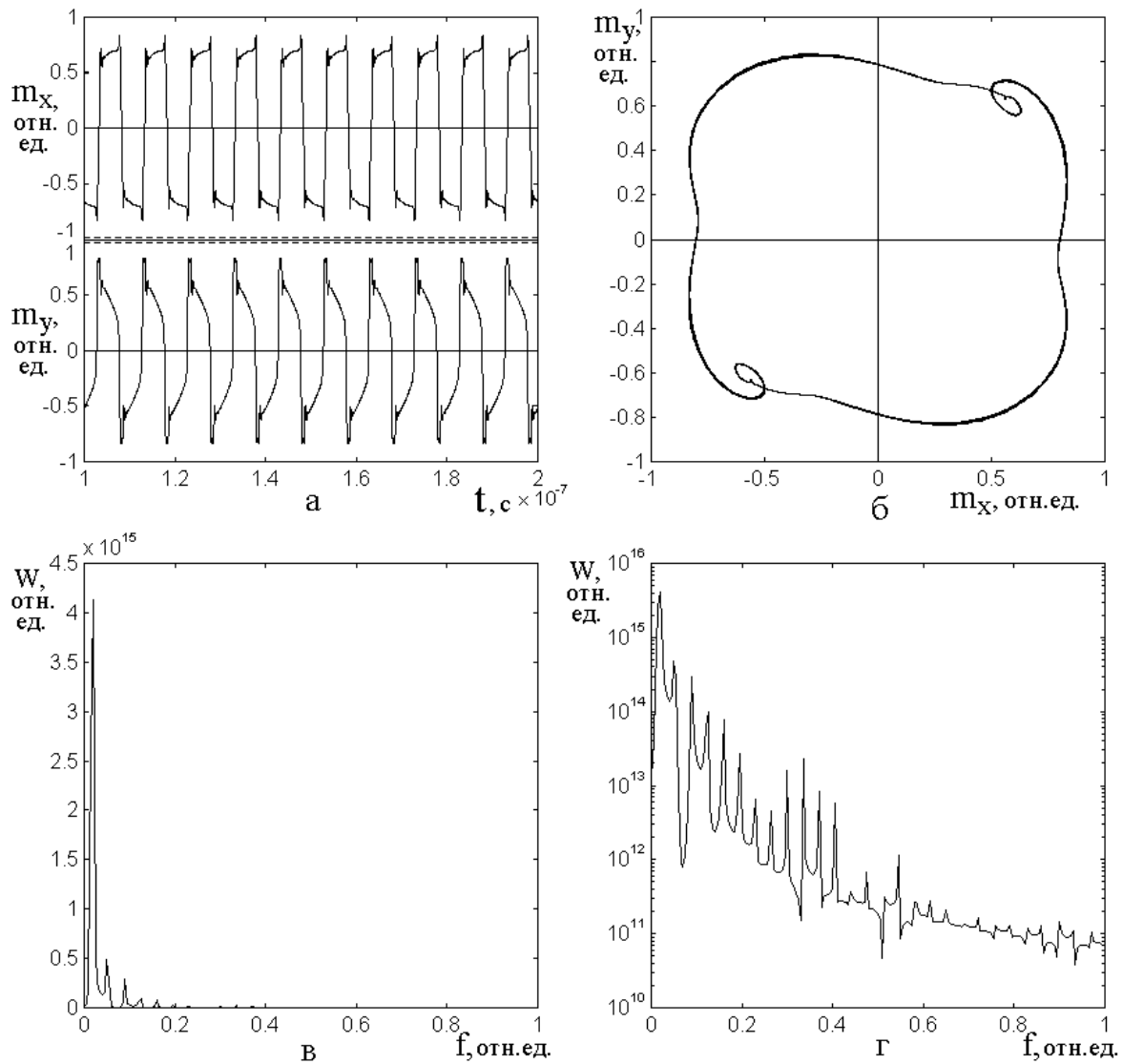


Рис. 5. Прецессия намагниченности в отсутствие хаоса. а – развитие во времени компонент намагниченности m_x и m_y ; б – соответствующий прецессионный портрет; в – спектр колебаний намагниченности в линейном масштабе; г – спектр колебаний намагниченности в логарифмическом масштабе. Параметры: частота возбуждения $f_0 = 100$ МГц; амплитуда возбуждения $h_0 = 100$ Э; параметр затухания $\alpha = 0,3$.

Из рис. 5а видно, что колебания обеих компонент намагниченности имеют характер, близкий к почти прямоугольным импульсам, частота повторения которых равна частоте возбуждения 100 МГц. Амплитуда обеих компонент близка к 0,7-0,8 отн.ед., что отвечает углу отклонения намагниченности от нормали к пластине, задаваемому принятым значением постоянного поля.

Прецессионный портрет, представленный на рис. 5б соответствует большой окружности, в которую вплетены две малых окружности. Структура и

формирование такого портрета подробно рассмотрена в работе [22] и здесь не комментируется.

На рис. 5в показан спектр колебаний намагниченности, приведенный по вертикали в линейном масштабе. Видно, что сильно преобладает единственная линия вблизи частот 0.05 отн.ед. Можно полагать, что эта линия соответствует основной частоте периодического характера компонент m_x , m_y , представленных на рис. 5а. Как отмечено выше, эта частота равна частоте возбуждения 100 МГц. Имеющийся на правом склоне основной линии некоторый спадающий «хвост» соответствует небольшим отклонениям кривых m_x и m_y от правильных прямоугольных импульсов или синусоиды, которые отвечают малым окружностям на рис. 5б.

На рис. 5г представлен тот же спектр, построенный в логарифмическом масштабе по вертикальной оси. Видно, что здесь также преобладает линия на частоте возбуждения, а «хвост» проявляется в виде большого набора более высоких частот, амплитуда которых по мере увеличения частоты резко убывает.

Из рассмотрения рис. 5 в целом видно, что хаотическое поведение намагниченности здесь отсутствует, как это и было отмечено в работе [22].

Обратимся теперь к рис. 6, где приведены колебания намагниченности при параметрах, приведенных выше, удовлетворяющих условиям проявления хаоса.

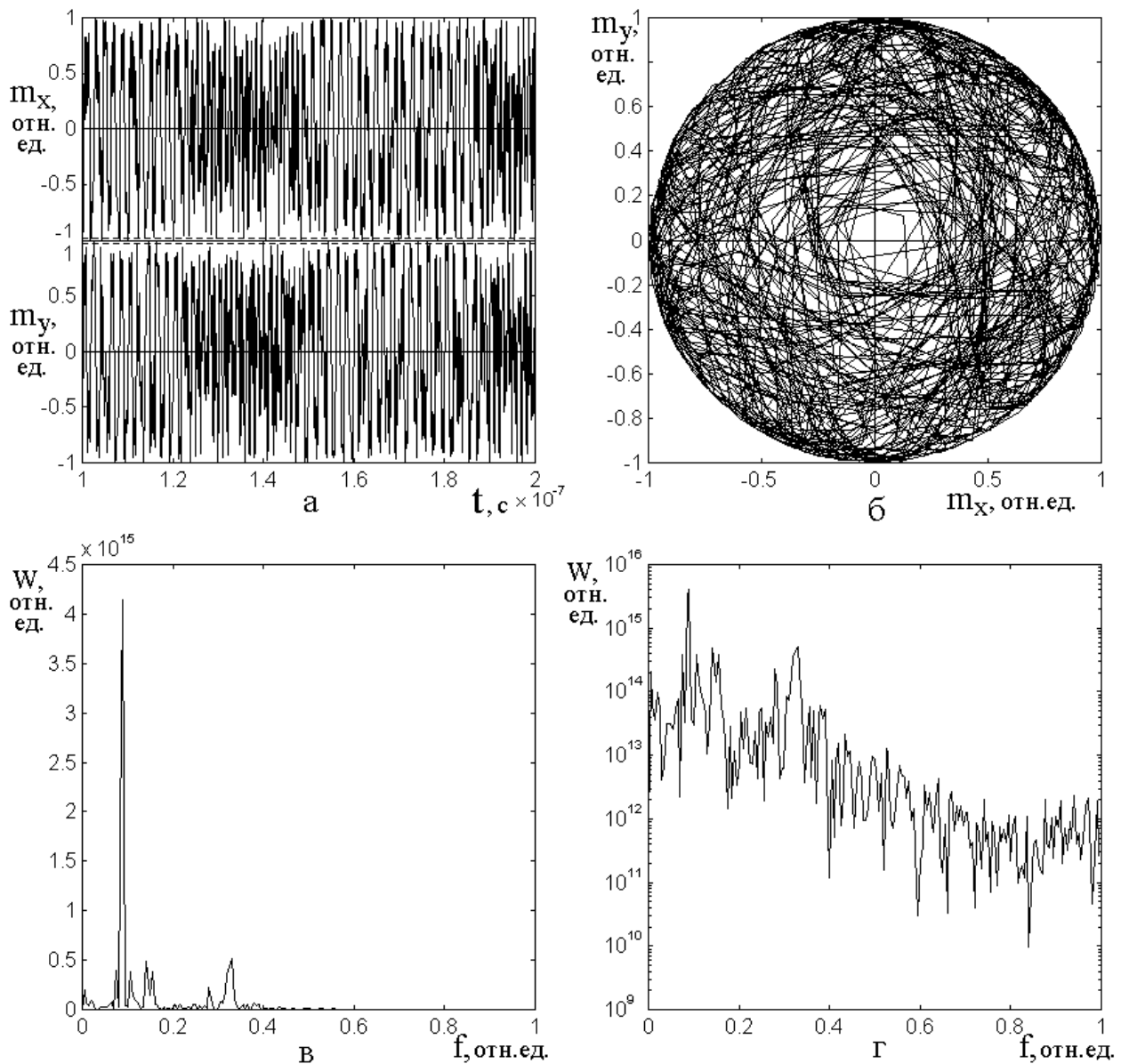


Рис. 6. Прецессия намагниченности при наличии хаоса. а – развитие во времени компонент намагниченности m_x и m_y ; б – соответствующий прецессионный портрет; в – спектр колебаний намагниченности в линейном масштабе; г – спектр колебаний намагниченности в логарифмическом масштабе. Параметры: частота возбуждения $f_0 = 500$ МГц; амплитуда возбуждения $h_0 = 400$ Э; параметр затухания $\alpha = 0,003$.

Из рис. 6а видно, что колебания обеих компонент намагниченности имеют характер, полностью хаотический, никаких следов частоты возбуждения не прослеживается. Амплитуда обеих компонент близка к 0,9-1,0 отн.ед., что отвечает углу отклонения намагниченности близкого к 90 градусам, то есть намагниченность склоняется почти к плоскости пластины, что обусловлено достаточно высоким уровнем возбуждения.

Прецессионный портрет, представленный на рис. 6б, занимает почти полный круг с радиусом, равным единице, причем заполнение этого круга почти сплошное, что соответствует хаотическому характеру колебаний обеих компонент намагниченности. Следует заметить, что на середине портрета имеется небольшая область, где траектории расположены несколько реже, чем в боковых частях портрета, близких к периферии. Можно полагать, что появление такой «сердцевины» связано с преимущественным расположением намагниченности ближе к плоскости пластины, что опять-таки связано с высоким уровнем возбуждения.

На рис. 6в приведен спектр колебаний намагниченности, представленный в линейном масштабе. Видно, что здесь опять преобладает одна линия, однако теперь ее частота значительно выше, чем на рис. 1в, то есть значительно выше частоты возбуждения. Можно полагать, что эта линия связана с резонансными свойствами намагниченности, проявляющимися здесь достаточно эффективно из-за малого значения параметра затухания. Определенный «хвост» здесь тоже имеется, заметно сильнее выраженный, чем на рис. 5в и значительно дальше продолжающийся в сторону высоких частот. Можно полагать, что небольшие подъемы на этом «хвосте» соответствуют кратным частотам основной линии.

На рис. 6г представлен тот же спектр, построенный в логарифмическом масштабе по вертикальной оси. Видно, что здесь также преобладает линия, соответствующая основной линии на рис. 6в, однако здесь «хвост» убывает значительно медленнее, чем на рис. 5г. Можно полагать, что сравнительная медленность такого спада обусловлена значительно большим количеством частот, присутствующих в основных колебаниях на рис. 6а, имеющих шумовой, то есть хаотический характер.

Из рассмотрения рис. 6 в целом видно, что здесь присутствует ярко выраженное хаотическое поведение намагниченности, отсутствовавшее в работе [22].

5. Иллюстрация некоторых характерных случаев прецессии намагниченности

Будем рассматривать только два принципиально различных варианта прецессии намагниченности – регулярный и хаотический. Под регулярным будем иметь в виду случай, когда траектории прецессионного портрета при последовательных циклах проходят близко друг от друга, так что почти или полностью ложатся друг на друга. Хаотический вариант – такой, при котором каждая последующая траектория проходит по новому пути, не совпадающему с траекторией предыдущего цикла.

Приведем несколько примеров регулярного и хаотического движения намагниченности, полезных для дальнейшего рассмотрения.

Сначала зададим константу анизотропии на низком уровне, то есть будем считать: $K_C = 10^3$ эрг см⁻³. Частоту возбуждения положим равной 500 МГц. Результаты рассмотрения показаны на рис. 7.

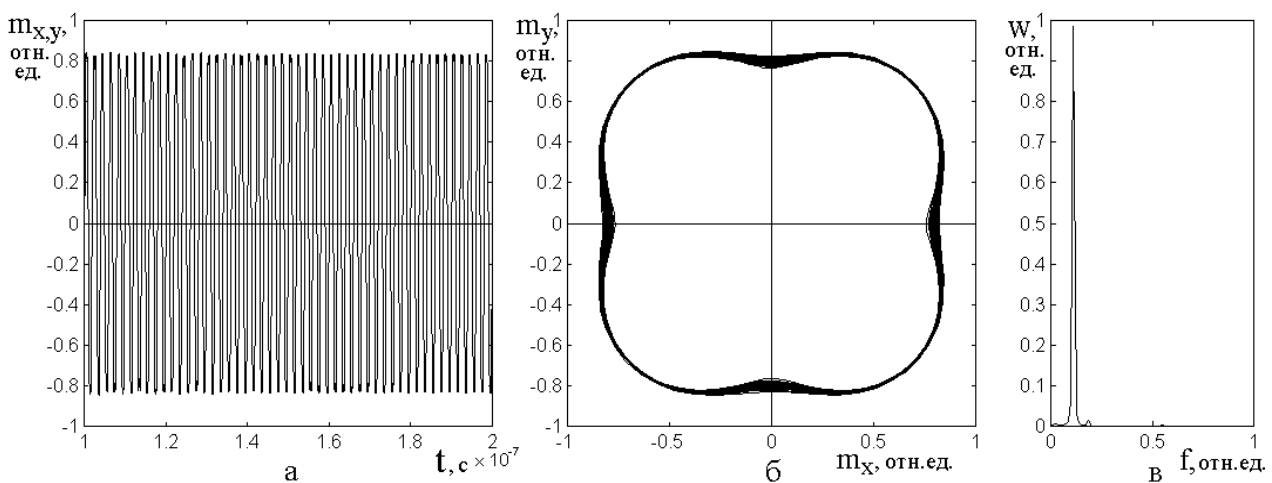


Рис. 7. Регулярное движение намагниченности. Возбуждение: $h_0 = 20$ Э; амплитуда максимального пика спектра: $15 \cdot 10^{15}$ отн.ед.

Из рис. 7а видно, что характер прецессии намагниченности весьма близок к синусоидальному. Это происходит из-за того, что при столь малой анизотропии потенциал имеет только один единственный минимум, в пределах которого намагниченность и совершает синусоидальное движение. Спектр имеет лишь одну четко выраженную линию, частота которой совпадает с частотой

возбуждения. Прецессионный портрет почти регулярный с небольшими утолщениями по краям, не меняющими общей регулярности процесса.

Поскольку при слабой анизотропии возбуждение хаоса затруднительно, то дальнейшее рассмотрение проведем при среднем значении анизотропии, для чего положим $K_C = 10^4$ эрг см⁻³. При этом потенциал будет иметь два минимума, так что на прецессионном портрете могут формироваться как отдельные малые окружности, так и объединяющая их большая окружность.

Увеличим амплитуду возбуждения до 100 Э, в результате чего получим рис. 8. Такой уровень возбуждения несколько превышает пороговый 70 Э, соответствующий переходу от отдельных малых окружностей до единой большой окружности.

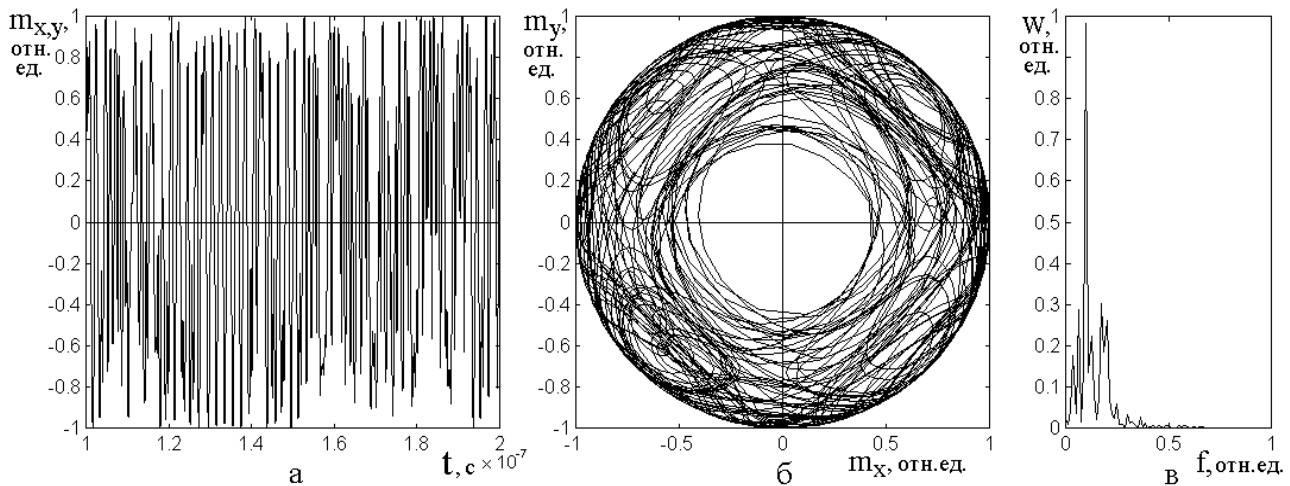


Рис. 8. Хаотическое движение намагниченности при умеренной амплитуде возбуждения: $h_0 = 100$ Э. Амплитуда максимального пика спектра: $4,5 \cdot 10^{15}$ отн.ед.

Из рис. 8а видно, что характер прецессии намагниченности становится полностью хаотическим. Спектр имеет такую же четко выраженную линию на частоте возбуждения, однако теперь к ней добавляется заметный «хвост» в сторону высоких частот. Прецессионный портрет представляет собой широкое кольцо, заполненное хаотическими траекториями.

Теперь увеличим уровень возбуждения еще выше, вплоть до 500 Э. Результат рассмотрения представлен на рис. 9.

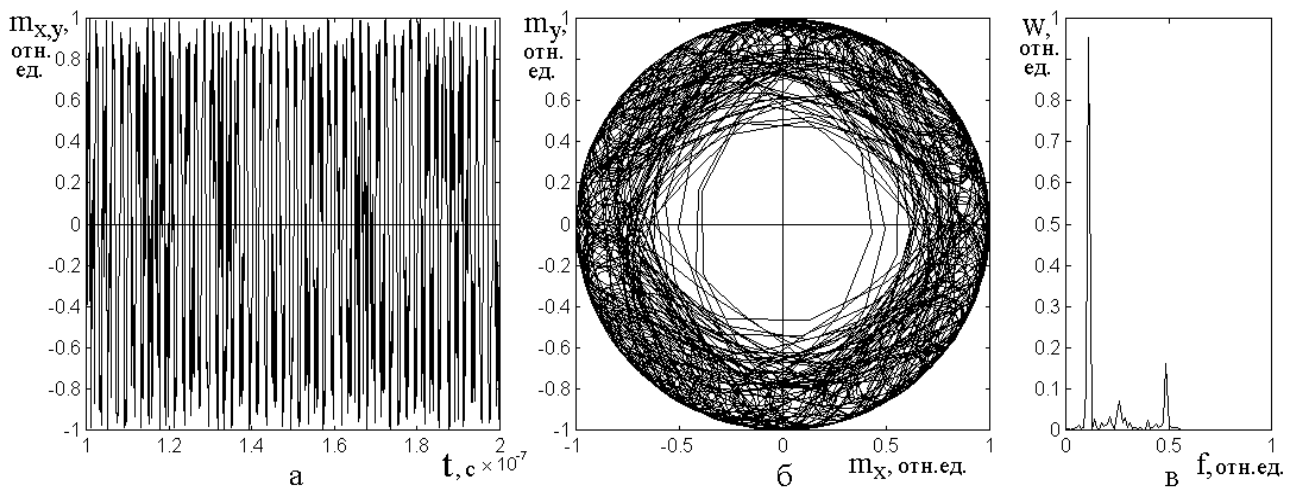


Рис. 9. Хаотическое движение намагниченности при довольно большой амплитуде возбуждения: $h_0 = 500$ Э. Амплитуда максимального пика спектра: $10 \cdot 10^{15}$ отн.ед.

Из рис. 9а видно, что хаотический характер прецессии становится более густым, то есть траектории искажаются еще сильнее. Заполнение кольца прецессионного портрета становится значительно более густым, чем в предыдущем случае. В спектре линия на частоте возбуждения также присутствует, однако теперь к ней добавляются небольшие линии на кратных частотах – вторая и четвертая гармоники. Формирование кратных частот происходит из-за того, что уровень возбуждения становится настолько большим, что приложенное поле пересиливает стремление намагниченности к свободному движению в потенциальных ямах, которое преобладало в предыдущем случае.

6. Вариация параметра затухания

Теперь, когда основные характеристики хаоса установлены, перейдем к рассмотрению влияния параметров по отдельности. Проверка показывает, что наиболее критичным к проявлению хаоса является параметр затухания, поэтому с него и начнем рассмотрение.

Для характеристики хаоса будем использовать ширину образующей прецессионного портрета, которую будем называть мерой интенсивности хаоса и обозначим через m_p . На врезке в рис. 10 показана схема измерения этого параметра. Ввиду круговой симметрии параметрического портрета с хаосом

величина параметра m_p по обеим осям m_x и m_y одинакова, так что не будем делать между ними различия. Обратимся к рис. 10, где показана зависимость ширины образующей большой окружности параметрического портрета от величины параметра затухания при различных уровнях возбуждения.

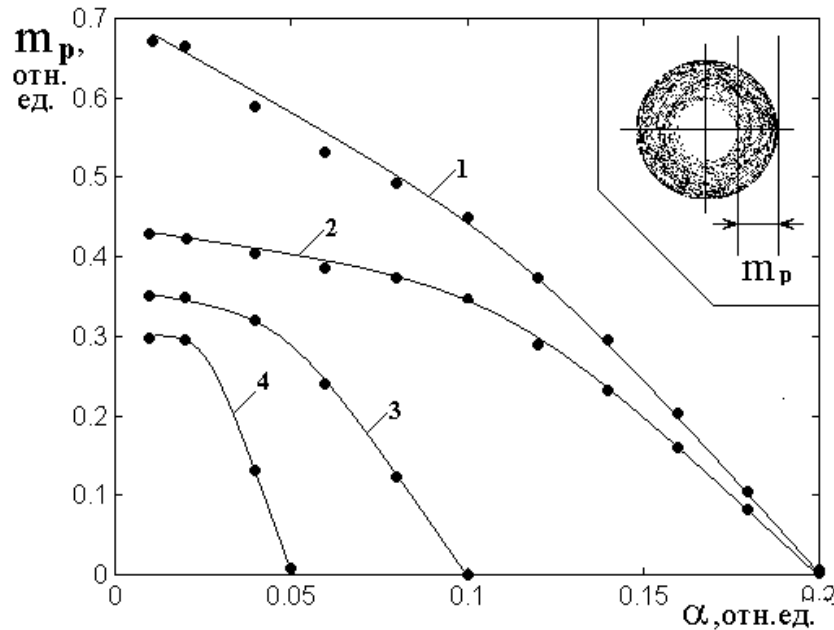


Рис. 10. Зависимость ширины образующей большой окружности параметрического портрета от величины параметра затухания при различных уровнях возбуждения h_0 : 1 – 100 Э; 2 – 150 Э; 3 – 200 Э; 4 – 500 Э. Переход от отдельных малых окружностей к единой большой соответствует $h_0 = 70$ Э.

На врезке – пояснение регистрации параметра интенсивности хаоса.

На этом рисунке каждая отдельная кривая, соответствующая заданному уровню возбуждения, разделяет две области: ниже этой кривой хаос есть, выше – отсутствует

Из рисунка видно, что при всех уровнях возбуждения интенсивность хаоса с увеличением параметра затухания уменьшается, причем такое уменьшение проявляется тем сильнее, чем уровень возбуждения выше.

Уменьшение интенсивности хаоса при увеличении затухания вполне укладывается в представление о релаксации системы. То есть, чем выше затухание, тем меньше интенсивность хаоса.

В то же время, из нижнего края рисунка можно видеть, что хаос требует для своего возникновения определенного достаточно малого значения параметра

затухания. То есть по параметру затухания имеется как бы «отменяющий хаос порог», выше которого хаос не возбуждается.

Далее можно видеть, что отменяющий порог тем ниже, чем уровень возбуждения выше (кривая 4 идет левее кривой 3, а та левее кривой 2). То есть переменное поле возбуждения как бы препятствует формированию хаоса. Можно полагать, что такое «сдерживающее» влияние уровня возбуждения обусловлено тем, что при сильном поле оно просто «таскает» намагниченность за собой, не давая ей развиться в хаос, а при слабом поле такое вынужденное движение намагниченности становится более свободным, так что хаос получает возможность развиваться более успешно.

7. Вариация частоты возбуждения

Другим весьма важным параметром, ответственным за появление хаоса, является частота возбуждения. Рассмотрение влияния этого параметра проведем в том же ключе, что и параметра затухания, то есть будем устанавливать частоту и наблюдать меру интенсивности хаоса m_p , которую будем регистрировать в соответствии со схемой, показано на врезке в рис. 10. Как и в предыдущем случае, ввиду симметрии параметрического портрета, мера интенсивности хаоса по осям m_x и m_y одинакова, поэтому различия между ними делать не будем. Обратимся к рис. 11, где показана зависимость ширины образующей большой окружности параметрического портрета от частоты при различных уровнях возбуждения.

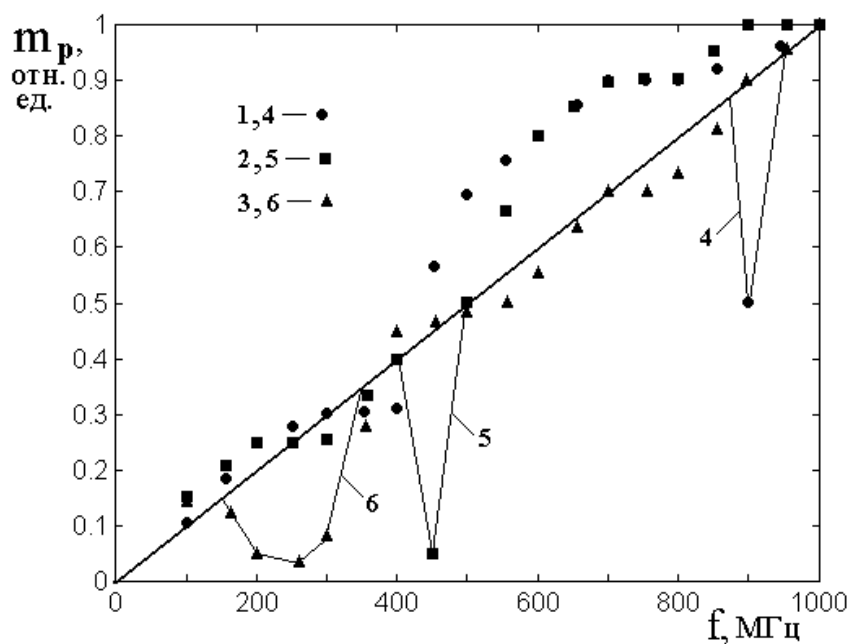


Рис. 11. Зависимость ширины образующей большой окружности параметрического портрета от частоты при различных уровнях возбуждения h_0 : 1 – 200 Э; 2 – 350 Э; 3 – 400 Э. Переход от отдельных малых окружностей к единой большой соответствует $h_0 = 70$ Э.

Из рисунка видно, что при всех рассмотренных уровнях возбуждении зависимость интенсивности хаоса от частоты близка к линейной с точностью разброса до 20 %. Эта зависимость показана на рисунке единой утолщенной линией. Ее вид может быть представлен с помощью эмпирической формулы:

$$m_p = 10^{-9} f, \quad (18)$$

где f измеряется в Гц, а m_p получается в отн.ед.

Важно отметить, что зависимости, приведенные на рисунке, не являются полностью монотонными. Так, на кривой 1 в области около 900 МГц имеется глубокий провал до m_p порядка 0.5 отн.ед. Эта область зависимости обозначении цифрой 4.

На кривой 2 такой же провал, обозначенный цифрой 5, наблюдается около 450 МГц. На кривой 3 провал по частоте несколько более растянут (кривая 6), однако самая низкая его точка приходится на 250 МГц.

Каждый такой провал соответствует отсутствию или очень слабо выраженному формированию хаоса. То есть прецессионный портрет состоит из

достаточно узких траекторий, довольно четко лежащих друг на друга. Для кривых 4 и 5 ширина провала составляет около 1-2 % от центральной частоты. Для кривой 6 различие достигает 20 %.

Можно видеть, что по частоте провалы расставлены с периодичностью, определяемой уровнем возбуждения h_0 . Так, при $h_0 = 200$ Э провал (кривая 6) имеет частоту 900 МГц. При $h_0 = 300$ Э частота провала (кривая 5) составляет 450 МГц, то есть в два раза ниже предыдущего случая, а при $h_0 = 400$ Э частота провала (кривая 4) составляет 250 МГц, то есть опять в два раза ниже предыдущего случая и в четыре раза ниже первого случая.

Такая зависимость обратно пропорциональна квадрату поля возбуждения, так что может быть представлена в виде следующей эмпирической формулы:

$$f = \frac{3.5 \cdot 10^7}{(h_0)^2}, \quad (19)$$

где h_0 измеряется в Э, а f получается в МГц.

Такое четкое чередование частот провалов, обратно квадратичное относительно уровня возбуждения, может говорить о наличии какого-то механизма синхронизма между периодом возбуждения и временем, проходящем между формированием двух следующих друг за другом малых окружностей. Более подробно этот вопрос требует отдельного рассмотрения.

8. Замечание о критерии формировании хаоса

Заметим, что в отличие от предыдущего случая, касающегося вариации параметра затухания (раздел 6), хаос существует при любой частоте из рассмотренного диапазона, однако мера его интенсивности с повышением частоты возрастает линейным образом.

В области частот ниже 100 МГц возможность получения хаоса с уменьшением частоты уменьшается, так что теперь время релаксации становится сравнимым или меньше времени перехода намагниченности по потенциалу от одной малой окружности к другой, задаваемым частотой возбуждения, поэтому

непрерывный хаос на протяжении всей большой окружности развиваться не успевает. Таким образом, непрерывный во времени хаос может существовать только тогда, когда время релаксации больше времени перехода от одной малой окружности к другой, которое задается частотой возбуждения. То есть, когда последующая малая окружность начинает формироваться, у нее еще имеется «остаток» колебаний, возбужденных в пределах предыдущей малой окружности. Суммарное сложение такого остатка со вновь формируемыми колебаниями (в рамках соответствующей ямы потенциала) в пределах последующей малой окружности и проявляется в виде хаоса. То есть критерием формирования хаоса является превышение времени релаксации над временем формирования двух следующих друг за другом малых окружностей.

Так что, если считать, что время между формированием двух малых окружностей равно четверти периода частоты возбуждения, то критерием хаоса является превышение времени релаксации над временем четверти периода частоты возбуждения. Однако, несмотря на столь простую формулировку критерия хаоса, следует заметить, что этот вопрос требует более подробного рассмотрения.

9. Алгоритм определения условий существования хаоса

Проведенное рассмотрение позволяет определить ряд правил, выполнение которых достаточно для существования хаоса. Среди общих параметров задачи можно выделить два самых главных, которые можно менять в эксперименте. Это – амплитуда переменного поля h_0 и частота того же поля f . Поставим задачу – определить значения этих параметров, которые позволяют с достаточной степенью уверенности получить хаос с определенной интенсивностью, то есть при желаемом уровне m_p . Важным дополнительным параметром материала здесь является параметр затухания прецессии α . В качестве рабочих инструментов будем использовать рис. 10 и рис. 11.

В качестве примера рассмотрим определение h_0 и f_0 для того, чтобы найти хаос с интенсивностью $m_p = 0,4$ отн.ед. Положим параметр затухания $\alpha = 0,1$. Определение h_0 и f_0 можно сделать в два следующих шага.

Шаг №1. На рис. 10 строим горизонтальную прямую линию на уровне $m_p = 0,1$ отн.ед. При $\alpha = 0,1$ искомая зависимость (ниже которой будет хаос) должна проходить несколько выше кривой 2, то есть уровень возбуждения должен составлять $h_0 = 140$ Э.

Шаг №2. На рис. 11 строим горизонтальную прямую на уровне $m_p = 0,4$ отн.ед. Получаем, что частота должна быть выше 400 МГц. Несмотря на прямолинейный характер зависимости m_p от частоты, не зависящий от уровня возбуждения, надо следить за тем, чтобы не попасть в область провала синхронизма вблизи 400 МГц. То есть частоту надо выбрать несколько более высокой, например 450 МГц.

Колебания намагниченности при получаемых таким образом параметрах $h_0 = 140$ Э и $f = 450$ МГц, представлены на рис. 12.

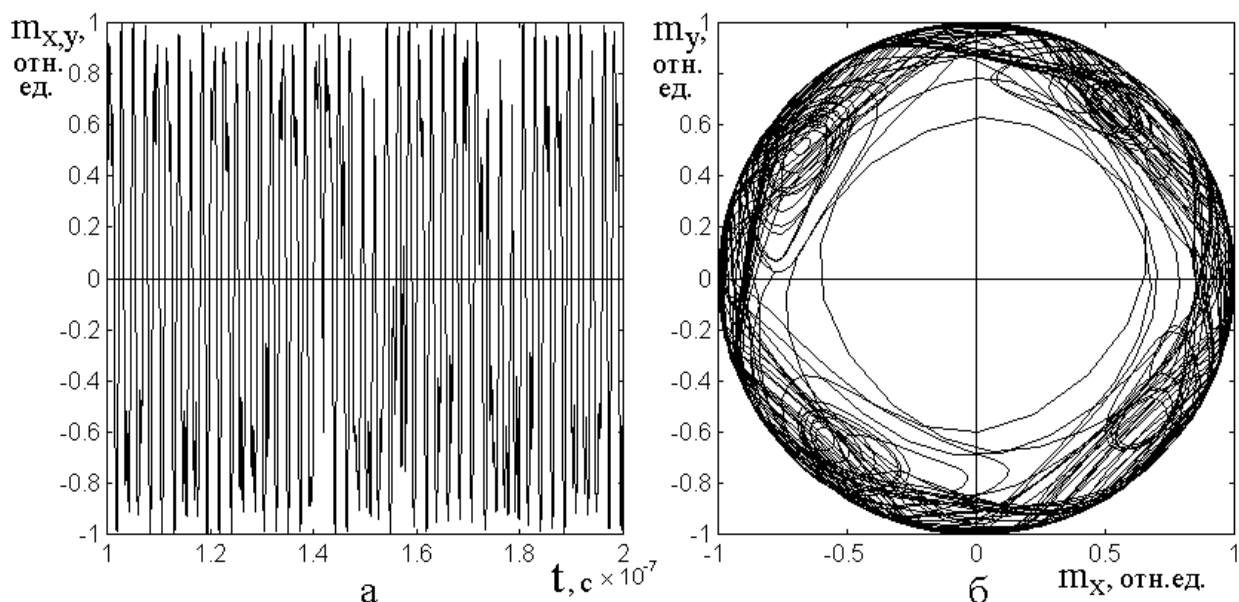


Рис. 12. Колебания намагниченности (а) и прецессионный портрет (б) при $h_0 = 140$ Э и $f = 450$ МГц.

Из рисунка видно, что колебания намагниченности имеют хаотический характер, а параметр интенсивности хаоса близок к 0,4 отн.ед.

Рассмотри теперь степень достаточности этих параметров для возбуждения хаоса.

На рис. 13 показан характер колебаний намагниченности при уменьшении частоты возбуждения, то есть при $f = 400$ МГц (ниже основной на 11 %).

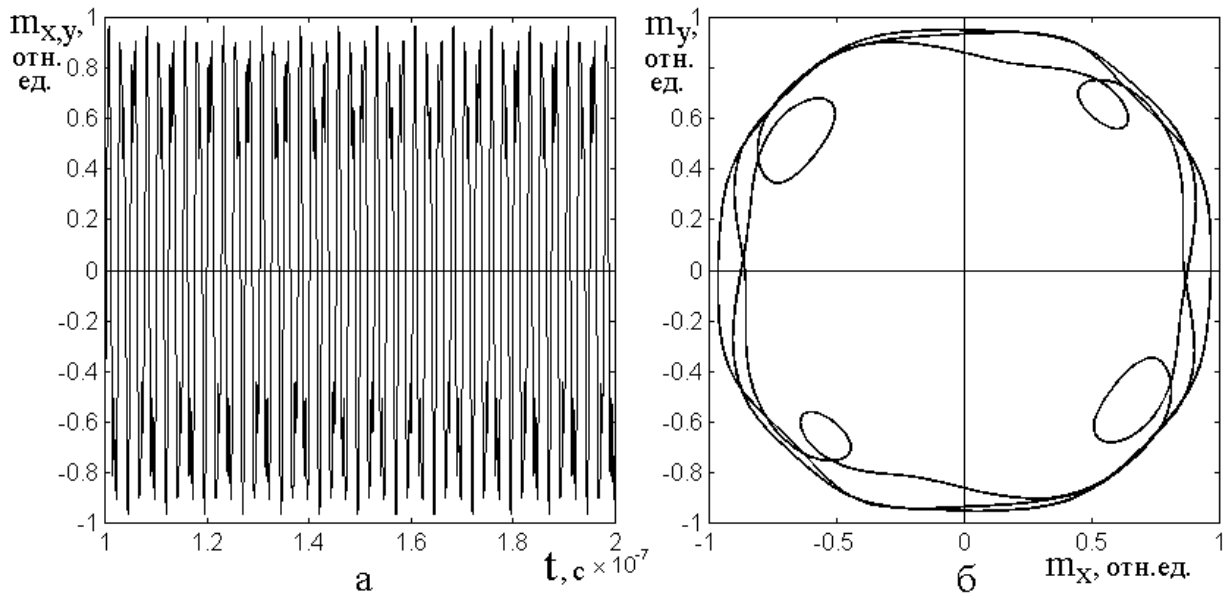


Рис. 13. Колебания намагниченности (а) и прецессионный портрет (б) при $h_0 = 140$ Э и $f = 400$ МГц,

Из рисунка видно, что колебания намагниченности близки к регулярным, а на прецессионном портрете хаос полностью отсутствует.

Рассмотри теперь колебания намагниченности при уменьшении уровня возбуждения до 120 Э (ниже основного на 14 %). Получены результаты показаны на рис. 14.

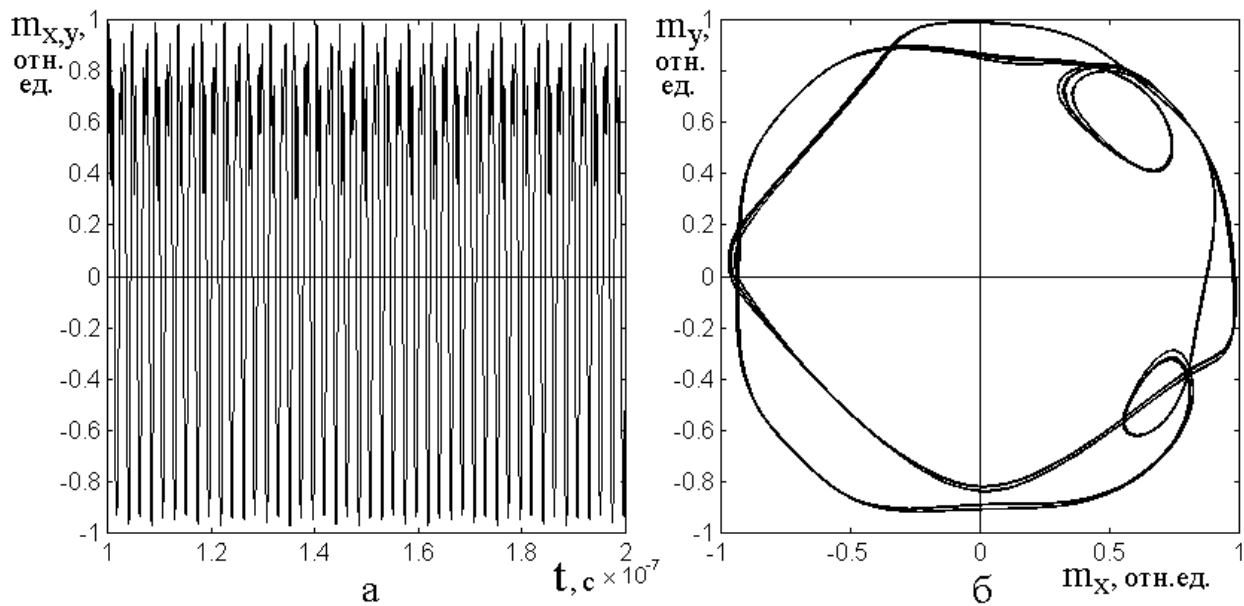


Рис. 14. Колебания намагниченности (а) и прецессионный портрет (б) при $h_0 = 120$ Э и $f = 450$ МГц,

Из рисунка видно, что здесь колебания намагниченности также близки к регулярным, а на прецессионном портрете хаос полностью отсутствует.

Таким образом, видно, что уменьшение того и другого основных параметров на 10-15 % приводит к исчезновению хаоса. Так что можно сделать вывод, что применение предложенного алгоритма позволяет определить критические параметры формирования хаоса h_0 и f_0 с точностью около 15 %.

Замечание. Все приведенные здесь результаты получены при заданных параметрах задачи, приведенных в разделе 2. Можно полагать, что при других параметрах результаты будут несколько отличными, однако общий характер алгоритма определения амплитуды и частоты возбуждения для получения хаоса будет оставаться тем же самым или весьма подобным.

10. Некоторые замечания о возможном развитии работы

Приведем некоторые замечания о возможном развитии работы.

Прежде всего отметим, что работа выполнена в довольно специфических условиях, касающихся равновесной ориентации намагниченности. Так, угол между равновесной намагниченностью и направлением поля составляет около 40-50 градусов. Можно ожидать, что при принятой поляризации переменного поля в плоскости, условия возбуждения прецессии будут более выгодными при меньших углах и менее выгодными при больших. В качестве возможной задачи можно рассмотреть интервал равновесных углов в полном диапазоне от нуля до 90 градусов.

Другим важным моментом, требующим рассмотрения является механизм формирования хаоса, то есть стохастический характер расщепления малых окружностей, а также кратные по частоте условия синхронизма, срывающие хаос и формирующие на прецессионном портрете четкие повторяющиеся траектории.

Проведенное рассмотрение касается только одной вполне определенной ориентации осей магнитной анизотропии, а именно – $[001]$. Представляет интерес рассмотреть также ориентации типа $[011]$ и $[111]$. Подобной задача авторы предполагают посвятить отдельную работу.

В качестве полезного рассмотрения можно указать исследование описанных здесь режимов на примере конкретных материалов, таких как ферриты-гранаты, имеющие широкий диапазон параметров – намагниченности, анизотропии и параметру затухания прецессии.

Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему.

1) Рассмотрены некоторые особенности хаотической прецессии намагниченности в анизотропной среде при больших углах прецессии порядка десятков градусов. Приведена геометрия задачи, представляющая собой нормально намагниченную ферритовую пластину с кубической анизотропией типа $[001]$. Постоянное поле выбрано меньше поля размагничивания,

в результате чего вектор намагниченности в равновесном состоянии отклонен от нормали к плоскости пластины на углы порядка 40-50 градусов. Возбуждение прецессии намагниченности осуществляется переменным полем круговой поляризации и синусоидального характера, ориентированным параллельно плоскости пластины.

2) Получены уравнения движения намагниченности с соответствующими эффективными полями. Выполнено решение системы уравнений методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Получено развитие колебаний намагниченности во времени и соответствующие прецессионные портреты.

3) Для интерпретации получаемых результатов введена модель динамического потенциала, представляющего собой сумму плотностей энергии взаимодействия намагниченности с внешним полем, размагничивания формы пластины и плотность энергии кубической магнитной анизотропии.

4) По критерию взаимодействию намагниченности с внешним полем выделены три уровня степени кубической анизотропии: анизотропия слабая, когда плотность энергии анизотропии значительно меньше плотности энергии взаимодействия намагниченности с внешним полем, анизотропия средняя, когда обе эти плотности энергии имеют одинаковый порядок, а также анизотропия сильная, когда плотность энергии анизотропии значительно превышает плотность энергии взаимодействия намагниченности с внешним полем.

5) Для всех трех уровней анизотропии построены потенциальные поверхности в координатах поперечных компонент намагниченности в плоскости пластины. Показано, что в случае слабой анизотропии потенциальная поверхность на своей середине имеет один широкий минимум, так что прецессионный портрет намагниченности может иметь только одну большую окружность, простирающуюся на весь допустимый интервал допустимых значений поперечных компонент намагниченности. В случае средней анизотропии потенциальная поверхность имеет один максимум, окруженный четырьмя симметрично расположенными минимумами, так что прецессионный портрет имеет вид четырех малых окружностей, объединенных одной большой

окружностью. В случае сильной анизотропии потенциальная поверхность на своей середине имеет один большой максимум, окруженный небольшими спадами на четырех своих сторонах, так что прецессионный портрет имеет вид разобщенных четырех расположенных симметрично относительно друг друга малых окружностей, тогда как объединение малых окружностей одной большой отсутствует.

6) Рассмотрен механизм формирования хаоса, сценарий которого по мере увеличения уровня возбуждения состоит в постепенном расщеплении малых окружностей, при достаточном уровне расщепления сливающихся в единое широкое кольцо в полном размахе по плоскости поперечных компонент намагниченности. Установлено, что благодаря развитию хаоса из малых окружностей, наиболее удобным для получения хаоса является средний уровень анизотропии, параметрический портрет которого содержит в одинаковой степени как малые окружности, так и объединяющую их большую окружность.

7) Для количественной характеристики хаоса введено понятие «интенсивности хаоса», представляющего собой поперечную ширину образующей единого широкого кольца прецессии намагниченности.

8) Рассмотрены условия проявления хаоса. Установлено, что для формирования хаоса должна быть достаточно высокая частота возбуждения, достаточно высокий уровень возбуждения и достаточно малое значение параметра затухания прецессии намагниченности.

9) Приведен ряд конкретных примеров развития колебаний и параметрических портретов намагниченности в случае отсутствия и проявления упомянутых условий. Проведено количественное сопоставление рассмотренных режимов и выявлены их характерные численные параметры.

10) Рассмотрена зависимость интенсивности хаоса параметрического портрета от величины параметра затухания при различных уровнях возбуждения. Показано, что такая зависимость имеет спадающий характер, причем по мере увеличения уровня возбуждения уровень зависимости повышается.

11) Рассмотрена зависимость интенсивности хаоса от частоты переменного поля при различных уровнях возбуждения. Показано, что такая зависимость имеет линейно возрастающий характер, однако на некоторых ее участках имеются условия синхронизма, при выполнении которых возбуждение хаоса отсутствует.

12) На основе анализа обеих рассмотренных зависимостей предложен алгоритм, позволяющий при заданных основных параметрах задачи определить необходимый уровень возбуждения и частоту переменного поля, исходя из условия заданного значения параметра затухания.

13) Приведены примеры небольшого занижения определенных с помощью алгоритма уровней и частоты возбуждения. Показано, что уже при снижении хотя бы одного из этих параметров на 10 % формирование хаоса исключается.

14) Приведены некоторые рекомендации для дальнейшего развития работы. Отмечена необходимость расширения угла отклонения намагниченности от нормали к плоскости пластины в обе стороны вплоть до полного интервала таких углов от нуля до 90 градусов. Сформулирована задача построения микромагнитного механизма развития хаоса через расщепление малых окружностей. В качестве важных задач отмечено обобщение исследований на ориентации анизотропии типа $[011]$ и $[111]$, а также привязку к параметрам реальных материалов, в первую очередь ферритов-гранатов с широким интервалом параметров намагниченности, анизотропии и затухания.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, а также при финансовой поддержке РФФИ, грант № 25-72-20063.

Литература

1. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Гос. Изд. физ.-мат.лит. 1960.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука. 1973.

3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит. 1994.
4. Сул Г. Теория ферромагнитного резонанса при больших уровнях высокочастотной мощности. / В сб. статей: Ферриты в нелинейных сверхвысокочастотных устройствах. Пер. с англ. под ред. А.Г. Гуревича. / М.: ИЛ. 1961. С.163-205.
5. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука. 1971.
6. Захаров В.Е., Львов В.С., Старобинец С.С. Турбулентность спиновых волн за порогом их параметрического возбуждения. // УФН. 1974. Т.114. №4. С.609-(632).
7. Львов В.С. Нелинейные спиновые волны. М.: Наука. 1987.
8. Temiryasev A.G., Tikhomirova M.P., Zilberman P.E. Exchange spin waves in nonuniform yttrium iron garnet films. // JAP. 1994. V.76. №9. P.5586-5591.
9. Gulyaev Yu.V., Temiryasev A.G., Tikhomirova M.P., Zilberman P.E. Magnetoelastic interaction in yttrium iron garnet films inhomogeneities through the film thickness. // JAP. 1994. V.75. №10. P.5619-5624.
10. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Темирязов А.Г., Тихомирова М.П. Основная мода нелинейного спин-волнового резонанса в нормально намагниченных ферритовых пленках. // ФТТ. 2000. Т.42. №6. С.1062-1067.
11. Alvarez L.F., Pla O., Chubykalo O. Quasiperiodicity, bistability, and chaos in the Landau-Lifshitz equation. // Phys.Rev.B, 2000, v.61, №17, p.11613-11617.
12. Gerrits Th., Schneider M.L., Kos A.B., Silva T.J. Large-angle magnetization dynamics measured by time-resolved ferromagnetic resonance. // Phys.Rev.B, 2006, v.73, №9, p.094454(7).
13. Шутый А.М., Семенцов Д.И. Нелинейные эффекты прецессионного движения намагниченности в области ферромагнитного резонанса. // ФТТ, 2000, т.42, № 7, с.1268-1271.
14. Шутый А.М., Семенцов Д.И. Динамика намагниченности в условиях нелинейного ферромагнитного резонанса в пленке типа (111). // ФТТ. 2001. Т.43. №8. С.1439-1442.

15. Шутый А.М., Семенцов Д.И. Динамика нелинейного прецессионного движения намагниченности в феррит-гранатовой пленке типа (100). // ФТТ, 2002, т.44, № 4, с.734-738.
16. Шутый А.М., Семенцов Д.И. Нелинейные динамические режимы намагниченности в феррит-гранатовых пленках типа (100). // ЖЭТФ. 2007. Т.131. №5. С.868-877.
17. Семенцов Д.И., Шутый А.М. Нелинейная регулярная и стохастическая динамика намагниченности в тонкопленочных структурах. // УФН. 2007. Т.177. №8. С.831-857.
18. Шутый А.М., Семенцов Д.И. Хаотическая динамика намагниченности в монокристаллических тонкопленочных структурах. // Кристаллография. 2009. Т.54. №1. С.103-111.
19. Шутый А.М., Семенцов Д.И. Динамика намагниченности одноосной наночастицы в области неколлинеарного ферромагнитного резонанса. // ФТТ. 2022. Т.64. №.12. С.1933-1940. <https://doi.org/10.21883/FTT.2022.12.53645.448>
20. Василевская Т.М., Семенцов Д.И., Шутый А.М. Ферромагнитный резонанс в монокристаллической частице с одноосной анизотропией при продольной накачке. // ФТТ. 2022. Т.64. №2. С.200-205. <https://doi.org/10.21883/FTT.2022.02.51948.214>
21. Шутый А.М., Василевская Т.М., Семенцов Д.И., Елисеева С.В. Прецессионная динамика намагниченности одноосной наночастицы в области ферромагнитного резонанса. // ФТТ. 2023. Т.65. №5. С.1047-1053. <https://doi.org/10.21883/FTT.2023.06.55664.56>
22. Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И. Применение модели динамического потенциала для интерпретации нелинейной прецессии намагниченности в анизотропной среде // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.6.3>
23. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит. 2018.

24. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейное возбуждение гиперзвука в ферритовой пластине при ферромагнитном резонансе. // РЭ. 2009. Т.54. №7. С.863-874.

Для цитирования:

Власов В.С., Голов А.В., Котов Л.Н., Щеглов В.И. Некоторые особенности хаотической прецессии намагниченности в анизотропной среде // Журнал радиоэлектроники. – 2026. – № 7. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2026.7.4>